



上海交通大学博士学位论文

LHC 和 LHeC 上顶夸克的唯象研究

姓 名：高梅森

学 号：017072910008

导 师：高俊

学 院：物理与天文学院

学科/专业名称：物理学

申请学位层次：博士研究生

2022 年 7 月

**A Dissertation Submitted to
Shanghai Jiao Tong University for Doctoral Degree in
Theoretical Particle Physics**

**Phenomenological Study of Top Quark at the LHC
and LHeC**

Author: Mei-Sen Gao

Supervisor: Jun Gao

School of Physics and Astronomy

Shanghai Jiao Tong University

Shanghai, P.R.China

July, 2022

上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全知晓本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

上海交通大学 学位论文使用授权书

本人同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。

本学位论文属于：

- 公开论文
 - 内部论文，保密 1 年/2 年/3 年，过保密期后适用本授权书。
 - 秘密论文，保密 ___ 年（不超过 10 年），过保密期后适用本授权书。
 - 机密论文，保密 ___ 年（不超过 20 年），过保密期后适用本授权书。
- （请在以上方框内选择打“√”）

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

指导教师签名：

日期： 年 月 日

摘要

在标准模型中顶夸克是质量最大的基本粒子，对顶夸克的唯象研究可以用于精确检验标准模型及寻找超出标准模型的新物理。正在运行的大型强子对撞机 (LHC) 实验可通过顶夸克对产生精确测量顶夸克质量、自旋关联及新的相互作用。而规划中的大型强子电子对撞机 (LHeC) 可用来更好地研究单顶夸克产生，包括更精确地测量 CKM 矩阵元中的 V_{tb} 。这两者将为顶夸克唯象研究和探索相关新物理提供绝佳的实验平台。

我们首先介绍了标准模型中的顶夸克物理学，包括顶夸克的产生机制、衰变道和研究意义。之后我们基于部分子模型简要阐述了深度非弹 (DIS) 与 Drell-Yan 过程的因子化形式。我们采用 Dipole 减除方案来处理 LHeC 上单顶夸克产生 QCD 次领头阶 (NLO) 修正中的软发散与共线发散。此后我们进一步描述了目前对顶夸克性质的研究方法，包括它的质量测量方案与标准模型有效场论 (SMEFT) 框架下的顶夸克有效理论。

我们对 LHeC 上单顶夸克产生伴随轻子衰变过程进行了唯象分析。我们使用 Dipole 减除方案和复质量方案计算了 QCD 的 NLO 修正，且考虑了完整的离壳和非共振贡献。结果表明 NLO 修正减小总截面达 8.5%，而在实验基准区间内 NLO 修正可减小总截面达 14%。我们发现包含 NLO 修正的总截面和分布在标度变化时都表现出较好的稳定性。我们提出了采用带电轻子平均横向动量来提取顶夸克质量的方案。我们预期提取的顶夸克质量的统计误差约为 1.1 GeV。在 NLO 下由于标度不确定性导致的理论误差是 +1.3 GeV 和 -0.9 GeV。由输入参数如强耦合常数，底夸克质量和 PDF 产生的误差是可忽略的。此外，我们还研究了单顶夸克产生伴随轻子衰变的 NLO 预言对寻找新物理的改进。相较于 LO 的情况，在采用 NLO 预言时我们获得了更好的对于 Wtb 有效耦合系数 g_R 和 δV_L 的约束。我们预期 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下的限制分别是 [-0.057, 0.050] 和 [-0.010, 0.010]。LHeC 对于耦合系数 g_R 的约束要弱于 HL-LHC 的预期限制，但对于 δV_L 来说 LHeC 预计可以给出更好的约束。

本文还基于 CT18 全局分析框架对标准模型有效场论的 Wilson 系数和 PDFs 进行了联合拟合，且得到了关于潜在新物理效应的自洽分析结果。

我们发展了一套应用神经网络与机器学习来有效快速扫描 PDF 参数以及 SMEFT 参数的方法。我们主要利用强子对撞机实验数据研究了顶夸克对产生相关的四个 SMEFT 算符。基于 CTEQ-TEA 分析常用的容错准则, 对于色单态或八重态四夸克算符和胶子算符的 Wilson 系数在 90% C.L. 下给出的限制分别为: $C_{tu}^1/\Lambda^2 = 0.14_{-0.97}^{+0.61} \text{ TeV}^{-2}$, $C_{tq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.38}^{+2.58} \text{ TeV}^{-2}$ 及 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.26} \text{ TeV}^{-2}$ 。此外, 我们也通过总散射截面和不变质量分布的约束得到了顶夸克极点质量在 68% C.L. 下为 $m_t = 172.58_{-0.58}^{+0.99} \text{ GeV}$ 。我们同时发现提取的 Wilson 系数和 PDFs 间的关联非常弱。最后我们进一步研究了 Wilson 系数的不确定性对统计准则的依赖。可以看到在全局分析框架内, CT18 和 MSTW 容错准则给出的不确定性较为接近, 而通常的参数拟合准则给出了更小的不确定性。

关键词: 顶夸克, LHC, LHeC, 有效场论, QCD, PDFs

ABSTRACT

The top quark is the heaviest elementary particle in the SM. The phenomenological study of the top quark is crucial for precision test of the SM and searches of new physics beyond the SM. At the Large Hadron Collider (LHC), measurements of the top quark pair can provide information about the top quark mass, spin correlations and new interactions. The Large Hadron Electron Collider (LHeC) is a proposed facility of using a newly built electron beam of 60 GeV or higher energy to collide with the intense hadron beams of the LHC. Such a programme will provide a cleaner environment for the study of single top quark production which can be used to measure the CKM matrix element V_{tb} . We can utilize these unprecedented facilities to measure the precise properties of the top quark and search for new physics.

We firstly introduce the top quark physics in the SM, including the production mechanism, decay channel and significance of the research. Then we introduce the QCD factorization theorems for deep-inelastic scattering (DIS) and Drell-Yan hadroproduction. We use the Dipole subtraction method to deal with the next-to-leading-order (NLO) calculations of subprocess in single top production at the LHeC. We review the research methods of the top quark, including the measurements of the top quark mass and the top quark effective operators under the framework of standard model effective field theory (SMEFT).

Secondly we present a phenomenological study of the single top (anti)quark production with leptonic decays at the LHeC at the NLO in QCD. We focus on various differential distributions in a fiducial region. The NLO corrections can reduce the fiducial cross section by 14%. We find the NLO predictions exhibit strong stability under scale variations for most observables considered while the scale variations at the leading-order (LO) dominated in the theoretical uncertainties. We propose a method of determining the top quark mass using the measurement of the average transverse momentum of the charged lepton. The scale variations at the NLO induce a theoretical uncertainty of about 1.3 GeV of the extracted top quark

mass. The statistical error of the extracted top-quark mass amounts to 1.1 GeV. We also investigate the impact of the QCD corrections and the scale variations in searches of the anomalous Wtb couplings. We anticipate our best bounds on g_R and δV_L at the 95% C.L. being $[-0.057, 0.050]$ and $[-0.010, 0.010]$ respectively as derived using the NLO SM predictions with scale variations.

Phenomenological Lagrangians or SM effective field theory can be used to connect new physics at well above the electroweak scale to its phenomenology at low energies. Based on the framework of the CT18 global analysis, we perform a joint fit of the Wilson coefficients of SMEFT and the PDFs. Self-consistent determination of the possible new physics effects is obtained. To ensure efficient scans on the full parameter space, we use the machine learning and Neural Networks to boost the global analyses. We focus on several operators relevant for top-quark pair production at hadron colliders and obtain a constraint on the Wilson coefficients with Lagrange Multiplier scans. For the four-quark operators of color-singlet or octet and the gluonic operator, the results are $C_{tu}^1/\Lambda^2 = 0.14_{-0.97}^{+0.61} \text{ TeV}^{-2}$, $C_{tq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.38}^{+2.58} \text{ TeV}^{-2}$ and $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.26} \text{ TeV}^{-2}$ at 90% C.L., respectively. We also determine the pole mass of the top quark to be $m_t = 172.58_{-0.58}^{+0.99} \text{ GeV}$ at 68% C.L., by using the measurements of total cross section and invariant mass distributions of the top-quark pair. We find that the correlations between the extracted Wilson coefficients and PDFs in our determination are mild. Finally, We show the dependence of the uncertainties of the Wilson coefficients on the statistical criterion used.

Key words: Top quark, LHC, LHeC, SMEFT, QCD, PDFs

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
第一章 绪论.....	1
1.1 粒子物理标准模型.....	1
1.2 顶夸克物理.....	8
1.3 本文结构.....	12
第二章 理论计算框架.....	14
2.1 部分子模型和 QCD 因子化.....	14
2.1.1 从部分子模型到 PDFs.....	14
2.1.2 DIS/Drell-Yan 中的因子化理论.....	17
2.1.3 DGLAP 演化方程.....	22
2.2 Dipole 减除方案.....	23
2.2.1 有质量部分子减除方法.....	24
2.2.2 Dipole 减除函数.....	27
2.2.3 DIS 下的应用.....	33
2.3 本章小结.....	35
第三章 顶夸克性质的研究.....	36
3.1 顶夸克质量.....	36
3.1.1 顶夸克质量定义.....	36
3.1.2 顶夸克质量的测量方法.....	41
3.1.3 测量结果与解读.....	43
3.2 顶夸克有效理论.....	45
3.2.1 有效场论介绍.....	45
3.2.2 SMEFT 框架.....	47
3.3 本章小结.....	49
第四章 LHeC 上单顶夸克产生的唯象学分析.....	50
4.1 背景简介.....	50
4.2 LO 及 NLO 修正计算.....	51

4.3	数值结果与讨论	54
4.4	微分分布的唯象分析	59
4.5	顶夸克质量的提取	66
4.6	LHeC 上的 SMEFT 新物理效应	70
4.7	本章小结	73
第五章	LHC 上顶夸克对产生的唯象学分析	75
5.1	背景简介	75
5.2	实验数据集	76
5.3	理论计算	77
5.4	对数似然函数的计算	80
5.5	顶夸克质量的提取	83
5.6	顶夸克对产生的 SMEFT 效应	87
5.7	分析与讨论	90
5.8	本章小结	93
第六章	总结与展望	95
	参考文献	97
A	Altarelli-Parisi 函数	124
B	Dipole 函数	126
B.1	算符 $P_m^{a,a'}$	126
B.2	算符 I_m 和 $K_m^{a,a'}$ 的部分形式	126
	攻读学位期间学术论文和科研成果目录	128
	致 谢	129

插图索引

1-1	标准模型中的基本粒子 ^[6] 。	2
1-2	强子对撞机上正反顶夸克对的产生, 包括正反夸克对湮灭与胶子胶子聚合过程 ^[15] 。	9
1-3	强子对撞机上单顶夸克的产生, 包括 s-道、t-道和 Wt-道 ^[15] 。	10
1-4	强子对撞机上顶夸克对的衰变, 包括全喷注、半轻子及双轻子三种模式 ^[21] 。	10
1-5	CDF II 的测量结果以及之前的的 M_W 测量与 SM 预言值的比较 ^[22]	11
2-1	DIS 散射过程的示意图。高能轻子与质子内的夸克散射, 交换了电弱规范玻色子 ^[23] 。	15
2-2	Drell-Yan 散射截面的因子化理论 ^[31] 。	21
2-3	Dipole 函数的分类	30
3-1	LHC 上顶夸克质量测量的总结 ^[37] 。	43
4-1	LHeC 是一个计划中的实验, 使用新建的 60GeV 或更高能的电子束与 LHC 的强子束流对撞。图中的能量回收直线加速器(红色)横跨在大型强子对撞机环上。(黄色环的计划被否定)	51
4-2	LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的树图阶费曼图。同时包括具有不可区分末态的子过程。	52
4-3	LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的单圈费曼图, 同时初态为 \bar{b} 夸克。	54
4-4	LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的实修正费曼图, 同时初态为 \bar{b} 夸克。	55
4-5	LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的实修正费曼图, 同时初态为胶子。	56
4-6	实验基准区间散射截面对于因子化和重整化标度 ($\mu_F = \mu_R$) 的依赖	58

- 4-7 (a). 末态带电轻子的横向动量分布, 基于实验基准区间的限制且分别展示了 LO 和 NLO 的结果。这里的中心标度选择是 $m_t/2$, 标度的变化选择为 $m_t/4$ 和 m_t 。中间子图展示了每种标度选择下 NLO 预言与 LO 预言之比 ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$)。下部的子图展示了 LO 和 NLO 情况下的 PDF 不确定性和标度不确定性。 59
- 4-7 (b). 末态带电轻子的赝快度分布, 基于实验基准区间的限制且分别展示了 LO 和 NLO 的结果。这里的中心标度选择是 $m_t/2$, 标度的变化选择为 $m_t/4$ 和 m_t 。中间子图展示了每种标度选择下 NLO 预言与 LO 预言之比 ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$)。下部的子图展示了 LO 和 NLO 情况下的 PDF 不确定性和标度不确定性。 60
- 4-8 与图 4-7 类似, 展示了底夸克喷注关于横向动量和赝快度的分布。 62
- 4-9 与图 4-7 类似, 展示了带电轻子与底夸克喷注系统的不变质量分布 ($M_{\ell-b}$)。 63
- 4-10 与图 4-7 类似, 展示了丢失横向动量的分布 ($P_{T,miss} = |P_{T,\nu_{\ell^-}} + P_{T,\bar{\nu}_e}|$)。 64
- 4-11 与图 4-7 类似, 展示了基于可见粒子重建顶夸克或真实顶夸克下的螺旋度角分布。 65
- 4-12 实验基准区间内不同顶夸克质量选择下的 NLO 带电轻子横向动量分布。 67
- 4-13 顶夸克质量测量的预期 (预设值为 172.5GeV)。对角线是 NLO 下 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 预言关于顶夸克质量的函数。对角的宽带代表了 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 在 NLO 下的标度变化。水平的宽带代表了估计的 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 统计误差。竖直的线段表示提取顶夸克质量的各种不确定性。 70
- 5-1 关于 CMS 实验 8 TeV (19.7fb^{-1}) 中顶夸克对产生的不变质量 $M_{t\bar{t}}$ 的微分截面的预言。图的上半部分展示的是在 Wilson 系数 $C_{uu}^1 = C_{td}^1 = 0, 5, 10$ 三种情况下的 $M_{t\bar{t}}$ 分布, 下半部分展示的是三种分布分别与标准模型分布的比值。 81

- 5-2 关于顶夸克质量的 LM 扫描。黑色和红色的实线分别代表了 $\Delta\chi^2$ 和 $\Delta\chi^2 + P$ 。点线、虚线、虚点线代表了各个实验数据集对 $\Delta\chi^2$ 的贡献。蓝色的垂直虚点线对应着用 LM 扫描得到的 90% C.L. 的不确定性范围。 84
- 5-3 通过二维 LM 扫描得到的 $\Delta\chi^2$ 在 $m_t - \alpha_s(M_Z)$ 平面上的等值图。 85
- 5-4 顶夸克质量拟合结果的总结图。x 轴代表了所采用的数据集。标记和误差棒分别代表了中心值以及用 LM 方法估计的 68% C.L. 的不确定性。 86
- 5-5 基准设置下对 C_{uu}^1/Λ^2 的 LM 扫描结果 (上图)。不考虑理论误差时对 C_{uu}^1/Λ^2 的 LM 扫描结果 (下图)。 88
- 5-6 PDF 参数固定在全局最小值 (下图) 或不固定时 (上图), 对 C_{tq}^8/Λ^2 的 LM 扫描结果。 89
- 5-7 PDF 参数固定在全局最小值 (下图) 或不固定时 (上图), 对 C_{tG}/Λ^2 的 LM 扫描结果。 91
- 5-8 采用不同容错准则时对 Wilson 系数的约束。标记与误差棒分别代表了中心值与 90% C.L. 时的不确定性。 93

表格索引

4-1	领头及次领头阶下单顶夸克产生伴随轻子衰变的遍举散射截面。这里同时给出了以百分数表示的截面的标度依赖性，以及来源于不同子过程的贡献。基准标度选择是 $m_t/2$ ，标度变化范围是 $\mu_F = \mu_R = m_t/4$ 到 m_t 。上标(下标)的百分数对应标度 $m_t(m_t/4)$ 。	57
4-2	与表 4-1 类似，一般实验基准区间的散射截面。	57
4-3	与表 4-1 类似，带有更严格限制条件的实验基准区间散射截面。	57
4-4	领头及次领头阶下取标度中心值 $m_t/2$ 时带电轻子的平均横向动量。上标(下标)对应于标度变化 $m_t (m_t/4)$ 。	68
4-5	带电轻子平均横向动量的参数不确定性，预计的统计误差，以及对顶夸克质量的依赖。参数变化与括号内的值一致。	69
4-6	类似于表 4-5，对于实验基准区间总截面的情况。截面的变化显示为百分比。	69
4-7	在领头及次领头阶下采取中心标度 $m_t/2$ 时关于各种观测量的不对称性的 SM 预言。包括不对称性 $A(\Delta\eta, 0)$ ， $A(\Delta\phi, \pi/2)$ 和 $A(\cos, 0)$ 。上标(下标)变化对应于标度选择 $m_t(m_t/4)$ 。统计误差是在基于总积分亮度为 $100fb^{-1}$ 的情况下计算得到的。	72
4-8	预计的关于有效耦合系数 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下的约束范围，这里使用了不同的理论预言且每次仅改变一个耦合系数。约束是通过对于实验基准区间总截面或者不对称性 $A(\Delta\eta(b, \ell^-), 0)$ 的测量得出的。统计误差是在基于总积分亮度为 $100fb^{-1}$ 的情况下计算得到的。我们进一步包含了对于实验基准区间总截面和不对称性的 3% 的实验不确定性。	73
5-1	全局分析中包含的关于顶夸克对产生的实验数据集。 N_{pt} 表明了每个数据集中的数据点总数。带星号的 CMS 8 TeV ($N_{pt}=7$) 的数据集用于替换 CMS 8 TeV ($N_{pt}=16$) 的数据集后进行非基准拟合。	76
5-2	对应数据集的理论计算。	78
5-3	各种条件时在 68% C.L. 下对 m_t 的 LM 扫描结果。	85

5-4 采用单独的顶夸克对数据集得到的对 m_t 的 68% C.L. 的 LM 扫描结果。	86
5-5 关于新物理的 90% C.L. 的约束。	90
5-6 采用单独的顶夸克对数据集得到的在 90% C.L. 下对新物理 的约束	92

第一章 绪论

在 21 世纪，粒子物理学在持续稳定地发展。得益于上世纪以来深厚的理论积累及近期前沿实验进展，至今粒子物理的标准模型已发展成熟，成功地描述了构成世界的基本粒子和强、弱与电磁相互作用。顶夸克是标准模型三代夸克里最后发现的夸克，并且也是最重的基本粒子。顶夸克的质量与电弱破缺能标相仿，在对撞机上它的产生和衰变常被用以研究超越标准模型的新物理。对顶夸克性质的精确测量是标准模型检验的重要部分，也推动着对新物理的探索。

本章首先将回顾粒子物理的发展，并阐述标准模型的基本理论。之后介绍顶夸克物理研究的意义。本章的最后会概括论文的结构。

1.1 粒子物理标准模型

物质是由基本粒子构成的，而粒子物理学研究的就是这些基本粒子及它们间的相互作用。公元前六世纪就有古希腊哲学家提出了“原子论”这一猜测。1802 年道尔顿正式提出原子理论。1897 年汤姆逊发现了电子，表明原子存在内部结构。随后 1911 年卢瑟福提出了原子的有核模型。1905 年爱因斯坦在研究光电效应时提出了光子的概念。1932 年查德威克发现了中子。1935 年汤川秀树预言介子是传递核力的媒介物。1947 年人们通过宇宙射线发现了汤川秀树预言的 π 介子。此后一直到上世纪六十年代，人们又陆续发现了电子中微子、缪子中微子和众多奇异粒子。这期间快速发展的加速器和探测器技术导致了大量强子的发现。1964 年默里·盖尔曼和乔治·茨威格各自提出了夸克模型^[1]，成功地将大量强子分类。之后通过在斯坦福大学直线加速器中心 (SLAC) 上进行的深度非弹性散射实验 (DIS) 人们发现核子内部存在点状结构，这验证了夸克的存在。粒子物理的标准模型 (SM) 于上世纪 70 年代发展完善。1973 年小林诚和益川敏英为了解释 CP 破缺预言了第三代夸克的存在。底夸克在 1977 年被利昂·莱德曼所领导的费米实验室小组观测到^[2]。1983 年欧洲核子中心 (CERN) 的超级质子同步加速器 (SPS) 发现了 W 和 Z 规范玻色子，这证实了标准模型里的弱电相互作用理论。在 1995 年，费米实验室的 CDF 和 D0 小组证实了顶夸克的存在^[3-4]。2012 年 CERN 发现了希格斯粒子^[5]。到此标准模型中的所有基本粒子都已

在实验上得到了证实。标准模型成功地预言了大量实验结果，在粒子物理学中是最为有效的理论。

以上我们简要介绍了标准模型中的各种粒子被发现的历程。图 1-1 展示了标准模型中基本粒子的分类：6 味夸克、6 味轻子、3 种相互作用对应的规范玻色子和赋予基本粒子质量的希格斯玻色子。下面我们介绍粒子间相互作用理论体系的发展。

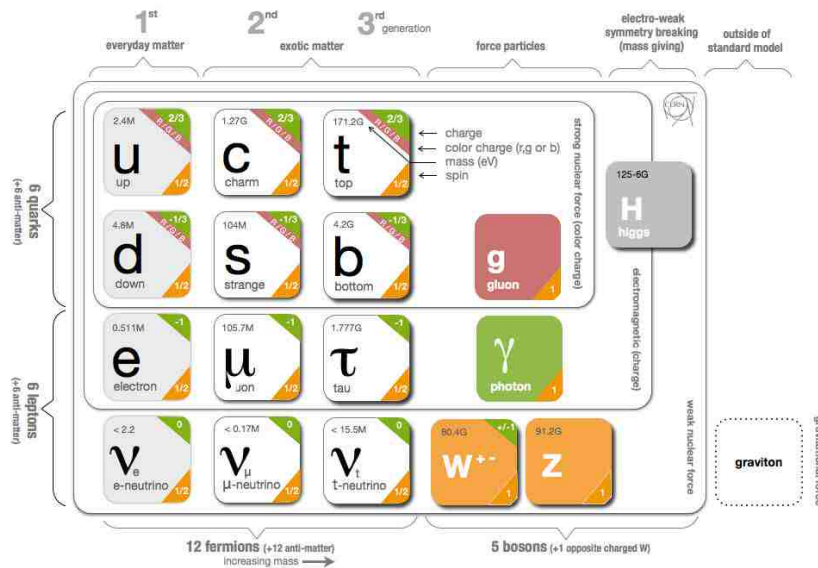


图 1-1 标准模型中的基本粒子^[6]。

Fig. 1-1 Elementary particles in the standard model.

自然界中四种基本的相互作用有电磁作用、强作用、弱作用和引力作用。1927 年狄拉克提出了物质与辐射间相互作用的理论，为量子电动力学 (QED) 奠定了基础。为了解释 β 衰变里的弱相互作用，费米于 1934 年提出四费米子相互作用。1956 年李政道和杨振宁在研究 $\theta - \tau$ 之谜时提出弱相互作用中宇称不守恒的假说。这个假说后来被吴健雄用实验证实。杨振宁和米尔斯在 1954 年提出的杨·米尔斯理论构成了现代规范场论的基础。格拉肖于 1961 年最早提出用规范场将电磁作用与弱作用统一到一个框架里^[7]。温伯格和萨拉姆将对称性自发破缺的希格斯机制^[8-9]应用到电弱统一理论^[10-11] $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 里，解决了玻色子的质量问题。霍夫特和维特曼在

1971 年证明了这是一个可重整的规范理论^[12-13]。同时, DIS 实验中质子结构函数的比约肯标度无关性揭示了强相互作用中的渐近自由性质。描述强相互作用的量子色动力学 (QCD) 也得以建立。对应强相互作用的玻色子是胶子。最终人们得到的粒子物理标准模型是一个基于 $U(1)_Y \otimes SU(2)_L \otimes SU(3)_C$ 的非阿贝尔规范理论。

标准模型中电弱相互作用的拉氏量可以写成

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Fermi}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_{\text{FPG}} + \mathcal{L}_{\text{Fix}}. \quad (1.1)$$

- 在 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 变换作用下, $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ 的动力学和相互作用项具有如下形式

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu,a}. \quad (1.2)$$

其中场强张量 $B_{\mu\nu}$ 和 $W_{\mu\nu}^a$ 形式为

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (1.3)$$

ϵ^{abc} 是三阶完全反对称张量, 末尾的非阿贝尔项代表了非阿贝尔规范理论中的规范玻色子自耦合。我们可以由此构建 Z 玻色子、 γ 光子与 W 玻色子规范场

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & -\sin \theta_w \\ \sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (1.5)$$

这里的温伯格角为

$$\sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos \theta_w = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.6)$$

B_μ 、 W_μ 和 g' 、 g 分别是 $U(1)_Y$ 、 $SU(2)_L$ 群的规范场和耦合常数。

- 第二项费米子场部分拉氏量为

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Fermi}} = & (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu i D_\mu \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} + \bar{e}_R \gamma^\mu i D_\mu e_R + (\text{h.c.}) \\ & + (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu i D_\mu \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} + \bar{u}_R \gamma^\mu i D_\mu u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu i D_\mu d_R + (\text{h.c.}),\end{aligned}\quad (1.7)$$

这里的费米子场包含了三代： $e_i = (e, \mu, \tau)$, $\nu_i = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, $u_i = (u, c, t)$, $d_i = (d, s, b)$ 。它们通过协变微商与规范玻色子相互作用

$$D_\mu = \partial_\mu + i \left(g' \frac{Y}{2} B_\mu + g \frac{\sigma^I}{2} W_\mu^I \right), \quad (1.8)$$

对于右手费米子，协变微商中没有 $SU(2)_L$ 群的规范场项。这里的 $\frac{Y}{2}$ 、 $\frac{\sigma^I}{2}$ 依次为弱超荷群 $U(1)_Y$ 、弱同位旋群 $SU(2)_L$ 的生成元。

- 希格斯场部分的拉氏量写为

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi). \quad (1.9)$$

ϕ 是二重态复希格斯场，这里的势能项是

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\frac{1}{2} \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{1}{4} \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.10)$$

λ 这一项表示了自能四次项贡献。 $\lambda > 0$ 且 μ^2 是正时，势能项在 $|\phi| = \sqrt{\frac{2\mu^2}{\lambda}}$ 处有极小值。由于拉氏量是规范不变的，这里可以选取希格斯标量场 ϕ 中三个分量为零，则基态为

$$\langle \phi \rangle_0^T = (0, v) / \sqrt{2}. \quad (1.11)$$

这里真空期望值 (VEV) 为 $v = 2\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$ 。 ϕ 的形式为

$$\phi^T = (0, v + h) / \sqrt{2}. \quad (1.12)$$

则动能项变为以下形式

$$\frac{1}{2}(0, v+h) \left(g \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^I W_\mu^I + i g' \frac{1}{2} Y B_\mu \right)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

展开后其中规范玻色子质量本征态的形式为

$$\frac{g^2 v^2}{8} (W_\mu^+ W^{+\mu} + W_\mu^- W^{-\mu}) + \frac{(g^2 + g'^2) v^2}{8} Z_\mu Z^\mu. \quad (1.14)$$

这里可以看到规范场 W 与 Z 通过希格斯机制获得了质量

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{4} g^2 v^2, \\ M_Z^2 &= \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) v^2. \end{aligned} \quad (1.15)$$

D_μ 用玻色子的质量本征态来表示时, 可得单位电荷为

$$e = \frac{g g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.16)$$

- 费米子场通过与希格斯粒子间的 Yukawa 耦合获得质量, 拉氏量为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= -\frac{\sqrt{2}}{v} \left[(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \phi M^e e_R + \bar{e}_R M^{e\dagger} \phi^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \right] \\ &\quad -\frac{\sqrt{2}}{v} \left[(\bar{u}_L, \bar{d}_L) \phi M^d d_R + \bar{d}_R M^{d\dagger} \phi^\dagger \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \right] \\ &\quad -\frac{\sqrt{2}}{v} \left[(-\bar{d}_L, \bar{u}_L) \phi^* M^u u_R + \bar{u}_R M^{u\dagger} \phi^T \begin{pmatrix} -d_L \\ u_L \end{pmatrix} \right]. \end{aligned} \quad (1.17)$$

这里的 M 是费米子质量矩阵。 U 是么正变换矩阵。

$$\begin{aligned}
 M^e &= \mathbf{U}_L^{e\dagger} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \mathbf{U}_R^e, & M^u &= \mathbf{U}_L^{u\dagger} \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \mathbf{U}_R^u, \\
 M^d &= \mathbf{U}_L^{d\dagger} \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \mathbf{U}_R^d.
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

- 为了限制非物理的自由度，我们还需要规范固定项 \mathcal{L}_{Fix} 。它的形式为

$$\mathcal{L}_{\text{Fix}} = -\frac{1}{2\xi} (G_Z^2 + G_A^2 + 2G_W^+ G_W^-). \tag{1.19}$$

我们一般取费曼-霍夫特规范， $\xi = 1$ 。这里的参数定义为

$$\begin{aligned}
 G_Z &= \partial^\mu Z_\mu + M_Z G^0, \\
 G_A &= \partial^\mu A_\mu, \\
 G_W^+ &= \partial^\mu W_\mu^+ + iM_W G^+, \\
 G_W^- &= \partial^\mu W_\mu^- - iM_W G^-.
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

这里的 G^0, G^+, G^- 是戈德斯通玻色子。

- 最后是 Faddeev-Popov 鬼场拉氏量，它的完整表达式为

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{FPG} = & -\bar{\eta}^{W^+} \left[\partial^2 + M_W^2 + ig\partial^\mu (\cos\theta_W Z_\mu + \sin\theta_W A_\mu) + \frac{g}{2} M_W (h + iG^0) \right] \eta^{W^+} \\
& - \bar{\eta}^{W^-} \left[\partial^2 + M_W^2 - ig\partial^\mu (\cos\theta_W Z_\mu + \sin\theta_W A_\mu) + \frac{g}{2} M_W (h - iG^0) \right] \eta^{W^-} \\
& - \bar{\eta}^Z \left[\partial^2 + M_Z^2 + \frac{g'}{2} M_Z h \right] \eta^Z - \bar{\eta}^A \partial^2 \eta^A \\
& - \bar{\eta}^A \left[-ig \sin\theta_W \partial^\mu W_\mu^- \right] \eta^{W^+} - \bar{\eta}^Z \left[-ig \cos\theta_W \partial^\mu W_\mu^- - \frac{g}{2} M_Z G^- \right] \eta^{W^+} \\
& - \bar{\eta}^A \left[ig \sin\theta_W \partial^\mu W_\mu^+ \right] \eta^{W^-} - \bar{\eta}^Z \left[ig \cos\theta_W \partial^\mu W_\mu^+ - \frac{g}{2} M_Z G^+ \right] \eta^{W^-} \\
& - \bar{\eta}^{W^+} \left[-ig \sin\theta_W \partial^\mu W_\mu^+ + \frac{g'}{2} \sin\theta_W M_W G^+ \right] \eta^A \\
& - \bar{\eta}^{W^+} \left[-ig \cos\theta_W \partial^\mu W_\mu^+ + \frac{g'}{2} \cos\theta_W M_W G^+ \right] \eta^Z \\
& - \bar{\eta}^{W^-} \left[ig \sin\theta_W \partial^\mu W_\mu^- + \frac{g'}{2} \sin\theta_W M_W G^- \right] \eta^A \\
& - \bar{\eta}^{W^-} \left[ig \cos\theta_W \partial^\mu W_\mu^- + \frac{g'}{2} \cos\theta_W M_W G^- \right] \eta^Z.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

这里的 η 是鬼场。

接下来我们讨论标准模型中的量子色动力学。QCD 的拉氏量可以写成

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G^{a\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_{j=1}^{n_f} \bar{q}_j (i\gamma^\mu D_\mu - m_j) q_j. \tag{1.22}$$

这里 q_j 是夸克场， m_j 是夸克质量， n_f 是总的夸克味道数。协变微分和胶子场强张量为

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \sum_a T^a G_\mu^a, \tag{1.23}$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c. \tag{1.24}$$

规范耦合强度为 g_s 。 G_μ^a 中 a 的取值为从 1 到 8，对应于胶子场。 $T^a = \frac{\lambda^a}{2}$ 为 $SU(3)_c$ 群的生成元。 f^{abc} 是 $SU(3)$ 群的结构常数。正因为 QCD 场强张量含有 $G_\mu^b G_\nu^c$ 的形式，所以拉氏量中含有对应胶子场三次与四次方的贡献，这也对应了胶子的自耦合顶点。同样的，QCD 也有对应的规范固定项和鬼场

项

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Fix} &= \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu G_\mu^a)^2, \\ \mathcal{L}_{FPG} &= -\bar{\eta}^a \delta_{ab} \eta^b - g_s f^{abc} (\partial^\mu \bar{\eta}^a) G_\mu^b \eta^c.\end{aligned}\quad (1.25)$$

到此我们已经整体介绍了标准模型的拉氏量。

虽然标准模型建立之后得到了大量实验的验证，但它仅是一个适用于目前实验能量范围内的有效理论，仍有很多的问题亟待解决。在标准模型框架内的问题有：QCD 中的色禁闭和费米子质量等级差问题等。此外有很多难题，比如如何将引力和标准模型统一在一起、暗物质暗能量的解释、中微子质量来源和正反物质不对称起源等是 SM 无法解决的。为了解决以上超越标准模型 (BSM) 的新物理 (NP) 问题，人们发展了很多的 BSM 理论如弦论、超对称理论、额外维和大一统等。不过目前这些 BSM 的理论仍有待实验证实。

1.2 顶夸克物理

在标准模型里，顶夸克是质量最大的基本粒子，它的自旋是 1/2，电荷是 2/3。由于它比 W 玻色子还重，所以顶夸克是唯一可以衰变到 W 玻色子的夸克。上型与下型夸克通过 W 玻色子发生弱相互作用，这一耦合同时是正比于 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵的。CKM 矩阵是么正的，其中的元素 V_{tb} 描述了顶夸克通过 W 玻色子转换成底夸克的强度。而 $|V_{tb}|$ 的值几乎等于一，这意味着顶夸克几乎完全衰变为底夸克和一个 W 玻色子^[14]。

顶夸克在标准模型里包含 QCD 次领头阶 (NLO) 修正的衰变宽度是

$$\Gamma_t = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 + 2\frac{m_W^2}{m_t^2}\right) \left[1 - \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left(\frac{2\pi^2}{3} - \frac{5}{2}\right)\right]. \quad (1.26)$$

这里忽略了底夸克质量效应，同时忽略了 NLO 里 W 玻色子质量效应。当取顶夸克极点质量 $m_t = 173.3 \text{ GeV}$ ， $\alpha_s(m_Z) = 0.118$ 时，衰变宽度约为 1.4 GeV 。可得顶夸克的寿命是 $5 \times 10^{-25} \text{ s}$ ，这比强子形成时间 $3 \times 10^{-24} \text{ s}$ 小一个量级。所以顶夸克会直接衰变，而不会强子化或形成 $t\bar{t}$ 束缚态。同时衰变产物保

留了顶夸克的某些特性如自旋等。

顶夸克一开始是在强子对撞机上通过寻找正反顶夸克对的产生过程发现的。在强子对撞机上 $t\bar{t}$ 是强相互作用的产物，具有较高的散射截面。其中在树图水平主要产生的子过程是 $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$ 和 $gg \rightarrow t\bar{t}$ ，如图 1-2 所示。在 Tevatron ($p\bar{p}, \sqrt{s} = 1.96\text{TeV}$) 约有 85% 的产生截面来源于 $q\bar{q}$ 湮灭，剩下的贡献来源于胶子胶子聚合。相反的是，在大型强子对撞机 (LHC) ($pp, \sqrt{s} = 13\text{TeV}$) 上约有 90% 的 $t\bar{t}$ 产生来源于胶子胶子聚合。

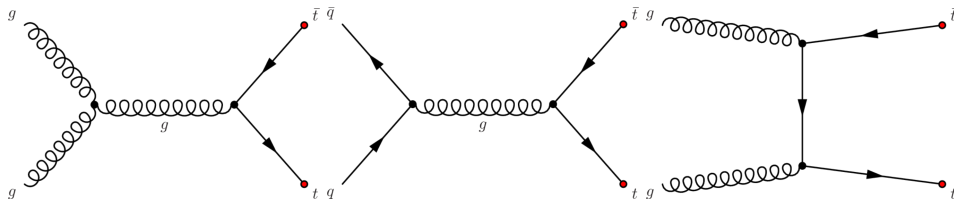


图 1-2 强子对撞机上正反顶夸克对的产生，包括正反夸克对湮灭与胶子胶子聚合过程^[15]。

Fig. 1-2 Top quark pair production in the hadron collider, including quark anti-quark annihilation and gluon gluon fusion.

取顶夸克质量 173.3GeV 时，NNLO + NNLL 精度的理论计算给出顶夸克对截面在 Tevatron ($\sqrt{s} = 1.96\text{TeV}$) 上是 $\sigma_{t\bar{t}} = 7.16_{-0.20-0.12}^{+0.11+0.17}\text{pb}$ ^[16]。这里第一个不确定度来源于标度依赖，第二个不确定度来源于部分子分布函数。在 LHC ($\sqrt{s} = 14$)TeV 上取顶夸克质量为 172.5GeV 时，截面是 $\sigma_{t\bar{t}} = 984.5_{-34.7-41.3}^{+23.2+41.3}\text{pb}$ ^[14,16]。

单顶夸克的产生是电弱相互作用诱导的，主要是通过 $q\bar{q}' \rightarrow t\bar{b}$ ， $qb \rightarrow q't$ (即交换虚的 s 道或 t 道 W 玻色子) 和 $bg \rightarrow W^-t$ (Wt 联合产生)，如图 1-3 所示。这里的单顶夸克泛指单个顶夸克或反顶夸克。在 Tevatron 上这两种过程的 t 道与 s 道截面是相同的，但是在 LHC 上则不然。对于 t 道单顶夸克产生，虽然由于弱相互作用压低了截面，但是和顶夸克对产生相比在运动学上得到了增强，所以最终截面仍为可观。在 $m_t = 173.3\text{GeV}$ 时，Tevatron 上 t 道的单顶夸克产生在 NNLO 精度的理论预言是 $\sigma_t = 2.06_{-0.13}^{+0.13}\text{pb}$ ($p\bar{p}, \sqrt{s} = 1.96\text{TeV}$)^[17]，这里的标度和部分子函数不确定度被组合在了一起。对于 LHC，在 $m_t = 172.5\text{GeV}$ 时 NNLO 精度理论预言的截面是 $\sigma_t = 245_{-1.3}^{+2.7}\text{pb}$ ($\sqrt{s} = 14\text{TeV}$)^[18]。而 s 道和 Wt 产生截面贡献逊于 t 道，可见相关工作^[19-20]。

正如之前所述，顶夸克衰变产物几乎都为 W 玻色子与底夸克。而 W 玻

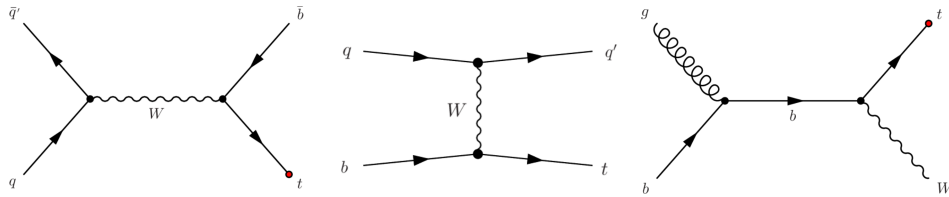


图 1-3 强子对撞机上单顶夸克的产生，包括 s-道、t-道和 Wt-道^[15]。
 Fig. 1-3 Single top quark production in the hadron collider, including s-channel, t-channel and Wt-channel.

色子衰变产物为轻子或夸克 ($W^+ \rightarrow lv$ 与 $W^+ \rightarrow q\bar{q}'$)。正反顶夸克对的衰变方式因此也可分为三种模式：全喷注、半轻子及双轻子，如图 1-4 所示。由于 τ 轻子寿命比较短，实验上很难进行直接测量，最终也会归类于这三种衰变模式。

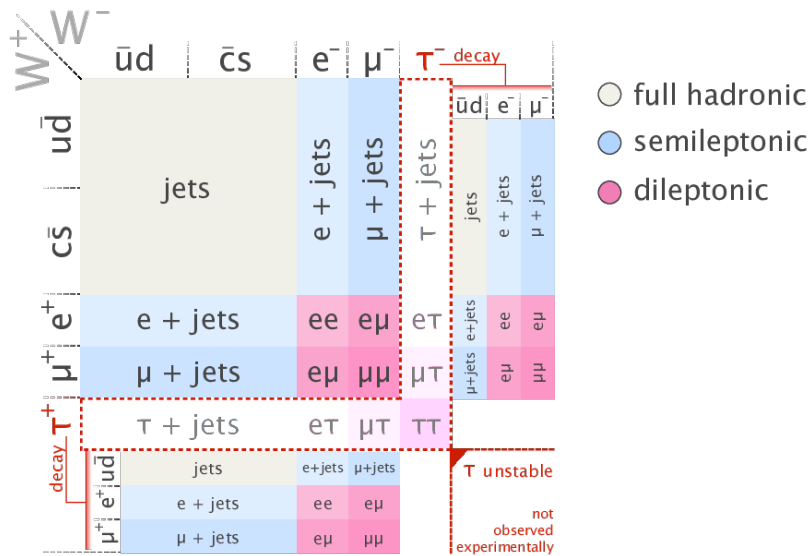


图 1-4 强子对撞机上顶夸克对的衰变，包括全喷注、半轻子及双轻子三种模式^[21]。
 Fig. 1-4 Top quark pair decay in the hadron collider, including full hadronic, semileptonic and dileptonic modes.

与正反顶夸克对类似，强子对撞机上单顶夸克的衰变方式也根据 W 玻色子的衰变分为喷注与轻子两种模式。对于深度非弹性散射与强子对撞实验，我们都选择关注单顶夸克的轻子衰变模式，也即 W 玻色子完全衰变为轻子。因为这更方便与背景事例进行区分。

顶夸克物理学的研究重点在于对顶夸克性质的精确测量，包括顶夸克的质量、微分截面、 $t\bar{t}$ 自旋关联、前后不对称性、衰变产生的 W 玻色子的螺旋度、CKM 矩阵元等。它是唯一与希格斯玻色子的耦合接近于 1 的夸克。对希格斯玻色子质量的辐射修正包含正比于 m_t 平方的贡献，对此进行研究有助于进一步理解标准模型的对称性自发破缺及质量等级问题。通过对顶夸克质量的测量，我们也可以约束 W 玻色子的质量。CDF 实验组最近公布了他们对于 W 玻色子质量的新测量结果^[22]，如图 1-5 所示，这与 SM 预言结果偏离了七个标准偏差。标准模型的预言是通过电弱精确观测量的全局拟合得到的，而其中顶夸克质量是最重要的输入参数。

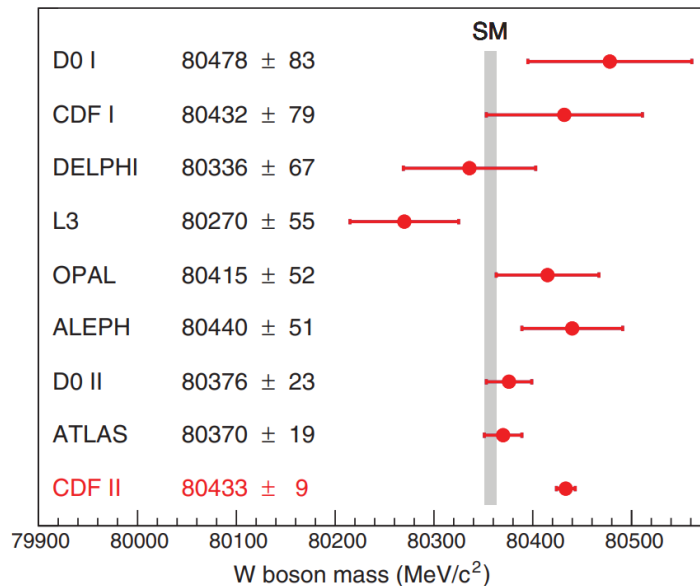


图 1-5 CDF II 的测量结果以及之前的 M_W 测量与 SM 预言值的比较^[22]

Fig. 1-5 Comparison of this CDF II measurement and past M_W measurements with the SM expectation.

在对新物理的寻找中，顶夸克也有重要的影响。新物理预言的很多粒子是顶夸克的衰变产物或者可以衰变到顶夸克。通过对顶夸克性质的精确测量，还可以探测味道改变中性流 (FCNC) 过程。此外研究 $t\bar{t}b\bar{b}$, $t\bar{t}t\bar{t}$, $t\bar{t}\gamma$, $t\bar{t}Z$, $t\bar{t}h$ 等过程及其对应顶点，也可加深我们对顶夸克的认知，例如寻找顶夸克与中性规范玻色子的电弱耦合或潜在的四夸克相互作用。当前人们正在发展相关有效场论方法通过拟合实验数据来提取其有效耦合系数，并进

一步约束相关的 BSM 模型。随着未来更多实验结果的发布，顶夸克物理的研究将有可能为 TeV 能标新物理的研究指明方向。

为了推动以上目标的实现，我们重点研究了顶夸克的部分性质及其提取方法。我们采用了通过末态带电轻子横向动量提取顶夸克质量的方案，并给出了在未来的 LHeC 上此方案的误差。我们还估计了 LHeC 上单顶夸克产生过程的 NLO 预言对寻找新物理的改进。在目前的强子对撞机上，我们基于 CT18 全局分析框架对 SM 参数、PDFs、SMEFT 算符系数进行了联合拟合。最终，我们完成了对顶夸克部分性质的分析并给出了对结果的讨论。

1.3 本文结构

本文第一章首先回顾了粒子物理学的发展，并简要介绍了粒子物理标准模型。我们还陈述了目前仍有很多问题亟待解决，如色禁闭、暗物质暗能量的解释和费米子质量等级差等问题。之后我们具体介绍了本文主要研究对象顶夸克的性质，以及顶夸克在强子对撞机上的产生与衰变过程。我们最后进一步强调了顶夸克物理的研究意义。

第二章我们首先从深度非弹散射实验入手，回顾了部分子模型的发展。之后我们介绍了部分子分布函数与 DIS/Drell-Yan 中的因子化理论，以及 DGLAP 演化方程。本章还讲解了 CS Dipole 减除方案用以处理次领头阶 QCD 修正中红外与共线发散。

第三章主要关注顶夸克性质的研究。我们首先回顾了顶夸克质量的定义，之后陈述了 LHC 上顶夸克质量测量方法与目前测量结果。我们还介绍了其质量的模糊性与误差来源。本章最后阐述了如何用有效场论的方法对顶夸克进行唯象研究，我们列出了与顶夸克相关的标准模型有效场论算符。

在第四章中我们对 LHeC 上单顶夸克 (反顶夸克) 产生伴随轻子衰变过程进行了唯象研究。我们计算了 QCD 下的次领头阶修正。通过计算不同观测量的微分截面，我们发现 NLO 预言增强了它们在标度变化时的稳定性。我们提出了采用带电轻子平均横向动量来提取顶夸克质量的方案，且给出了此方法下 NLO 理论误差和统计误差的预期数值。我们还研究了 NLO 预言对寻找新物理的改进。

第五章我们运用标准模型有效场论，基于 CT18 全局分析框架对强子对撞机上的顶夸克对产生相关算符的 Wilson 系数与 PDFs 进行了联合拟合，

得到了潜在新物理效应的自洽分析结果。我们主要展示了顶夸克质量以及与顶夸克对产生相关的有效算符系数的分析结果。

最后在第六章中我们总结了本文研究内容，并进一步展望了顶夸克唯象研究未来的发展。

第二章 理论计算框架

本章我们将具体介绍本文计算所用的理论框架。首先我们回顾了部分子模型的发展，之后简要阐述深度非弹散射 (DIS)/PP 对撞下的因子化过程。最后我们具体介绍了计算有质量部分子末态的散射过程的微扰 QCD 次领头阶 (NLO) 修正所用的 Dipole 减除方案。

2.1 部分子模型和 QCD 因子化

由于强相互作用的色禁闭与渐近自由等特性，使得现实世界中夸克和胶子不能单独存在，它们都被束缚在强子内部以色单态形式存在。在描述涉及初态有强子的高能硬散射过程时我们需要引入部分子模型与 QCD 因子化理论。对于对撞机上过程的精确描述，需要掌握核子内部部分子的结构。这个内部结构在 QCD 共线因子化框架下被量化为部分子分布函数 (PDF)，包含了质子内部夸克和胶子动量分布的信息。由于 QCD 低能标处的非微扰特性，所以不能采用其它微扰观测量的计算方法。PDFs 的计算目前有两种途径：用格点 QCD 进行第一性原理的计算，或通过实验数据的拟合来得到。由于格点计算能力的限制，我们这里提及的方法都是后者，一般用轻子-质子或质子-质子对撞的硬散射过程截面的实验数据来测量。下面我们首先简单介绍部分子模型与 PDFs，之后介绍轻子-强子对撞和强子-强子对撞的 QCD 因子化理论^[23]。

2.1.1 从部分子模型到 PDFs

1967 年 SLAC 20GeV 的直线加速器上的深度非弹实验直接导致了质子内部部分子的发现。DIS 的机制展示在图 2-1 中。这里的高能轻子可以是带电粒子比如电子或缪子也可以是不带电的中微子，它通过交换虚光子或 W^\pm 或 Z 玻色子与质子散射。一般在 DIS 实验中要求规范玻色子具有大转移动量 Q ， $Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ 。

DIS 过程的运动学可以用以下几个洛伦兹不变量描绘

$$Q^2 \equiv -q^2, x \equiv \frac{Q^2}{2P \cdot q}, y \equiv \frac{q \cdot P}{k \cdot P}, \quad (2.1)$$

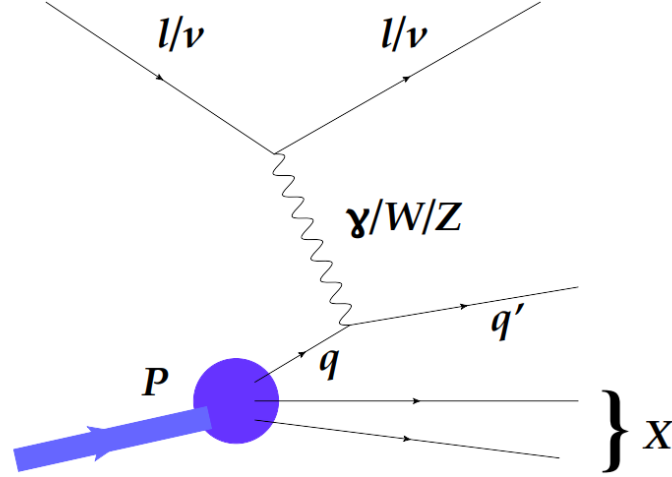


图 2-1 DIS 散射过程的示意图。高能轻子与质子内的夸克散射，交换了电弱规范玻色子^[23]。

Fig. 2-1 Schematic representation of the deep-inelastic scattering process. The energetic lepton scatters off the quark in the proton with exchanging of an electroweak gauge boson. The momentum of the gauge boson Q is large ($Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$).

这里的 k 是入射轻子四动量， q 是交换的规范玻色子的四动量， P 是入射质子四动量。 x 是比约肯变量，在这里完全由初末态粒子的运动学决定。由于动量守恒 $q = k' - k$ (k' 是出射轻子四动量)，因此式 (2.1) 所有的变量都可以用轻子动量和质子动量表述而不涉及末态强子态 X 。同时式 (2.1) 中的 $Q^2 \equiv -q^2$ 是电弱规范玻色子四动量的虚度， y 是非弹性量。质子-规范玻色子碰撞的质心能的平方为

$$W^2 = (P + q)^2 = Q^2 \frac{1-x}{x} + m_h^2. \quad (2.2)$$

$x = 1$ 对应弹性极限，意味着质子在碰撞后仍完好无损， m_h 是质子质量。而深度非弹， $W^2 \gg m_h^2$ ，意味着质子被打碎产生了不变质量远大于质子的多粒子末态。在 DIS 实验里，散射截面可以写为

$$d\sigma = \frac{d^3k'}{2s|\mathbf{k}'|} \frac{c_V^4}{4\pi^2(q^2 - m_V^2)^2} L_{\ell\nu}^{(\mu\nu)}(k, q) W_{\mu\nu}^{(Vh)}(p, q), \quad (2.3)$$

这里的 V 代表矢量玻色子，对应不同参数的取值为： $c_V = e, c_{W^\pm} = \frac{g}{2\sqrt{2}}$ 。 $L_{\ell V}^{(\mu\nu)}(k, q)$ 是轻子张量。而强子张量矩阵元根据洛伦兹不变性可以写为如下的结构函数组合的形式

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^{(Vh)} = & - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1^{(Vh)}(x, Q^2) \\ & + \left(p_\mu - q_\mu \frac{p \cdot q}{q^2} \right) \left(p_\nu - q_\nu \frac{p \cdot q}{q^2} \right) \frac{1}{m_h^2} W_2^{(Vh)}(x, Q^2) \\ & - i \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} p^\lambda q^\sigma \frac{1}{m_h^2} W_3^{(Vh)}(x, Q^2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

这里的结构函数也记为： $F_1(x, Q^2) = W_1^{(Vh)}(x, Q^2)$, $F_2(x, Q^2) = \frac{\nu}{m_h} W_2^{(Vh)}(x, Q^2)$ 与 $F_3(x, Q^2) = \frac{\nu}{m_h} W_3^{(Vh)}(x, Q^2)$ 。 ν 是强子静止系下轻子转移给强子的能量。

SLAC 实验发现在 Q^2 很大时，结构函数不依赖于 Q^2 ，仅依赖于 x 。这一性质就是比约肯提出的标度不变性。费曼据此引入了部分子模型^[24]，也就是入射的轻子与质子内的点状部分子结构散射。回顾式 (2.1) 定义的比约肯变量 x ，我们可以看到在部分子模型里它对应着轻子质子对撞质心系下碰撞部分子携带的质子动量分数。例如当我们考虑一个入射夸克携带母质子动量分数 ξ 时，出射夸克的在壳条件要求

$$(\xi P + q)^2 = -Q^2 + 2\xi(q \cdot P) = 0, \quad (2.5)$$

即 $\xi = x$ 。

在 DIS 的系统质心系下，核子同时受到洛伦兹收缩与相对论时间膨胀的影响。这意味着随着质心系能量趋于无穷，电子穿过核子的时间趋于零。因此，电子看到的是一团“冻结”的部分子。由于不确定性原理，为了与部分子交换动量 q^μ ，电子必须在横向方向上接近它到 $O(1/Q)$ 。如果我们假定部分子在核子圆盘上随机分布的话，那么找到一个足够接近的发生硬散射的部分子的概率被以下几何因子压低

$$\frac{1/Q^2}{\pi R_0^2}, \quad (2.6)$$

此处 R_0 是核子半径。当电子被散射之后，核子的碎片相互作用，受到色禁

闭产生夸克对。这一过程的时间尺度大于电子与核子的碰撞。之后，夸克和胶子合并成可观测粒子的“强子化”过程发生得很晚，不会影响硬散射本身。这个假设奠定了用弹性 Born 近似处理部分子-电子散射的基础。部分子概念自然地解释了比约肯标度的行为。同时 Callan 与 Gross 展示了 DIS 的结构函数对于自旋 1/2 的部分子成分遵守简单的关系 $2xF_1 = F_2$ ^[25]，在实验上也验证了这一关系。这些部分子概念也自然的关联到了盖尔曼与茨威格提出的夸克。1973 年强相互作用非阿贝尔规范理论中渐近自由的建立表明 QCD 在高速时是可以微扰处理的，之前的 Born 近似是合适的^[26]，并且 QCD 部分子模型成为了描述初态有强子的散射过程的正式方法。

QCD 部分子模型的中心组成部分是这些部分子携带的动量分数的概率分布，也即 PDFs。一开始的研究集中在基于有限的实验输入参数为这些对象开发简单模型，例如：有文献^[27]考虑用相空间来推断 PDFs 还必须包括目前已广为人知的除了价夸克以外的海正反夸克对的贡献；也有文献^[28]引入了胶子 PDF，以符合能量守恒的物理合理方式来解释观测到的夸克动量分数，并根据 Regge 理论和相空间期望预测了 PDFs 的简单 x 依赖性。

在这些最初的研究之后，拟合一组自由参数化的 PDF 的想法很快就出现了。人们将胶子 PDF 扩展为更一般的唯象学形式，并用已有的质子和中子结构函数进行了对夸克 PDFs 的四参数拟合。随着数据的数量与类型变多，PDFs 的形状也随之普适化。尽管胶子携带的动量分数可以用动量求和规则中 DIS 损失的贡献来测量，这也仅可能根据观测结构函数中标度破缺来拟合它的形状。随着 DIS 的高阶 QCD 修正和 PDFs 的 Q^2 演化的 DGLAP 方程的联系，随后对于胶子 PDF 形状测量才得以进行。除了这些发展之外，对于 PDFs 在 LHC 精确唯象上的应用也逐步受到关注。

2.1.2 DIS/Drell-Yan 中的因子化理论

微扰 QCD 中两个基本的思想是：因子化，这使得我们可以推导并产生部分子模型；另外则是演化，这使得我们可以系统计算标度无关现象破缺的效应。

我们首先考虑最为基本的深度非弹散射。可以看到式 (2.1) 中三个变量只有两个是独立的，因此 DIS 的微分截面测得是关于 (x, Q^2) 或 (x, y) 的函数。使用洛伦兹不变性和运动学参数，DIS 截面可以展开为一系列独立的

结构函数，它描述了规范玻色子与入射强子的相互作用。在中性流过程中（交换了虚光子或 Z 玻色子），DIS 微分截面可以分解为以下的结构函数：

$$\frac{d^2\sigma^{\text{NC},\ell^\pm}}{dx dQ^2}(x,y,Q^2) = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} [Y_+ F_2^{\text{NC}}(x,Q^2) \mp Y_- x F_3^{\text{NC}}(x,Q^2) - y^2 F_L^{\text{NC}}(x,Q^2)], \quad (2.7)$$

我们定义了 $Y_\pm = 1 \pm (1-y)^2$, $F_{L,R} = F_1 \pm F_3$ 。正如之前所述，SLAC-MIT 合作组发现 DIS 散射截面关联的结构函数在质子静止参考系下仅依赖于 Q^2 与轻子损失能量之比。

在多数情况下，实验测量结果按照简化截面给出

$$\tilde{\sigma}^{\text{NC},\ell^\pm}(x,y,Q^2) = \left[\frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} Y_+ \right]^{-1} \frac{d^2\sigma^{\text{NC},\ell^\pm}}{dx dQ^2}(x,y,Q^2), \quad (2.8)$$

这与主要结构函数 $F_2(x,Q^2)$ 更为接近，也因此指向了质子底层的 PDFs。

在带电流 DIS 情况下，入射中微子或者入射带电轻子通过交换带弱电规范玻色子 W^\pm 与质子相互作用，微分截面可以写为：

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{\text{CC},\ell^\pm}}{dx dQ^2}(x,y,Q^2) &= \frac{G_F^2}{4\pi x} \left(\frac{M_W^2}{M_W^2 + Q^2} \right)^2 \\ &\times \frac{1}{2} \left[Y_+ F_2^{\text{CC},\ell^\pm}(x,Q^2) \mp Y_- x F_3^{\text{CC},\ell^\pm}(x,Q^2) - y^2 F_L^{\text{CC},\ell^\pm}(x,Q^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

对此式乘上一个因子后可得到简化截面

$$\tilde{\sigma}^{\text{CC},\ell^\pm}(x,y,Q^2) = \left[\frac{G_F^2}{4\pi x} \left(\frac{M_W^2}{M_W^2 + Q^2} \right)^2 \right]^{-1} \frac{d^2\sigma^{\text{CC},\ell^\pm}}{dx dQ^2}(x,y,Q^2). \quad (2.10)$$

此处两个方程中的 ℓ^\pm 表示着入射或出射的带电轻子。最终式 (2.10) 与中性流的情况有着相似的形式。我们现在可以考虑结构函数的因子化。在部分子模型下结构函数的形式为

$$\begin{aligned} F_a^{(Vh)}(x) &= \sum_f \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi} F_a^{(Vf)}(x/\xi) f_{f/h}(\xi) \quad (a=1,3) \\ F_2^{(Vh)}(x) &= \sum_f \int_0^1 d\xi F_2^{(Vf)}(x/\xi) f_{f/h}(\xi). \end{aligned} \quad (2.11)$$

这里的 $f_{f/h}(\xi)$ 是在强子 h 中找到一个分支动量为 ξ 且味道为 f 的夸克的概率。因子 $1/\xi$ 是归一化因子，来源于部分子态与强子态之比。将深度非弹散射的长程效应从短程效应之外因子化出来，就是部分子模型在场论下的实现。这一理论也表明对下式结构函数的费曼图贡献求和是部分子模型结果式 (2.11) 的直接推广

$$\begin{aligned}
F_a^{(Vh)}(x, Q^2) &= \sum_{i=f, \bar{f}, G} \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi} C_a^{(Vi)}(x/\xi, Q^2/\mu^2, \mu_F^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)) \\
&\quad \times f_{i/h}(\xi, \mu_F, \mu^2), \quad (a = 1, 3) \\
F_2^{(Vh)}(x, Q^2) &= \sum_{i=f, \bar{f}, G} \int_0^1 d\xi C_2^{(Vi)}(x/\xi, Q^2/\mu^2, \mu_F^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)) \\
&\quad \times f_{i/h}(\xi, \mu_F, \mu^2).
\end{aligned} \tag{2.12}$$

以上 DIS 结构函数一般形式可示意性的表示成

$$F(x, Q^2) = x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \sum_i C_i\left(\frac{x}{\xi}, \alpha_s(\mu_R), \mu_F, Q\right) f_i(\xi, \mu_F) \tag{2.13}$$

相较于部分子模型的公式，这里依赖了两个能标 μ_F, μ_R 。后者是重整化能标，在任何微扰论计算中都是必要的。前者是因子化能标，用来将短程效应从长程效应中分离出来。定性的讲，任何对于 μ_F 离壳或更高能标的传播子都会贡献到 C_i 。低于这个标度的，会被吸收进 f_i 。这里的 C_i 就是硬散射函数， f_i 是 PDFs。硬散射函数代表了部分子过程的散射截面，它是红外安全且可被微扰计算的。

这里的硬散射函数包含了部分子-玻色子碰撞中的短程动力学信息，PDFs 则被长程非微扰 QCD 动力学决定。因此前者是过程依赖的，而后者是普适的。这也使得我们可以从硬散射测量的全局分析中提取 PDFs。

在 $\overline{\text{MS}}$ 因子化方案中，部分子分布被定义为强子矩阵元的形式。它们可以展开为产生湮灭算符 $b_i(xp, \mathbf{k}_T)$ 和 $b_i^\dagger(xp, \mathbf{k}_T)$ ，这里纵向动量是 xp ，横向动量是 \mathbf{k}_T ：

$$f_{i/h}(x, \mu^2) = \int \frac{d^2\mathbf{k}_T}{(2\pi)^2} \langle h(p) | b_i^\dagger(xp, \mathbf{k}_T) b_i(xp, \mathbf{k}_T) | h(p) \rangle. \tag{2.14}$$

由此可将部分子分部看作是强子态中算符的期望值。因此一个味道为 f 的夸克可以写为^[29]

$$f_{f/h}(x, \mu^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy^-}{4\pi} e^{-ixp^+y^-} \langle h(p) | \bar{\psi}(y^-, 0^+, \mathbf{0}_T) \gamma^+ \times \psi(0^-, 0^+, \mathbf{0}_T) | h(p) \rangle. \quad (2.15)$$

此处考虑的是沿着 z 轴运动的自旋平均的强子 $h(p)$ ，且使用了定义 $p^\pm = (p^0 \pm p^3)/\sqrt{2}$ 。 y^μ 是时空位置，类似地有 $y^\pm = (y^0 \pm y^3)/\sqrt{2}$

与电子-质子碰撞中的 DIS 结构函数类似，质子-质子对撞的产生截面可以被因子化为两个普适的 PDFs 和一个过程依赖的部分子散射截面的卷积。我们以 Drell-Yan 产生散射截面为例， $\sigma^{\text{DY}}(pp \rightarrow l^+l^- + X)$ ，这个因子化过程可以见图 2-2。散射截面可以被表达为^[30]

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{\text{DY}}}{dydQ^2}(y, Q^2, \mu_R^2, \mu_F^2) &= \sum_{a,b=q,\bar{q},g} \int_{\tau_1}^1 dx_1 f_a(x_1, \mu_F^2) \int_{\tau_2}^1 dx_2 f_b(x_2, \mu_F^2) \\ &\times \frac{d^2\hat{\sigma}_{ab}^{\text{DY}}}{dydQ^2}(x_1, x_2, y, Q^2, \mu_R^2, \mu_F^2), \end{aligned} \quad (2.16)$$

这里的 y 和 Q^2 分别是快度和轻子对的不变质量平方， s 是两个入射质子的质心能量， μ_F 和 μ_R 是因子化与重整化标度。积分下限是 $\tau_{1,2} = \sqrt{Q^2}/se^{\pm y}$ 。式 (2.16) 中的部分子散射截面可以被微扰计算：

$$\frac{d^2\hat{\sigma}_{ab}^{\text{DY}}}{dydQ^2}(x_1, x_2, y, Q^2, \mu_R^2, \mu_F^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{2\pi} \right)^n \frac{d^2\hat{\sigma}_{ab}^{(n)\text{DY}}}{dydQ^2}. \quad (2.17)$$

从式 (2.16) 我们可得知在考虑微扰 QCD 修正时，需要引入因子化标度 μ_F 。在标度以下额外的共线发散会被吸收进重新定义的 PDF。在包含所有阶时，完整的散射截面作为 PDFs 和部分子散射截面的卷积，应当是独立于因子化标度选择的。然而在任何微扰论级数展开的固定阶中，由于高阶项的缺失会导致对于标度的依赖。因此需要选择一个合适的 μ_F 来最小化高阶项的影响，从而获得更好的级数收敛性。在 Drell-Yan 产生过程中，惯例的标度选择是 $\mu_F^2 = Q^2$ ，也就是双轻子的不变质量。

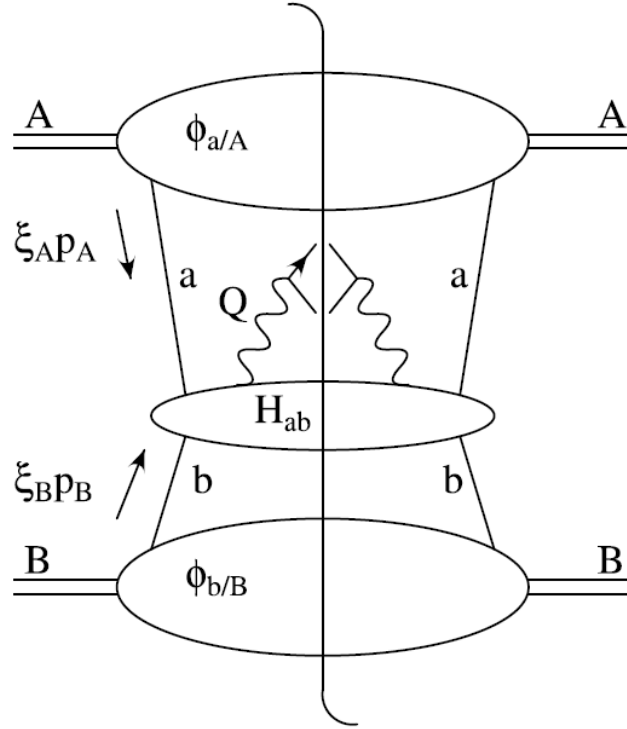
图 2-2 Drell-Yan 散射截面的因子化理论^[31]。

Fig. 2-2 Factorization theorem for Drell-Yan cross section.

一般而言，对于质量为 M 的窄宽共振产生过程的总遍举截面，可以将散射截面因子化为

$$\sigma = \sum_{a,b=q,\bar{q},g} \int_{M^2}^s \frac{d\hat{s}}{\hat{s}} \mathcal{L}_{ab}(\hat{s}, \mu_F^2) \hat{\sigma}_{ab}(\hat{s}, M^2, \mu_R^2, \mu_F^2), \quad (2.18)$$

这里的 \hat{s} 是两个入射部分的质心能量平方，部分子-部分子亮度可以被定义为

$$\mathcal{L}_{ab}(\tau, \mu_F^2) = \frac{1}{s} \int_{\tau/s}^1 \frac{dx}{x} f_a(\tau/sx, \mu_F^2) f_b(x, \mu_F^2). \quad (2.19)$$

部分子散射截面依赖运动学变量 $z \equiv M^2/\hat{s}$ 和 $\mu_{F,R}$

$$\hat{\sigma}_{ab}(\hat{s}, M^2, \mu_R^2, \mu_F^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{2\pi} \right)^n C_{ab}^{(n)}(z, \mu_R^2, \mu_F^2). \quad (2.20)$$

式 (2.18) 中的因子化形式的意义在于强子散射截面对 PDF 的完整依赖被吸收进了部分子亮度 \mathcal{L}_{ab} 中。目前对于部分子散射截面的高阶计算已有显著进展。对于遍举过程, 硬散射函数 $C^{(n)}(z, \mu_R^2, \mu_F^2)$ 在 Drell-Yan 产生和顶夸克对产生都被计算到了 NNLO 精度。在顶夸克质量无穷极限下的胶子融合产生希格斯玻色子过程被计算到了 N³LO 精度。

2.1.3 DGLAP 演化方程

PDFs 依赖于两个变量: 比约肯变量 x , 这在 LO 下可以被定义为考虑的部分子携带的动量分支比; 和标度 Q^2 , 这在 DIS 中对应于交换的虚的规范玻色子。尽管 PDFs 对 x 的依赖是被非微扰动力学决定的, 但对于 Q^2 却不然。在通过 PDF 重定义的方法来正规化部分子散射截面的高阶初态共线发散时, 会引入 PDFs 对 Q^2 的依赖。这样的奇异性来源于全局的长程 QCD 动力学, 并因此是过程独立的。

PDFs 对于 Q^2 的依赖可以用 QCD 微扰论计算到任意阶。这个依赖性被一系列方程决定, 也就是 Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi (DGLAP) 演化方程。它的一般形式为

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} f_{i/h}(x, \mu, \mu^2) = \sum_{j=f, \bar{f}, G} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{ij} \left(\frac{x}{\xi}, \alpha_s(\mu^2) \right) f_{j/h}(\xi, \mu, \mu^2). \quad (2.21)$$

我们选择了 $\mu = \mu_F$ 。演化核 $P_{ij}(x)$ 可以用微扰论计算 $(\alpha_s/2\pi)P_{ij}^{(1)}$, 这些 Altarelli–Parisi 劈裂函数依赖于初态和末态部分子, LO 下他们的形式为

$$\begin{aligned} P_{qq}^{(1)}(x) &= C_2(F) \left[(1+x^2) \left(\frac{1}{1-x} \right)_+ + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right], \\ P_{qg}^{(1)}(x) &= T(F) [(1-x)^2 + x^2], \\ P_{gq}^{(1)}(x) &= C_2(F) \frac{(1-x)^2 + 1}{x}, \\ P_{gg}^{(1)}(x) &= 2C_2(A) \left[\frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right] \\ &\quad + \left(\frac{11}{6} C_2(A) - \frac{2}{3} T(F) n_f \right) \delta(1-x), \end{aligned} \quad (2.22)$$

劈裂函数的系数和 QCD 色因子有关, 对于 $N_c = 3$ 有 $C_2(F) = 4/3$ 、 $T(F) =$

$1/2$ 及 $C_2(A) = 3$ 。值得一提的是 P_{gg} 和 P_{qg} 在 $x = 0$ 处有着奇异性，这意味着在 x 较小的区域处胶子和海夸克快速增长。有些劈裂函数在 $x = 1$ 处有奇异性，这可以抵消虚修正的发散并通过 Plus 函数正规化：

$$\int_0^1 dx f(x) \left[\frac{1}{1-x} \right]_+ \equiv \int_0^1 dx (f(x) - f(1)) \left[\frac{1}{1-x} \right]. \quad (2.23)$$

式 (2.21) 右边的积分下限是 x ，这是因为 x 较小时的数据很难在正常能量下获取。

如果我们使用特定的 PDFs 的线性组合，DGLAP 演化方程的结构可以被显著简化。在粲夸克阈值以下，即只有 $n_f = 3$ 夸克味时。以下的组合中

$$\begin{aligned} \Sigma(x, Q^2) &\equiv \sum_{i=1}^{n_f} (q_i + \bar{q}_i)(x, Q^2), \\ T_3(x, Q^2) &\equiv (u + \bar{u} - d - \bar{d})(x, Q^2), \\ T_8(x, Q^2) &\equiv (u + \bar{u} + d + \bar{d} - 2(s + \bar{s}))(x, Q^2), \\ V(x, Q^2) &\equiv \sum_{i=1}^{n_f} (q_i - \bar{q}_i)(x, Q^2), \\ V_3(x, Q^2) &\equiv (u - \bar{u} - d + \bar{d})(x, Q^2), \\ V_8(x, Q^2) &\equiv (u - \bar{u} + d - \bar{d} - 2(s - \bar{s}))(x, Q^2), \end{aligned} \quad (2.24)$$

除 Σ 外都使用它们自己特定的劈裂函数独自进行演化。由于 $g \rightarrow q\bar{q}$ 劈裂函数仅产生一个整体的 $q + \bar{q}$ ，因此只有单重态的 PDF 演化才与胶子严格耦合。

演化与我们选择的重整化标度和因子化标度相关，而初始的因子化标度是自由选取的。对于 DIS 来说，一个自然的选择就是 $\mu_F = \mu = Q$ 。这也意味着 $C_c^{(Vi)}$ 和 $\phi_{i/h}$ 是关于 $\alpha_s(Q^2)$ 的函数。在此标度选择下，部分子分布函数的演化足以演化完整的结构函数。

2.2 Dipole 减除方案

pQCD 计算散射截面的方法基于部分子模型的物理图像。在此背景下，任何硬散射过程 (大转移量 Q) 的截面可以写成结构和分支函数与硬过程因子的卷积。正如上一节所述，前者是非微扰且普适的。后者主要受 Q 阶

动量区域主导, 在 $Q \gg \Lambda$ (Λ 是 QCD 能标) 时可基于跑动耦合常数 $\alpha_s(Q) \sim (\beta_0 \ln Q^2/\Lambda^2)^{-1}$ 微扰计算。通过 $\alpha_s(Q) = \alpha_s^{(0)} [1 + K(Q) \alpha_s(Q) + \dots]$, ($\alpha_s^{(0)}$ 是固定动量标度下的值) 级数展开, QCD 耦合常数的跑动可被包含在高阶修正里。任何清晰的 pQCD 预言都需要 NLO 的计算和耦合常数及结构函数在 NLO 下的定义。

在处理高阶 QCD 散射截面时, 需要考虑实发射贡献和虚的圈图贡献及处理不同类型的发散。传统的紫外发散 (UV) 一般可通过重整化的方法移除。软发散和共线发散同时出现在实修正与虚修正里。为了处理这些发散, 我们需要定义一个红外与共线安全可观测量来排除末态的软共线粒子影响, 也就是喷注。对于喷注来说, 对末态的软和共线求和可以抵消软发散。剩余的共线发散可以被吸收进 PDFs。

一般而言计算 NLO 修正的方案有两种: 一种基于相空间切片, 另外一种基于减除方法。这些算法与标准的解析算法区别是仅贡献于发散的部分是解析计算的。数值方法使得我们可以用直方图对任何观测量进行计算, 而不必单独的解析计算每个观测量。此外, 这也使得我们可以引入不同的实验条件与截断。下面我们将给出本文工作所依赖的 CS Dipole 减除方案及其详细公式^[32]。

2.2.1 有质量部分子减除方法

在 NLO 精度下, 截面可以写为如下形式

$$\sigma = \sigma^{\text{LO}} + \sigma^{\text{NLO}}, \quad (2.25)$$

这里 LO 部分贡献来自对散射截面在 m 个末态粒子相空间和入射部分子的比约肯量 x 上积分。简略的可以写为

$$\sigma^{\text{LO}} = \int_m d^{(4)}\Phi^{(m)} |M_m|^2 F_J^{(m)},$$

这里的 $d^{(4)}\Phi^{(m)}$ 表示四维表示下 m 个粒子的相空间元。 M_m 是所计算过程的矩阵元。 $F_J^{(m)}$ 是定义喷注的关于截断的函数。

NLO 的两部分贡献都会增加 α_s 的阶数。分别是含额外部分子的实修正与虚修正。它们在四维下分别发散, 根据 (Kinoshita, Lee and Nauenberg)

KLN 定理，它们的总和仍是有限的。我们使用维数正规化在 $d = 4 - 2\varepsilon$ 维数下将发散提取为 $1/\varepsilon^2$ 与 $1/\varepsilon$ 的形式。通过构造减除项我们可以将 NLO 截面展开成减除的实修正与减除项和虚修正贡献。而前者可以在四维下积分，于是有以下公式

$$\begin{aligned}
\sigma^{\text{NLO}} &= \int_{m+1} d^{(d)}\sigma^{\text{R}} - \int_{m+1} d^{(d)}\sigma^{\text{A}} + \int_{m+1} d^{(d)}\sigma^{\text{A}} + \int_m d^{(d)}\sigma^{\text{V}} \\
&= \int_{m+1} \left[d^{(4)}\sigma^{\text{R}} - d^{(4)}\sigma^{\text{A}} \right] + \int_{m+1} d^{(d)}\sigma^{\text{A}} + \int_m d^{(d)}\sigma^{\text{V}} \\
&= \int_{m+1} \left[d^{(4)}\sigma^{\text{R}} - d^{(4)}\sigma^{\text{A}} \right] + \int_m \left[\int_{\text{loop}} d^{(d)}\sigma^{\text{V}} + \int_1 d^{(d)}\sigma^{\text{A}} \right]_{\varepsilon=0}.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

对于有质量 M 的重 QCD 部分子，当 Q 远大于 M 时，实修正积分后有这样的贡献

$$\begin{aligned}
\int_{m+1} d\sigma^{\text{R}}(M) &\rightarrow \int_0^{Q^2} d_{\perp}^2(\mathbf{q}_{\perp}^2)^{-\varepsilon} \frac{1}{\mathbf{q}_{\perp}^2 + M^2} \widetilde{Q \gg M} \ln \frac{Q^2}{M^2} + \mathcal{O}(\varepsilon) \\
&\rightarrow \int_0^{Q^2} d\mathbf{q}_{\perp}^2 (\mathbf{q}_{\perp}^2)^{-\varepsilon} \frac{M^2}{[\mathbf{q}_{\perp}^2 + M^2]^2} \widetilde{Q \gg M} M^2 \frac{1}{M^2} + \mathcal{O}(\varepsilon),
\end{aligned} \tag{2.27}$$

此处 \mathbf{q}_{\perp} 表示质量为 M 的部分子的横向动量。这里第一式在 Q 远大于 M 时，数值上会有两个大数相减导致的数值不稳定性。而第二式虽然没有这个问题，但是积分时无法使用常规的蒙卡积分，需要采用重要性抽样法。当然我们主要关注点是它的积分变化幅度对于不同的 M 有不同的表现： $M = \mathcal{O}(Q)$ 时是有限的，而 $M/Q \rightarrow 0$ 时是发散的。为了避免这样的数值问题，我们引入以下的辅助截面

$$\begin{aligned}
&\lim_{M \rightarrow 0} \int_{m+1} \left[(d\sigma^{\text{R}}(M))_{\varepsilon=0} - (d\sigma^{\text{A}}(M))_{\varepsilon=0} \right] \\
&= \int_{m+1} \left[(d\sigma^{\text{R}}(M=0))_{\varepsilon=0} - (d\sigma^{\text{A}}(M=0))_{\varepsilon=0} \right],
\end{aligned} \tag{2.28}$$

这里的 $M/Q \rightarrow 0$ 与 $(m+1)$ 部分子积分的对易保证了不出现式 (2.27) 里的第二种积分类型。

Dipole 方案的关键点在于构造过程独立的减除项 $d\sigma^{\text{A}}$ 。它使用 m 部分子树图振幅并在所有可能的发射者与旁观者部分子间插入一个部分子。这

里有如下的因子化形式

$$d\sigma^A = \sum_{\text{dipoles}} d\sigma^B \otimes dV_{\text{dipole}}. \quad (2.29)$$

dV_{dipole} 代表了发射者的两体衰变，卷积中包含了色与自旋信息。对于从 $(m+1)$ 体到 m 体子空间的映射，我们可以符号性的写为

$$\int_{m+1} d^{(d)}\sigma^A = \sum_{\text{dipoles}} \int_m d^{(4)}\sigma^B \otimes \int_1 d^{(d)}V_{\text{dipole}} = \int_m [d^{(4)}\sigma^B \otimes I], \quad (2.30)$$

$$I = \sum_{\text{dipoles}} \int_1 d^{(d)}V_{\text{dipole}}. \quad (2.31)$$

以上考虑的都是点状粒子散射，对于强子初态，我们有以下形式：

$$\sigma(p, p') = \sum \int_0^1 d\eta f_a(\eta, \mu_F^2) \int_0^1 d\eta' f_b(\eta', \mu_F^2) [\sigma_{ab}^{\text{NLO}}(\eta p, \eta' p', \mu_F^2)], \quad (2.32)$$

$$\sigma_{ab}^{\text{NLO}}(p_a, p_b, \mu_F^2) = \int_{m+1} d^{(d)}\sigma_{ab}^R + \int_m d^{(d)}\sigma_{ab}^V + \int_m d^{(d)}\sigma_{ab}^C(p_a, p_b, \mu_F^2). \quad (2.33)$$

通过增加共线减除项 $d\sigma_{ab}^C$ ，这里来自于重定义 PDFs 的高阶修正也被加了进来。这一项包含 $1/\epsilon$ 的发散

$$d^{(d)}\sigma_{ab}^C(p_a, p_b, \mu_F^2) = -\frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \sum_{c,d} \int_0^1 dz \int_0^1 d\bar{z} \left\{ d^{(4)}\sigma_{cd}^B(zp_a, \bar{z}p_b) \right. \\ \left. \left[\delta_{bd} \delta(1-\bar{z}) \left(-\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\epsilon P_{ac}(z) + K_{ac}^{\text{F.S.}}(z) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_{ac} \delta(1-z) \left(-\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\epsilon P_{bd}(\bar{z}) + K_{bd}^{\text{F.S.}}(\bar{z}) \right) \right] \right\}. \quad (2.34)$$

共线减除项是因子化能标与方案依赖的，这里的 $K^{\text{F.S.}}$ 就含有这些信息，但是对于 \overline{MS} 方案而言此值为零。对于整个散射截面而言，这个依赖性会被抵消因此是方案独立的。

我们将振幅写为如下形式

$$M^{\{c_i, s_i; c_a, s_a\}}(\{p_i; p_a\}) \equiv \left(\prod_b \sqrt{n_c(b)} \right) (\langle \{c_i; c_a\} | \otimes \langle \{s_i; s_a\} | | \{i; a\} \rangle). \quad (2.35)$$

初态的部分子标记为 $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots)$ ，末态部分子标记为 $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \dots)$ 。 $i; a$ 表示所有部分子，对于不需要区分的情况，我们则使用 I, J 。颜色指标与自旋指标为 (\mathbf{c}, \mathbf{s}) 。前面的系数来源于每个初态部分子 \mathbf{b} 都携带一个 $n_c(b)$ 自由度。对于部分子 \mathbf{i} 和 \mathbf{a} 发射的胶子，我们将其色荷标记为 T_i 或 T_a 。对一个末态部分子 \mathbf{i} 而言色空间的作用是

$$\langle c_1, \dots, c_i, \dots, c_m | T_i^n | b_1, \dots, b_i, \dots, b_m \rangle = \delta_{c_1 b_1} \dots T_{c_i b_i}^n \dots \delta_{c_m b_m}. \quad (2.36)$$

基于这套标记，我们可以将 m 部分子末态色关联树图振幅平方写为

$$\begin{aligned} |M_m^{j,k}|^2 &\equiv \left(\prod_b n_c(b) \right)_m \langle \{i, a\} | T_j \cdot T_k | \{i, a\} \rangle_m \\ &= [M_m^{a_1 \dots b_j \dots b_k \dots a_m}(\{p_i; p_a\})]^* T_{b_j a_j}^n T_{b_k a_k}^n M_m^{a_1 \dots a_j \dots a_k \dots a_m}(\{p_i; p_a\}), \end{aligned} \quad (2.37)$$

这里当 $i \neq j$ 时 $T_i \cdot T_j = T_j \cdot T_i$; $T_i^2 = C_i$ 。 $C_F = (N_c^2 - 1) / (2N_c)$, $C_A = N_c$ 。

我们在 $d = 4 - 2\varepsilon$ 维时空中使用维数正规化来正规 IR 和 UV 发散。 d 维下 m 个粒子相空间写为

$$d\phi_m(p_1, \dots, p_m; P) = \left[\prod_{i=1}^m \frac{d^d p_i}{(2\pi)^{d-1}} \delta_+(p_i^2 - m_i^2) \right] (2\pi)^d \delta^{(d)}(p_1 + \dots + p_m - P). \quad (2.38)$$

整体的结果是对重整化方案独立的。我们一般对 QCD 耦合常数采取 \overline{MS} 方案，对于质量和场采取在壳重整化方案。

2.2.2 Dipole 减除函数

我们首先考虑 QCD 矩阵元的软极限，当部分子 j 的动量 p_j 是软时： $p_j^\mu = \lambda q^\mu$ 且 $\lambda \rightarrow 0$ ，使用下式

$$\frac{p_i p_k}{(p_i q)(p_k q)} = \frac{p_i p_k}{(p_i q)[(p_i + p_k)q]} + \frac{p_i p_k}{[(p_i + p_k)q](p_k q)}, \quad (2.39)$$

那么软极限下原奇异振幅可以写为 I-K 对的形式

$$\begin{aligned} & {}_{m+1,a...} \langle \dots, j, \dots; a, \dots \parallel \dots, j, \dots; a, \dots \rangle_{m+1,a...} \xrightarrow{\lambda \rightarrow 0} - \frac{8\pi\mu^{2\varepsilon} \alpha_s}{\lambda^2} \\ & \times \sum_{l \neq j} \frac{1}{p_l q} \sum_{K \neq j, l} {}_{m,a...} \left\langle \dots; a, \dots \left| T_l \cdot T_K \left[\frac{p_l p_K}{(p_l + p_K)q} - \frac{m_i^2}{2p_l q} \right] \right| \dots; a, \dots \right\rangle_{m,a...}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

对于部分子劈裂过程 $\tilde{i}j \rightarrow i + j$ ，它们的质量满足 $m_{ij} \leq m_i + m_j$ 。这个约束也使得它不会在壳衰变。根据部分子动量的 Sudakov 参数化，可得

$$\begin{aligned} p_i^\mu &= z p^\mu + k_\perp^\mu - \frac{k_\perp^2 + z^2 m_{ij}^2 - m_i^2}{z} \frac{n^\mu}{2pn}, \\ p_j^\mu &= (1-z) p^\mu - k_\perp^\mu - \frac{k_\perp^2 + (1-z)^2 m_{ij}^2 - m_j^2}{1-z} \frac{n^\mu}{2pn}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

这里 p^μ 是一个指向共线方向的类时部分子， n^μ 是一个类光的矢量。而 k_\perp 是与这两者都垂直的动量部分。末态部分子的不变质量则为

$$(p_i + p_j)^2 = -\frac{k_\perp^2}{z(1-z)} + \frac{m_i^2}{z} + \frac{m_j^2}{1-z}. \quad (2.42)$$

当 k_\perp 与 m 一个量级且很小时，就属于准共线区域。可以用 $k_\perp \rightarrow \lambda k_\perp$ 在 λ 趋于 0 的极限来表示准共线区域。如此我们可以得到忽略小于二次 λ 贡献的矩阵元模方

$$\begin{aligned} & {}_{m+1,a...} \langle \dots, j, \dots; a, \dots \parallel \dots, i, j, \dots; a, \dots \rangle_{m+1,a...} \xrightarrow{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{\lambda^2} \frac{8\pi\mu^{2\varepsilon} \alpha_s}{(p_i + p_j)^2 - m_{ij}^2} \\ & \times {}_{m,a...} \left\langle \dots, \tilde{i}j, \dots; a, \dots \left| \hat{P}_{\tilde{i}j,i}(z, k_\perp, \{m\}; \varepsilon) \right| \dots, \tilde{i}j, \dots; a, \dots \right\rangle_{m,a...}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

这里的 m 体部分子矩阵元是用 $(m+1)$ 矩阵元里的 $\tilde{i}j$ 代替 ij 得到的。 $\hat{P}_{\tilde{i}j,i}(z, k_\perp, \{m\}; \varepsilon)$ 是 Altarelli-Parisi 劈裂函数从共线到准共线的推广，在之前它依赖于横向动量，动量分支 z 与部分子对的螺旋度。而推广后的函数增加了对劈裂过程涉及的部分子质量依赖 m 。具体函数形式见附录 A。

如若末态无质量部分子与初态无质量部分子共线，矩阵元 $M_{m+1,a\dots}$ 也会出现发散。这一劈裂过程 $a \rightarrow \tilde{a}i + i$ 中由于入射部分子无质量，因此三个部分子均无质量。于是我们可以使用下式中 $k_{\perp} \rightarrow 0$ 时作为共线极限

$$p_i^{\mu} = (1-x)p_a^{\mu} + k_{\perp}^{\mu} - \frac{k_{\perp}^2}{1-x} \frac{n^{\mu}}{2p_a n}, \quad p_a p_i = -\frac{k_{\perp}^2}{2(1-x)}, \quad (2.44)$$

而对应的 $|M_{m+1}|^2$ 就变为

$$\begin{aligned} & {}_{m+1,a\dots} \langle \dots, i, \dots; a, \dots \parallel \dots, i, \dots; a, \dots \rangle_{m+1,a\dots}^{\widetilde{k}_{\perp} \rightarrow 0} \\ & \frac{4\pi\mu^{2\varepsilon} \alpha_s}{x(p_a p_i)} {}_{m,\tilde{a}i\dots} \langle \dots; \tilde{a}i, \dots \mid \hat{P}_{a,\tilde{a}i}(x, k_{\perp}; \varepsilon) \mid \dots; \tilde{a}i, \dots \rangle_{m,\tilde{a}i\dots}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

这里入射部分子 $\tilde{a}i$ 是通过将部分子 a 与 i 对进行替换得到。它具有动量 $x p_a$ ($0 < x < 1$)。

以上我们形式化地完成了对软发散和共线发散的因子化分解。实际计算中使用的是以下形式的 Dipole 函数

$$\mathcal{D}_{ij,k} = {}_m \langle 1, \dots, \tilde{i}j, \dots, \tilde{k}, \dots, m \parallel 1, \dots, \tilde{i}j, \dots, \tilde{k}, \dots, m \rangle_m \otimes \mathbf{V}_{ij,k}. \quad (2.46)$$

这里的矩阵元是没有奇异的，算符 $\mathbf{V}_{ij,k}$ 描绘了部分子对 (ij) 的劈裂，这里劈裂的部分子(发射者)和旁观者部分子都可以是初态或末态粒子。因此区分出四种 Dipole 函数，对于一般初态两个部分子的过程我们可以写成如下分解形式

$$d\sigma^A = \left[\sum_{k \neq i \neq j} \mathcal{D}_{ij,k} + \left\{ \sum_{i \neq j} \mathcal{D}_{ij}^a + \sum_{k \neq i} \mathcal{D}_k^{ai} + \sum_i \mathcal{D}^{ai,b} + (a \leftrightarrow b) \right\} \right] d\Phi^{(m+1)}. \quad (2.47)$$

第一行两个图分别对应了末态发射者 (ij) 与初态 (a) 或末态 (k) 旁观者的情况。后两个图对应了初态发射者 (ai) 与末态 (j) 或初态 (b) 旁观者的情况。接下来我们首先给出末态发射者 (ij) 与末态 (k) 旁观者的 Dipole 函数。

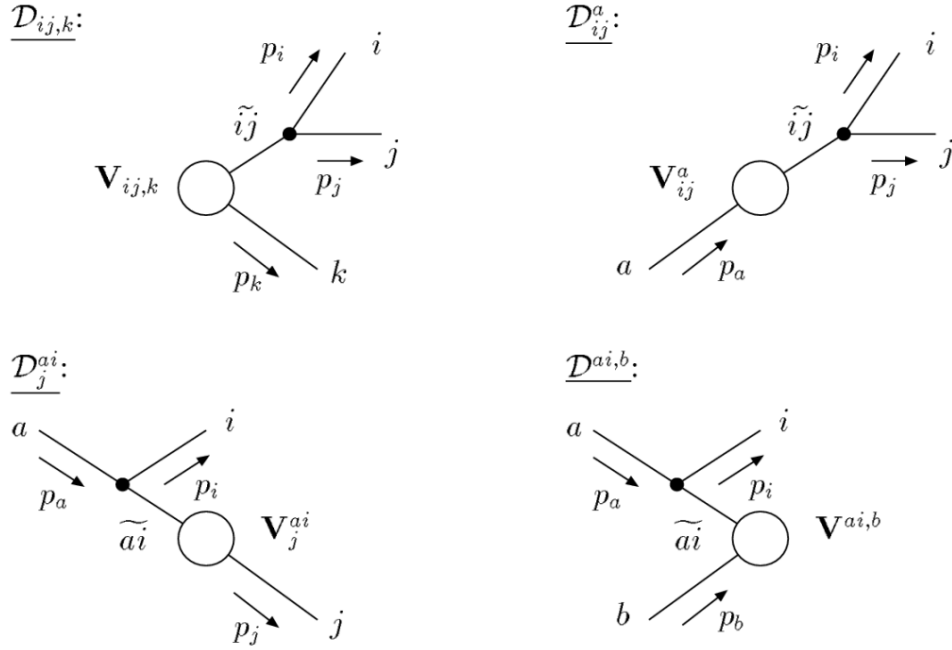


图 2-3 Dipole 函数的分类

Fig. 2-3 Diagrams for the different emitter-spectator cases.

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{D}_{ij,k}(p_1, \dots, p_{m+1}) \\
 &= -\frac{1}{2p_i \cdot p_j} \cdot \left\langle 1, \dots, \tilde{i}j, \dots, \tilde{k}, \dots, m+1 \left| \frac{\mathbf{T}_k \cdot \mathbf{T}_{ij}}{\mathbf{T}_{ij}^2} \mathbf{V}_{ij,k} \right| 1, \dots, ij, \dots, \tilde{k}, \dots, m+1 \right\rangle_m. \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

末态的 ij 与 k 都有任意质量且三者之和为 Q 。 m 体部分子矩阵元是通过替换 ij 对部分子为 $\tilde{i}j$ 得到的，这里旁观者 k 的动量也被改变了。我们定义发射者与旁观者的动量以保证在壳条件与动量守恒

$$\tilde{p}_{ij}^2 = m_{ij}^2, \quad \tilde{p}_k^2 = m_k^2, \quad Q^\mu = \tilde{p}_{ij}^\mu + \tilde{p}_k^\mu. \quad (2.49)$$

相对速度可以写为基于 $(\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz)$ 的形式

$$v_{p,q} = \frac{\sqrt{\lambda((p+q)^2, p^2, q^2)}}{(p+q)^2 - p^2 - q^2}, \tilde{v}_{ij,k} = \frac{\sqrt{\lambda(1, \mu_{ij}^2, \mu_k^2)}}{1 - \mu_{ij}^2 - \mu_k^2}. \quad (2.50)$$

我们定义动量 $\tilde{p}_{i,j}, \tilde{p}_k$ 为如下形式

$$\tilde{p}_k^\mu = \frac{\sqrt{\lambda(Q^2, m_{ij}^2, m_k^2)}}{\sqrt{\lambda(Q^2, (p_i + p_j)^2, m_k^2)}} \left(p_k^\mu - \frac{Q p_k}{Q^2} Q^\mu \right) + \frac{Q^2 + m_k^2 - m_{ij}^2}{2Q^2} Q^\mu, \quad (2.51)$$

$$\tilde{p}_{ij}^\mu = Q^\mu - \tilde{p}_k^\mu.$$

对于三体相空间 $d\phi(p_i, p_j, p_k; Q)$ 分解为两体 $d\phi(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k; Q)$ 与单体相空间因子 $[dp_i(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k)]$

$$d\phi(p_i, p_j, p_k; Q) = d\phi(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k; Q) [dp_i(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k)] \Theta(1 - \mu_i - \mu_j - \mu_k), \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \int [dp_i(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k)] &= \frac{1}{4} (2\pi)^{-3+2\epsilon} (Q^2)^{1-\epsilon} (1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2)^{2-2\epsilon} [\lambda(1, \mu_{ij}^2, \mu_k^2)]^{-\frac{1+2\epsilon}{2}} \\ &\times \int d^{d-3} \Omega \\ &\times \int_{y_-}^{y_+} dy_{ij,k} (1 - y_{ij,k})^{1-2\epsilon} [\mu_i^2 + \mu_j^2 + (1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2) y_{ij,k}]^{-\epsilon} \\ &\times \int_{z_-(y_{ij,k})}^{z_+(y_{ij,k})} dz_i [z_+(y_{ij,k}) - \tilde{z}_i]^{-\epsilon} [\tilde{z}_i - z_-(y_{ij,k})]^{-\epsilon}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

式中各个变量定义与积分界限为

$$\tilde{z}_i = 1 - \tilde{z}_j = \frac{p_i p_k}{p_i p_k + p_j p_k}, \quad y_{ij,k} = \frac{p_i p_j}{p_i p_j + p_i p_k + p_j p_k}, \quad (2.54)$$

$$y_- = \frac{2\mu_i \mu_j}{1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2}, \quad y_+ = 1 - \frac{2\mu_k (1 - \mu_k)}{1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2}, \quad (2.55)$$

$$z_\pm(y_{ij,k}) = \frac{2\mu_i^2 + (1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2) y_{ij,k}}{2[\mu_i^2 + \mu_j^2 + (1 - \mu_i^2 - \mu_j^2 - \mu_k^2) y_{ij,k}]} (1 \pm v_{ij,i} v_{ij,k}). \quad (2.56)$$

$$\int d^{d-3}\Omega = \frac{2\pi}{\pi^\varepsilon \Gamma(1-\varepsilon)}. \quad (2.57)$$

对于 $\mathbf{V}_{ij,k}$ 我们分三种情况

$$\begin{aligned} Q \rightarrow g(p_i) + Q(p_j) : \quad m_i = 0 ; m_j = m_{ij} = m_Q, \\ g \rightarrow Q(p_i) + \bar{Q}(p_j) : \quad m_i = m_j = m_Q ; m_{ij} = 0, \\ g \rightarrow g(p_i) + g(p_j) : \quad m_i = m_j = m_{ij} = 0. \end{aligned}$$

我们下一步可以得到 Dipole 函数，及自旋平均函数 $\langle \mathbf{V}_{ij,k} \rangle$ 。这里的 Dipole 函数是与劈裂函数相关的矩阵，它在部分子对 (ij) 的螺旋度空间是非对角的。

通过定义如下变量

$$\tilde{z}_i^{(m)} = \tilde{z}_i - \frac{1}{2}(1 - v_{ij,k}), \quad \tilde{z}_j^{(m)} = \tilde{z}_j - \frac{1}{2}(1 - v_{ij,k}). \quad (2.58)$$

可以得到 $\langle s | \mathbf{V}_{gQ,k} | s' \rangle$ 等自旋平均的 Dipole 函数。

对 Dipole 因子在相空间积分后，我们将其表示为 $I_{ij,k}(\varepsilon)$ 的形式

$$\int [dp_i(\tilde{p}_{ij}, \tilde{p}_k)] \frac{1}{(p_i + p_j)^2 - m_{ij}^2} \langle \mathbf{V}_{ij,k} \rangle \equiv \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\varepsilon)} \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\varepsilon I_{ij,k}(\varepsilon), \quad (2.59)$$

进一步将其分解为包含软的部分 $I^{\text{eik}}(\varepsilon)$ ，与共线的部分 $I_{ij,k}^{\text{coll}}(\varepsilon)$ ：

$$\begin{aligned} I_{gQ,k}(\mu_Q, \mu_k; \varepsilon) &= C_F [2I^{\text{eik}}(\mu_Q, \mu_k; \varepsilon) + I_{gQ,k}^{\text{coll}}(\mu_Q, \mu_k; \varepsilon)], \\ I_{Q\bar{Q},k}(\mu_Q, \mu_k; \varepsilon) &= T_R I_{Q\bar{Q},k}^{\text{coll}}(\mu_Q, \mu_k; \varepsilon), \\ I_{gg,k}(\mu_k; \varepsilon) &= 2C_A [2I^{\text{eik}}(0, \mu_k; \varepsilon) + I_{gg,k}^{\text{coll}}(\mu_k; \varepsilon)]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

最终形式对于 ε 展开我们可以得到计算所需的积分 Dipole 项 $I_+^{\text{eik}}(\mu_j, \mu_k; \varepsilon)$ 等。其它几种 Dipole 函数构型可见文献^[32]。

2.2.3 DIS 下的应用

我们可将 DIS 过程的 NLO 截面写为以下形式

$$\begin{aligned} \sigma_{ab}^{\text{NLO}}(p_a, p_b; \mu_F^2) &= \sigma_{ab}^{\text{NLO}\{m+1\}}(p_a, p_b) + \sigma_{ab}^{\text{NLO}\{m\}}(p_a, p_b) \\ &+ \int_0^1 dx \left[\hat{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}\{m\}}(x; xp_a, p_b, \mu_F^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

其中第一项是 (m+1) 体部分子实修正与被减除的贡献，可以展开为

$$\sigma_{ab}^{\text{NLO}\{m+1\}}(p_a, p_b) = \int_{m+1} \left[\left(d\sigma_{ab}^{\text{R}}(p_a, p_b) \right)_{\varepsilon=0} - \left(\sum_{\text{dipoles}} d\sigma_{ab}^{\text{B}}(p_a, p_b) \otimes dV_{\text{dipole}} \right)_{\varepsilon=0} \right]. \quad (2.62)$$

第二项是虚修正与减除项贡献，写为

$$\sigma_{ab}^{\text{NLO}\{m\}}(p_a, p_b) = \int_m \left[d\sigma_{ab}^{\text{V}}(p_a, p_b) + d\sigma_{ab}^{\text{B}}(p_a, p_b) \otimes I \right]_{\varepsilon=0}. \quad (2.63)$$

第三项是初态部分子的贡献，与携带动量分支比 x 有关。写为

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx \hat{\sigma}_{ab}^{\text{NLO}\{m\}}(x; xp_a, p_b, \mu_F^2) &= \sum_{a'} \int_0^1 dx \int_m \left[d\sigma_{a'b}^{\text{B}}(xp_a, p_b) \otimes (K+P)^{a,a'}(x) \right]_{\varepsilon=0} \\ &= \sum_{a'} \int_0^1 dx \int d\Phi^{(m)}(xp_a, p_b) F_J^{(m)}(\{p_i\}; xp_a, p_b) \\ &\quad \times_{m,a'b} \left\langle 1, \dots, m; xp_a, p_b \left| K^{a,a'}(x) + P^{a,a'}(x, \mu_F^2) \right| 1, \dots, m; xp_a, p_b \right\rangle_{m,a'b}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

首先我们看减除项 $d\sigma_a^{\text{A}}$ ，它由三种初末态构型的 Dipole 函数组合而成

$$d\sigma_a^{\text{A}}(p_a) = d\sigma_a^{\text{A}'}(p_a) + d\sigma_a^{\text{A}''}(p_a) + d\sigma_a^{\text{A}'''(p_a)}, \quad (2.65)$$

将这部分贡献加上共线减除抵消项一起考虑。对于最终两部分贡献 $\int_{m+1} d\sigma_a^{\text{A}}(p_a) + \int_m d\sigma_a^{\text{C}}(p_a)$ ，可以利用 LO 截面 $\int_m d\sigma_a^{\text{B}}(xp_a)$ 且将 LO 矩阵元模方

$$\frac{1}{n_s(a)} m, a \langle \dots; p_a \| \dots; p_a \rangle_{m,a}. \quad (2.66)$$

替换为

$$\sum_{a'} \frac{1}{n_s(a')} m, a' \left\langle \dots; xp_a \left| I^{a, a'}(x; \varepsilon) \right| \dots; xp_a \right\rangle_{m, a'}, \quad (2.67)$$

并对 x 积分得到。这里插入的算符 $I^{a, a'}(x; \varepsilon)$ 依赖于重整化因子化能标、色荷、质量与 QCD 部分子味数。将其展开为

$$\begin{aligned} I^{a, a'}(x; \varepsilon, \mu^2, \mu_F^2; \{p_i, m_i\}, p_a) &= \delta^{aa'} \delta(1-x) I_{m+a}(\varepsilon, \mu^2; \{p_i, m_i\}, p_a) \\ &+ P_m^{a, a'}(x; \mu_F^2; \{p_i\}, xp_a) + K_m^{a, a'}(x; \{p_i, m_i\}, p_a) + \mathcal{O}(\varepsilon). \end{aligned} \quad (2.68)$$

来自于 Dipole 积分项的三种贡献为下式

$$I_{m+a}(\varepsilon, \mu^2; \{p_i, m_i\}, p_a) = I_m(\varepsilon, \mu^2; \{p_i, m_i\}) + I_a(\varepsilon, \mu^2; \{p_i, m_i\}, p_a), \quad (2.69)$$

这里的具体形式与上一节所得积分项相关，分别对应了三种发射者-旁观者构型。最终奇异项结果是不依赖于 $\{m_F\}$ 和 κ 的。这一算符可以抵消虚修正里的发射。接下来我们将对因子化标度的依赖写进算符 $P_m^{a, a'}$ 中

$$P_m^{a, a'}(x; \mu_F^2; \{p_i\}, xp_a) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P^{aa'}(x) \frac{1}{T_{a'}^2} \sum_j T_j \cdot T_{a'} \ln \frac{\mu_F^2}{xs_{ja}}. \quad (2.70)$$

而算符 $K_m^{a, a'}$ 包含了剩下的部分，包括有限质量的修正和因子化方案的依赖。对于一般 $\overline{\text{MS}}$ 方案， $K_{\text{F.S.}}^{aa'}(x)$ 为 0。

$$\begin{aligned} K_m^{a, a'}(x; \{p_i, m_i\}, p_a) &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \bar{K}^{aa'}(x) - K_{\text{F.S.}}^{aa'}(x) - \sum_j T_j \cdot T_{a'} \mathcal{K}_j^{a, a'}(x; s_{ja}, m_j, \{m_F\}) \right. \\ &- \frac{1}{T_{a'}^2} \sum_j T_j \cdot T_{a'} \left[P_{\text{reg}}^{aa'}(x) \ln \frac{(1-x)s_{ja}}{(1-x)s_{ja} + m_j^2} + \gamma_a \delta^{aa'} \delta(1-x) \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left(\ln \frac{s_{ja} - 2m_j \sqrt{s_{ja} + m_j^2} + 2m_j^2}{s_{ja}} + \frac{2m_j}{\sqrt{s_{ja} + m_j^2} + m_j} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.71)$$

式中 $P_{\text{reg}}^{aa'}(x)$ 、 $P^{aa'}(x)$ 、 $\hat{P}^{lab}(x)$ 与 $\bar{K}^{aa'}(x)$ 的定义见附录 B。

2.3 本章小结

本章我们首先介绍了起源于 SLAC 的 DIS 实验，之后回顾了 QCD 部分子模型的发展。在 QCD 共线因子化框架下核子内的部分子会被量化为 PDFs。我们分别展示了在 DIS 和 Drell-Yan 过程下散射截面的因子化形式，这也使得我们可以通过全局分析提取 PDFs。随后我们进一步介绍了 PDFs 对 Q^2 依赖所遵循的 DGLAP 演化方程。基于因子化的思想。我们可以微扰的计算对撞机上过程的散射截面。我们介绍了用来处理次领头阶计算中的软发散与共线发散的 CS Dipole 减除方案。本章最后详细给出 Dipole 减除方案的计算方法及在 LHeC 上的应用。

第三章 顶夸克性质的研究

本章我们主要关注顶夸克性质的唯象研究。我们首先回顾了顶夸克质量的理论定义与测量结果。之后，本章结合了顶夸克有效场论阐述了如何将高能标新物理效应具象为与顶夸克相关的六维有效算符。

3.1 顶夸克质量

顶夸克的质量是标准模型里的基本参数。它既与电弱精细测量有关^[33]也约束了希格斯玻色子的质量。电弱真空位于稳定与亚稳定区域间边界的现象也依赖于希格斯和顶夸克质量^[34]。在关于宇宙寿命的预言中^[35]，不确定度也与顶夸克质量有关。

顶夸克质量是用实验数据与理论预言比对得到的。按照提取质量方法的不同，一般将其区分为两类：通常用“标准测量”指代那些基于直接重建顶夸克衰变产物的方法，如模板法、矩阵元法与 Ideogram 法；而“非传统测量”指代那些使用除了以上标准测量以外的方法，如总产生截面或微分分布的峰值/端点。

从理论角度来看，因为大多数顶夸克质量提取使用了 MC 簇射程序，通常将测得的量称为蒙卡质量。而另一方面，极点质量或 \overline{MS} 质量作为场论定义的质量在理论计算中被广泛采用。如何理解两者间的差异一直是前沿热点课题^[36]。

下面我们首先回顾顶夸克质量定义。之后陈述目前 LHC 上顶夸克质量测量方法。最后总结目前顶夸克质量测量结果。

3.1.1 顶夸克质量定义

在场论中顶夸克质量的定义与如何减除重整化的重夸克自能中的紫外发散有关^[37]。重夸克的重整化自能在一圈 QCD 下，使用维数正规化在 $d =$

$4 - \varepsilon$ 下表示为

$$\begin{aligned} \Sigma^R(m_R, p, \mu) = & \frac{iC_F\alpha_S}{4\pi} \left\{ \left[\frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi + A(m_R, p, \mu) \right] \not{p} \right. \\ & \left. - \left[4 \left(\frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi \right) + B(m_R, p, \mu) \right] m_R \right\} \\ & + i[(Z_2 - 1) \not{p} - (Z_2 Z_m - 1) m_R] + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} A(m_R, p, \mu) = & 2 \int_0^1 dx x \ln \left[\frac{\mu^2}{(1-x)(m_R^2 - xp^2)} \right] - 1. \\ B(m_R, p, \mu) = & 4 \int_0^1 dx \ln \left[\frac{\mu^2}{(1-x)(m_R^2 - xp^2)} \right] - 2. \end{aligned} \quad (3.2)$$

这里的 Z_2 和 Z_m 分别是波函数与质量重整化常数。 γ_E 是欧拉常数， μ 是重整化能标。A 与 B 是关于四动量 p 、重整化质量 m_R 的函数，不依赖于 ε 。裸的传播子 $S^0(p)$ 及重整化的传播子 $S^R(p, \mu)$ 为

$$S^0(p) = \frac{i}{\not{p} - m_0}, \quad S^R(p, \mu) = \frac{i}{\not{p} - m^R - i\Sigma^R(m_R, p, \mu)}. \quad (3.3)$$

我们一般所言的极点质量采用的是在壳 (on shell) 重整化方案。即自能在 $\not{p}^2 = m_{pole}^2$ 时为零，且其对 \not{p} 偏导在 $\not{p}^2 = m_{pole}^2$ 时为零

$$\Sigma^R \Big|_{\not{p}^2 = m_{pole}^2} = 0, \quad \frac{\partial \Sigma^R}{\partial \not{p}} \Big|_{\not{p}^2 = m_{pole}^2} = 0. \quad (3.4)$$

最小减除方案 $\overline{\text{MS}}$ 则是选取 Z 来仅减除 $\sim \frac{1}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi$ 这部分贡献。在壳重整化和 $\overline{\text{MS}}$ 重整化方案中 $S^R(p, \mu)$ 可以表示为极点质量与 $\overline{\text{MS}}$ 质量：

$$\begin{aligned} S_{\text{o.s.}}^R(p) & \simeq \frac{i}{\not{p} - m_{\text{pole}}}, \\ S_{\overline{\text{MS}}}^R(p, \mu) & \simeq \frac{i}{\not{p} - m_{\overline{\text{MS}}}(\mu) + \frac{C_F\alpha_S}{4\pi} [A(m_R, p, \mu) \not{p} - B(m_R, p, \mu) m_{\overline{\text{MS}}}(\mu)]}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

可以发现极点质量依然是传播子的极点，而 $m_{\overline{\text{MS}}}$ 依赖于重整化标度且远离极点。对于顶夸克而言这两者的关系被计算到了四圈，极点质量可以表示为

$m_{\overline{\text{MS}}}$ 及 α_s 的形式 ($m_{\overline{\text{MS}}}$ 为 $m_{\overline{\text{MS}}}(\mu) = \mu$ 时的值)^[38]:

$$\begin{aligned} m_{t,pole} &= m_{\overline{\text{MS}}} \left(1 + 0.4244\alpha_s + 0.8345\alpha_s^2 + 2.375\alpha_s^3 + (8.49 \pm 0.25)\alpha_s^4 \right) \\ &= 163.643 + 7.557 + 1.617 + 0.501 + (0.195 \pm 0.005)\text{GeV} \end{aligned} \quad (3.6)$$

这里 $\alpha_s \equiv \alpha_s^{(6)}(m_{\overline{\text{MS}}}) = 0.1088$ 。即便是四圈精度,最后一项依然有近 200MeV 贡献。而来源于非微扰的长程贡献的误差也在这一量级,正比于 Λ_{QCD} 。

对自能的高阶修正如用极点质量表示,会出现 IR Renormalon,也即微扰展开的系数阶乘型增长。 $\overline{\text{MS}}$ 方案的质量不受此影响,没有长程的不确定性,也被称为短程质量。然而与极点质量不同的是, $\overline{\text{MS}}$ 质量在顶夸克对近阈产生时在计算中不是一个合适的选择。因为它存在 $(\alpha_s/v)^k$ 形式的修正,而阈值极限时顶夸克速度 $v \rightarrow 0$ 。反之,对远离阈值的过程, $\overline{\text{MS}}$ 质量是一个恰当的方案。

在软共线有效场论 (SCET) 框架下,常用的是 MSR 质量定义。此方案 $m_t^{\text{MSR}}(R, \mu)$ 介于极点质量与 $\overline{\text{MS}}$ 质量之间。除了重整化标度之外,它还依赖于标度 R 。当 R 趋于 0 时, $m_t^{\text{MSR}}(R, \mu)$ 趋于极点质量。当 R 趋于 $\overline{\text{MS}}$ 质量时, $m_t^{\text{MSR}}(R, \mu)$ 与其趋于同样的结果。通过增加一个抵消项,MSR 质量可以与其它质量如极点质量联系起来

$$m_{t,pole} = m_t^{\text{MSR}}(R, \mu) + \delta m_t(R, \mu), \quad (3.7)$$

这里 $m_t^{\text{MSR}}(R, \mu)$ 对 μ 的依赖遵循重整化群方程。MSR 质量经常被用来联系测量的与定义的顶夸克质量。

正如之前讨论 $\overline{\text{MS}}$ 质量时所提到的,在顶夸克对产生的阈值处需要特定的质量方案,如在正负电子对撞机 $\sqrt{s} \simeq 2m_t$ 下产生 $t\bar{t}$ 的情况。阈值质量定义的一种是 1S 质量。它被定义为一种假设的 $t\bar{t}$ 束缚态构成的共振态 $^3S_1(n=1)$ 质量的一半^[39]:

$$m_{t,1S} = \frac{1}{2} \{m[^3S_1]\}, \quad (3.8)$$

1S 质量用极点质量表示为^[40]

$$m_t^{1S} = m_{t,pole} \left\{ 1 - [\Delta^{LL}] - [\Delta^{NLL}] - [\Delta_c^{NNLL} + \Delta_m^{NNLL}] \right\}. \quad (3.9)$$

这些 LL, NLL, NNLL 等项贡献可见文献^[40], 其中下标 c 表示来自于库伦势的贡献, 下标 m 来自于动能项贡献。

势减除 (PS) 质量则是用 $t\bar{t}$ 库伦势构建, 它将低于因子化标度 μ_F 的贡献减除掉, 也因此压低了 Renormalons^[41]:

$$m_{PS}(\mu_F) = m_{t,pole} - \frac{1}{2} \int_{|q| < \mu_F} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \tilde{V}(q). \quad (3.10)$$

这里的 $\tilde{V}(q)$ 是 $t\bar{t}$ 库伦势在动量空间的转换。PS 质量也是阈值质量的一种, 它适用于处理能量略大于 $2m_t$ 时的 $t\bar{t}$ 产生。PS 质量与极点质量的关系为^[42]

$$m_{PS}(\mu_F) = m_{t,pole} - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \mu_f^{PS} + \dots, \quad (3.11)$$

PS 质量与 \overline{MS} 质量 ($M \equiv m_{\overline{MS}}, \mu$ 取为 $m_{\overline{MS}}$) 关系为:

$$m_{PS}(\mu_f) = M \left\{ 1 + \frac{4\alpha_s(M)}{3\pi} \left[1 - \frac{\mu_f}{M} \right] + \left(\frac{\alpha_s(M)}{\pi} \right)^2 \left[K - \frac{\mu_f}{3M} \left(a_1 - b_0 \left[\ln \frac{\mu_f^2}{M^2} - 2 \right] \right) \right] + \dots \right\} \quad (3.12)$$

这里的具体参数定义见引文^[41]。

Renormalon 减除 (RS) 质量, 是将极点质量中的 Renormalon 贡献完全移除的质量方案。RS 质量与极点质量的关系为^[43]

$$m_{t,RS} = m_{t,pole} - \sum_{n=0}^{\infty} N_n \mu_F \alpha_s^{n+1}(\mu_F) \sum_{k=0}^{\infty} c_k \frac{\Gamma(n+1+b-k)}{\Gamma(1+b-k)}. \quad (3.13)$$

这里的系数 N_n 与 c_k 见引文^[43]。b 可以表示为 QCD β 函数: $b = \beta_1 / (2\beta_0^2)$ 。{PS, 1S, RS} 方案的顶夸克质量都已在文献^[38]中以四圈精度与 \overline{MS} 质量进行了转换。它们转换后的不确定度依次为 {23, 7, 11} MeV。

最后, 我们介绍一下动能质量^[44], 也被称为低能标跑动质量 (LS)。它

引入了动能截断能标，从而限制了胶子动量对夸克自能中夸克质量的贡献。它的定义为：

$$\begin{aligned} m_{t,\mu_f^{\text{kin}}}^{\text{kin}} &= m_{t,\text{pole}} - [\bar{\Lambda}(\mu_f^{\text{kin}})]_{\text{pert}} - \left[\frac{\mu_\pi^2(\mu_f^{\text{kin}})}{2m_{t,\text{pole}}} \right]_{\text{pert}} + \dots \\ &= m_{t,\text{pole}} - \frac{16}{9} \frac{\alpha_s}{\pi} \mu_f^{\text{kin}} + \dots, \end{aligned} \quad (3.14)$$

这里的 $[\bar{\Lambda}(\mu_f^{\text{kin}})]_{\text{pert}}$ 与 $[\mu_\pi^2(\mu_f^{\text{kin}})]_{\text{pert}}$ 是算符矩阵元的微扰计算（一般用于 B 介子衰变中的重夸克有效场论 HQET），目的是描述极点与 B 介子质量的差异。可见引文^[42]。

到此我们回顾了顶夸克质量的部分定义。正如之前所说， $\{PS, 1S, RS\}$ 质量方案都是阈值质量。它们与极点质量相比而言，没有 Renormalon 模糊性。我们这里简要讨论一下重整化的顶夸克自能中的 Renormalon 问题。

在极点质量定义下，对顶夸克重整化自能进行 QCD 高阶修正会出现以下形式的 α_s 级数展开：

$$\Sigma^R(m_{t,\text{pole}}, m_{t,\text{pole}}) \approx m_{t,\text{pole}} \sum_n \alpha_s^{n+1} (2b_0)^n n!. \quad (3.15)$$

这里的 b_0 是 $\overline{\text{MS}}$ 强耦合常数中第一个 β 函数系数。可以看到在 α_s^{n+1} 阶，系数以 $n!$ 阶乘形式增长。

当把 α_s 表示为 β 函数和 QCD 能标 Λ ，在将上式代入在壳传播子，我们会得到关于极点质量的修正： $\Delta m_{\text{pole}} \simeq \mathcal{O}(\Lambda)$ 。也就是 Renormalon 模糊性。这一性质正说明了夸克不是单独存在的，必须被禁闭在强子内部。而模糊性的起源可以用胶子自耦合来证明，对于轻子而言则不存在此不确定度。因此极点质量对于重夸克不是短程质量，我们需要视情况选择合适的方案。

对于阶乘形式的级数发散，一般使用 Borel 变换处理：

$$\Sigma^{R,(1)}(m_{t,\text{pole}}, m_{t,\text{pole}}) = c' m_{t,\text{pole}} \int_0^\infty dt \left[e^{-t/\alpha_s} \sum_{n=0}^\infty c_n \frac{t^n}{n!} \right]. \quad (3.16)$$

对于 $t\bar{t}$ 总截面来说， $\overline{\text{MS}}$ 是更好的质量方案，极点质量会带来 $\mathcal{O}(100\text{MeV})$ 的顶夸克质量模糊性。当使用大半径 R 的 b-喷注算法来重建顶夸克时，都

需要使用类似的短程质量方案。当使用窄宽度近似 (NWA) 时, 用轻子观测量重建的顶夸克质量在这两种方案下都会出现线性的 Renormalon。

3.1.2 顶夸克质量的测量方法

在强子对撞机上对顶夸克质量的测量方法分为标准测量和其它测量。标准测量是指直接重建顶夸克衰变产物的方法。此方法一般采用重建顶夸克的可观测量如 b -喷注与轻子的不变质量分布, 与蒙卡程序的预言进行比较进而提取其质量。而其它测量方法则并没有重建顶夸克, 此方法采用的观测量为总/微分截面或分布的峰值/端点等。

- 标准的顶夸克质量测量一般是指直接重建顶夸克衰变产物的方法, 包括样本法、矩阵元 (ME) 法与 Ideogram 法。对 ATLAS 和 CMS 实验而言, 测量结果按照双轻子、轻子 + 喷注、全强子三种模式分类。对于实验结果的统计误差与系统误差若按照正平方求和处理, 可得 CMS 在不同模式下的不确定度是: 对双轻子为 $0.73\text{GeV}^{[45]}$, 对轻子 + 喷注为 $0.62\text{GeV}^{[46]}$, 对全强子为 $0.61\text{GeV}^{[47]}$ 。ATLAS 的结果类似依次为: 对双轻子为 $0.84\text{GeV}^{[48]}$, 对轻子 + 喷注为 $0.91\text{GeV}^{[49]}$, 对全强子为 $0.73\text{GeV}^{[50]}$ 。顶夸克的标准质量测量结果一直是世界均值的重要输入。在对系统误差与统计误差平方求和后, 总计不确定度约为 $800\text{MeV}^{[51]}$ 。LHC 也发布了关于他们自己基于 7TeV 和 8TeV 数据的综合测量结果。对于 ATLAS^[52]和 CMS 各自的误差都在 500MeV 左右^[53], 因此顶夸克质量的整体误差精度约为 0.3% 。因为标准 m_t 测量都依赖于蒙卡产生子, 这样的结果一般被称为蒙卡质量。关于蒙卡质量是否能联系到合适的理论定义质量 (如极点质量) 引起了广泛争议与讨论。
- $t\bar{t}$ 总截面的计算已达到了 QCD 的 NNLO+NNLL 精度, 并被 ATLAS 与 CMS 用来测量顶夸克质量。因为理论上的计算使用了极点质量定义, 所以实验结果也是对极点质量的测量结果。总的来说, 这种方法得到的误差约为 $0.7\text{GeV}^{[54]}$, 要比用标准测量方法得到的结果大很多。不过在 LHC 未来的运行中, 统计精度的提高会降低此方法的误差。微分截面的理论预言也被计算到了 NNLO 的精度, 并被 D0 合作组用来提取顶夸克质量^[55]。这里依然使用了极点质量定义。

- $t\bar{t}j$ 截面也可以被用来测量顶夸克质量，并且比起 $t\bar{t}$ 的遍举截面它对 m_t 的灵敏度更高。这一方法被文献^[56]提出后被 ATLAS 组 (7 TeV 和 $5 fb^{-1}$)^[57]采用。 $t\bar{t}j$ 方法提取出的顶夸克质量误差略小于采用 $t\bar{t}$ 总截面方法的结果，但是依然远大于直接测量方法给出的误差。

以下其它提取 m_t 的测量方法都依赖于顶夸克衰变产物的运动学性质。由于它们测得结果需要与蒙卡预言进行对比，因此这些方法会导致质量带有接近总截面相对误差量级的不确定度。

- 顶夸克衰变产生的底夸克喷注能谱的峰值在 LO 下不依赖于从顶夸克静止系到实验室系的 Boost。CMS 合作组借助 8TeV 下的底夸克喷注能谱数据提取了顶夸克质量。最后得到的统计误差为 1.17GeV，系统误差为 2.66GeV^[58]。
- 底夸克喷注 + 轻子不变质量 ($m_{b\ell}$) 能谱被 CMS 用来提取顶夸克质量。它们的数据被用于和 Madgraph 预言对比，得出了与世界测量均值吻合的结果。最近，CMS 也通过观测量 $m_{b\ell\nu}$ 提取了顶夸克质量，这里额外考虑了由中微子导致的丢失横向动量。所得系统误差约为 900MeV，统计误差约为 180MeV^[59]。
- 对 m_t 敏感的分布的端点也可被用于顶夸克质量测量。如 $m_{b\ell}$ 分布的端点，及双轻子道中的 $b\bar{b}$ 与 $\ell^+\ell^-$ 不变质量分布。由于底夸克喷注可以直接通过实验数据校准，从而避免了源于色重连 (CR) 效应的蒙卡误差。端点法目前被认为是蒙卡误差最小的 m_t 方案。将中微子和 W 玻色子质量取在世界平均水平时，这个方法的统计误差为 900MeV，系统误差约为 2 GeV^[60]。
- 双轻子道下的轻子观测量可以被用来提取顶夸克质量。虽然这种方法不需要重建顶夸克，但是会带来关于强子化、产生机制、从顶夸克静止系到实验室系的 Boost 及高阶修正的不确定度。CMS 与 ATLAS 组^[61]分别在 8TeV 下完成了初步分析。ATLAS 给出的不确定度包括 0.9GeV 的统计误差、0.8GeV 的实验系统误差和 1.2 GeV 的理论系统误差^[61]。

- CMS 在文献^[62]中提出了一种新颖的测量顶夸克质量的方法，它仅使用了顶夸克带电衰变产物的运动学性质。此方法首先在选定的喷注中重建了次级顶点，之后计算次级顶点与一个孤立轻子形成的系统的不变质量。这一不变质量对 m_t 较为敏感，且对强子喷注的能量标度的依赖很小。由于仅使用带电粒子，所以它依赖于顶夸克衰变与底夸克强子化的模型。最终这一测量方法给出了 0.20 GeV 的统计误差和 $^{+1.58}_{-0.97}$ GeV 的系统误差^[62]。

3.1.3 测量结果与解读

图 3-1 展示了至 2018 年止 LHC 对顶夸克质量的测量结果总结^[37]，其中包括了世界平均测量结果和 ATLAS 与 CMS 的综合测量结果。

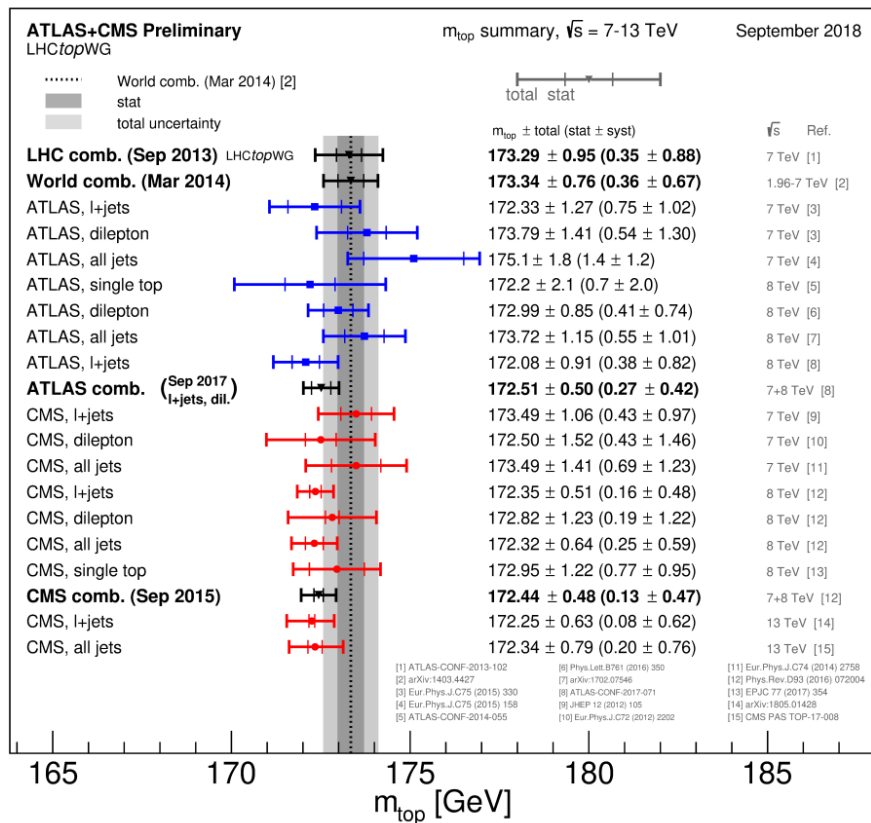


图 3-1 LHC 上顶夸克质量测量的总结^[37]。

Fig. 3-1 Summary of the top-mass analyses at the LHC^[37].

Particle Data Group 目前给出的顶夸克质量在直接测量方法下的平均值为 $172.76 \pm 0.30 \text{ GeV}^{[54]}$ 。顶夸克的极点质量与 $\overline{\text{MS}}$ 质量可以用理论计算的方法通过 $t\bar{t}$ 散射截面提取, $\overline{\text{MS}}$ 质量为 $162.5^{+2.1}_{-1.5} \text{ GeV}^{[54]}$ 。极点质量为 $172.4 \pm 0.7 \text{ GeV}^{[54]}$ 。

对于测量质量与理论定义质量间关系的解释, 目前存在两种主流的观点。一种看法是测得的质量不是场论定义质量, 而应看作蒙卡质量。已有许多工作^[63]沿着这个方向将蒙卡质量和极点质量联系起来。两者的差异位于几百 MeV 到一个 GeV 间^[64], 这与目前直接重建顶夸克质量得到的误差相近。

另外一方面, 有文献^[65]反对蒙卡质量这一定义。他们认为在给定条件下重建质量就是极点质量。按照这个观点, 目前我们不应再构建新的质量定义来解释测量结果, 而应致力于精确计算理论不确定度。此看法的出发点是, 顶夸克衰变产物的不变质量在窄宽度近似下就是顶夸克极点质量。显然有些效应如顶夸克的宽度、初态辐射的污染或色重连等, 在将提取质量定义为极点质量时会产生干扰。因此在此观点下这些效应被看作是来源于微扰或非微扰性质的不确定度^[65]。

虽然这些看法不尽相同, 但是都认同对于测得顶夸克质量与极点质量存在以下关系:

$$m_t = m_{t, \text{pole}} + \delta m_t \pm \Delta m_t, \quad (3.17)$$

这里 δm_t 是测得质量与极点质量的偏离, Δm_t 是不确定度。在不采用蒙卡质量的方案中 $\delta m_t \simeq 0$ 。此时 Δm_t 依赖于强子化模型以及实验方案, 它的大小与强子化能标在同一量级 $\mathcal{O}(\Lambda)^{[65]}$ 。在将测得质量看作蒙卡质量时, δm_t 是它与极点质量的差异, Δm_t 仍是不确定度^[64]。

因此目前学界对顶夸克质量解释的主要分歧在于是否要计算 δm_t 以及对 Δm_t 的定义。不同文献对 δm_t 给出的结果可从 200 MeV 变化到 $700 \text{ MeV}^{[66]}$, 不确定度 Δm_t 约为 $300 \text{ MeV}^{[64]}$ 。为了精确测量顶夸克质量, 对于理论误差的估计是至关重要的。世界平均测量给出的理论误差约为 540 MeV , 总系统误差约为 $710 \text{ MeV}^{[51]}$ 。理论误差来源于蒙卡产生子、辐射效应、色重连和部分子分布函数等。其中蒙卡系统误差主要来自于部分子簇射、矩阵元匹配、宽度效应、强子化等在不同程序中的差异。

3.2 顶夸克有效理论

由于粒子物理研究对象的能标范围极大，低至电子伏特高至普朗克能标，因此在特定能标下我们需要选取合适的理论。有效场论 (EFT) 就是一种在部分情况下较为适用的理论。为描述对撞机中顶夸克的相关性质，我们本节从有效场论的构建方法入手介绍了目前通用的标准模型有效场论框架。之后列出顶夸克唯象研究中普遍采用的有效算符。

3.2.1 有效场论介绍

粒子物理的标准模型可以看作是一个更基本的高能理论的低能近似理论。标准模型的成功和 LHC 实验未能发现新共振态表明了新物理与电弱能标存在着一定质量差距。

一般而言，有效场论有两种构建方法。一种是自下而上的用标准模型粒子和对称性来构建有效理论，这种方法被广泛用于描述不依赖模型的新物理效应。如之后本文要用到的标准模型有效场论 (SMEFT)。另外一种就是自上而下的构建方法，例如对于一个已知的高能理论我们可以在低能时忽略非常重的粒子，此时的有效理论就需要引入新的场自由度和耦合，这样的方法可以简化原有计算。

我们以正负电子产生顶夸克对的过程为例解释 EFT 方法。假设在一个模型中，电子场为 ψ ，忽略电子质量。顶夸克场为 t ，质量为 m 。它们间通过电磁相互作用耦合。此时引入一个新的实标量场 S ，其质量为 M ，它与顶夸克发生汤川耦合。那么可以写出以下拉氏量^[67]：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{top}} = & \bar{\psi}(i \not{D}) \psi + \bar{t}(i \not{D} - m)t - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}(\partial S)^2 - \frac{1}{2}M^2 S^2 - \frac{b}{3!}S^3 - \frac{\lambda}{4!}S^4 - g\bar{t}tS, \end{aligned} \quad (3.18)$$

这里的 $D_\mu = \partial_\mu + ieq_f A_\mu$ ， q_f 是电荷， b 与 M 在一个量级， g 是无量纲耦合常数。拉氏量第一行由两个费米子间的量子电动力学决定。新引入的标量粒子出现在第二行，假定它的质量 M 远大于顶夸克质量 m 和实验能量 \sqrt{s} 。那么重标量粒子 S 就会影响顶夸克的动力学并产生被 s/M^2 压低的新物理效应。

对于过程 $e^-e^+ \rightarrow t\bar{t}$, 我们写出 s 道的树图振幅为

$$M_{LO} = -i \frac{e^2 q_t}{s} \bar{v}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\mu v(p_2),$$

现在再考虑引入重标量粒子 S 后的修正, 我们可将顶夸克顶点重定义为

$$\Gamma^\mu \equiv \gamma^\mu + \delta\Gamma^\mu. \quad (3.19)$$

对顶夸克采用在壳重整化后可得

$$\begin{aligned} \delta\Gamma^\mu = & -\frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{M^2} \left[\left(\frac{1}{3} \ln \frac{m^2}{M^2} + \frac{4}{9} + f_1 \left(\frac{q^2}{4m^2} \right) \right) q^2 \gamma^\mu \right. \\ & \left. + \left(\ln \frac{m^2}{M^2} + \frac{7}{6} + f_2 \left(\frac{q^2}{4m^2} \right) \right) i\sigma^{\mu\nu} q_\nu m \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

这里的 $\delta\Gamma^\mu$ 包含了 $t\bar{t}$ -光子顶点中交换 S 玻色子的新物理效应, f_1 和 f_2 是关于 $q^2/4m^2$ 的函数。那么此时对应振幅写为

$$M \equiv M_{LO} + \delta M = -i \frac{e^2 q_t}{s} \bar{v}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(p_1) \Gamma^\mu v(p_2). \quad (3.21)$$

如果采用自上而下的方法, 我们可以将 $\delta\Gamma^\mu$ 用一个低能有效场论的形式表示。忽略此 EFT 中关于 $1/M^2$ 的高阶项, 可以将它写为原始拉氏量的第一行加上 6 维有效算符的形式

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_0 + \frac{1}{M^2} \sum_i C_i^{(6)} Q_i^{(6)}. \quad (3.22)$$

因为高能理论是已知的, 我们可以积分掉标量粒子 S 来得到有效算符

$$Q_1 = \bar{t}t\bar{t}t, \quad Q_2 = \partial_\mu F^{\mu\nu} \bar{t} \gamma_\nu t, \quad Q_3 = m \bar{t} \sigma_{\mu\nu} t F^{\mu\nu}. \quad (3.23)$$

第一个算符来源于在树图下积分掉标量粒子 S, 此时 $C_1 = g^2/2$ 。第二和第三个算符在一圈图中产生, 对应于 $\delta\Gamma^\mu$ 。这里的 Q_2 也可以用运动方程转换成四费米子算符的形式, 对完整振幅而言都是等价的。这些系数可通过与

完整理论匹配获得

$$-ieq_t \delta\Gamma^\mu = -ieq_t \delta\Gamma_{Q_1}^\mu + \frac{C_2}{M^2} (-i)q^2 \gamma^\mu + \frac{C_3}{M^2} (-2)\sigma^{\mu\nu} q_\nu m. \quad (3.24)$$

上式右边是 EFT 对应的贡献，第一项是来源于 Q_1 的一圈贡献，其余两项是来源于 Q_2 、 Q_3 的树图贡献。在 \overline{MS} 方案下，可以得出

$$C_1 = \frac{g^2}{2}, \quad C_2 = -eq_t \frac{g^2}{16\pi^2} \left(\frac{1}{3} \ln \frac{\mu^2}{M^2} + \frac{4}{9} \right), \quad C_3 = eq_t \frac{g^2}{16\pi^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{\mu^2}{M^2} + \frac{7}{12} \right). \quad (3.25)$$

由此可以看出，EFT 方法将高能标 M 和低能标 m 分离开来。来自于高能标的贡献被吸收进式 (3.25) 中的 Wilson 系数，低能标的出现在 $\delta\Gamma_{Q_1}^\mu$ 里。而这两部分通过重整化能标 μ 解耦， μ 在完整振幅中会被抵消。

3.2.2 SMEFT 框架

上一节中我们使用了自上而下的 EFT 构建方法，而 SMEFT 框架则用了自下而上的方法。在新物理能标 Λ 以下，我们将新物理效应用标准模型粒子的有效相互作用描述。依据标准模型的场和对称性，可以得出以下形式的有效拉氏量

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \sum_i^{N_{d6}} \frac{c_i}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i^{(6)} + \sum_j^{N_{d8}} \frac{b_j}{\Lambda^4} \mathcal{O}_j^{(8)} + \dots \quad (3.26)$$

这里第一项是标准模型拉氏量， $\{\mathcal{O}_i^{(6)}\}$ 和 $\{\mathcal{O}_j^{(8)}\}$ 代表了 6 维和 8 维算符基。而奇数维的算符会破缺轻子数或重子数守恒不做考虑。

这里对于算符基的选取不是唯一的，可以将不同基的算符互相联系起来。在自下而上的方法中，Wilson 系数是自由参数，可由实验数据约束。对于给定观测量如 LHC 上的散射截面或微分分布，6 维 SMEFT 算符的影响可以用以下形式描述^[68]

$$\sigma = \sigma_{\text{SM}} + \sum_i^{N_{d6}} \sigma_i \frac{c_i}{\Lambda^2} + \sum_{i,j}^{N_{d6}} \tilde{\sigma}_{ij} \frac{c_i c_j}{\Lambda^4}, \quad (3.27)$$

σ_{SM} 是标准模型的预言。我们主要关注 CP 守恒的标准模型拓展因此这里假

定 Wilson 系数都是实数。

上式第二项来自于算符与标准模型振幅干涉，得出的 $\mathcal{O}(\Lambda^{-2})$ 形式上是主要贡献，但是多数情况下它们是较为次要的。第三项代表了 $\mathcal{O}(\Lambda^{-4})$ 效应，来源于 SMEFT 算符的平方振幅。

由于 LHC 上的顶夸克观测量很大程度上忽略了同量子数时轻夸克的味道数，我们在第一第二代夸克间引入了味对称性 $U(2)_q \times U(2)_u \times U(2)_d$ 。我们使用

$$\begin{aligned} q_i &= (u_L^i, d_L^i), \quad u_i = u_R^i, d_i = d_R^i, \\ Q &= (t_L, b_L), \quad t = t_R, b = b_R. \end{aligned} \quad (3.28)$$

来表示前两代和第三代的左右手夸克。在此框架下，与顶夸克相关的独立算符有 22 个^[69]。

拥有 LL 和 RR 手性结构的 8 个四夸克算符为^[69]:

$$\begin{aligned} O_{Qq}^{1,8} &= (\bar{Q}\gamma_\mu T^A Q) (\bar{q}_i \gamma^\mu T^A q_i) & O_{Qq}^{1,1} &= (\bar{Q}\gamma_\mu Q) (\bar{q}_i \gamma^\mu q_i) \\ O_{Qq}^{3,8} &= (\bar{Q}\gamma_\mu T^A \tau^J Q) (\bar{q}_i \gamma^\mu T^A \tau^J q_i) & O_{Qq}^{3,1} &= (\bar{Q}\gamma_\mu \tau^J Q) (\bar{q}_i \gamma^\mu \tau^J q_i) \\ O_{tu}^8 &= (\bar{t}\gamma_\mu T^A t) (\bar{u}_i \gamma^\mu T^A u_i) & O_{tu}^1 &= (\bar{t}\gamma_\mu t) (\bar{u}_i \gamma^\mu u_i) \\ O_{td}^8 &= (\bar{t}\gamma_\mu T^A t) (\bar{d}_i \gamma_\mu T^A d_i) & O_{td}^1 &= (\bar{t}\gamma_\mu t) (\bar{d}_i \gamma_\mu d_i); \end{aligned} \quad (3.29)$$

拥有 LR 和 RL 手性结构的 6 个四夸克算符:

$$\begin{aligned} O_{Qu}^8 &= (\bar{Q}\gamma^\mu T^A Q) (\bar{u}_i \gamma_\mu T^A u_i) & O_{Qu}^1 &= (\bar{Q}\gamma^\mu Q) (\bar{u}_i \gamma_\mu u_i) \\ O_{Qd}^8 &= (\bar{Q}\gamma^\mu T^A Q) (\bar{d}_i \gamma_\mu T^A d_i) & O_{Qd}^1 &= (\bar{Q}\gamma^\mu Q) (\bar{d}_i \gamma_\mu d_i) \\ O_{tq}^8 &= (\bar{q}_i \gamma^\mu T^A q_i) (\bar{t}\gamma_\mu T^A t) & O_{tq}^1 &= (\bar{q}_i \gamma^\mu q_i) (\bar{t}\gamma_\mu t); \end{aligned} \quad (3.30)$$

两个重夸克和玻色子的 8 个算符:

$$\begin{aligned} O_{\phi Q}^1 &= (\phi^\dagger i\overleftrightarrow{D}_\mu \phi) (\bar{Q}\gamma^\mu Q) & \overleftrightarrow{\phi} & O_{tB} = (\bar{Q}\sigma^{\mu\nu} t) \tilde{\phi} B_{\mu\nu} \\ O_{\phi t} &= (\phi^\dagger i\overleftrightarrow{D}_\mu \phi) (\bar{t}\gamma^\mu t) & \ddagger_b O_{bW} &= (\bar{Q}\sigma^{\mu\nu} b) \tau^J \phi W_{\mu\nu}^J \\ \ddagger O_{\phi tb} &= (\tilde{\phi}^\dagger iD_\mu \phi) (\bar{t}\gamma^\mu b) & \ddagger O_{tG} &= (\bar{Q}\sigma^{\mu\nu} T^A t) \tilde{\phi} G_{\mu\nu}^A. \end{aligned} \quad (3.31)$$

上述的 22 个独立算符只是一种选择方式，文献^[68]则使用了 34 个独立顶夸

克相关算符。目前所述都是 6 维的情况，对于 8 维算符数目会迅速增加：如文献^[70]中 6 维算符是 59 个，文献^[71]中 8 维算符在费米子数是三代的情况是 44807 个。

3.3 本章小结

本章主要讲解了对顶夸克性质的唯象研究。我们首先阐述了不同方案下顶夸克的质量定义，如极点质量、 $\overline{\text{MS}}$ 质量、MSR 质量、1S 质量、PS 质量等，并分别说明了其适用场景。之后我们总结了目前唯象学中提取顶夸克质量的方法，包括标准测量与其它测量。为了系统性研究顶夸克相关的新物理效应，我们进一步引入了有效场论方法，并从自上而下与自下而上两个方面讲解了有效场论的构建。本章最后具体介绍了目前主流的标准模型有效场论框架，列出了 SMEFT 中与顶夸克研究相关的 22 个六维独立算符。这些算符可被分为四夸克算符和两个重夸克与玻色子算符。

第四章 LHeC 上单顶夸克产生的唯象学分析

本章我们进行的是在大型强子电子对撞机上关于单顶夸克(反夸克)产生伴随轻子衰变的唯象研究。我们计算了次领头阶的 QCD 修正,并且发现 NLO 修正可以减小基准区间截面达 14%。我们主要关注在实验基准区间内不同观测量的分布。我们发现包含 NLO 修正的预言可以提升多数观测量在标度变化时的稳定性,相对而言 LO 下的标度不确定性占据了理论误差的主要部分。我们提出了使用带电轻子的平均横向动量来提取顶夸克质量的方法。其中 NLO 下的标度变化导致 LHeC 提取的顶夸克质量理论误差预期为 1.3GeV,而顶夸克质量的统计误差预期为 1.1GeV。

4.1 背景简介

大型强子电子对撞机(LHeC)^[72-74]是 CERN 计划中的实验。它使用一个新建的 60GeV 或更高能的电子束与 LHC 的强子束流对撞,如图 4-1 所示。因为高亮度情形下 LHC 的积分亮度会达到 $3000 fb^{-1}$,所以 LHeC 的积分亮度期望可以达到 $100 fb^{-1}$ 。此项目致力于探测能量前沿,且它将通过深度非弹的方式探索 LHC 未竟的区域。它可以被用来研究质子结构和 QCD 动力学^[75-81],希格斯粒子^[82-97],顶夸克物理^[98-108]和新的共振态^[109-110]。

在 LHC 上单顶夸克的产生包含 s, t 和 Wt 产生道,这些产生道都与 Wtb 顶点相关。有很多理论工作都致力于改善此理论预言^[111-149]。单顶夸克产生在 LHC 中可以用来测量 CKM 矩阵元中的 V_{tb} ^[150-151],提取顶夸克质量^[152-154]以及研究很多新物理^[155-165]。对于 LHeC,通过带电流深度非弹的单顶夸克产生在所有产生道里是占主导地位的。因此 LHeC 可以提供一个更干净的研究单顶夸克产生的环境^[100]。我们可以利用这个未来的实验精确测量顶夸克性质及寻找顶夸克相关的新物理。

由于强子衰变道会受到很多非微扰效应和标准模型背景干扰,我们主要关注轻子衰变道。这里我们会在计算中考虑所有的离壳和非共振贡献。我们主要研究的是在 LHeC 的基准区间内包含 NLO 修正的各种分布,且进一步研究了 NLO 修正对顶夸克质量分析和寻找新物理的影响。

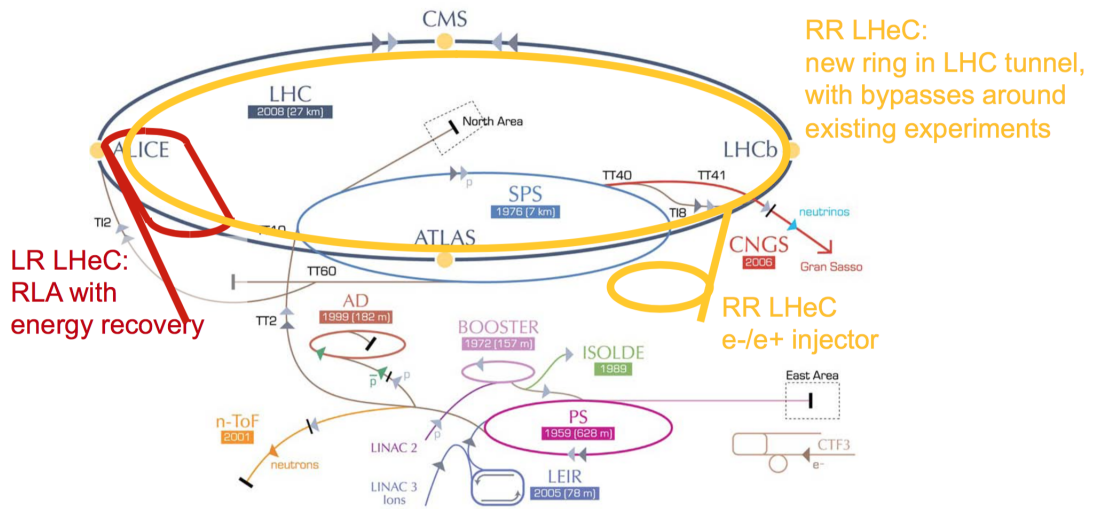


图 4-1 LHeC 是一个计划中的实验，使用新建的 60GeV 或更高能的电子束与 LHC 的强子束流对撞。图中的能量回收直线加速器 (红色) 横跨在大型强子对撞机环上。(黄色环的计划被否定)

Fig. 4-1 LHeC is a proposed facility of using a newly built electron beam of 60 GeV or higher energy to collide with the intense hadron beams of the LHC. An energy recovery linac (in red) shown straddling the LHC ring.

4.2 LO 及 NLO 修正计算

本节我们陈述了理论计算的主要细节。我们考虑的过程是 $e^- \bar{b} \rightarrow \nu_e \bar{t} \rightarrow \nu_e \ell^- \bar{\nu}_\ell \bar{b}$ 和 $e^- b \rightarrow \nu_e \ell^- \bar{\nu}_\ell b$ 。树图阶 (LO) 的费曼图见图 4-2。我们的计算综合使用了 GoSam2.0^[166-167] 和自行编写的蒙卡框架。我们使用 GoSam2.0 来生成一圈的虚修正振幅，之后使用 Dipole 减除方案^[32,168] 来构建局域的减除项和它们对应的实修正积分。所有以上这些部分都被包含进我们的蒙卡程序来完成对红外奇异的抵消和相空间的积分。

我们使用 5FS(5-Flavour-Scheme) 方案来处理初态的底夸克部分子。5FS 可以实现胶子分裂到底夸克 (通过底夸克的部分子分布函数) 时产生的大的准共线对数的重求和。对应的 NLO 截面可以写成以下形式：

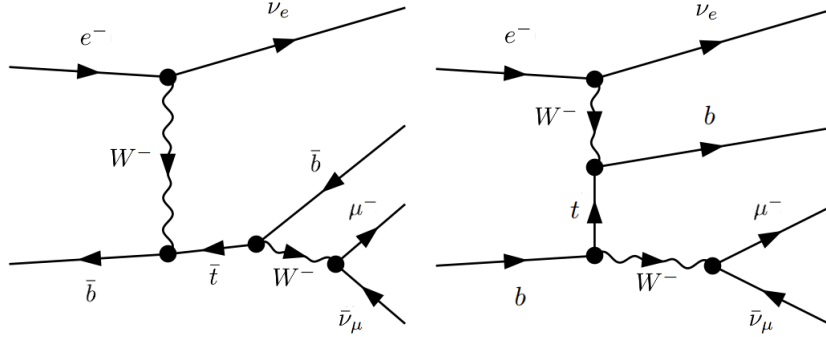


图 4-2 LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的树图阶费曼图。同时包括具有不可区分末态的子过程。

Fig. 4-2 The LO Feynman diagrams for the single top quark production with leptonic decays at the LHeC. We also include the subprocess that has indistinguishable final-state as the single top quark production.

$$\begin{aligned}
 & \sigma^{\text{NLO}\{5\}}(p) + \sigma^{\text{NLO}\{4\}}(p) + \int_0^1 dx \hat{\sigma}^{\text{NLO}\{4\}}(x; xp) \\
 & \equiv \int_5 \left[\left(d\sigma^{\text{R}}(p) \right)_{\varepsilon=0} - \left(\sum_{\text{dipoles}} d\sigma^{\text{B}}(p) \otimes dV_{\text{dipole}} \right)_{\varepsilon=0} \right] \\
 & + \int_4 \left[d\sigma^{\text{V}}(p) + d\sigma^{\text{B}}(p) \otimes I \right]_{\varepsilon=0} \\
 & + \int_0^1 dx \int_4 \left[d\sigma^{\text{B}}(xp) \otimes (P+K)(x) \right]_{\varepsilon=0},
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

这里有贡献的项 $\sigma^{\text{NLO}\{5\}}(p)$ 和 $\sigma^{\text{NLO}\{4\}}(p)$ (5 和 4 分别对应着五体末态和四体末态) 代表了被减除的实修正项和包含了积分 Dipole 的虚修正贡献。第三项 $\int_0^1 dx \hat{\sigma}^{\text{NLO}\{4\}}(x; xp)$ 代表了剩余的有限部分, 它来源于对共线抵消项 ε 极点的抵消。这一项包含了额外的对纵向动量分数 x 的一维积分。 P 和 K 是普适的关于 x 的函数, 它们在 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时是有限的。这里的 $d\sigma^{\text{R}}$, $d\sigma^{\text{V}}$ 和 $d\sigma^{\text{B}}$ 是分别来自于实修正, 虚修正和树图贡献的微分散射截面。而 Dipole 因子 dV_{dipole} 描述了处于发射地位的部分子的两体衰变。这里的因子 I 是将 Dipole 因子在一个单部分子相空间上进行积分后得到的, 它可以抵消虚修正中的 ε 极点。

我们在图 4-3 里展示了初态为 \bar{b} 夸克的单圈费曼图。对于初态为 b 夸克的过程也有相似的单圈图, 此处不做赘述。对于初态为 \bar{b} 夸克或胶子的实

发射费曼图分别展示在图 4-4 与图 4-5。对应的减除项包括初态发射部分子和末态旁观部分子情况下的 \mathcal{D}_j^{ai} 和 (或) 末态发射部分子和初态旁观部分子情况下的 \mathcal{D}_{ij}^a

$$\mathcal{D}_j^{ai}(p_1, \dots, p_5; p_a, \dots) = -\frac{1}{2p_a p_i} \frac{1}{x_{ij,a}} \left\langle \dots, \tilde{j}, \dots; \tilde{a}i, \dots \left| \frac{T_j \cdot T_{ai}}{T_{ai}^2} \mathbf{V}_j^{ai} \right| \dots, \tilde{j}, \dots; \tilde{a}i, \dots \right\rangle_{4, \tilde{a}i}, \quad (4.2)$$

$$\mathcal{D}_{ij}^a(p_1, \dots, p_5; p_a, \dots) = -\frac{1}{2p_i p_j} \frac{1}{x_{ij,a}} \left\langle \dots, \tilde{i}j, \dots; \tilde{a}, \dots \left| \frac{T_a \cdot T_{ij}}{T_{ij}^2} \mathbf{V}_{ij}^a \right| \dots, \tilde{i}j, \dots; \tilde{a}, \dots \right\rangle_{4,a}, \quad (4.3)$$

$$x_{ij,a} = \frac{p_a p_i + p_a p_j - p_i p_j}{p_a p_i + p_a p_j}. \quad (4.4)$$

这里的 \mathcal{D}_j^{ai} 项在末态部分子 i 和初态部分子共线时抵消了矩阵元的奇异性。类似的, \mathcal{D}_{ij}^a 可以在末态胶子和 $b(\bar{b})$ 共线时起作用。 T 和 V 是色荷算符和自旋函数。此处 $|\dots\rangle_{4, \tilde{a}i}$ 和 $|\dots\rangle_{4,a}$ 是被修改的树图矩阵元, 两者分别对应于部分子对 a, i 被单个部分子 $\tilde{a}i$ 代替, 及部分子对 i, j 被单个部分子 $\tilde{i}j$ 代替的情况。

我们的计算采用了复质量方案^[169-170]。此方案虑了顶夸克离壳的情形, 这使得我们的结果在整个相空间中都有效。复质量方案是在壳重整化方案的一种普适性推广, 其中裸的顶夸克质量包含一个复数重整质量 $\mu_t^2 = m_t^2 - im_t \Gamma_t$ 和一个复数抵消项 $\delta\mu_t$ 。散射截面的主要贡献来源于存在顶夸克共振态的费曼图。当然我们也考虑了存在非共振顶夸克的费曼图的贡献, 从图 4-2 至 4-5 中可以看出这部分图的贡献。

利用 GoSam2.0 产生的虚修正振幅和前述的 Dipole 项, 现在我们可以计算红外和共线安全的观测量。为了有效地参数化相空间, 我们使用了多通道方法来处理顶夸克共振态下出现的奇异结构。我们的数值积分使用了蒙卡库 Cuba^[171]。

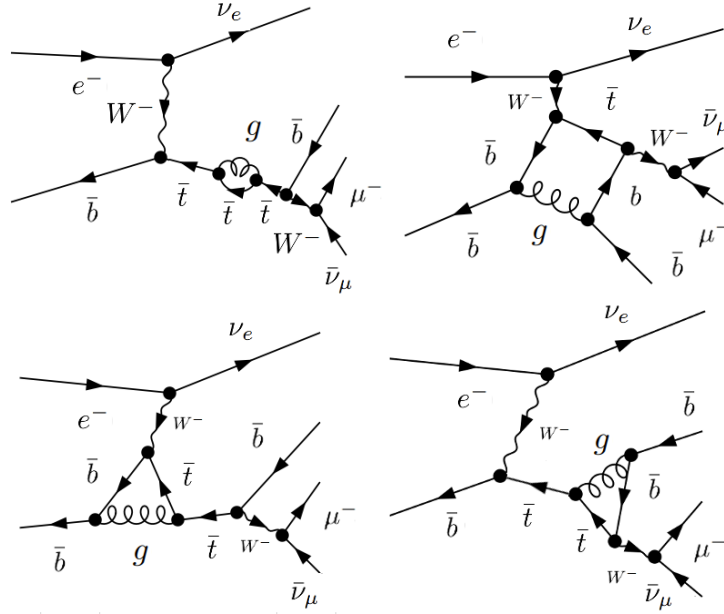


图 4-3 LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的单圈费曼图，同时初态为 \bar{b} 夸克。
 Fig. 4-3 One-loop Feynman diagrams for the single top quark production with leptonic decays at the LHeC with a \bar{b} quark in the initial-state.

4.3 数值结果与讨论

本节我们展示了 LHeC 上单顶夸克产生过程的数值结果。这里我们选取了电子束能量为 70GeV 和质子束能量为 7TeV。我们使用以下的 SM 参数来进行数值计算^[14]

$$\begin{aligned} m_Z &= 91.1876 \text{ GeV}, m_t = 172.5 \text{ GeV}, \\ m_W &= 80.385 \text{ GeV}, G_F = 1.16639 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

我们的整个计算都使用了 CT18 NNLO 部分子分布函数 (PDFs)^[172] 和强耦合常数 $\alpha_s(m_Z) = 0.118$ 。而因子化和重整化标度的基准选择都是 $\mu_R = \mu_F = m_t/2$ 。在变化标度时，我们会将两者同时从 $m_t/4$ 变化到 m_t 。

在表 4-1 里，我们列出了在领头及次领头阶下单顶夸克产生伴随轻子衰变过程的遍举散射截面的预言结果。这里同时给出了以百分数表示的截面的标度依赖性，以及来源于不同子过程的贡献。基准标度选择是 $m_t/2$ ，标度变化范围是 $\mu_F = \mu_R = m_t/4$ 到 m_t 。上标(下标)的百分数对应标度 $m_t(m_t/4)$ 。

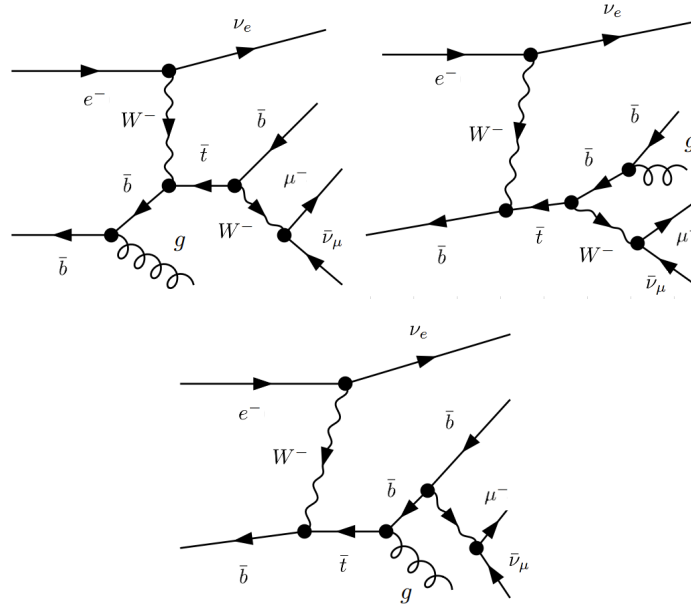


图 4-4 LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的实修正费曼图，同时初态为 \bar{b} 夸克。
 Fig. 4-4 Real emission Feynman diagrams for the single top quark production with leptonic decays at the LHeC with a \bar{b} quark in the initial-state.

我们发现 LO 截面中占主导地位的是初态为底夸克或反底夸克的子过程。而 NLO 的 QCD 修正会减小总截面达 8.5%。NLO 修正包括三个部分的贡献，分别是初态含有反底夸克，底夸克以及胶子的子过程。NLO 修正中占主导地位的是初态有反底夸克的子过程。NLO 修正下的标度变化比起 LO 的情况降低了 5 倍，仅在 3% 左右。

对于单顶夸克的产生，我们应用了各种截断条件来还原实际探测器的有限运动学覆盖范围。且这样可以进一步压低相关的标准模型背景。这些背景来源于矢量玻色子伴随喷注的产生过程。我们使用了 anti- k_T 算法来重建末态的喷注^[173]。这里算法中的喷注分辨率参数选择为 0.4。对于每个事例，我们要求其末态中至少含有一个标记为底夸克的喷注。

我们对喷注和轻子的横向动量及赝快度选取了如下限制

$$\begin{aligned} |\eta_{\ell^-}| < 5, \quad p_{T,\ell^-} > 10 \text{ GeV}, \\ |\eta_j| < 5, \quad p_{T,jet} > 30 \text{ GeV}. \end{aligned} \tag{4.6}$$

在表 4-2 里，我们展示了实验基准区间的 LO 和 NLO 散射截面。如表

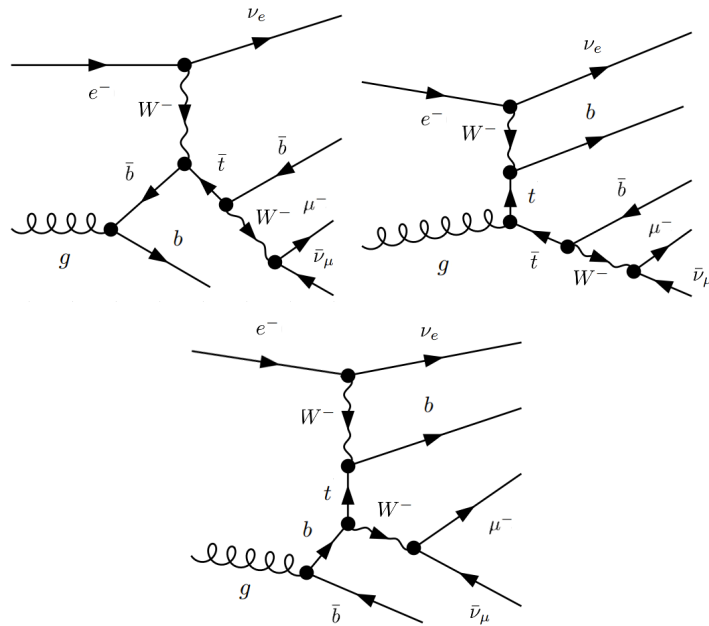


图 4-5 LHeC 上单顶夸克产生及轻子衰变的实修正费曼图，同时初态为胶子。
Fig. 4-5 Real emission Feynman diagrams for the single top quark production with leptonic decays at the LHeC with a gluon in the initial-state.

所示，不同子过程的贡献和按百分比标注的标度变化都被列出。可以看到在领头阶，相较于表 4-1 而言这里选择的截断减小截面达 14%。QCD 修正中占重要贡献的仍是初态为反底夸克的子过程。而全部的 NLO 修正减小了实验基准区间截面达 15%。NLO 预言结果的标度变化约为 3%，相较于 LO 极大的被压低了。我们定义实验基准区间与遍举散射截面的比值为有效率。通过表 4-1 和 4-2，我们可以得出这一有效率在 LO 和 NLO 情况下分别为 0.861 和 0.798。

实验基准区间内散射截面对于因子化和重整化标度 ($\mu_F = \mu_R$) 的依赖性可从图 4-6 得出。三条垂直的线分别对应于标度 $m_t/4$, $m_t/2$ 和 m_t 的情况。两条曲线代表了 LO 和 NLO 的散射截面。如图所示，散射截面在标度 $m_t/4$ 以下时急剧变化。而在我们选择的标度范围 $m_t/4 < \mu_{F/R} < m_t$ 中散射截面较为稳定。据此我们做出了对标度基准值和变化范围的选择。

表 4-1 领头及次领头阶下单顶夸克产生伴随轻子衰变的遍举散射截面。这里同时给出了以百分数表示的截面的标度依赖性，以及来源于不同子过程的贡献。基准标度选择是 $m_t/2$ ，标度变化范围是 $\mu_F = \mu_R = m_t/4$ 到 m_t 。上标(下标)的百分数对应标度 $m_t(m_t/4)$ 。

Tab. 4-1 Inclusive cross sections for the single top quark production with leptonic decays at the LHeC at various orders in QCD with a nominal scale choice of $m_t/2$. The scale variations are calculated by varying the scales from $\mu_F = \mu_R = m_t/4$ to m_t , and are shown in percentages. In the numbers of cross sections the upper(lower) variation corresponds to the scale choice of $m_t(m_t/4)$. Separate contributions from three subprocesses with different initial state are also shown.

inclusive [pb]	LO	NLO
$\sigma[total]$	$0.281^{+8.2\%}_{-11\%}$	$0.257^{+0.92\%}_{+2.6\%}$
$\sigma[\bar{b}]$	0.281	0.264
$\sigma[b]$	5.35×10^{-4}	5.18×10^{-4}
$\sigma[g]$		-6.97×10^{-3}

表 4-2 与表 4-1类似，一般实验基准区间的散射截面。
Tab. 4-2 Similar to Table 4-1 for fiducial cross sections.

fiducial [pb]	LO	NLO
$\sigma[total]$	$0.242^{+8.1\%}_{-11\%}$	$0.205^{+0.76\%}_{+3.1\%}$
$\sigma[\bar{b}]$	0.242	0.207
$\sigma[b]$	5.01×10^{-4}	4.62×10^{-4}
$\sigma[g]$		-2.95×10^{-3}

表 4-3 与表 4-1类似，带有更严格限制条件的实验基准区间散射截面。
Tab. 4-3 Similar to Table 4-1 for fiducial cross sections with more stringent cuts.

fiducial [pb]	LO	NLO
$\sigma[total]$	$0.132^{+8.2\%}_{-11\%}$	$0.108^{+0.14\%}_{+4.2\%}$
$\sigma[\bar{b}]$	0.132	0.104
$\sigma[b]$	4.08×10^{-4}	3.63×10^{-4}
$\sigma[g]$		3.71×10^{-3}

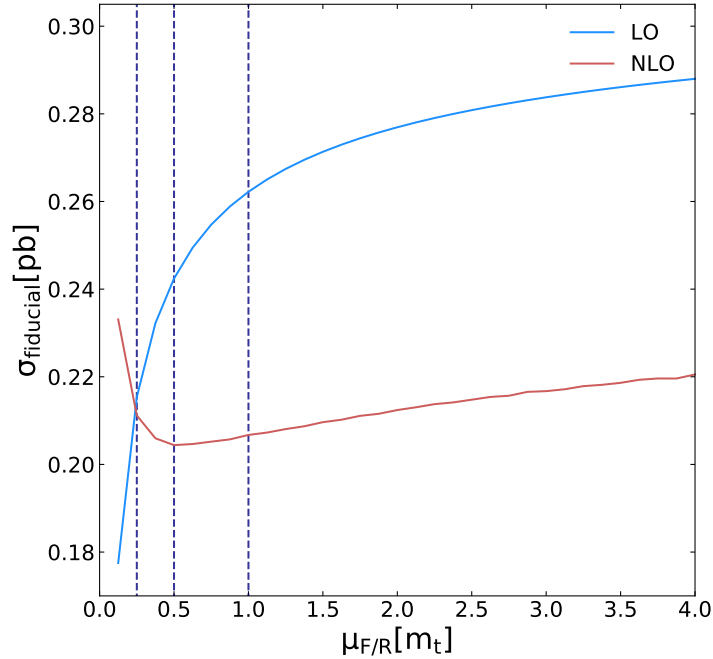


图 4-6 实验基准区间散射截面对于因子化和重整化标度 ($\mu_F = \mu_R$) 的依赖
 Fig. 4-6 The dependence of the fiducial cross section on the factorization and renormalization scales ($\mu_F = \mu_R$)

表 4-3列出了 LO 和 NLO 情况下选取更为严格截断条件的实验基准区间内的散射截面，这里应用了如下截断

$$\begin{aligned} |\eta_{\ell^-}| < 3.5, \quad p_{T,\ell^-} > 25 \text{ GeV}, \\ |\eta_j| < 3.5, \quad p_{T,jet} > 50 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

相较于表 4-1而言，在 LO 下这些限制减小了总截面达 53%。而 LO 预言结果的标度变化和表 4-1中对应的结果相等。NLO 修正减小了总实验基准区间内截面达 18%，而标度变化比表 4-2中对应结果略大。我们最终将会使用式 (4.6) 作为之后计算的默认截断条件。

4.4 微分分布的唯象分析

在本节，我们对前述 MC 程序计算产生的分布进行唯象分析。我们对所有观测量的分布都考虑了 QCD 修正和理论不确定性。

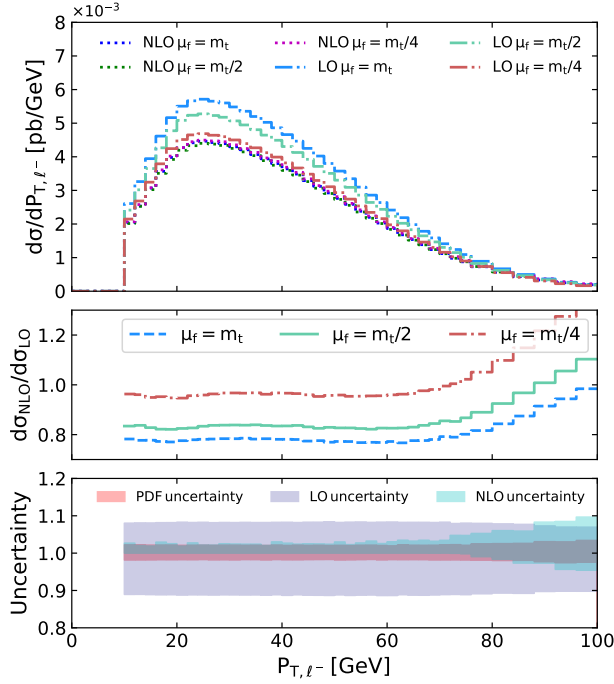


图 4-7 (a). 末态带电轻子的横向动量分布，基于实验基准区间的限制且分别展示了 LO 和 NLO 的结果。这里的中心标度选择是 $m_t/2$ ，标度的变化选择为 $m_t/4$ 和 m_t 。中间的子图展示了每种标度选择下 NLO 预言与 LO 预言之比 ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$)。下部的子图展示了 LO 和 NLO 情况下的 PDF 不确定性和标度不确定性。

Fig. 4-7 Transverse momentum distribution of the charged lepton with fiducial cuts applied at LO and NLO with a nominal scale choice of $m_t/2$ and alternative scale choices of $m_t/4$ and m_t . The middle panel shows the ratio of the NLO predictions to LO predictions ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$) with each scale choice. The lower plot shows the PDF uncertainties and scale variations at both LO and NLO.

在图 4-7 至 4-11 中我们展示了计算得到的实验基准区间内各种分布。对于每一种分布的子图均有以下说明：上部的子图展示了在 LO 和 NLO 情况下对应于中心标度 $m_t/2$ 的分布，标度变化取值为 $m_t/4$ 和 m_t 。中部的子图展示了 NLO 预言与 LO 预言的比值 ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$)，且列出了每种标度下对

应的曲线。下部的子图展示 LO 与 NLO 情况下的标度不确定性，它们分别以 LO 与 NLO 下取 $m_t/2$ 标度的分布为基准进行了归一化。而红色的区域是列出的对应于 68% 的置信水平的 PDF 不确定性。我们使用 CT18 NNLO PDFs^[172] 的 58 组误差 PDF 组在 LO 情况下得出 PDF 不确定性，并且以 LO 下取 $m_t/2$ 标度的分布为基准将其进行了归一化。

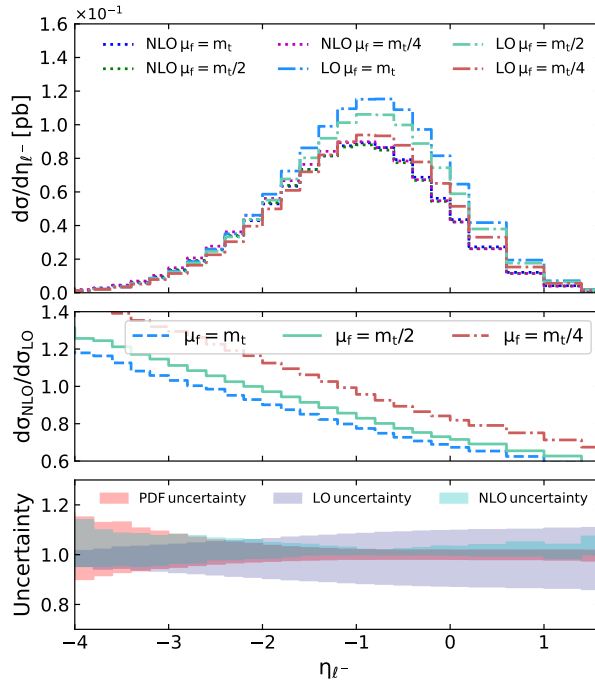


图 4-7 (b). 末态带电轻子的赝快度分布，基于实验基准区间的限制且分别展示了 LO 和 NLO 的结果。这里的中心标度选择是 $m_t/2$ ，标度的变化选择为 $m_t/4$ 和 m_t 。中间的子图展示了每种标度选择下 NLO 预言与 LO 预言之比 ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$)。下部的子图展示了 LO 和 NLO 情况下的 PDF 不确定性和标度不确定性。

Fig. 4-7 Pseudorapidity distribution of the charged lepton with fiducial cuts applied at LO and NLO with a nominal scale choice of $m_t/2$ and alternative scale choices of $m_t/4$ and m_t . The middle panel shows the ratio of the NLO predictions to LO predictions ($d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$) with each scale choice. The lower plot shows the PDF uncertainties and scale variations at both LO and NLO.

在图 4-7 中我们展示了末态带电轻子的横向动量分布。在图的上部，分布的峰值出现在 25GeV 处，且带电轻子的横向动量一直延伸到 100GeV 处。NLO 的修正降低了分布的总截面数值，但是没有改变峰值出现的位置。

置。NLO 情况下三种不同的标度对应的预言比起 LO 而言更为接近，这是因为 NLO 情况下的预言对于标度的依赖性更小。从图的中部我们可以看到在 $m_t/4$ 标度处的曲线在低的横向动量区域有较好的微扰收敛性，这里的比值 $d\sigma_{\text{NLO}}/d\sigma_{\text{LO}}$ 接近于一。在图的下部，在 LO 情况下的标度不确定性比 PDF 的不确定性更大。NLO 修正显著减小了标度不确定性，使其接近 PDF 不确定性的量级甚至更小。

图 4-7 同样也展示了带电轻子的赝快度分布。分布的峰值出现在负值区域，这是由本过程中不对称的初始对撞粒子导致的。LO 下三种标度的分布差别明显，但是 NLO 下三种标度的分布较为一致。NLO 修正不仅改变了峰值出现的位置，而且增大了峰值出现时的赝快度绝对值。对于微分截面和比值 $d\sigma_{\text{NLO}}/d\sigma_{\text{LO}}$ 而言，赝快度的分布都是左右不对称的。对于所有的三种标度选择，NLO 与 LO 分布的比值都随着赝快度增加而降低，并且标度 $m_t/4$ 时的比值分布与另外两条曲线差异较大。NLO 修正对标度 $m_t/4$ 的分布在峰值区域的影响最小，此处的比值 $d\sigma_{\text{NLO}}/d\sigma_{\text{LO}}$ 接近于一。在整体赝快度区域内，NLO 下的标度变化都接近于 PDF 不确定性。在赝快度小于 -3 时，PDF 不确定性和 NLO 下的不确定性都大于 LO 下的不确定性，这里的 LO 不确定性被低估了。在赝快度大于 -3 时，LO 不确定性随着赝快度增加逐渐上升，这与另外两种不确定性的变化趋势相反。

在图 4-8 中我们展示了底夸克喷注的横向动量与赝快度分布。在横向动量分布中，分布的峰值出现在 60GeV 附近，这比带电轻子的峰值位置要大。NLO 修正减少了横向动量的总截面数值，且将峰值出现的位置压低到了更小的横向动量区域。横向动量分布在 NLO 下与 LO 下的比值在横向动量峰值区域呈现出极小值。这些现象是由非共振的顶夸克和硬胶子辐射产生的。在图的下部，可以看到峰值区域的 NLO 下的标度不确定性接近 PDF 不确定性，这两者都远小于 LO 下的标度不确定性。我们从图 4-6 可以得出对于实验基准区间内总截面的标度不确定性而言，它们关于中心值是不对称的。对于微分截面而言，标度不确定性在不同观测量的区间也有着类似的表现，可以看到在多数区间中它们都有着轻微的不对称。

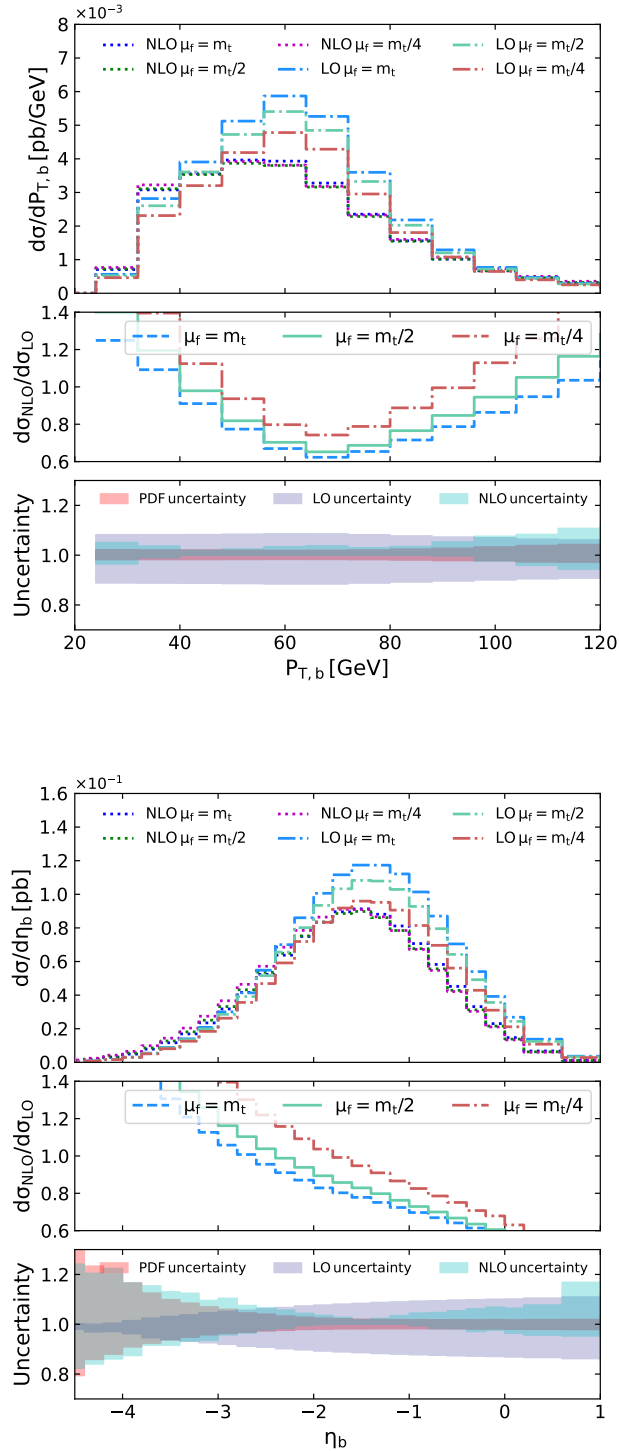


图 4-8 与图 4-7类似，展示了底夸克喷注关于横向动量和赝快度的分布。
 Fig. 4-8 Similar to Figure 4-7 for the transverse momentum and pseudorapidity distributions of the b-jet.

底夸克喷注的赝快度分布与带电轻子类似。他们的峰值出现在 η_b 为负的区域，并且比起带电轻子出现峰值的位置要小。在图的中部，NLO 与 LO 预言的比值比带电轻子的情况降低的更为急剧。但是标度 $m_t/4$ 时的比值 $d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$ 依然与另外两条差异明显。可以看到在峰值区域，标度 $m_t/4$ 的曲线对 NLO 修正不敏感，比值接近于一。在图的下部，NLO 下的标度不确定性在低 $|\eta_b|$ 区域较小。对于较大的 $|\eta_b|$ 区域，此处 LO 情况下的标度不确定性被极大低估了。在峰值区域，LO 下的不确定性大于 PDF 不确定性，而 NLO 下的不确定性最小。

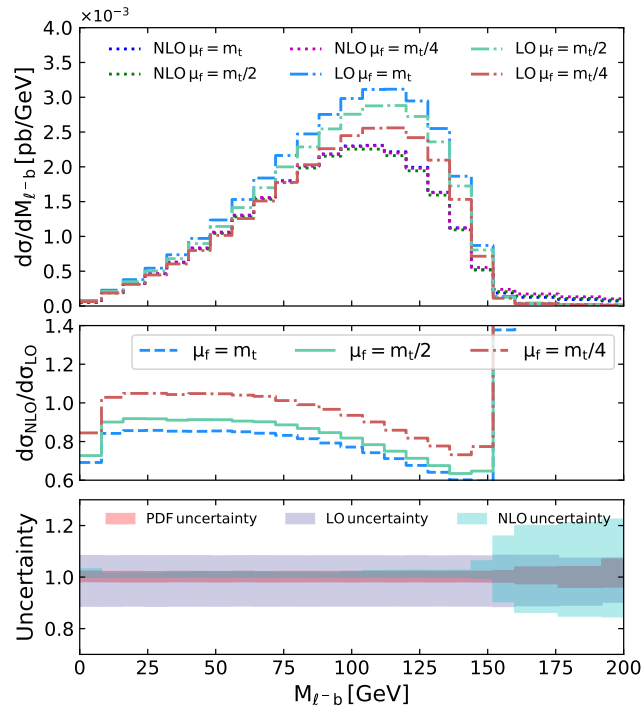


图 4-9 与图 4-7 类似，展示了带电轻子与底夸克喷注系统的不变质量分布 ($M_{\ell-b}$)。
Fig. 4-9 Similar to Figure 4-7 for the invariant mass distributions of the charged lepton and b-jet system ($M_{\ell-b}$).

图 4-9展示了由带电轻子和底夸克喷注构建而成的系统的不变质量分布(也即顶夸克的可观测量衰变粒子产物)。在分布中有一个尖锐的截断,这是由于运动学约束 $M_{\ell^-b}^2 < M_t^2 - M_W^2 \approx (150 \text{ GeV})^2$ 导致的。这个分布也可以用来在 LHC 的单顶夸克产生中测量顶夸克质量^[174-175]。在截断之后 NLO 与 LO 分布的比值立刻增加,这是由于 NLO 下存在非共振态与离壳的效应。在图的下部, NLO 下的标度不确定性由于同样的原因也迅速增大。

我们在图 4-10展示了总丢失横向动量 ($P_{T,miss} = |P_{T,\nu_{\ell^-}} + P_{T,\bar{\nu}_e}|$) 的分布。相较于 P_{T,ℓ^-} 而言此分布的峰值出现在更大的横向动量数值处。比值 $d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$ 在图的末端区域显著上升,而在峰值出现之前都接近于一。在多数区间内,PDF 不确定性和 NLO 下的标度不确定性都少于 LO 下的不确定性。

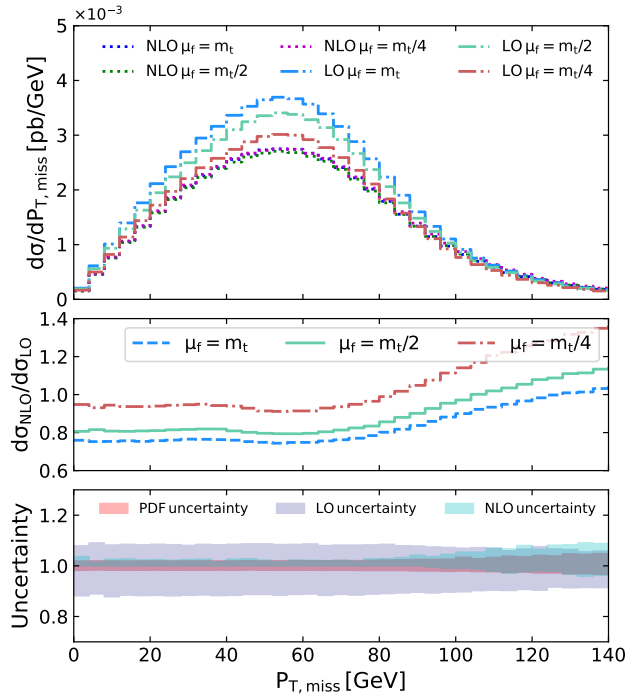


图 4-10 与图 4-7类似, 展示了丢失横向动量的分布 ($P_{T,miss} = |P_{T,\nu_{\ell^-}} + P_{T,\bar{\nu}_e}|$)。
 Fig. 4-10 Similar to Figure 4-7 for the distribution of the missing transverse momentum ($P_{T,miss} = |P_{T,\nu_{\ell^-}} + P_{T,\bar{\nu}_e}|$) distribution.

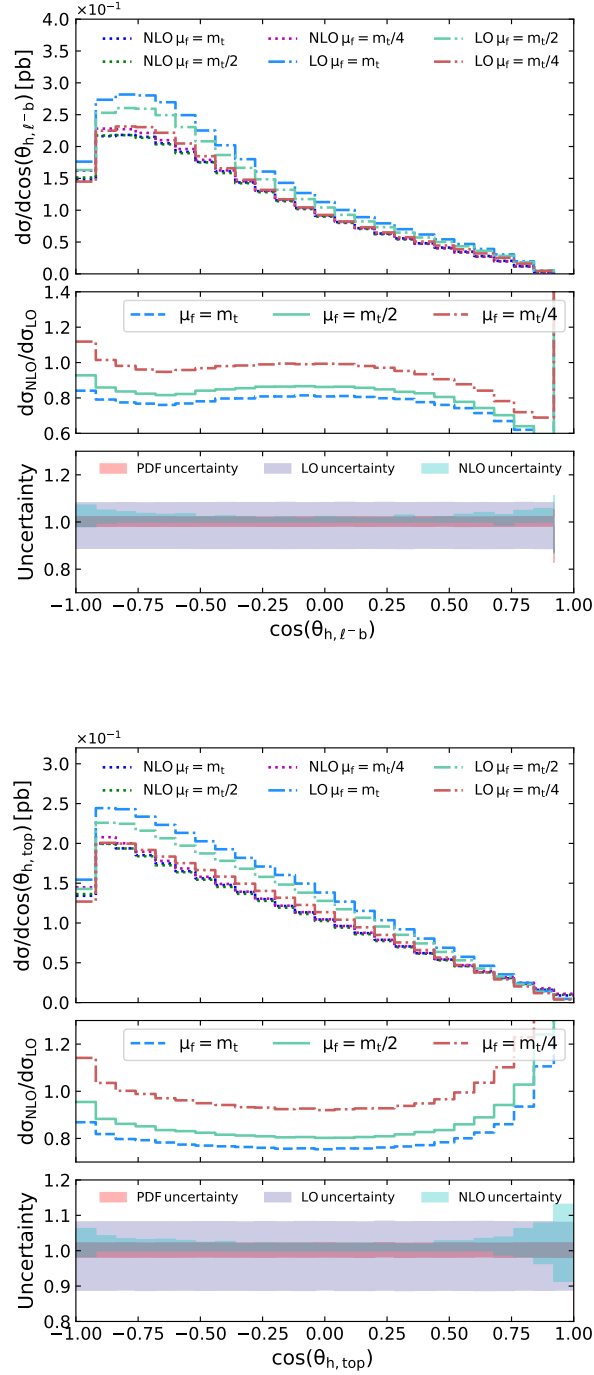


图 4-11 与图 4-7类似，展示了基于可见粒子重建顶夸克或真实顶夸克下的螺旋度角分布。

Fig. 4-11 Similar to Figure 4-7 for the distributions of helicity angles of the visible-particles-reconstructed top-quark and the truth top-quark.

对于顶夸克的轻子衰变产物，带电轻子 ℓ^- 与顶夸克的自旋方向 y 有很强的关联。我们定义螺旋度角 θ_h 为带电轻子的动量方向与顶夸克自旋方向的夹角 (此处选择顶夸克静止系)。在标准模型中螺旋度角余弦值的微分截面遵循着如下线性函数^[176-177]

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_h} \propto [1 + \alpha \cos\theta_h], \quad (4.8)$$

这里的 α 是非零常数。在单顶夸克产生时，反顶夸克的自旋总是处于入射电子动量方向的反向，因此 α 会取负值。

我们在图 4-11 中展示了螺旋度角分布。 $\cos(\theta_{h,\ell-b})$ 是基于可见衰变粒子 (ℓ^-, b) 重建的顶夸克得出的螺旋度角的余弦值。 $\cos(\theta_{h,top})$ 则是基于真实的顶夸克得到的结果。 $\cos(\theta_{h,top})$ 的分布展示出了强关联的图像，除了在极末端区域由于实验基准区间截断产生了很大影响。而带电轻子与顶夸克自旋方向的关联在 $\cos(\theta_{h,\ell-b})$ 的分布中被削弱了，这是因为此处使用的重建顶夸克是真实顶夸克的近似。从图中也可以看出，比值 $d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$ 在螺旋度角的大多数区间都是平坦的。对于 $\cos(\theta_{h,\ell-b})$ ，比值 $d\sigma_{NLO}/d\sigma_{LO}$ 的末端区域呈现下降趋势。但是对于 $\cos(\theta_{h,top})$ ，比值则是呈现完全相反的上升趋势。它们的不确定性表现也类似， $\cos(\theta_{h,\ell-b})$ 缺失的末端分布是由轻子与底夸克喷注的截断条件导致的。

4.5 顶夸克质量的提取

类似于之前的工作^[178]，这里我们采取了通过带电轻子的横向动量分布提取顶夸克质量的方案。我们在图 4-12 中展示了 NLO 带电轻子横向动量分布对于顶夸克质量的敏感度。图中三条曲线分别对应了顶夸克质量取为 167.5 GeV, 172.5 GeV 与 177.5 GeV 的情况，且均使用了基准的标度选择。更大的顶夸克质量会导致更硬的带电轻子横向动量谱和更小的总截面。我们选择实验基准区间下的带电轻子的平均横向动量作为我们的基准观测量来提取顶夸克质量。我们同时也研究了实验基准区间内的总截面对顶夸克质量的依赖性。

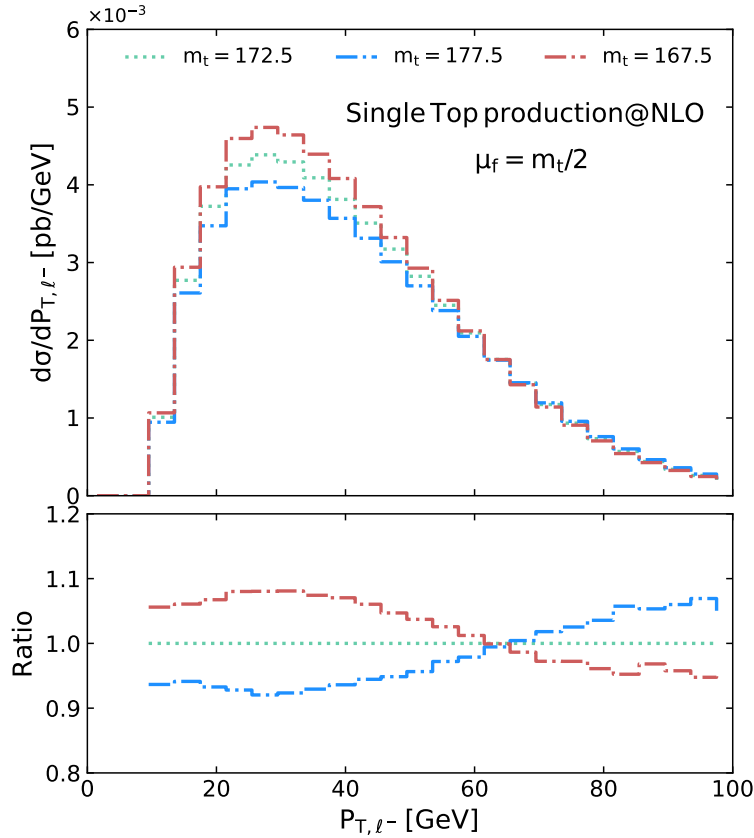


图 4-12 实验基准区间内不同顶夸克质量选择下的 NLO 带电轻子横向动量分布。
Fig. 4-12 Transverse momentum distribution of the charged lepton with the fiducial cuts applied for different choices of the top-quark mass at the NLO in QCD.

带电轻子的平均横向动量的数值结果和它们的标度变化呈现在表 4-4 中。可以发现 LO 的结果在不同标度选择时变化更小，这是由于在 LO 下分布的形状对于标度的依赖性较弱。从 LO 与 NLO 的显著差异可以得知 LO 预言不足以用来提取顶夸克质量。从表 4-5 可知，NLO 的标度变化几乎与改变顶夸克质量一个 GeV 的结果相当。

在表 4-5 中我们进一步研究了带电轻子平均横向动量的参数不确定性，它们来源于部分子分布函数、底夸克质量与强耦合常数 α_s 。这里的部分子分布函数不确定性采用 CT18NNLO PDFs 计算得出。在 5FS 中，截面对于底夸克质量的依赖完全来自于重求和了 $\alpha_s \ln(Q^2/m_b^2)$ 大对数项的底夸克部

表 4-4 领头及次领头阶下取标度中心值 $m_t/2$ 时带电轻子的平均横向动量。上标(下标)对应于标度变化 m_t ($m_t/4$)。

Tab. 4-4 Average transverse momentum of the charged lepton at various orders in QCD with a central scale choice of $m_t/2$. The superscript (subscript) corresponds to the variation with the scale m_t ($m_t/4$).

[GeV]	LO	NLO
$\langle p_{T,\ell^-} \rangle$	$39.41^{+0.01}_{-0.006}$	$39.75^{+0.11}_{-0.16}$

分子分布函数。我们使用 MMHT2014NNLO 部分子分布函数集^[179]研究了理论预言对底夸克质量的依赖性，这是因为此处需要改变 m_b 的取值范围而 CT18 中不包含可变底夸克质量的子数据集。我们使用 LHAPDF6^[180]调用三种底夸克质量依次为 4.25, 4.75 和 5.25GeV 的 MMHT PDF 集。最终我们得到了平均横向动量相较于基准 MMHT PDF 的变化，表 4-5 显示这一数值可忽略不计。我们认为底夸克质量引起的相关变化对于选择的不同 PDF 组的数据集不敏感，因为这主要来源于可微扰的贡献。通过改变 $\alpha_s(m_Z)$ 为 0.118 ± 0.001 ，我们计算了平均横向动量对于 QCD 耦合常数的依赖性。在实验上预计 LHeC 的积分亮度可达 $100 fb^{-1}$ ，在此情况下我们得出了对应的统计误差。

至此我们可以总结对于带电轻子平均横向动量而言，改变顶夸克质量 1GeV 时产生的影响显著大于其他参数带来的不确定性。统计误差与顶夸克质量改变 1GeV 产生的影响接近。在表 4-6 中我们也展示了采取实验基准区间总截面得出的类似结果。与带电轻子平均横向动量的情况相反的是，此时的参数不确定性比顶夸克质量改变 1GeV 带来的影响更大。可以看到改变顶夸克质量 1GeV 时截面变化 1%，而 PDF 不确定性约有 2%。如果改变 m_b 0.5 (0.2) GeV，底夸克质量带来的改变则有 5% (2% 依据文献^[181])。

我们使用如下线性模型描述平均横向动量对于顶夸克质量的依赖关系

$$\langle p_{T,\ell^-} \rangle = \langle p_{T,0} \rangle + \lambda \left[\frac{m_t}{\text{GeV}} - 172.5 \right], \quad (4.9)$$

这里 $\langle p_{T,0} \rangle$ 是对应取顶夸克质量 172.5GeV 时的带电轻子平均横向动量。参数 λ 与 $\langle p_{T,0} \rangle$ 可以基于表 4-4 与 4-5 计算得出。此方案表明可以从对 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 的测量提取出顶夸克质量。接下来我们计算了提取的顶夸克质量不确定性来源，包括统计误差和理论变化导致的误差。我们忽略了来自各种参数不

表 4-5 带电轻子平均横向动量的参数不确定性, 预计的统计误差, 以及对顶夸克质量的依赖。参数变化与括号内的值一致。

Tab. 4-5 Various parametric uncertainties, expected statistical error and dependence on the top-quark mass, of the average P_{T,ℓ^-} . The parameters are varied by the values in parenthesis.

[GeV]	$\delta\langle p_{T,\ell^-} \rangle$
PDFs(68% C.L.)	+0.0126 – 0.0081
$\alpha_S(m_Z)(0.001)$	+0.0034 – 0.0031
$m_b(0.5 \text{ GeV})$	± 0.0011
Statistical error	0.1341
$m_t(1.0 \text{ GeV})$	0.1225

表 4-6 类似于表 4-5, 对于实验基准区间总截面的情况。截面的变化显示为百分比。

Tab. 4-6 Similar to Table 4-5 for the total fiducial cross section. The variations of the cross section are shown in percentages.

[%]	$\delta\sigma$
PDFs(68% C.L.)	+2.50 – 2.08
$\alpha_S(m_Z)(0.001)$	+1.87 – 1.43
$m_b(0.5 \text{ GeV})$	± 4.86
Statistical errors	0.698
$m_t(1.0 \text{ GeV})$	0.950

确定性的干扰, 因为如前所述它们影响较小可忽略不计。

我们在图 4-13 中展示了顶夸克质量测量的预期 (伴随 172.5 GeV 的预设值)。图中的水平线对应于顶夸克质量 172.5 GeV 下的 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 。水平的宽条代表了估计的 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 的统计误差。对角线上的蓝色线是 NLO 下对 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 的预言, 这是一个依赖于顶夸克质量的函数。伴随着蓝线的红色宽条代表了 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 在 NLO 下的标度变化。提取的顶夸克质量的不确定性是按线性误差传播计算的, 在图中显示为各种垂直线条。关于统计误差的垂直线条是由水平宽带和对角蓝线交叉而得。理论误差的垂直线条是由对角宽带和水平红线交叉获得。最终, 我们预计提取的顶夸克质量的统计误差约为 1.1 GeV。理论误差约为 +1.3 GeV 和 -0.9 GeV。目前对于 LHC 上顶夸克质量直接测量的不确定性约为 500-600 MeV^[14,182]。间接测量 m_t 的误差约为 1-2 GeV^[14]。至于 HL-LHC, 预期直接测量的不确定性预计可被减少为 200 MeV^[182]。以

上这些测量都来自于顶夸克对产生。我们采取的对于 m_t 的测定基于单顶夸克产生且仅有轻子观测测量，和 LHC 上非直接测量有接近的精度。

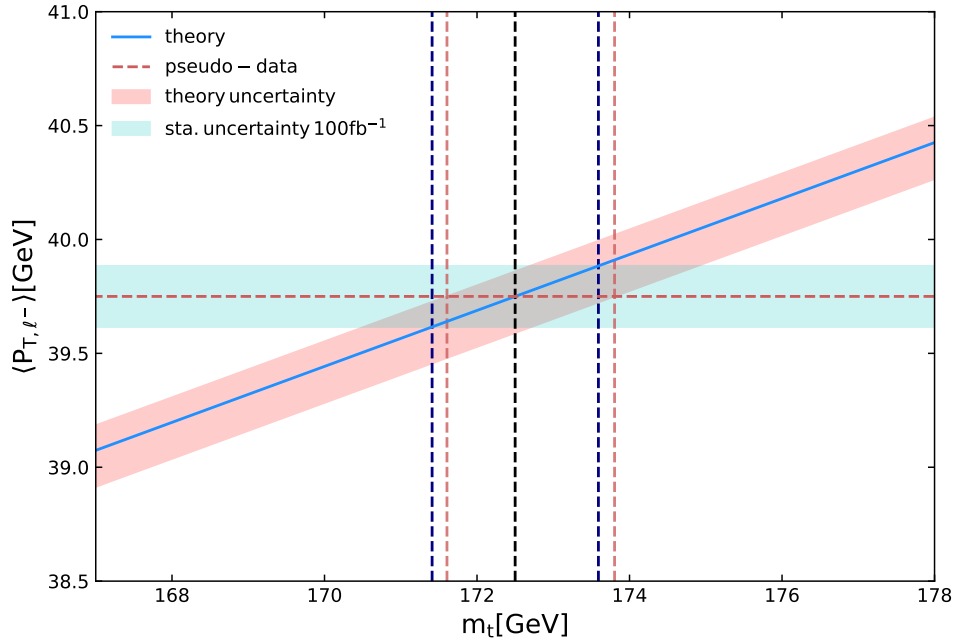


图 4-13 顶夸克质量测量的预期 (预设值为 172.5 GeV)。对角线是 NLO 下 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 预言关于顶夸克质量的函数。对角的宽带代表了 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 在 NLO 下的标度变化。水平的宽带代表了估计的 $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ 统计误差。竖直的线段表示提取顶夸克质量的各种不确定性。

Fig. 4-13 Projection of the top-quark mass measurement with a hypothetical value of 172.5 GeV. The diagonal line is the NLO prediction on $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ as a function of the top-quark mass. The diagonal band represents the scale variations of $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$ at the NLO. The horizontal band represents the estimated statistical error of $\langle p_{T,\ell^-} \rangle$. Vertical lines indicate various uncertainties of the extracted top-quark mass.

4.6 LHeC 上的 SMEFT 新物理效应

本节我们研究了单顶夸克产生伴随轻子衰变过程的 NLO 预言对寻找新物理的改进。相较于 LHC 而言，LHeC 预期可以借助单顶夸克产生来提供更好的对于有效 Wtb 耦合系数的约束^[102]。我们可以将有效 Wtb 顶点展开为 SM 贡献和新物理贡献之和^[183]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{tbW} = & -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{b}(\gamma^\mu((V_{tb} + \delta V_L)P_L + V_R P_R) \\ & - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{m_W}(g_L P_L + g_R P_R))tW_\mu^- + h.c.. \end{aligned} \quad (4.10)$$

新物理贡献可以看作是由 6 维有效算符^[70,184]导致的，例如^[185]：

$$\frac{1}{\Lambda^2} \{ C_{\phi q} O_{\phi q}^{(3,33)} + [C_{\phi\phi} O_{\phi\phi}^{33} + C_{tW} O_{tW}^{33} + C_{bW} O_{bW}^{33} + h.c.] \}, \quad (4.11)$$

这里 ϕ 是 SM 里的 Higgs 二重态。算符的定义可以参考文献^[185]。在这种情况下有效耦合系数可以被关联到对应的算符系数

$$\begin{aligned} \delta V_L = \frac{1}{2} \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{\phi q}, \quad g_R = \sqrt{2} \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{tW}, \\ V_R = \frac{1}{2} \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{\phi\phi}, \quad g_L = \sqrt{2} \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{bW}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

这里的 v 是真空期望值， Λ 是新物理能标。从之前的文献可以得知部分观测量的不对称性对修改过的 Wtb 耦合很敏感，它被定义为^[102]

$$A(X, X_0) = \frac{\sigma(X > X_0) - \sigma(X < X_0)}{\sigma(X > X_0) + \sigma(X < X_0)}. \quad (4.13)$$

这里 X 是运动学观测量，而 X_0 是参考值。我们考虑各种观测量的不对称性包括 $\Delta\eta(b, \ell^-)$, $\Delta\varphi(b, \ell^-)$, $\Delta\varphi(b, \cancel{E}_T)$, $\Delta\varphi(\ell^-, \cancel{E}_T)$ 和 $\cos(b, \ell^-)$ 。它们分别是在实验基准区间内两个重建对象的赝快度差值，方位角差值和夹角的余弦值。在表 4-7 中，我们展示了对于不对称性 $A(\Delta\eta, 0)$, $A(\Delta\varphi, \pi/2)$ 和 $A(\cos, 0)$ 在 LO 和 NLO 下包含标度不确定性的 SM 预言。上部(下部)的变化分别对应于标度为 $m_t(m_t/4)$ 。统计误差是在基于总积分亮度为 $100fb^{-1}$ 的情况下计算得到的。可以看到 NLO 的修正对于不同观测量中心值的影响约在 7%-30% 范围内。LO 下的标度不确定性过于微小并不可靠。NLO 下的标度不确定性约为 1% - 3%，和统计误差数值接近。

我们可以通过对比理论预言和预期的测量来对新物理进行约束。我们

表 4-7 在领头及次领头阶下采取中心标度 $m_t/2$ 时关于各种观测量的不对称性的 SM 预言。包括不对称性 $A(\Delta\eta, 0)$, $A(\Delta\phi, \pi/2)$ 和 $A(\cos, 0)$ 。上标(下标)变化对应于标度选择 $m_t(m_t/4)$ 。统计误差是在基于总积分亮度为 $100fb^{-1}$ 的情况下计算得到的。

Tab. 4-7 SM predictions on asymmetries of various observables at both the LO and NLO with a nominal scale choice of $m_t/2$. The numbers correspond to asymmetries $A(\Delta\eta, 0)$, $A(\Delta\phi, \pi/2)$ and $A(\cos, 0)$, respectively. The upper(lower) variation corresponds to an alternative scale of $m_t(m_t/4)$. The statistical errors are calculated by assuming a total integrated luminosity of $100fb^{-1}$.

Observable	LO	NLO	statistical error
$\Delta\eta(b, \ell^-)$	-0.374_{+0}^{-0}	$-0.411_{-0.008}^{+0.007}$	0.006
$\Delta\phi(b, \ell^-)$	$0.420_{-0.002}^{+0.001}$	$0.388_{-0.002}^{+0.004}$	0.006
$\Delta\phi(b, E/T)$	0.805_{+0}^{-0}	$0.746_{-0.013}^{+0.012}$	0.005
$\Delta\phi(\ell^-, E/T)$	0.346_{+0}^{-0}	$0.292_{+0.010}^{-0.008}$	0.007
$\cos(b, \ell^-)$	$0.419_{+0.011}^{-0.009}$	$0.548_{+0.018}^{-0.018}$	0.006

使用 MG5_aMC@NLO^[186] 计算了单顶夸克产生伴随轻子衰变过程中来自新物理的 LO 贡献。我们使用 MadAnalysis5^[187] 分析了产生的事例。我们使用模型 SMEFT@NLO^[188] 研究了有效 Wtb 耦合系数 δV_L 和 g_R 的影响，这里默认有效耦合系数都是实数。输入参数和实验基准区间的限制都和前述一致。

我们在表 4-8 中展示了关于有效耦合系数 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. (置信区间) 下的预期约束范围。这里考虑了多种观测量方案，且每次仅改变一个耦合系数。约束由对总基准截面或不对称性 $A(\Delta\eta(b, \ell^-), 0)$ 测量推导得出。我们进一步考虑了对于实验基准总截面和不对称性测量的 3% 的实验误差。最终得到的理论预言基于 LO 下的新物理贡献结合 LO 或 NLO 下的 SM 贡献，且额外考虑了标度变化的情况。

总的来说，我们发现 NLO 预言可以改善对于新物理的约束。这一方面是由于 SM 中心预言值的改变，另一方面是由于标度不确定性的降低。在 LO 包含标度不确定性的情况下，对于利用总实验基准区间截面得到的 g_R 约束增大了近四倍。而基于 NLO 预言得出的约束更加可信。相较于截面的结果，不对称性 $A(\Delta\eta(b, \ell^-), 0)$ 对 g_R 的约束要稍弱。对于从截面得到的对 g_R 的约束，标度变化的影响比不对称性的情况更大。我们也将我们的结果与参考文献^[102] 进行了对比。我们用 LO 不包含标度变化的预言对 δV_L 和 g_R

表 4-8 预计的关于有效耦合系数 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下的约束范围, 这里使用了不同的理论预言且每次仅改变一个耦合系数。约束是通过对于实验基准区间总截面或者不对称性 $A(\Delta\eta(b, \ell^-), 0)$ 的测量得出的。统计误差是在基于总积分亮度为 $100 fb^{-1}$ 的情况下计算得到的。我们进一步包含了对于实验基准区间总截面和不对称性的 3% 的实验不确定性。

Tab. 4-8 Projected bounds on the effective couplings g_R and δV_L at the 95% C.L. using different theory predictions by varying the couplings one at a time. The bounds are derived from the measurements on either the total fiducial cross section or the asymmetry $A(\Delta\eta(b, \ell^-), 0)$. The statistical errors are included assuming a total integrated luminosity of $100 fb^{-1}$. We further include an experimental uncertainty of 3% for both the measurement of the fiducial cross section and the asymmetry.

	LO	LO + scale var.	NLO	NLO + scale var.
$g_R(\sigma_{tot})$	[-0.047, 0.041]	[-0.236, 0.138]	[-0.039, 0.036]	[-0.057, 0.050]
$g_R(\Delta\eta(b, \ell^-))$	[-0.083, 0.062]	[-0.083, 0.062]	[-0.060, 0.051]	[-0.071, 0.059]
$\delta V_L(\sigma_{tot})$	[-0.0086, 0.0083]	[-0.034, 0.030]	[-0.0073, 0.0071]	[-0.010, 0.010]

给出的约束和引文的结果几乎相同。此处需要指出的是两者使用的实验基准区间并不完全一致。最终, 我们预期对于 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下的结果分别是 [-0.057, 0.050] 和 [-0.010, 0.010], 这些约束采用的是 NLO 的 SM 预言包含标度变化的方案。对于 HL-LHC, g_R 的敏感度在 95% C.L. 下是 [-0.05, 0.02]^[182]。因此, 在 LHeC 上对于耦合系数 g_R 预期的约束要弱于 HL-LHC。在 HL-LHC 上, δV_L 的敏感度在 68% C.L. 下是 [-0.036, 0.036]^[102]。我们预期 LHeC 比起 HL-LHC 可以给出对于 δV_L 更好的约束。

4.7 本章小结

本章我们展示了关于 LHeC 上单顶夸克产生伴随轻子衰变过程包含 QCD 的次领头阶修正效应的唯象学研究。NLO 的计算基于 Dipole 减除方法和复质量方案。我们考虑了完整的离壳和非共振贡献。NLO 修正减小了遍举截面达 8.5%。在一个典型的实验基准区间内, NLO 修正减小了总截面达 14%。我们也展示了关于各种分布的预言。考虑了 NLO 修正的总截面和分布的预言都在标度变化的情况下展示出了很强的稳定性。PDF 不确定性有时可以大于 NLO 下的标度不确定性, 这取决于所考虑的运动学区间。

不止于此, 我们提出了通过带电轻子平均横向动量来提取顶夸克质量

的方案。我们发现提取的顶夸克质量的统计误差预期为 1.1GeV 。由于标度不确定性导致的理论不确定性在 NLO 下预期为是 $+1.3\text{ GeV}$ 和 -0.9 GeV 。由输入参数包括强耦合常数，底夸克质量和 PDF 引起的不确定性是可忽略的。此外，我们研究了单顶夸克产生伴随轻子衰变的 NLO 预言对于寻找新物理的改进。相较于 LO 的结果，在采用 NLO 预言的情况下我们获得了更好的对于 Wtb 有效耦合系数 g_R 和 δV_L 的约束。我们预计对于 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下最好的约束分别是 $[-0.057, 0.050]$ 和 $[-0.010, 0.010]$ 。

第五章 LHC 上顶夸克对产生的唯象学分析

唯象学拉氏量或者标准模型有效场论 (SMEFT) 是一种联系远高于电弱能标的新物理与其低能唯象的重要手段。本章我们基于 CT18 全局分析框架对强子对撞机上的顶夸克对产生相关的 SMEFT 的 Wilson 系数与 PDFs 进行了联合拟合。我们主要关注顶夸克质量的提取以及与顶夸克对产生相关的四个有效算符, 得到了关于潜在新物理效应的自洽分析结果, 同时得到顶夸克极点质量在 68% C.L. 下为 $m_t = 172.58^{+0.99}_{-0.58}$ GeV。

5.1 背景简介

目前大型强子对撞机 (LHC) 上没有直接发现新物理 (NP) 的迹象。这意味着新物理的能标可能超出了 LHC 的探测能力, 同时凸显了通过寻找对标准模型的偏离来间接探测新物理的重要性。如若新物理能标远大于电弱能标, 我们可以在标准模型有效场论框架下对 SM 的偏离进行唯象研究。在 SMEFT 框架下新物理效应可以用高维算符及对应的被新物理能标压低的 Wilson 系数来描述。

为了测得这些 Wilson 系数, 我们需要结合实验测量与理论预言结果。大型强子对撞机第二阶段运行累积的 $150fb^{-1}$ 积分亮度的数据使得我们可以对 SM 进行精确检验。对应的包含新物理及 SM 贡献的理论预言也应被计算到与实验结果匹配的精度。强子对撞机上的产生截面可以借助共线因子化定理进行计算。其中部分子矩阵元包含了新物理效应, 会被用于与部分子分布函数 (PDFs) 进行卷积。但是传统意义上拟合的部分子分布函数是没有考虑新物理效应的。所以新物理效应可能已被吸收进了部分子分布函数中, 使用通用的 PDFs 会导致寻找新物理时的偏差。避免偏差的方案有两种。一种是将对 PDFs 的分析拓展到对 PDFs 和新物理的联合分析。此方案由 CTEQ 合作组^[189]开创并得到进一步发展^[190]。另一种方案是限制 PDF 拟合实验数据集的能量以将潜在新物理效应的影响最小化。此方案的缺点是会损失很多对 PDF 敏感的数据。

对 PDFs 和 NP 的拟合可以用拉格朗日乘子 (LM) 扫描的方法来实现^[191]。输入参数或衍生变量的不确定性可用对数似然函数 (χ^2) 关于指定变量的依赖性测得, 且 LM 方法不需要对 χ^2 在全局最小值邻域的行为做任何假设。由

于对参数空间进行精确扫描非常耗时，因此 LM 方法较少用于含有大量自由度的拟合中。为此我们使用机器学习和神经网络 (NNs) 来克服此缺点^[192]。 χ^2 对 PDF 参数的依赖性可以用 NNs 进行建模，这保证了对 PDF 参数空间的快速有效扫描。我们进一步在此框架中引入其它的 SM 关键输入参数，如顶夸克质量、强相互作用耦合常数，以及 SMEFT 中的 Wilson 系数。我们使用与 CT18 QCD 全局分析类似的方法提取了顶夸克质量，并得到与顶夸克对产生相关的六维算符系数的约束。

5.2 实验数据集

我们首先简要介绍全局分析所用的实验数据集。以 CT18 分析为基准我们使用了来自于 DIS、Drell-Yan 产生、顶夸克对和喷注产生过程总计 39 组数据集。此外我们进一步引入了来自于 LHC 13(8) TeV 关于顶夸克对分布的数据集，以及 Tevatron 和 LHC 上关于顶夸克对产生总截面的数据。我们考虑的新物理是由表 5-1 总结的顶夸克对产生数据所直接约束的。带星号的 CMS $t\bar{t}$ $19.7fb^{-1}(N_{pt}=7)$ 的数据集在我们的非基准拟合中用于替换 CMS $t\bar{t}$ $19.7fb^{-1}(N_{pt}=16)$ 的数据集。下面我们会总结所有数据的运动学覆盖范围。

表 5-1 全局分析中包含的关于顶夸克对产生的实验数据集。 N_{pt} 表明了每个数据集中的数据点总数。带星号的 CMS 8 TeV ($N_{pt}=7$) 的数据集用于替换 CMS 8 TeV ($N_{pt}=16$) 的数据集后进行非基准拟合。

Tab. 5-1 Experimental data sets on top-quark pair included in the global analyses. N_{pt} indicates the total number of data points in each data set. The starred data set are only used in variant fits to replace the counterparts in the nominal fits.

Experiments	$\sqrt{s}(\text{TeV})$	$\mathcal{L}(\text{fb}^{-1})$	observable	N_{pt}
LHC(Tevatron)	7/8/13(1.96)	—	$t\bar{t}$ total cross section ^[193–198]	8
ATLAS $t\bar{t}$	8	20.3	1D dis. in $p_{T,t}$ or $m_{t\bar{t}}$ ^[199]	15
*CMS $t\bar{t}$	8	19.7	1D dis. in $m_{t\bar{t}}$ ^[200]	7
CMS $t\bar{t}$	8	19.7	2D dis. in $p_{T,t}$ and y_t ^[201]	16
ATLAS $t\bar{t}$	13	36	1D dis. in $m_{t\bar{t}}$ ^[202]	7
CMS $t\bar{t}$	13	35.9	1D dis. in $m_{t\bar{t}}$ ^[203]	7

LHC 上的 ATLAS 和 CMS 合作组在 $\sqrt{s} = 8$ TeV 下测量了关于顶夸克对产生的众多运动学变量的微分散射截面。由于不同分布间复杂的统计关联，我们仅在 ATLAS 的情况下才会同时使用不同观测量的分布。对于 ATLAS(积分亮度为 20.3 fb^{-1} 时)^[199]，我们同时采用了顶夸克对不变质量分布 $d\sigma/dm_{\bar{t}t}$ 和顶夸克横向动量分布 $d\sigma/dp_{T,t}$ ，它们分别含有 8 个和 7 个数据点。对于 CMS(积分亮度为 19.7 fb^{-1} 时)^[201]，在基准拟合中我们采用了归一化的双微分分布 $(1/\sigma) \times d^2\sigma/dp_{T,t}dy_t$ 的测量结果。在非基准的拟合中，使用了 CMS 的归一化微分分布 $(1/\sigma) \times d\sigma/dm_{\bar{t}t}$ ^[200] 测量结果。 $p_{T,t}$ 和 $m_{\bar{t}t}$ 分布的最高值分别达到了 600 和 1600 GeV。

在质心能 13 TeV 时我们选择了 $m_{\bar{t}t}$ 分布。因为更高的 $m_{\bar{t}t}$ 区域对新物理更敏感。对于 ATLAS^[202]，对应数据在 2015 和 2016 年被采集，我们考虑的是顶夸克对轻子 + 喷注衰变道(对应积分亮度为 36 fb^{-1})。对于 CMS^[203]，这些数据在 2016 年被采集，我们考虑的是顶夸克对双轻子衰变道(对应积分亮度为 35.9 fb^{-1})。这两个合作组对 $m_{\bar{t}t}$ 的测量采用了相同的运动学区间，对应的分布的 7 个区间为

$$[300, 380, 470, 620, 820, 1100, 1500, 2500] \text{ GeV}. \quad (5.1)$$

我们还考虑了在 Tevatron 和 LHC 7/8/13 TeV 上对总截面的测量，一共包含 8 个数据点。具体而言，我们引入了来自于以下实验组的总截面测量结果：在 $\sqrt{s} = 1.96$ TeV 下的 CDF 和 D0 的实验测量^[193]，在 $\sqrt{s} = 7$ TeV 下的 ATLAS^[194] ($e\mu$ 道) 和 CMS^[195] (双轻子道) 的实验测量，在 $\sqrt{s} = 8$ TeV 下的 ATLAS^[194] ($e\mu$) 和 CMS^[196] ($e\mu$) 的实验测量，以及在 $\sqrt{s} = 13$ TeV 下的 ATLAS^[197] ($e\mu$) 和 CMS^[198] ($e\mu$) 的实验测量。测量精度位于 2% 至 8% 范围内，其中 ATLAS 13 TeV 测量精度为 2%，而 D0 测量精度为 8%。

5.3 理论计算

新物理效应可以用 SMEFT 框架下的有效相互作用描述。我们在此回顾本文之前所述的关于 SMEFT 算符的内容。对于 SM 的偏离可以基于 SM 的场量及对称性来构建的高维算符基来进行参数化。完整的拉氏量因此可以写为 SM 的部分和关于 Λ 展开的部分。这里的 Λ 通常是新物理的能标，一

般认为它远远大于电弱能标。我们标记 $O_i^{(6)}$ 为六维算符， C_i 为对应的包含了 UV 理论信息的 Wilson 系数。我们假设这里的系数都为实数，并且不考虑高于 6 维的算符。

根据文献^[68–69,188,204–206]，我们引入了 $U(2)_Q \times U(2)_u \times U(3)_d$ 味对称性。这在 Warsaw 基^[70]下产生了 22 个与顶夸克算符相关的独立 6 维算符。不失一般性地，我们重点研究与顶夸克对产生相关的下列四个算符^[69]

$$\begin{aligned}
 O_{tu}^1 &= \sum_{i=1}^2 (\bar{t} \gamma_\mu t) (\bar{u}_i \gamma^\mu u_i), \\
 O_{td}^1 &= \sum_{i=1}^3 (\bar{t} \gamma^\mu t) (\bar{d}_i \gamma_\mu d_i), \\
 O_{tG} &= i g_s (\bar{Q}_{L,3} \tau^{\mu\nu} T^A t) \tilde{\phi} G_{\mu\nu}^A + \text{h.c.}, \\
 O_{tq}^8 &= \sum_{i=1}^2 (\bar{Q}_i \gamma_\mu T^A Q_i) (\bar{t}^\mu T^A t).
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

这里 u_i, d_i 是右手夸克。 Q_i 是第 i 代的左手夸克二重态。 t 是右手顶夸克。我们选取了 $C_{tu}^1 = C_{td}^1$ 且所有系数均为实数。 T^A 是盖尔曼矩阵。 $\tau^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$ ， ϕ 是希格斯二重态。 $G_{\mu\nu}^A$ 是胶子场强张量。 g_s 是强耦合常数。

以上四个 SMEFT 算符最终都会对截面与分布产生影响。对于指定观测量，在 QCD 的 NLO 下载面与分布的理论预言包含三项：标准模型贡献、Wilson 系数一次项贡献与平方项贡献。这里的标准模型贡献占据主导地位。一次项来源于 SMEFT 与 SM 振幅的干涉。对于我们选取的算符 C_{tu}^1 等，这一项仅在 QCD 的次领头阶下才会起贡献。第三项来自于 SMEFT 算符振幅平方，尽管其被 Λ 的高幂次压低了，但在很多情况下都起到重要作用。

表 5-2 对应数据集的理论计算。

Tab. 5-2 Theory calculations for the corresponding data sets.

observable	μ_0	SM QCD	SM EW	new physics	th. unc.
$t\bar{t}$ tot. cross sect.	m_t	NNLO+NNLL	no	NLO	$\mu_{F,R}$ var.
$t\bar{t}$ p_T dist.	$m_T/2$	NNLO	NLO	NLO	$\mu_{F,R}$ var.
$t\bar{t}$ $m_{t\bar{t}}$ dist.	$H_T/4$	NNLO (+ NLP)	NLO	NLO	$\mu_{F,R}$ var.
$t\bar{t}$ 2D dist.	$m_T/2$	NNLO	no	NLO	no

在表 5-2 中，我们总结了此工作的理论计算细节。我们采用了与 CT18

NNLO 拟合类似的方法进行整个研究的理论计算^[172]。

在此我们将分开阐述 SM 贡献和 NP 贡献的计算细节。SM 中顶夸克对产生的总截面是使用 Top++ v2.0^[207-208] 计算得出的。这些总截面预言包含了 QCD 的 NNLO 修正和 NNLL 精度的软胶子重求和效应。总截面对顶夸克质量的依赖也被包括在内。我们没有考虑对总截面的 EW 修正，因为它小于实验不确定性。

对于 LHC 上标准模型中顶夸克对产生的微分分布，我们采用了 QCD 下 NNLO 修正计算结果^[209-210]。这个过程是通过 FASTNLO 接口实现的^[211-212]。NNLO 预言对顶夸克质量的依赖通过乘积因子来近似。这些因子由 MADGRAPH5_AMC@NLO^[213] 计算的 NLO 预言得到。这是因为 FASTNLO 的 NNLO 结果仅对应着固定的顶夸克质量。关于 p_T 和 $m_{t\bar{t}}$ 分布的 EW 修正已在文献^[214]中被计算，这里考虑了所有的 LO EW ($\mathcal{O}(\alpha_s\alpha)$, $\mathcal{O}(\alpha^2)$) 和 NLO EW ($\mathcal{O}(\alpha_s^2\alpha)$, $\mathcal{O}(\alpha_s\alpha^2)$, $\mathcal{O}(\alpha^3)$) 修正。我们通过使用随区间改变的乘积 K 因子的方法将 EW 修正合并进了最后的 NNLO QCD 预言中。对于双微分分布，EW 修正目前尚未被计算。此外，顶夸克对不变质量分布在近阈产生区域会出现来源于 QCD 的高阶库仑修正，这部分贡献可能很大^[215-216]。它们在 QCD 次领头阶 (NLP) 精度下被重求和到了所有阶^[217]。库仑修正会显著改变截面，例如 LHC 13 TeV 上 $m_{t\bar{t}}$ 分布的第一个运动学区间的截面。在为研究顶夸克质量而做的非基准拟合中，我们的理论预言包含了文献^[217]计算的软胶子重求和修正并将此修正的一半作为理论不确定性。

在我们的基准计算中，动态因子化和重整化标度总是取为相同的值： $\mu_R = \mu_F \equiv \mu_0$ 。对于顶夸克对产生，基准标度 μ_0 取为^[209]

$$\begin{aligned}\mu_0 &= m_t \quad \text{对于总截面,} \\ \mu_0 &= \frac{m_{T,t}}{2} \quad \text{对于 } p_{T,t} \text{ 和 } (1/\sigma)d^2\sigma/dp_{T,t}dy_t \text{ 分布,} \\ \mu_0 &= \frac{H_T}{4} \equiv \frac{1}{4}(m_{T,t} + m_{T,\bar{t}}) \quad \text{对于 } m_{t\bar{t}} \text{ 分布,}\end{aligned}$$

这里的 $m_{T,t} \equiv \sqrt{m_t^2 + p_{T,t}^2}$ 和 $m_{T,\bar{t}} \equiv \sqrt{m_t^2 + p_{T,\bar{t}}^2}$ 分别是顶夸克和反顶夸克的横向质量。

顶夸克对产生的理论不确定性通过改变重整化标度和因子化标度得到，也即将 $\mu_R = \xi_R\mu_0$ 和 $\mu_F = \xi_F\mu_0$ 的因子从 1/2 变到 2。具体来说，对于观测

量 \mathcal{O}_i 而言，重整化和因子化不确定性 δ_{μ_R} 和 δ_{μ_F} 由以下公式定义

$$\delta_{\mu_R}(\mathcal{O}_i) \equiv \frac{\mathcal{O}_i(\xi_R = 2, \xi_F = 1) - \mathcal{O}_i(\xi_R = 1/2, \xi_F = 1)}{2\mathcal{O}_i(\xi_R = 1, \xi_F = 1)}, \quad (5.3)$$

$$\delta_{\mu_F}(\mathcal{O}_i) \equiv \frac{\mathcal{O}_i(\xi_R = 1, \xi_F = 2) - \mathcal{O}_i(\xi_R = 1, \xi_F = 1/2)}{2\mathcal{O}_i(\xi_R = 1, \xi_F = 1)}. \quad (5.4)$$

对于同一个观测量而言，不同微分分布区间的标度不确定性被认为是相互关联的。在拟合中我们通过对每个观测量增加两个与实验关联误差类似的参数来描述它们。

EFT 算符对散射截面的贡献精确到了 QCD 的 NLO，我们使用 MADGRAPH5_AMC@NLO^[213] 配合 EFT 模型^[218] 的 NLO 程序包得到此项贡献。我们进一步将计算链接到了 PINEAPPL 接口^[219-220] 以产生不依赖于 PDFs 信息的插值表。对于每个变量我们需要产生多个表来重建散射截面对 Wilson 系数的完整依赖。通过以上方法我们可以准确且快速地计算出任意 Wilson 系数及 PDFs 时的新物理贡献。我们没有考虑来源于新物理的理论不确定性或标度变化。这些效应较为次要，对我们最终提取的 Wilson 系数的结果仅会产生略微影响。为了具体呈现我们选取的四夸克算符对标准模型微分截面预言的影响，我们在图 5-1 中展示了关于 CMS 实验 8 TeV ($19.7fb^{-1}$) 中顶夸克对产生的不变质量的微分截面的理论预言。我们在图中上半部分展示了分别选取 $C_{tu}^1 = C_{td}^1 = 0, 5, 10$ 三种情况时的不变质量 $m_{t\bar{t}}$ 分布，下半部分展示了三种分布与标准模型分布的比值。图中选取的 PDF 为 CT18 NNLO 中心值，顶夸克质量为 172.5 GeV， $\Lambda = 1$ TeV。

5.4 对数似然函数的计算

本节我们使用神经网络 (NNs) 和机器学习来对多维参数空间上的对数似然函数 (χ^2) 进行建模。在超过二次逼近的情况下 NNs 方法依然有效，它可以对整个参数空间进行有效快速地扫描。我们下面阐述如何计算全局分析中多个实验数据集对应的 χ^2 。

对于一组给定的 SM, SMEFT 和 PDF 参数 (即 $\{a\}$) 而言，理论预言和

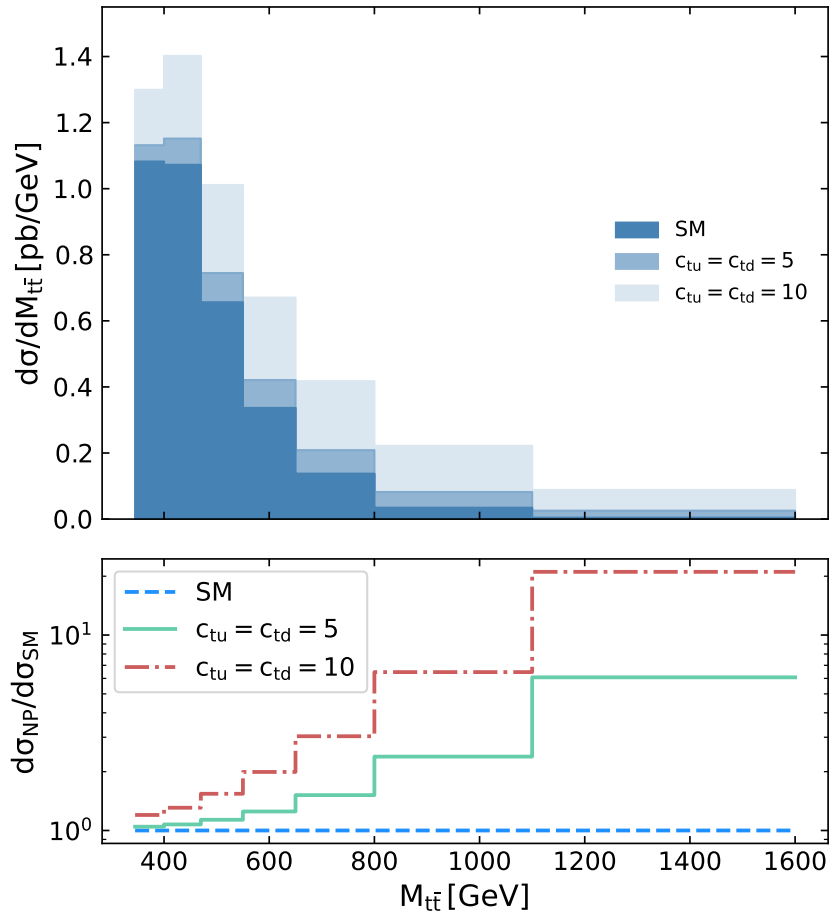


图 5-1 关于 CMS 实验 8 TeV ($19.7fb^{-1}$) 中顶夸克对产生的不变质量 $M_{t\bar{t}}$ 的微分截面的预言。图的上半部分展示的是在 Wilson 系数 $C_{tu}^1 = C_{td}^1 = 0, 5, 10$ 三种情况下的 $M_{t\bar{t}}$ 分布，下半部分展示的是三种分布分别与标准模型分布的比值。

Fig. 5-1 Distribution of invariant mass $M_{t\bar{t}}$ of the top quark pair production in CMS 8 TeV ($19.7fb^{-1}$). The upper panel shows three distributions of $M_{t\bar{t}}$ with Wilson coefficients choice as $C_{tu}^1 = C_{td}^1 = 0, 5, 10$, respectively. The lower panel shows the ratios of three distributions to SM distribution.

对应的实验测量值一致程度可以用函数 χ^2 量化。这由下式给出^[221]

$$\chi^2(\{a\}, \{\lambda\}) = \sum_{k=1}^{N_{pt}} \frac{1}{s_k^2} \left(D_k - T_k - \sum_{\alpha=1}^{N_\lambda} \beta_{k,\alpha} \lambda_\alpha \right)^2 + \sum_{\alpha=1}^{N_\lambda} \lambda_\alpha^2, \quad (5.5)$$

其中 N_{pt} 是数据点的总数, s_i^2 是用统计误差和无关联系统误差平方求和得到的。 D_i 是实验测量的中心值, T_i 是依赖于 $\{a\}$ 的对应理论预言值。 $\beta_{k,\alpha}$ 是实验上的所有关联误差。此处我们假定参数 λ_α 遵循标准正态分布。

通过对参数 λ_α 的调节可以最小化 $\chi^2(\{a\}, \{\lambda\})$ 的值, 我们现在可以得到新的 χ^2 函数

$$\chi^2(\{a\}, \{\hat{\lambda}\}) = \sum_{i,j=1}^{N_{pt}} (T_i - D_i) [\text{cov}^{-1}]_{ij} (T_j - D_j), \quad (5.6)$$

这里的 cov^{-1} 是实验协方差矩阵的逆

$$(\text{cov})_{ij} \equiv s_i^2 \delta_{ij} + \sum_{\alpha=1}^{N_\lambda} \beta_{i,\alpha} \beta_{j,\alpha}. \quad (5.7)$$

实验系统误差通常表示为数据点的相对误差 $\sigma_{i,\alpha}$ 。因此对于关联系统误差, 我们采用 $\sigma_{i,\alpha} T_i$ (即 ‘t’ 定义^[222]) 的计算结果, 而不是 $\sigma_{i,\alpha} D_i$ 以避免 D’Agostini 偏差^[223]。

本文中的 NNs 依照文献^[192]的方法构建而成, 我们将其扩展至更大的 SM 参数空间并包含了 SMEFT 系数。通过 NNs, 可以将顶夸克质量、强耦合常数、PDFs 和 SMEFT Wilson 系数都作为输入参数与单独数据集的函数 χ^2 联系起来。这里我们每次只考虑三个 Wilson 系数 (C_{tu}^1, C_{tq}^8 与 C_{tg}) 中的一个, 当然扩展至同时包括三个参数的情况也是显然的。

我们采用 LM 扫描的方法来估计任意独立变量 $X(\{a\})$ ($\{a\}$ 是自由参数) 的不确定性。我们对全局拟合中的 χ^2 引入额外的拉格朗日乘子后可以得到新的函数

$$\Psi(\lambda, \{a\}) \equiv \chi^2(\{a\}) + \lambda X(\{a\}), \quad (5.8)$$

这里的 λ 是指定常数。通过对不同 λ 值求新函数的最小值, 我们可以得到一系列 $\{a\}$ 、 $X(\{a\})$ 和 $\chi^2(\{a\})$ 数据组。因此可以得到 χ^2 关于变量 X 的变

化函数。在 90% C.L. 下 X 的 PDF 不确定性可以依据 CT18 的分析方法用容错准则 $\Delta\chi^2 + P = 100$ 测定。这里的 P 被称为 Tier-2 惩罚项，用来确保数据集在 90% C.L. 出现偏离时满足容错条件。

5.5 顶夸克质量的提取

本节我们会通过 LM 扫描和前述全局分析步骤来测定顶夸克质量。

我们在顶夸克质量研究中对 PDFs, m_t 和 $\alpha_s(M_Z)$ 的联合拟合实施了一系列 LM 扫描，它们之间通过顶夸克对产生的截面相互关联在一起。本节我们不考虑来源于 SMEFT 的贡献。

在图 5-2 中，我们展示了 χ^2 关于 m_t 的函数的图像。黑色的和红色的实线代表了全局 χ^2 相对其最佳拟合的变化，即 $\Delta\chi^2$ 和 $\Delta\chi^2 + P$ 。 P 是上一节所述的 Tier-2 惩罚项。点线、虚线、虚点线代表了各个实验数据集对 $\Delta\chi^2$ 的贡献。蓝色的垂直虚点线对应着通过满足 $\Delta\chi^2 + P = 100$ 得到的 90% C.L. 的不确定性范围。我们发现对于全局 $\Delta\chi^2$ 和单独的 $\Delta\chi^2$ ，它们都在全局最小值附近展示出对于变量的准二次依赖。

对于 $t\bar{t}$ 数据的 LM 扫描结果展示出了预期的主要约束。不确定性范围主要由这些数据集的惩罚项决定。LM 扫描预言的结果在 90% C.L. 下为 $m_t = 172.58^{+1.62}_{-0.96}$ GeV，这略大于从散射截面测得的世界平均值 $m_t = 172.4 \pm 0.7$ GeV(68% C.L.)。我们发现 ATLAS 的 $t\bar{t}$ 数据倾向于更大的 m_t 值，而 CMS 的 8 和 13 TeV $t\bar{t}$ 数据倾向于更小的值。CMS 13TeV 数据所表现的更低的 m_t 值与文献^[224]所述一致，这主要源于 $m_{t\bar{t}}$ 分布第一个运动学区间接近阈值而产生的约束。

为了研究 m_t 和 $\alpha_s(M_Z)$ 间的相互影响，在图 5-3 中我们展示了通过 LM 的二维扫描得到的 $\Delta\chi^2$ 在 $m_t - \alpha_s(M_Z)$ 平面上的等值图。蓝色和红色的等值线分别代表了 $\Delta\chi^2 = 5$ 和 $\Delta\chi^2 = 10$ 的情况。我们发现在 m_t 和 $\alpha_s(M_Z)$ 间存在着中等相关性。此外，由于 χ^2 对两个参数有着非二次的依赖，等值线的形状呈现出轻微的不对称性。

我们在表 5-3 中总结了对 m_t 和它的 68% C.L. 不确定性范围的最佳拟合，其中分别采用了不同的 $\alpha_s(M_Z)$ 输入及基准设置。无论是自由选取 $\alpha_s(M_Z)$ 还是固定为最佳拟合值，不确定性都几乎不变。选取 $\alpha_s(M_Z)$ 为 0.118 则导致了 m_t 中心预言值和它不确定性范围的的轻微增加。

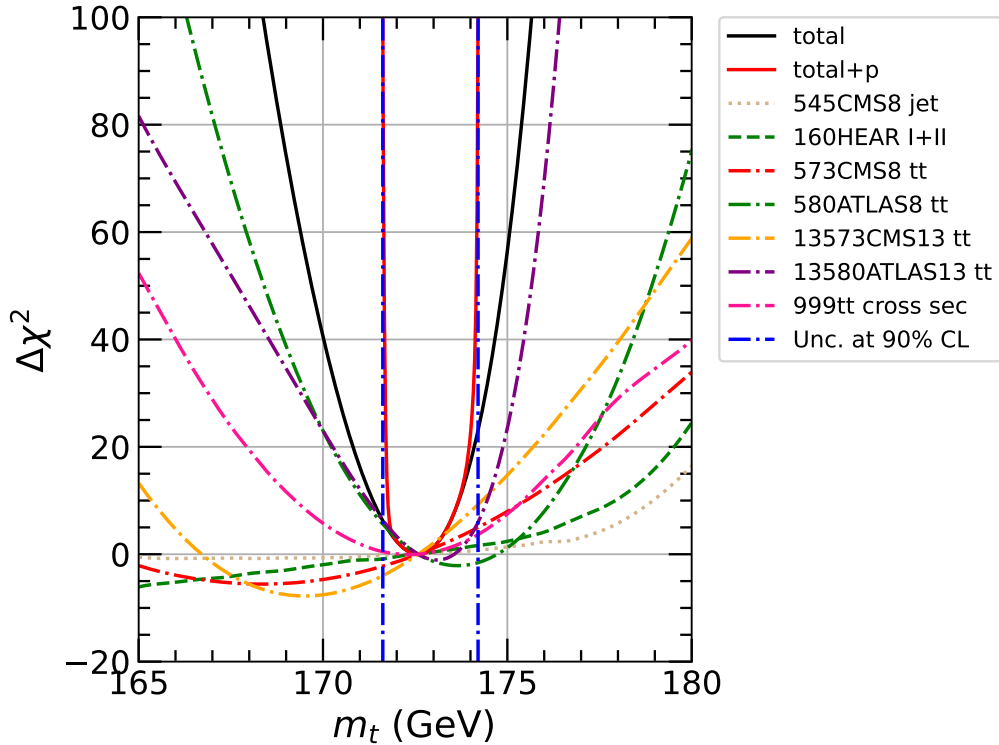


图 5-2 关于顶夸克质量的 LM 扫描。黑色和红色的实线分别代表了 $\Delta\chi^2$ 和 $\Delta\chi^2 + P$ 。点线、虚线、虚点线代表了各个实验数据集对 $\Delta\chi^2$ 的贡献。蓝色的垂直虚点线对应着用 LM 扫描得到的 90% C.L. 的不确定性范围。

Fig. 5-2 LM scans on m_t . The black and the red solid lines represent $\Delta\chi^2$ and $\Delta\chi^2 + P$ respectively. The dot, dash and dot-dash parabolic curves represent the contributions to $\Delta\chi^2$ from individual experimental data sets. The blue vertical dot-dash lines indicate the uncertainties at 90% C.L. determined with LM scans by requiring $\Delta\chi^2 + P = 100$.

我们也展示了固定 $\alpha_s(M_Z)$ 为 0.118 时得到的非基准拟合结果，且在计算所有 $t\bar{t}$ 数据的 χ^2 时分别考虑了固定所有 PDF 参数到他们的最佳拟合值或者不考虑理论误差的两种情况。前者对 m_t 的不确定性影响很轻微。在后者的情况中 m_t 的不确定性减少了一半，这正说明了理论不确定性的重要性。至于第三个非基准拟合结果，是在 LHC 13TeV 上计算 $m_{t\bar{t}}$ 分布时应用 NLP 修正及相关理论误差得到的。由于阈值附近区间的 NLP 修正使得产生截面增强，因此 m_t 的最佳拟合值增加了 0.3 GeV。

为了得到来源于单独 $t\bar{t}$ 数据集的贡献，我们对 m_t 重复进行 LM 扫描，且每次仅保留一组 $t\bar{t}$ 数据集并固定 $\alpha_s(M_Z)$ 为 0.118。我们将以上 LM 扫描

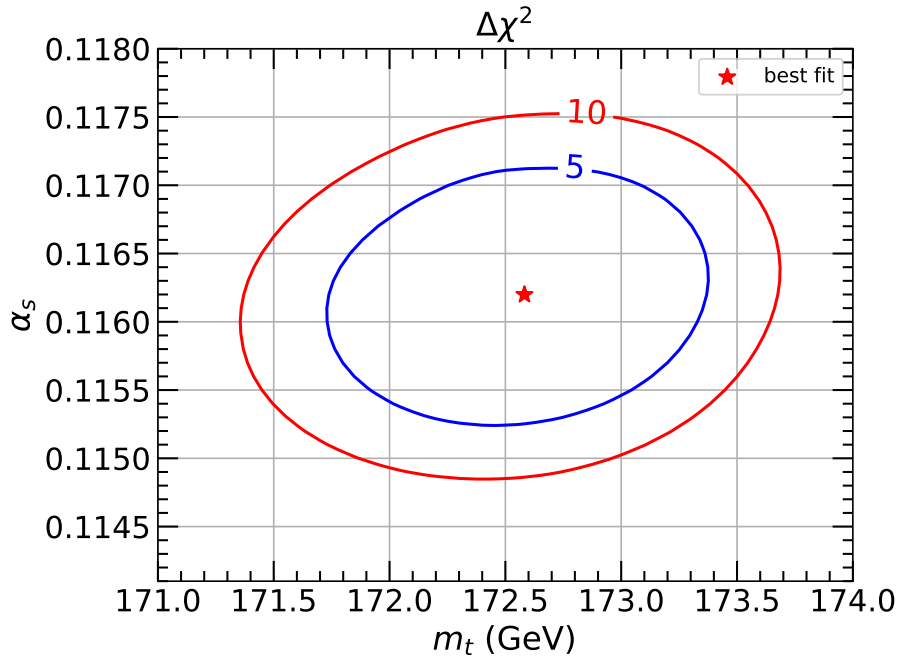


图 5-3 通过二维 LM 扫描得到的 $\Delta\chi^2$ 在 $m_t - \alpha_s(M_Z)$ 平面上的等值图。

Fig. 5-3 Contour plot of $\Delta\chi^2$ on the plane of m_t vs. $\alpha_s(M_Z)$ determined with 2-D LM scans.

的结果展示在表 5-4 中。可以发现 ATLAS 13 TeV 数据集给出了很强的约束，而 CMS 8TeV 数据给的约束是最弱的。ATLAS 13 和 8 TeV 数据与总截面测量的数据集对于中心值和 m_t 的不确定性范围的预言都是一致的。如前所述，我们选取的三个 CMS 数据集中有两个被用于基准拟合，另一个 8TeV $m_{t\bar{t}}$ 分布用于非基准拟合。它们的 m_t 中心值与其他结果相比都低 3GeV 以上，但是不确定性较为一致。我们同时也调研了重求和的库仑修正的影响。它们使得 ATLAS 和 CMS 13 TeV 测量的 m_t 最佳拟合值增加了约 1 GeV，不过 ATLAS 和 CMS 13 TeV 的差异依然存在。在此需要指出的是对于 8TeV 的分

表 5-3 各种条件时在 68% C.L. 下对 m_t 的 LM 扫描结果。

Tab. 5-3 Results of LM scans on m_t at 68% C.L. with various conditions.

setup	nominal	nominal	nominal	PDF fixed	no the. unc.	NLP
$\alpha_s(M_Z)$	free	0.1162	0.118	0.118	0.118	0.118
$m_t(\text{GeV})$	$172.58^{+0.99}_{-0.58}$	$172.58^{+0.98}_{-0.58}$	$172.79^{+0.90}_{-0.87}$	$172.79^{+0.90}_{-0.86}$	$172.71^{+0.43}_{-0.43}$	$173.12^{+1.12}_{-0.87}$

布而言库仑修正是可忽略不计的。我们在图 5-4 中总结了源于表 5-3 和 5-4 的各种顶夸克质量的测量结果。红色和蓝色的标记与误差棒分别对应着最终结果的基准设置中 $\alpha_s(M_Z)$ 固定为 0.118 或自由选取的情况。橙色的标记和误差棒表示 $t\bar{t}$ 预言中不包含理论误差的 LM 扫描的结果。绿色的标记和误差棒表示着包含库仑修正的结果。黑色的标记和误差棒代表着 CMS 8TeV 数据集中 $p_{T,t}$ 和 y_t 的二维分布被替换为 $m_{t\bar{t}}$ 分布的结果。

表 5-4 采用单独的顶夸克对数据集得到的对 m_t 的 68% C.L. 的 LM 扫描结果。

Tab. 5-4 Results of LM scans on m_t at 68% C.L. with individual $t\bar{t}$ data sets.

individual	tot. cross sect.	CMS 8	ATLAS 8	CMS 13	ATLAS 13
m_t (GeV)	$173.65^{+1.55}_{-1.55}$	$168.11^{+4.00}_{-4.10}$	$173.64^{+1.64}_{-1.61}$	$169.73^{+1.58}_{-1.44}$	$173.03^{+0.76}_{-1.04}$
individual	CMS 8 ($m_{t\bar{t}}$)	CMS 13 (NLP)	ATLAS 13 (NLP)		
m_t (GeV)	$168.31^{+4.07}_{-4.75}$	$170.54^{+1.64}_{-1.61}$	$174.14^{+0.99}_{-1.53}$		

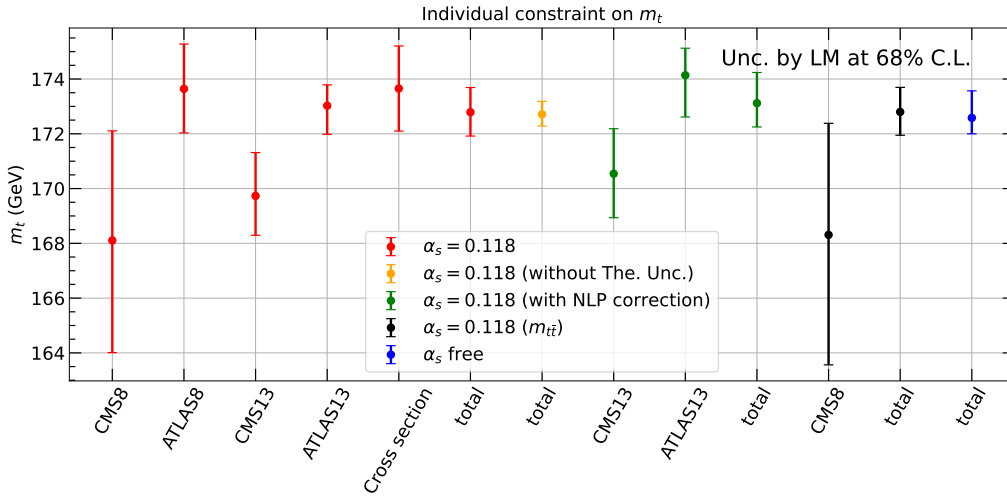


图 5-4 顶夸克质量拟合结果的总结图。x 轴代表了所采用的数据集。标记和误差棒分别代表了中心值以及用 LM 方法估计的 68% C.L. 的不确定性。

Fig. 5-4 Summary plot for m_t determination with various conditions. The x-axis represents the $t\bar{t}$ data set we want to study. The marks and error bars respectively indicate the central values and uncertainties at 68% C.L. determined with the LM method.

5.6 顶夸克对产生的 SMEFT 效应

在对 SMEFT 进行研究的后期扫描中,我们仅对 PDFs 和 Wilson 系数进行了联合拟合。我们固定了 m_t 和 α_s 的值,因为这两个参数在不确定性范围内变化产生的影响较为次要。在下文中,这两个参数的值被设为世界均值 $\alpha_s(M_Z) = 0.118$ 与 $m_t = 172.5$ GeV。

我们首先展示了四夸克算符 O_{tu}^1 和 O_{td}^1 的分析结果。我们将 Wilson 系数设为 $C_{tu}^1 = C_{td}^1$ 并对其进行 LM 扫描,其他系数设为零。 χ^2 作为 C_{tu}^1 的函数展示在图 5-5 中。可以发现总的 $\Delta\chi^2$ 和独立的 $\Delta\chi^2$ 都展示出预期中的对 C_{tu}^1 的二次依赖形式,这是因为 SM 和 SMEFT 算符 O_{tu}^1 和 O_{td}^1 的干涉在 QCD 的 NLO 才开始起作用。

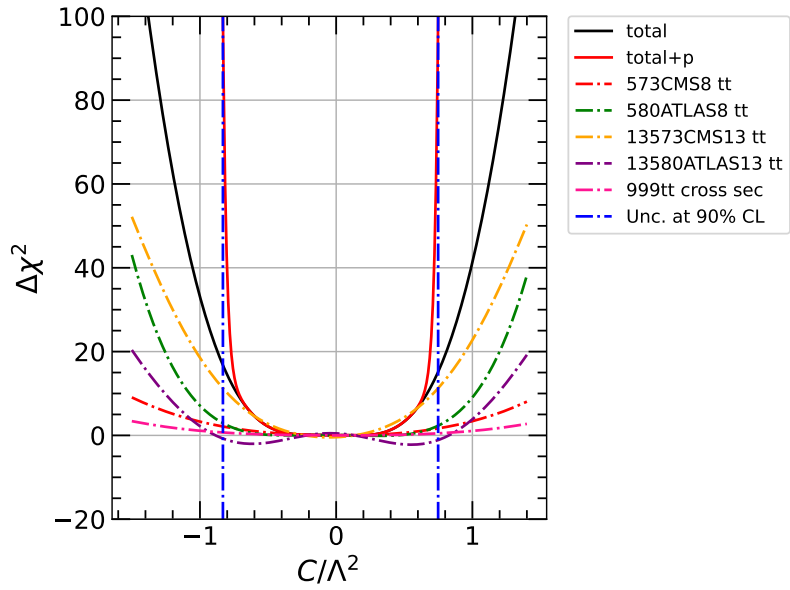
图 5-5 的上半部分采用了基准设置, CMS 13 TeV 数据展示出了最强的约束。不确定性范围也主要由这一数据集的惩罚项决定。LM 扫描在 90% C.L. 下估计的结果为 $C_{tu}^1/\Lambda^2 = 0.14_{-0.97}^{+0.61}$ TeV⁻², 这与标准模型相符。

在下半部分,我们展示了不采用理论误差时测得的结果。可以看到全局 $\Delta\chi^2$ 和单独数据集 $\Delta\chi^2$ 的行为都与上半部分所展示的类似。与预期相比不确定性轻微减少。除了图 5-5 之外,我们也在固定 PDF 参数为全局最小值的情况下对 C_{tu}^1 进行了 LM 扫描。它在 90% C.L. 下给出的结果为 $C_{tu}^1/\Lambda^2 = 0.14_{-0.95}^{+0.60}$ TeV⁻², 与基准设置下的结果非常接近。这也正说明 PDFs 和 C_{tu}^1 的关联很弱。

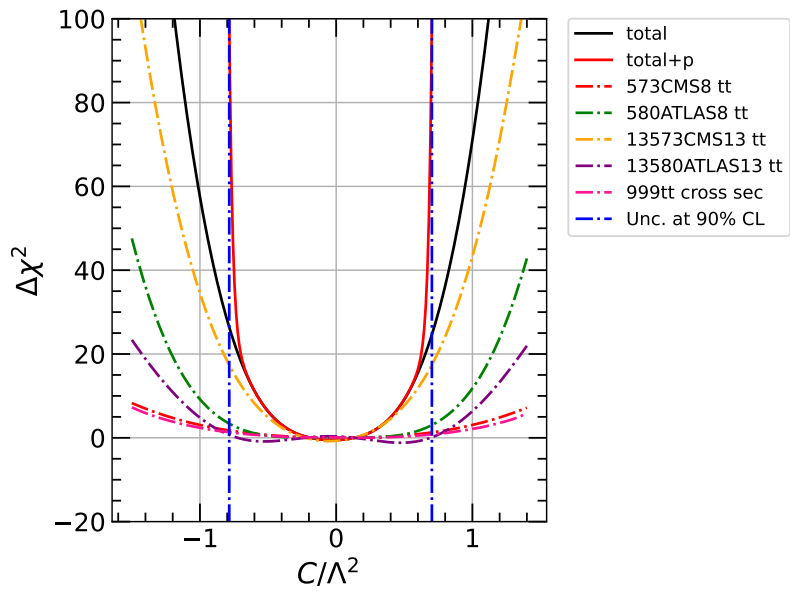
我们现在再分析四夸克算符 O_{tq}^8 。在图 5-6 中,我们展示了对 C_{tq}^8 进行 LM 扫描的结果。在上半部分图中采用的是基准设置,我们发现 CMS 13 TeV 数据和总截面测量给出了最强的约束。不确定性范围主要由两个数据集的惩罚项决定。LM 扫描在 90% C.L. 下估计的结果为 $C_{tq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.38}^{+2.58}$ TeV⁻²。

在下半部分图中,PDF 参数被固定为全局最小值。LM 扫描在 90% C.L. 下估计的结果为 $C_{tq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.35}^{+2.48}$ TeV⁻², 且不确定性比上半部分略微减少。

我们同样研究了算符 O_{tG} 。在图 5-7 中,我们展示了对 Wilson 系数 C_{tG} 进行 LM 扫描的结果。对于上半部分采用基准设置的情况,我们发现来源于总截面测量的约束相较之下较为严格。不确定性范围主要由这一数据集的惩罚项决定。LM 扫描在 90% C.L. 下估计的结果为 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.26}$



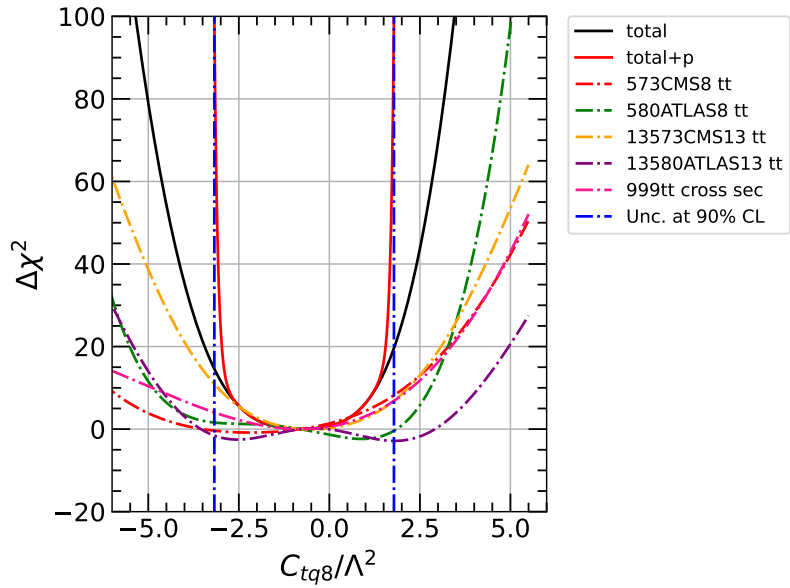
(a) Nominal setup



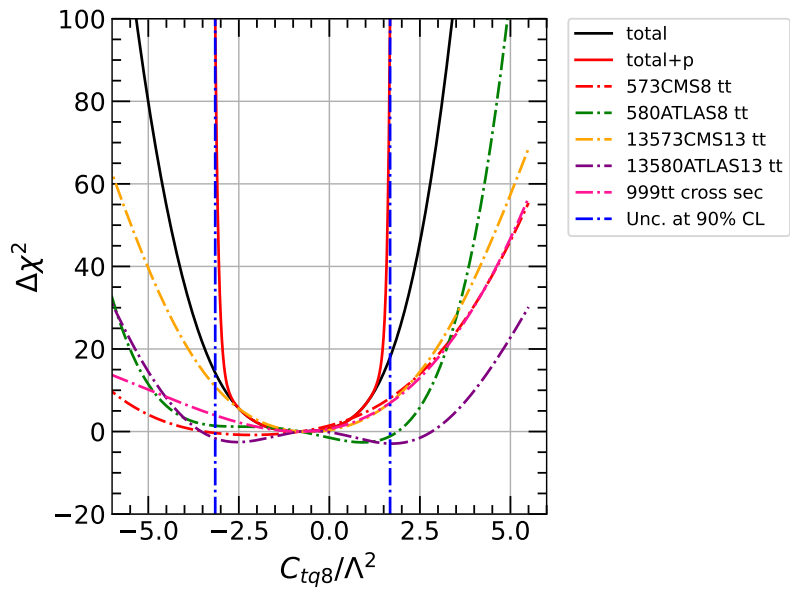
(b) Without The Unc.

图 5-5 基准设置下对 C_{tu}^1/Λ^2 的 LM 扫描结果 (上图)。不考虑理论误差时对 C_{tu}^1/Λ^2 的 LM 扫描结果 (下图)。

Fig. 5-5 LM scans on C_{tu}^1/Λ^2 with the nominal setup (upper panel), and LM scans on C_{tu}^1/Λ^2 without theoretical uncertainties (lower panel).



(a) PDF free



(b) PDF fixed

图 5-6 PDF 参数固定在全局最小值(下图)或不固定时(上图), 对 C_{tq}^8/Λ^2 的 LM 扫描结果。

Fig. 5-6 LM scans on C_{tq}^8/Λ^2 with the PDF parameters fixed at the global minimum (lower panel) or not (upper panel).

TeV^{-2} 。

在下半部分图中，我们将 PDF 参数固定为全局最小值。它在 90% C.L. 下估计的结果为 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.25} \text{TeV}^{-2}$ ，这与基准设置的结果非常接近。同样的这一现象也表明了 PDFs 和参数 C_{tG} 在全局拟合中的关联很弱。我们将所有三个 SMEFT 算符的 Wilson 系数采用不同设置的测量总结于表 5-5 中。

表 5-5 关于新物理的 90% C.L. 的约束。
Tab. 5-5 Constraints on new physics at 90% C.L..

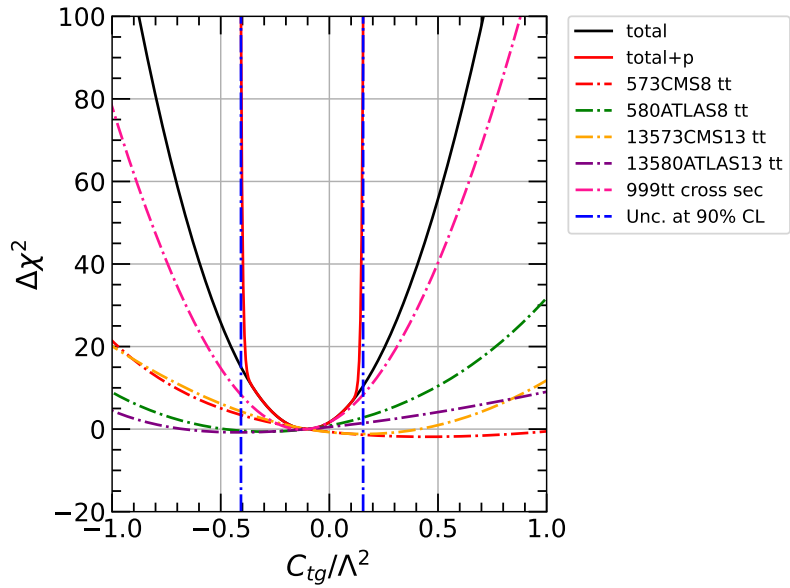
TeV^{-2}	nominal	PDF fixed	no the. unc.
C_{tu}^1/Λ^2	$0.14_{-0.97}^{+0.61}$	$0.14_{-0.95}^{+0.60}$	$0.14_{-0.92}^{+0.57}$
C_{tq}^8/Λ^2	$-0.80_{-2.38}^{+2.58}$	$-0.80_{-2.35}^{+2.48}$	-
C_{tG}/Λ^2	$-0.10_{-0.30}^{+0.26}$	$-0.10_{-0.30}^{+0.25}$	-

在每次仅保留一组 $t\bar{t}$ 数据集的情况下，我们重复进行全局拟合以进一步评估单独数据集对 Wilson 系数的约束。最终结果被列在表 5-6 中。第二列展示了采用所有数据集的结果。对于第二行 C_{tu}^1/Λ^2 的情况，CMS 13 TeV 数据给出了最强约束，这与图 5-5 一致。此外，ATLAS 8 和 13 TeV 数据同样都倾向于正的 C_{tu}^1/Λ^2 值。对于第三行 C_{tq}^8/Λ^2 的情况，总散射截面测量和 CMS 13 TeV 数据给出了最强的约束。ATLAS 8 和 13 TeV 都倾向于正的 C_{tq}^8/Λ^2 值，而相较之下其他三组都倾向于负数。对于最后一行 C_{tG}/Λ^2 的情况，总散射截面测量结果比其他数据集给出的约束更为严格。这里的 CMS 8 和 13 TeV 数据倾向于正值，而 ATLAS 8 和 13 TeV 倾向于负值。对于所有的结果而言，可以看到 CMS 13 TeV 给出的不确定性范围都更小。对于总截面测量结果， C_{tu}^1/Λ^2 的中心值和范围都符合 SM 预期，而其他系数 C_{tq}^8/Λ^2 和 C_{tG}/Λ^2 都倾向于呈现负值的偏离。

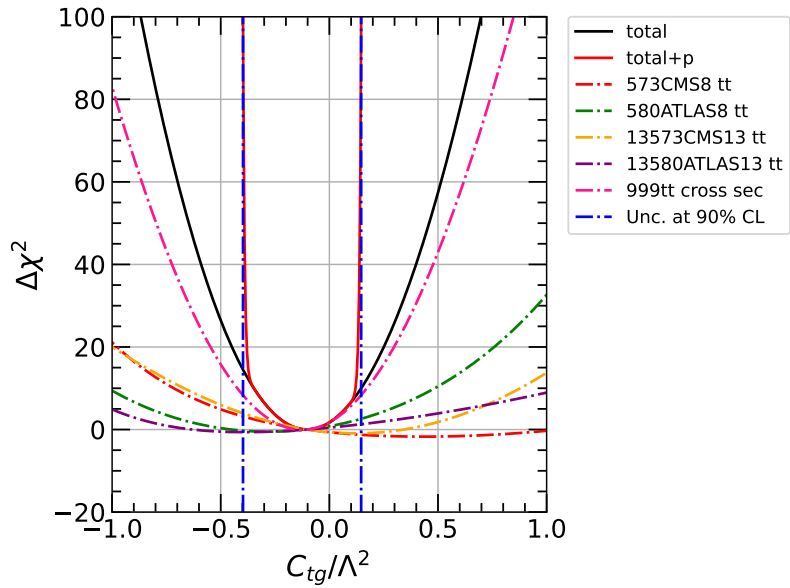
5.7 分析与讨论

本节我们对 QCD 和 SMEFT 联合拟合进行了分析讨论，包括提取出的 Wilson 系数对统计策略的依赖性、我们的结果与已存在结果的比较和对 Wilson 系数与 PDFs 相关性的进一步探索。

在我们的研究中，PDFs 的不确定性或 Wilson 系数都采用与 CT 18 全局



(a) PDF free



(b) PDF fixed

图 5-7 PDF 参数固定在全局最小值 (下图) 或不固定时 (上图), 对 C_{tG}/Λ^2 的 LM 扫描结果。

Fig. 5-7 LM scans on C_{tG}/Λ^2 with the PDF parameters fixed at best-fit (lower panel) or not (upper panel).

表 5-6 采用单独的顶夸克对数据集得到的在 90% C.L. 下对新物理的约束
 Tab. 5-6 Constraints on new physics at 90% C.L. with individual data sets for $t\bar{t}$ production.

TeV ⁻²	nominal	tot. cross sect.	CMS 8	ATLAS 8	CMS 13	ATLAS 13
C_{tu}^1/Λ^2	0.14 ^{+0.61} _{-0.97}	0.0 ^{+1.84} _{-1.84}	0.01 ^{+1.33} _{-1.39}	0.35 ^{+0.71} _{-1.46}	-0.05 ^{+0.76} _{-0.75}	0.54 ^{+0.58} _{-1.72}
C_{tq}^8/Λ^2	-0.80 ^{+2.58} _{-2.38}	-0.81 ^{+2.59} _{-3.40}	-2.16 ^{+3.74} _{-3.51}	0.92 ^{+1.88} _{-5.85}	-0.57 ^{+2.71} _{-2.58}	1.72 ^{+2.07} _{-6.16}
C_{tG}/Λ^2	-0.10 ^{+0.26} _{-0.30}	-0.13 ^{+0.28} _{-0.28}	0.43 ^{+1.45} _{-1.02}	-0.28 ^{+0.82} _{-0.79}	0.12 ^{+0.75} _{-0.78}	-0.38 ^{+1.30} _{-0.74}

分析相同的容错准则,即在 90% C.L. 下的 $\Delta\chi^2 + P = 100$ 。通过这个准则,全局 χ^2 的改变和单独数据集的差异都可被同时考虑在内。MSTW 分析^[225]使用了类似的动态容错准则,以测量 PDFs 或 QCD 参数不确定性。MSTW 准则与 CT18 准则主要在两个方面不同: MSTW 没有引入全局 χ^2 的变化,且对单独数据集的 χ^2 用另一种方式根据其全局最小值进行了归一化。在包含很多不同数据集的全局分析中,一般需要引入容错因子以探寻不同数据集间的潜在联系。实验分析中包含的数据集相较而言较少,因此一般采用通常的参数拟合准则。这个准则使用了在 $\Delta\chi^2 = 2.706$ 条件下得到的 90% C.L. 的不确定性。此外也有所谓的 PDF 仿形方法,它在拟合输入参数时将 PDFs 表示为一系列随机参数^[226-227]。这在与 $\Delta\chi^2 = 2.706$ 准则结合时近似等价于降低原始 PDF 集中的数据集权重后再进行全局拟合。我们在图 5-8 中比较了分别使用以上四种方案时提取出的 Wilson 系数及其不确定性。

图中的标记和误差棒分别代表了中心值和 90% C.L. 下的不确定性,我们每次仅考虑一种 Wilson 系数。可以看到 CT18 和 MSTW 准则展示的不确定性范围较为接近,这与文献^[228]中 PDF 不确定性的结果类似。而通常的参数拟合方案与实验方案较为接近,这两个方案得到的不确定性一般仅为前两个方案不确定性的一半。CMS 实验组给出的结果在 95% C.L. 下为 $C_{tq}^8/\Lambda^2 \in [-0.3, 0.36]$ TeV⁻²。他们使用的是 LHC 13 TeV 上采用顶夸克强子衰变道测得的横向动量分布,积分亮度为 139 fb⁻¹^[229]。我们的基准结果在 90% C.L. 下为 $[-3.2, 1.8]$ TeV⁻², 相较之下我们得到的约束较弱。首先这是由于我们 13 TeV 的数据仅用了亮度约为 36 fb⁻¹ 的样本,并且我们使用的是 CT18 容错准则而不是参数拟合的方法,这些会导致结果有总计四倍的变化。其次,CMS 分析仅考虑了产生截面中 Wilson 系数的线性项,然而我们采用的 SMEFT 完整贡献甚至包括了二次项。由于二次项的影响较为

重要，这也会影响我们提取的系数。对于系数 C_{tG}/Λ^2 ，文献^[229-230]的结果在 95% C.L. 下为 $C_{tG}/\Lambda^2 \in [-0.68, 0.21] \text{ TeV}^{-2}$ 。我们在 90% C.L. 下结果为 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10^{+0.26}_{-0.30} \text{ TeV}^{-2}$ ，两者较为接近。

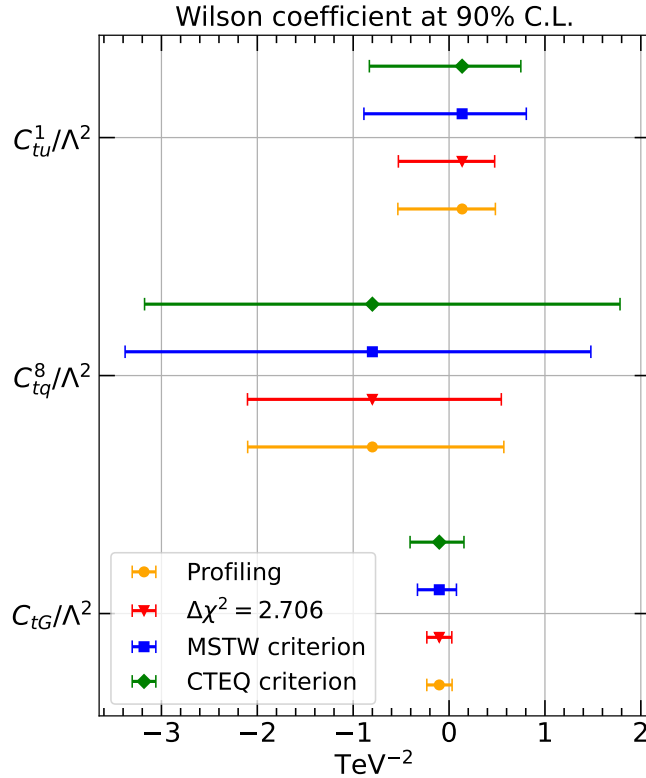


图 5-8 采用不同容错准则时对 Wilson 系数的约束。标记与误差棒分别代表了中心值与 90% C.L. 时的不确定性。

Fig. 5-8 Constraints on the Wilson coefficients with different tolerance criteria. The marks and error bars respectively indicate the central values and uncertainties at 90% C.L.. The results with different tolerance criteria are shown with relevant colors.

5.8 本章小结

标准模型有效场论或唯象学拉氏量可将电弱能标以上的新物理与目前对撞机中的低能唯象学联系起来。传统意义上拟合的 PDFs 是没有考虑新物理效应的。因此新物理效应可能已经被吸收进了 PDFs 中。在强子对撞

机上对 SMEFT 的实验研究中, 既有使用通用 PDFs 寻找新物理的研究, 也有将 SMEFT 算符的 Wilson 系数作为相关理论预言的重要输入来联合拟合 Wilson 系数和 PDFs 的研究。我们在本章基于 CT18 全局分析框架进行了对 Wilson 系数和 PDFs 的联合拟合, 且得到了关于潜在新物理效应的自洽分析结果。在以上研究中, 我们发展了一套应用神经网络和机器学习来有效快速地扫描 PDF 参数以及 SMEFT 系数的方法。

我们主要利用强子对撞机实验数据研究了顶夸克对产生相关的四个 SMEFT 算符。基于 CTEQ-TEA 分析常用的容错准则, 对于色单态或八重态四夸克算符和胶子算符的 Wilson 系数在 90% C.L. 下给出的限制分别为: $C_{tu}^1/\Lambda^2 = 0.14_{-0.97}^{+0.61} \text{ TeV}^{-2}$, $C_{tq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.38}^{+2.58} \text{ TeV}^{-2}$ 及 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.26} \text{ TeV}^{-2}$ 。与此同时, 我们也通过总散射截面和不变质量分布的约束得到了顶夸克极点质量在 68% C.L. 下为 $m_t = 172.58_{-0.58}^{+0.99} \text{ GeV}$ 。我们同时发现提取的 Wilson 系数和 PDFs 间的关联非常弱。

本章最后进一步研究了 Wilson 系数的不确定性对统计准则的依赖。我们发现在全局分析框架内, CT18 和 MSTW 容错准则给出了相近的不确定性, 而通常的参数拟合准则给出了更小的不确定性。

第六章 总结与展望

顶夸克作为标准模型中质量最大的基本粒子，它有着独特的衰变产物。对顶夸克的性质、产生、衰变的唯象研究可用来精确检验标准模型，以及寻找超出标准模型的新物理。正在运行的大型强子对撞机 (LHC) 实验可以通过顶夸克对产生精确测量顶夸克质量、自旋关联及新的相互作用。而规划中的大型强子电子对撞机 (LHeC) 实验的积分亮度预期会达到 $100fb^{-1}$ ，其中带电流深度非弹产生的单顶夸克在所有的顶夸克产生中占主导地位。对于 CKM 矩阵元中的 V_{tb} ，LHeC 将会提供更精确的测量结果。

在本文中我们进行了在 LHC 和 LHeC 上顶夸克的唯象研究，包括两部分内容：在 LHeC 上对单顶夸克产生伴随轻子衰变的预言与分析；在 LHC 上对顶夸克对产生相关的 Wilson 系数与 PDFs 的联合拟合与分析。这些工作都是基于标准模型有效场论 (SMEFT) 理论框架，通过微扰论计算高阶 QCD 修正并结合各种唯象学手段研究了对顶夸克质量与新物理耦合系数的约束。

我们首先介绍了标准模型中的顶夸克物理、理论计算框架与顶夸克性质的研究方法。我们回顾了标准模型，陈述了顶夸克研究的重要性，如可以用于约束 W 玻色子质量、研究电弱对称性自发破缺、探测味道改变中性流过程等。之后我们简要阐述了深度非弹 (DIS) 与 Drell-Yan 过程的因子化形式，介绍了 Dipole 减除方案。此后我们主要关注顶夸克性质的研究方法，包括它的质量测量方案与 SMEFT 框架下的顶夸克有效理论。

在第一个工作中，我们给出了对 LHeC 上单顶夸克产生伴随轻子衰变过程包含 QCD 的 NLO 修正效应的唯象分析。我们使用前述减除方法和复质量方案计算了 NLO 修正，且考虑了完全的离壳和非共振贡献。我们发现 NLO 修正减小总截面达 8.5%，而在实验基准区间内 NLO 修正可减小截面达 14%。通过对于各种分布的分析发现总截面和分布的 NLO 预言在标度变化时都表现出较好的稳定性。我们还提出了通过带电轻子平均横向动量提取顶夸克质量的方法。我们预期提取的顶夸克质量的统计误差约为 1.1GeV。由于标度变化导致的理论不确定性在 NLO 下是 +1.3 GeV 和 -0.9 GeV。由输入参数如强耦合常数，底夸克质量和 PDF 产生的不确定性是可忽略的。此外，我们研究了单顶夸克产生伴随轻子衰变的 NLO 预言对寻找

新物理的改进。相较于 LO 的结果，在采用 NLO 修正的情况下我们获得了更好的对于 Wtb 有效耦合系数 g_R 和 δV_L 的预期约束。我们预期 g_R 和 δV_L 在 95% C.L. 下的限制分别是 $[-0.057, 0.050]$ 和 $[-0.010, 0.010]$ 。在 LHeC 上对于耦合系数 g_R 的约束要弱于 HL-LHC 的预期限制，但对于 δV_L LHeC 可以给出更好的约束。

在第二个工作中，我们基于 CT18 全局分析框架进行了对 SMEFT 的 Wilson 系数和 PDFs 的联合拟合，且得到了关于潜在新物理效应的自洽分析结果。我们发展了一套使用神经网络与机器学习有效快速地扫描参数空间的方法。我们主要利用强子对撞机实验数据研究了顶夸克对产生相关的四个 SMEFT 算符。基于 CTEQ-TEA 分析常用的容错准则，对于色单态或八重态四夸克算符和胶子算符的 Wilson 系数在 90% C.L. 下得到的结果分别为： $C_{iu}^4/\Lambda^2 = 0.14_{-0.97}^{+0.61} \text{ TeV}^{-2}$ ， $C_{iq}^8/\Lambda^2 = -0.80_{-2.38}^{+2.58} \text{ TeV}^{-2}$ 及 $C_{tG}/\Lambda^2 = -0.10_{-0.30}^{+0.26} \text{ TeV}^{-2}$ 。与此同时，我们也通过总散射截面和不变质量分布的约束得到顶夸克极点质量在 68% C.L. 下为 $m_t = 172.58_{-0.58}^{+0.99} \text{ GeV}$ 。我们同时发现提取的 Wilson 系数和 PDFs 间的关联非常弱。本工作最后进一步研究了 Wilson 系数的不确定性对统计准则的依赖。可以看到在全局分析框架内，CT18 和 MSTW 容错准则给出了相近的不确定性，而通常的参数拟合准则给出了更小的不确定性。

我们未来将继续提高 pQCD 计算精度，发展新的顶夸克唯象研究方法，并在分析时考虑更多可能的新物理效应，以加深对顶夸克性质的认知。目前 LHC 已经取得众多顶夸克实验数据。我们还期待未来 HL-LHC 的运行以及 ILC、FCC、CEPC 等对撞机实验的建造。这将促进我们对标准模型基本参数的精确测量，加深对基本相互作用的理解，为新物理的寻找指明方向。

参考文献

- [1] GELL-MANN M. A Schematic Model of Baryons and Mesons[J]. Phys. Lett., 1964, 8: 214–215. DOI: [10.1016/S0031-9163\(64\)92001-3](https://doi.org/10.1016/S0031-9163(64)92001-3).
- [2] HERB S W, u. a. Observation of a Dimuon Resonance at 9.5-GeV in 400-GeV Proton-Nucleus Collisions[J]. Phys. Rev. Lett., 1977, 39: 252–255. DOI: [10.1103/PhysRevLett.39.252](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.39.252).
- [3] ABE F, u. a. Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2626–2631. arXiv: [hep-ex/9503002](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9503002). DOI: [10.1103/PhysRevLett.74.2626](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2626).
- [4] ABACHI S, u. a. Observation of the top quark[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2632–2637. arXiv: [hep-ex/9503003](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9503003). DOI: [10.1103/PhysRevLett.74.2632](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2632).
- [5] CHATRCHYAN S, u. a. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC[J]. Phys. Lett. B, 2012, 716: 30–61. arXiv: [1207.7235 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1207.7235). DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021).
- [6] GALBRAITH D und BURGARD C. Standard Model of physics[Z]. [EB/OL]. <http://davidgalbraith.org/portfolio/ux-standard-model-of-the-standard-model/> Accessed April 1, 2022.
- [7] GLASHOW S L. Partial Symmetries of Weak Interactions[J]. Nucl. Phys., 1961, 22: 579–588. DOI: [10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2).
- [8] ENGLERT F und BROUT R. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons[J]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 321–323. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.321](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.321).
- [9] HIGGS P W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields[J]. Phys. Lett., 1964, 12: 132–133. DOI: [10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9).
- [10] WEINBERG S. A Model of Leptons[J]. Phys. Rev. Lett., 1967, 19: 1264–1266. DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264).

- [11] SALAM A. Weak and Electromagnetic Interactions[J]. Conf. Proc. C, 1968, 680519: 367–377. DOI: [10.1142/9789812795915_0034](https://doi.org/10.1142/9789812795915_0034).
- [12] 'T HOOFT G. Renormalization of Massless Yang-Mills Fields[J]. Nucl. Phys. B, 1971, 33: 173–199. DOI: [10.1016/0550-3213\(71\)90395-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90395-6).
- [13] 'T HOOFT G und VELTMAN M J G. Regularization and Renormalization of Gauge Fields[J]. Nucl. Phys. B, 1972, 44: 189–213. DOI: [10.1016/0550-3213\(72\)90279-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(72)90279-9).
- [14] ZYLA P A, u. a. Review of Particle Physics[J]. PTEP, 2020, 2020(8): 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104).
- [15] BARTOSIK N. Top quark[Z]. [EB/OL]. https://en.wikipedia.org/wiki/Top_quark Accessed April 1, 2022.
- [16] CZAKON M, FIEDLER P und MITOV A. Total Top-Quark Pair-Production Cross Section at Hadron Colliders Through $O(\alpha_S^4)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252004. arXiv: [1303.6254](https://arxiv.org/abs/1303.6254) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252004](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.252004).
- [17] KIDONAKIS N. Next-to-next-to-leading-order collinear and soft gluon corrections for t-channel single top quark production[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 091503. arXiv: [1103.2792](https://arxiv.org/abs/1103.2792) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.091503](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.091503).
- [18] BERGER E L, GAO J und ZHU H X. Differential Distributions for t-channel Single Top-Quark Production and Decay at Next-to-Next-to-Leading Order in QCD[J]. JHEP, 2017, 11: 158. arXiv: [1708.09405](https://arxiv.org/abs/1708.09405) [hep-ph]. DOI: [10.1007/JHEP11\(2017\)158](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2017)158).
- [19] KIDONAKIS N. NNLL resummation for s-channel single top quark production[J]. Phys. Rev. D, 2010, 81: 054028. arXiv: [1001.5034](https://arxiv.org/abs/1001.5034) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.81.054028](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.054028).
- [20] KIDONAKIS N. Two-loop soft anomalous dimensions for single top quark associated production with a W^- or H^- [J]. Phys. Rev. D, 2010, 82: 054018. arXiv: [1005.4451](https://arxiv.org/abs/1005.4451) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.82.054018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.054018).

- [21] BARTOSIK N. All possible final states of the decay of a top-quark pair[Z]. [EB/OL]. https://en.wikipedia.org/wiki/Top_quark Accessed April 1, 2022.
- [22] AALTONEN T, u. a. High-precision measurement of the W boson mass with the CDF II detector[J]. *Science*, 2022, 376(6589): 170–176. DOI: [10.1126/science.abk1781](https://doi.org/10.1126/science.abk1781).
- [23] GAO J, HARLAND-LANG L und ROJO J. The Structure of the Proton in the LHC Precision Era[J]. *Phys. Rept.*, 2018, 742: 1–121. arXiv: [1709.04922](https://arxiv.org/abs/1709.04922) [hep-ph]. DOI: [10.1016/j.physrep.2018.03.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.03.002).
- [24] FEYNMAN R P. Very high-energy collisions of hadrons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1969, 23: 1415–1417. DOI: [10.1103/PhysRevLett.23.1415](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.23.1415).
- [25] CALLAN C G, Jr. und GROSS D J. High-energy electroproduction and the constitution of the electric current[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1969, 22: 156–159. DOI: [10.1103/PhysRevLett.22.156](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.22.156).
- [26] GROSS D J und WILCZEK F. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1973, 30: 1343–1346. DOI: [10.1103/PhysRevLett.30.1343](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1343).
- [27] BJORKEN J D und PASCHOS E A. Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon[J]. *Phys. Rev.*, 1969, 185: 1975–1982. DOI: [10.1103/PhysRev.185.1975](https://doi.org/10.1103/PhysRev.185.1975).
- [28] KUTI J und WEISSKOPF V F. Inelastic lepton - nucleon scattering and lepton pair production in the relativistic quark parton model[J]. *Phys. Rev. D*, 1971, 4: 3418–3439. DOI: [10.1103/PhysRevD.4.3418](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.4.3418).
- [29] COLLINS J C und SOPER D E. Parton Distribution and Decay Functions[J]. *Nucl. Phys. B*, 1982, 194: 445–492. DOI: [10.1016/0550-3213\(82\)90021-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(82)90021-9).
- [30] COLLINS J C, SOPER D E und STERMAN G F. Factorization of Hard Processes in QCD[J]. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, 1989, 5: 1–91. arXiv: [hep-ph/0409313](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409313). DOI: [10.1142/9789814503266_0001](https://doi.org/10.1142/9789814503266_0001).

- [31] BROCK R, u. a. Handbook of perturbative QCD: Version 1.0[J]. Rev. Mod. Phys., 1995, 67: 157–248. DOI: [10.1103/RevModPhys.67.157](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.67.157).
- [32] CATANI S, DITTMAYER S, SEYMOUR M H, u. a. The Dipole formalism for next-to-leading order QCD calculations with massive partons[J]. Nucl. Phys. B, 2002, 627: 189–265. arXiv: [hep-ph/0201036](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0201036). DOI: [10.1016/S0550-3213\(02\)00098-6](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(02)00098-6).
- [33] BAAK M, CÚTH J, HALLER J, u. a. The global electroweak fit at NNLO and prospects for the LHC and ILC[J]. Eur. Phys. J. C, 2014, 74: 3046. arXiv: [1407.3792](https://arxiv.org/abs/1407.3792) [hep-ph]. DOI: [10.1140/epjc/s10052-014-3046-5](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3046-5).
- [34] DEGRASSI G, DI VITA S, ELIAS-MIRO J, u. a. Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO[J]. JHEP, 2012, 08: 098. arXiv: [1205.6497](https://arxiv.org/abs/1205.6497) [hep-ph]. DOI: [10.1007/JHEP08\(2012\)098](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2012)098).
- [35] ANDREASSEN A, FROST W und SCHWARTZ M D. Scale Invariant Instantons and the Complete Lifetime of the Standard Model[J]. Phys. Rev. D, 2018, 97(5): 056006. arXiv: [1707.08124](https://arxiv.org/abs/1707.08124) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.056006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.056006).
- [36] HOANG A H. What is the Top Quark Mass?[J]. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 2020, 70: 225–255. arXiv: [2004.12915](https://arxiv.org/abs/2004.12915) [hep-ph]. DOI: [10.1146/annurev-nucl-101918-023530](https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-101918-023530).
- [37] CORCELLA G. The top-quark mass: challenges in definition and determination[J]. Front. in Phys., 2019, 7: 54. arXiv: [1903.06574](https://arxiv.org/abs/1903.06574) [hep-ph]. DOI: [10.3389/fphy.2019.00054](https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00054).
- [38] MARQUARD P, SMIRNOV A V, SMIRNOV V A, u. a. Quark Mass Relations to Four-Loop Order in Perturbative QCD[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 114(14): 142002. arXiv: [1502.01030](https://arxiv.org/abs/1502.01030) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevLett.114.142002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.142002).
- [39] HOANG A H und TEUBNER T. Top quark pair production close to threshold: Top mass, width and momentum distribution[J]. Phys. Rev. D, 1999, 60: 114027. arXiv: [hep-ph/9904468](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9904468). DOI: [10.1103/PhysRevD.60.114027](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.114027).

- [40] HOANG A H, MANOHAR A V, STEWART I W, u. a. The Threshold t anti- t cross-section at NNLL order[J]. Phys. Rev. D, 2002, 65: 014014. arXiv: [hep-ph/0107144](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.65.014014](#).
- [41] BENEKE M. A Quark mass definition adequate for threshold problems[J]. Phys. Lett. B, 1998, 434: 115–125. arXiv: [hep-ph/9804241](#). DOI: [10.1016/S0370-2693\(98\)00741-2](#).
- [42] HOANG A H, u. a. Top - anti-top pair production close to threshold: Synopsis of recent NNLO results[J]. Eur. Phys. J. direct, 2000, 2(1): 3. arXiv: [hep-ph/0001286](#). DOI: [10.1007/s1010500c0003](#).
- [43] PINEDA A. Determination of the bottom quark mass from the Upsilon(1S) system[J]. JHEP, 2001, 06: 022. arXiv: [hep-ph/0105008](#). DOI: [10.1088/1126-6708/2001/06/022](#).
- [44] BIGI I I Y, SHIFMAN M A, URALTSEV N, u. a. High power n of $m(b)$ in beauty widths and $n=5 \rightarrow$ infinity limit[J]. Phys. Rev. D, 1997, 56: 4017–4030. arXiv: [hep-ph/9704245](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.56.4017](#).
- [45] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of the $t\bar{t}$ production cross section, the top quark mass, and the strong coupling constant using dilepton events in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Eur. Phys. J. C, 2019, 79(5): 368. arXiv: [1812.10505 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-6863-8](#).
- [46] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of the top quark mass with lepton+jets final states using pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Eur. Phys. J. C, 2018, 78(11): 891. arXiv: [1805.01428 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-018-6332-9](#).
- [47] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of the top quark mass in the all-jets final state at $\sqrt{s} = 13$ TeV and combination with the lepton+jets channel[J]. Eur. Phys. J. C, 2019, 79(4): 313. arXiv: [1812.10534 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-6788-2](#).
- [48] AABOUD M, u. a. Measurement of the top quark mass in the $t\bar{t} \rightarrow$ dilepton channel from $\sqrt{s} = 8$ TeV ATLAS data[J]. Phys. Lett. B, 2016, 761: 350–371. arXiv: [1606.02179 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2016.08.042](#).

- [49] AABOUD M, AAD G, ABBOTT B, u. a. Measurement of the top quark mass in the [Formula omitted] lepton+ jets channel from [Formula omitted] TeV ATLAS data and combination with previous results.[J]. The European Physical Journal C-Particles and Fields, 2019, 79(4): NA–NA.
- [50] AABOUD M, u. a. Top-quark mass measurement in the all-hadronic $t\bar{t}$ decay channel at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector[J]. JHEP, 2017, 09: 118. arXiv: [1702.07546 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1007/JHEP09\(2017\)118](#).
- [51] First combination of Tevatron and LHC measurements of the top-quark mass[J]., 2014. arXiv: [1403.4427 \[hep-ex\]](#).
- [52] AABOUD M, u. a. Measurement of the top quark mass in the $t\bar{t} \rightarrow$ lepton+jets channel from $\sqrt{s} = 8$ TeV ATLAS data and combination with previous results[J]. Eur. Phys. J. C, 2019, 79(4):290. arXiv: [1810.01772 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-6757-9](#).
- [53] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the top quark mass using proton-proton data at $\sqrt{(s)} = 7$ and 8 TeV[J]. Phys. Rev. D, 2016, 93(7): 072004. arXiv: [1509.04044 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.93.072004](#).
- [54] ZYLA P A, u. a. Review of Particle Physics[J]. PTEP, 2020, 2020(8): 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](#).
- [55] AAD G, u. a. Measurement of the $t\bar{t}$ production cross-section and lepton differential distributions in $e\mu$ dilepton events from pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector[J]. Eur. Phys. J. C, 2020, 80(6): 528. arXiv: [1910.08819 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-020-7907-9](#).
- [56] ALIOLI S, FERNANDEZ P, FUSTER J, u. a. A new observable to measure the top-quark mass at hadron colliders[J]. Eur. Phys. J. C, 2013, 73: 2438. arXiv: [1303.6415 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-013-2438-2](#).

- [57] AAD G, u. a. Determination of the top-quark pole mass using $t\bar{t}$ + 1-jet events collected with the ATLAS experiment in 7 TeV pp collisions[J]. JHEP, 2015, 10: 121. arXiv: [1507.01769 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1007/JHEP10\(2015\)121](#).
- [58] AGASHE K, FRANCESCHINI R, KIM D, u. a. Top quark mass determination from the energy peaks of b-jets and B-hadrons at NLO QCD[J]. Eur. Phys. J. C, 2016, 76(11): 636. arXiv: [1603.03445 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-016-4494-x](#).
- [59] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of the top quark mass in the dileptonic $t\bar{t}$ decay channel using the mass observables $M_{b\ell}$, M_{T2} , and $M_{b\ell\nu}$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Phys. Rev. D, 2017, 96(3): 032002. arXiv: [1704.06142 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.96.032002](#).
- [60] CHATRCHYAN S, u. a. Measurement of Masses in the $t\bar{t}$ System by Kinematic Endpoints in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV[J]. Eur. Phys. J. C, 2013, 73: 2494. arXiv: [1304.5783 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-013-2494-7](#).
- [61] AABOUD M, u. a. Measurement of lepton differential distributions and the top quark mass in $t\bar{t}$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector[J]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(11): 804. arXiv: [1709.09407 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5349-9](#).
- [62] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the top quark mass using charged particles in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Phys. Rev. D, 2016, 93(9): 092006. arXiv: [1603.06536 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.93.092006](#).
- [63] FLEMING S, HOANG A H, MANTRY S, u. a. Jets from massive unstable particles: Top-mass determination[J]. Phys. Rev. D, 2008, 77: 074010. arXiv: [hep-ph/0703207](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.77.074010](#).
- [64] BUTENSCHOEN M, DEHNADI B, HOANG A H, u. a. Top Quark Mass Calibration for Monte Carlo Event Generators[J]. Phys. Rev. Lett., 2016,

- 117(23): 232001. arXiv: [1608.01318 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.117.232001](#).
- [65] NASON P. Theory Summary[J]. PoS, 2016, TOP2015: 056. arXiv: [1602.00443 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.22323/1.257.0056](#).
- [66] HOANG A H und STEWART I W. Top Mass Measurements from Jets and the Tevatron Top-Quark Mass[J]. Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 2008, 185: 220–226. arXiv: [0808.0222 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2008.10.028](#).
- [67] BUCHALLA G, HEINRICH G, MÜLLER-SALDITT C, u. a. Loop counting matters in SMEFT[J]., 2022. arXiv: [2204.11808 \[hep-ph\]](#).
- [68] HARTLAND N P, MALTONI F, NOCERA E R, u. a. A Monte Carlo global analysis of the Standard Model Effective Field Theory: the top quark sector[J]. JHEP, 2019, 04: 100. arXiv: [1901.05965 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP04\(2019\)100](#).
- [69] BRIVIO I, BRUGGISSER S, MALTONI F, u. a. O new physics, where art thou? A global search in the top sector[J]. JHEP, 2020, 02: 131. arXiv: [1910.03606 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP02\(2020\)131](#).
- [70] GRZADKOWSKI B, ISKRZYNSKI M, MISIAK M, u. a. Dimension-Six Terms in the Standard Model Lagrangian[J]. JHEP, 2010, 10: 085. arXiv: [1008.4884 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP10\(2010\)085](#).
- [71] HENNING B, LU X, MELIA T, u. a. 2, 84, 30, 993, 560, 15456, 11962, 261485, ...: Higher dimension operators in the SM EFT[J]. JHEP, 2017, 08: 016. arXiv: [1512.03433 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP08\(2017\)016](#).
- [72] ABELLEIRA FERNANDEZ J L, u. a. A Large Hadron Electron Collider at CERN: Report on the Physics and Design Concepts for Machine and Detector[J]. J. Phys. G, 2012, 39: 075001. arXiv: [1206.2913 \[physics.acc-ph\]](#). DOI: [10.1088/0954-3899/39/7/075001](#).
- [73] AGOSTINI P, u. a. The Large Hadron-Electron Collider at the HL-LHC[J]., 2020. arXiv: [2007.14491 \[hep-ex\]](#).

- [74] MÄNTYSAARI H. Electron-Ion Collisions at the LHeC and FCC-he[C] //40th International Conference on High Energy Physics. [S.l. : s.n.], 2020. arXiv: [2010.05481 \[hep-ph\]](#).
- [75] ROJO J und CAOLA F. Parton distributions and small-x QCD at the Large Hadron Electron Collider[C]//17th International Workshop on Deep-Inelastic Scattering and Related Subjects. Berlin, Germany: Science Wise Publ., 2009. arXiv: [0906.2079 \[hep-ph\]](#).
- [76] ABELLEIRA FERNANDEZ J L, u. a. On the Relation of the LHeC and the LHC[J]., 2012. arXiv: [1211.5102 \[hep-ex\]](#).
- [77] COOPER-SARKAR A M. Improved measurement of parton distribution functions and $\alpha_s(M_Z)$ with the LHeC[J]. PoS, 2016, DIS2016: 274. arXiv: [1605.08579 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.22323/1.265.0274](#).
- [78] PAUKKUNEN H. An update on nuclear PDFs at the LHeC[J]. PoS, 2018, DIS2017: 109. arXiv: [1709.08342 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.22323/1.297.0109](#).
- [79] CALDWELL A, ENT R, LEVY A, u. a. The "DIS and Related Subjects" Strategy Document: Fundamental Science from Lepton-Hadron Scattering[J]., 2018. arXiv: [1812.08110 \[hep-ph\]](#).
- [80] ABDUL KHALEK R, BAILEY S, GAO J, u. a. Probing Proton Structure at the Large Hadron electron Collider[J]. SciPost Phys., 2019, 7(4): 051. arXiv: [1906.10127 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.21468/SciPostPhys.7.4.051](#).
- [81] ABDOLMALEKI H, u. a. Recent QCD results from the xFitter project - Probing the strange content of the proton with charmproduction in charged current at LHeC[J]. PoS, 2019, DIS2019: 025. arXiv: [1909.00451 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.22323/1.352.0025](#).
- [82] HAN T und MELLADO B. Higgs Boson Searches and the H b anti-b Coupling at the LHeC[J]. Phys. Rev. D, 2010, 82: 016009. arXiv: [0909.2460 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.82.016009](#).

- [83] JAGER B. Next-to-leading order QCD corrections to Higgs production at a future lepton-proton collider[J]. Phys. Rev. D, 2010, 81: 054018. arXiv: [1001.3789 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.81.054018](#).
- [84] BISWAL S S, GODBOLE R M, MELLADO B, u. a. Azimuthal Angle Probe of Anomalous HWW Couplings at a High Energy ep Collider[J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 109: 261801. arXiv: [1203.6285 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.261801](#).
- [85] ESTEVES J. Understanding the Higgs boson with the Large Hadron Electron Collider[J]. J. Phys. Conf. Ser., 2015, 645(1): 012009. DOI: [10.1088/1742-6596/645/1/012009](#).
- [86] KUMAR M, RUAN X, ISLAM R, u. a. Probing anomalous couplings using di-Higgs production in electron-proton collisions[J]. Phys. Lett. B, 2017, 764: 247–253. arXiv: [1509.04016 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2016.11.039](#).
- [87] KUMAR M, RUAN X, CORNELL A S, u. a. Double Higgs production at FCC-he and prospects for measurements of self-coupling[J]. J. Phys. Conf. Ser., 2015, 623(1): 012017. DOI: [10.1088/1742-6596/623/1/012017](#).
- [88] LIU S, TANG Y L, ZHANG C, u. a. Exotic Higgs Decay $h \rightarrow \phi\phi \rightarrow 4b$ at the LHeC[J]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(7): 457. arXiv: [1608.08458 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5012-5](#).
- [89] SUN H, LUO X, WEI W, u. a. Searching for the doubly-charged Higgs bosons in the Georgi-Machacek model at the electron-proton colliders[J]. Phys. Rev. D, 2017, 96(9): 095003. arXiv: [1710.06284 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.96.095003](#).
- [90] MOSOMANE C, KUMAR M, CORNELL A S, u. a. Exploring CP-even scalars of a Two Higgs-doublet model in future e^-p colliders[J]. J. Phys. Conf. Ser., 2017, 889(1): 012004. arXiv: [1707.05997 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1088/1742-6596/889/1/012004](#).

- [91] FLORES-SÁNCHEZ O, HERNÁNDEZ-SÁNCHEZ J, HONORATO C G, u. a. Light charged Higgs boson production at the Large Hadron electron Collider[J]. Phys. Rev. D, 2019, 99(9): 095009. arXiv: [1811.05476 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.99.095009](#).
- [92] HESARI H, KHANPOUR H und MOHAMMADI NAJAFABADI M. Study of Higgs Effective Couplings at Electron-Proton Colliders[J]. Phys. Rev. D, 2018, 97(9): 095041. arXiv: [1805.04697 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.97.095041](#).
- [93] DELLE ROSE L, FISCHER O und HAMMAD A. Prospects for Heavy Scalar Searches at the LHeC[J]. Int. J. Mod. Phys. A, 2019, 34(23): 1950127. arXiv: [1809.04321 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1142/S0217751X19501276](#).
- [94] HAN C, LI R, PAN R Q, u. a. Searching for the light Higgsinos in the MS-SM at future e-p colliders[J]. Phys. Rev. D, 2018, 98(11): 115003. arXiv: [1802.03679 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.98.115003](#).
- [95] LI R, SHEN X M, WANG B W, u. a. Probing the trilinear Higgs boson self-coupling via single Higgs production at the LHeC[J]. Phys. Rev. D, 2020, 101(7): 075036. arXiv: [1910.09424 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.101.075036](#).
- [96] CHEUNG K, FISCHER O, WANG Z S, u. a. Exotic Higgs decays into displaced jets at the LHeC[J]. JHEP, 2021, 02: 161. arXiv: [2008.09614 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP02\(2021\)161](#).
- [97] JUEID A, KIM J, LEE S, u. a. Studies of nonresonant Higgs pair production at electron-proton colliders[J]., 2021. arXiv: [2102.12507 \[hep-ph\]](#).
- [98] CAKIRO O, SENOL A und TASCI A T. Single Production of Fourth Family t-prime Quarks at LHeC[J]. EPL, 2009, 88(1): 11002. arXiv: [0905.4347 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1209/0295-5075/88/11002](#).

- [99] CAKIR I T, CAKIR O und SULTANSOY S. Anomalous Single Top Production at the Large Hadron electron Collider Based gamma p Collider[J]. Phys. Lett. B, 2010, 685: 170–173. arXiv: [0911.4194 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2010.01.047](#).
- [100] DUTTA S, GOYAL A, KUMAR M, u. a. Measuring anomalous Wtb couplings at e^-p collider[J]. Eur. Phys. J. C, 2015, 75(12): 577. arXiv: [1307.1688 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3776-z](#).
- [101] CAKIR I T, SENOL A und TASCI A T. Associated Production of Single Top Quark and W-boson Through Anomalous Couplings at LHeC based γp Colliders[J]. Mod. Phys. Lett. A, 2014, 29: 1450021. arXiv: [1301.2617 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1142/S0217732314500217](#).
- [102] SARMIENTO-ALVARADO I A, BOUZAS A O und LARIOS F. Analysis of top-quark charged-current coupling at the LHeC[J]. J. Phys. G, 2015, 42(8): 085001. arXiv: [1412.6679 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1088/0954-3899/42/8/085001](#).
- [103] TURK CAKIR I, YILMAZ A, DENIZLI H, u. a. Probing the Anomalous FCNC Couplings at Large Hadron Electron Collider[J]. Adv. High Energy Phys., 2017, 2017: 1572053. arXiv: [1705.05419 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1155/2017/1572053](#).
- [104] SUN H. TOP Production at the electron proton colliders[J]. PoS, 2018, DIS2018: 186. DOI: [10.22323/1.316.0186](#).
- [105] SCHWANENBERGER C. Top and Electroweak Physics at the LHeC and the FCC-eh[J]. PoS, 2020, EPS-HEP2019: 635. DOI: [10.22323/1.364.0635](#).
- [106] LIU W und SUN H. Top FCNC interactions through dimension six four-fermion operators at the electron proton collider[J]. Phys. Rev. D, 2019, 100(1): 015011. arXiv: [1906.04884 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.100.015011](#).

- [107] YANG B, HOU B, ZHANG H, u. a. Single production of vectorlike top partner decaying to Wb in the leptonic channel at ep colliders in the littlest Higgs model with T-parity[J]. *Phys. Rev. D*, 2019, 99(9): 095002. arXiv: [1904.07434 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.99.095002](#).
- [108] REZAEI B und BOROUN G R. Searching for top quark pair production cross section at LHeC and FCC-eh[J]. *EPL*, 2020, 130(5): 51002. arXiv: [2006.07394 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1209/0295-5075/130/51002](#).
- [109] TANG Y L, ZHANG C und ZHU S H. Invisible Higgs Decay at the LHeC[J]. *Phys. Rev. D*, 2016, 94(1): 011702. arXiv: [1508.01095 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.94.011702](#).
- [110] YANG X H und YANG Z J. Doubly Charged Higgs Production at Future ep Colliders[J]., 2021. arXiv: [2103.11412 \[hep-ph\]](#).
- [111] BORDES G und van EIJK B. Calculating QCD corrections to single top production in hadronic interactions[J]. *Nucl. Phys. B*, 1995, 435: 23–58. DOI: [10.1016/0550-3213\(94\)00460-V](#).
- [112] PITTAU R. Final state QCD corrections to off-shell single top production in hadron collisions[J]. *Phys. Lett. B*, 1996, 386: 397–402. arXiv: [hep-ph/9603265](#). DOI: [10.1016/0370-2693\(96\)00942-2](#).
- [113] STELZER T, SULLIVAN Z und WILLENBROCK S. Single top quark production via W - gluon fusion at next-to-leading order[J]. *Phys. Rev. D*, 1997, 56: 5919–5927. arXiv: [hep-ph/9705398](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.56.5919](#).
- [114] STELZER T, SULLIVAN Z und WILLENBROCK S. Single top quark production at hadron colliders[J]. *Phys. Rev. D*, 1998, 58: 094021. arXiv: [hep-ph/9807340](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.58.094021](#).
- [115] HARRIS B W, LAENEN E, PHAF L, u. a. Fully differential QCD corrections to single top quark final states[J]. *Int. J. Mod. Phys. A*, 2001, 16S1A: 379–381. arXiv: [hep-ph/0102126](#). DOI: [10.1142/S0217751X0100698X](#).

- [116] HARRIS B W, LAENEN E, PHAF L, u. a. The Fully Differential Single Top Quark Cross-Section in Next to Leading Order QCD[J]. Phys. Rev. D, 2002, 66: 054024. arXiv: [hep-ph/0207055](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.66.054024](#).
- [117] SULLIVAN Z. Understanding single-top-quark production and jets at hadron colliders[J]. Phys. Rev. D, 2004, 70: 114012. arXiv: [hep-ph/0408049](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.70.114012](#).
- [118] CAMPBELL J M, ELLIS R K und TRAMONTANO F. Single top production and decay at next-to-leading order[J]. Phys. Rev. D, 2004, 70: 094012. arXiv: [hep-ph/0408158](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.70.094012](#).
- [119] SULLIVAN Z. Angular correlations in single-top-quark and Wjj production at next-to-leading order[J]. Phys. Rev. D, 2005, 72: 094034. arXiv: [hep-ph/0510224](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.72.094034](#).
- [120] FRIXIONE S, LAENEN E, MOTYLINSKI P, u. a. Single-top production in MC@NLO[J]. JHEP, 2006, 03: 092. arXiv: [hep-ph/0512250](#). DOI: [10.1088/1126-6708/2006/03/092](#).
- [121] CAO Q H, SCHWIENHORST R, BENITEZ J A, u. a. Next-to-leading order corrections to single top quark production and decay at the Tevatron: 2. t^- channel process[J]. Phys. Rev. D, 2005, 72: 094027. arXiv: [hep-ph/0504230](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.72.094027](#).
- [122] ALIOLIS, NASON P, OLEARI C, u. a. NLO single-top production matched with shower in POWHEG: s- and t-channel contributions[J]. JHEP, 2009, 09: 111. arXiv: [0907.4076 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1088/1126-6708/2009/09/111](#).
- [123] CAMPBELL J M, FREDERIX R, MALTONI F, u. a. Next-to-Leading-Order Predictions for t-Channel Single-Top Production at Hadron Colliders[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 182003. arXiv: [0903.0005 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.182003](#).

- [124] FALGARI P, MELLOR P und SIGNER A. Production-decay interferences at NLO in QCD for t -channel single-top production[J]. Phys. Rev. D, 2010, 82:054028. arXiv: [1007.0893 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.82.054028](#).
- [125] SCHWIENHORST R, YUAN C P, MUELLER C, u. a. Single top quark production and decay in the t -channel at next-to-leading order at the LHC[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83:034019. arXiv: [1012.5132 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.83.034019](#).
- [126] WANG J, LI C S, ZHU H X, u. a. Factorization and resummation of t -channel single top quark production[J]., 2010. arXiv: [1010.4509 \[hep-ph\]](#).
- [127] KIDONAKIS N. Next-to-next-to-leading-order collinear and soft gluon corrections for t -channel single top quark production[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83:091503. arXiv: [1103.2792 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.83.091503](#).
- [128] FALGARI P, GIANNUZZI F, MELLOR P, u. a. Off-shell effects for t -channel and s -channel single-top production at NLO in QCD[J]. Phys. Rev. D, 2011, 83:094013. arXiv: [1102.5267 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.83.094013](#).
- [129] FREDERIX R, RE E und TORRIELLI P. Single-top t -channel hadroproduction in the four-flavour scheme with POWHEG and aMC@NLO[J]. JHEP, 2012, 09:130. arXiv: [1207.5391 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP09\(2012\)130](#).
- [130] WANG J, LI C S und ZHU H X. Resummation prediction on top quark transverse momentum distribution at large p_T [J]. Phys. Rev. D, 2013, 87(3):034030. arXiv: [1210.7698 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.87.034030](#).
- [131] PAPANASTASIOU A S, FREDERIX R, FRIXIONE S, u. a. Single-top t -channel production with off-shell and non-resonant effects[J]. Phys. Lett. B, 2013, 726:223–227. arXiv: [1305.7088 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2013.07.062](#).

- [132] BRUCHERSEIFER M, CAOLA F und MELNIKOV K. On the NNLO QCD corrections to single-top production at the LHC[J]. Phys. Lett. B, 2014, 736: 58–63. arXiv: [1404.7116 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2014.06.075](#).
- [133] ASSADSOLIMANI M, KANT P, TAUSK B, u. a. Calculation of two-loop QCD corrections for hadronic single top-quark production in the t channel[J]. Phys. Rev. D, 2014, 90(11): 114024. arXiv: [1409.3654 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.90.114024](#).
- [134] KANT P, KIND O M, KINTSCHER T, u. a. HatHor for single top-quark production: Updated predictions and uncertainty estimates for single top-quark production in hadronic collisions[J]. Comput. Phys. Commun., 2015, 191: 74–89. arXiv: [1406.4403 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.cpc.2015.02.001](#).
- [135] KIDONAKIS N. Single-top transverse-momentum distributions at approximate NNLO[J]. Phys. Rev. D, 2016, 93(5): 054022. arXiv: [1510.06361 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.93.054022](#).
- [136] MEYER C. Transforming differential equations of multi-loop Feynman integrals into canonical form[J]. JHEP, 2017, 04: 006. arXiv: [1611.01087 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP04\(2017\)006](#).
- [137] BERGER E L, GAO J, YUAN C P, u. a. NNLO QCD Corrections to t-channel Single Top-Quark Production and Decay[J]. Phys. Rev. D, 2016, 94(7): 071501. arXiv: [1606.08463 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.94.071501](#).
- [138] FREDERIX R, FRIXIONE S, PAPANASTASIOU A S, u. a. Off-shell single-top production at NLO matched to parton showers[J]. JHEP, 2016, 06: 027. arXiv: [1603.01178 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP06\(2016\)027](#).
- [139] BERGER E L, GAO J und ZHU H X. Differential Distributions for t-channel Single Top-Quark Production and Decay at Next-to-Next-to-Leading Order in QCD[J]. JHEP, 2017, 11: 158. arXiv: [1708.09405 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP11\(2017\)158](#).

- [140] CARRAZZA S, FREDERIX R, HAMILTON K, u. a. MINLO t -channel single-top plus jet[J]. JHEP, 2018, 09: 108. arXiv: [1805.09855 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP09\(2018\)108](#).
- [141] LIU Z L und GAO J. S -channel single top quark production and decay at next-to-next-to-leading-order in QCD[J]. Phys. Rev. D, 2018, 98(7): 071501. arXiv: [1807.03835 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.98.071501](#).
- [142] CAO Q H, SUN P, YAN B, u. a. Transverse Momentum Resummation for t -channel single top quark production at the LHC[J]. Phys. Rev. D, 2018, 98(5): 054032. arXiv: [1801.09656 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.98.054032](#).
- [143] NEUMANN T und SULLIVAN Z E. Off-Shell Single-Top-Quark Production in the Standard Model Effective Field Theory[J]. JHEP, 2019, 06: 022. arXiv: [1903.11023 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP06\(2019\)022](#).
- [144] KIDONAKIS N. Soft anomalous dimensions for single-top production at three loops[J]. Phys. Rev. D, 2019, 99(7): 074024. arXiv: [1901.09928 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.99.074024](#).
- [145] FREDERIX R, PAGANI D und TSINIKOS I. Precise predictions for single-top production: the impact of EW corrections and QCD shower on the t -channel signature[J]. JHEP, 2019, 09: 122. arXiv: [1907.12586 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP09\(2019\)122](#).
- [146] CAO Q H, SUN P, YAN B, u. a. Soft Gluon Resummation in t -channel single top quark production at the LHC[J]., 2019. arXiv: [1902.09336 \[hep-ph\]](#).
- [147] GAO J und BERGER E L. Modeling of t -channel single top-quark production at the LHC[J]. Phys. Lett. B, 2020, 811: 135886. arXiv: [2005.12936 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2020.135886](#).
- [148] CAMPBELL J, NEUMANN T und SULLIVAN Z. Single-top-quark production in the t -channel at NNLO[J]. JHEP, 2021, 02: 040. arXiv: [2012.01574 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP02\(2021\)040](#).

- [149] BASAT N U, LI Z und WANG Y. Reduction of planar double-box diagram for single-top production via auxiliary mass flow[J]., 2021. arXiv: [2102.08225 \[hep-ph\]](#).
- [150] AALTONEN T A, u. a. Tevatron Combination of Single-Top-Quark Cross Sections and Determination of the Magnitude of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix Element V_{tb} [J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(15): 152003. arXiv: [1503.05027 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.115.152003](#).
- [151] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of CKM matrix elements in single top quark t -channel production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Phys. Lett. B, 2020, 808: 135609. arXiv: [2004.12181 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2020.135609](#).
- [152] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the top quark mass using proton-proton data at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV[J]. Phys. Rev. D, 2016, 93(7): 072004. arXiv: [1509.04044 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.93.072004](#).
- [153] ALEKHIN S, MOCH S und THIER S. Determination of the top-quark mass from hadro-production of single top-quarks[J]. Phys. Lett. B, 2016, 763: 341–346. arXiv: [1608.05212 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.physletb.2016.10.062](#).
- [154] AABOUD M, u. a. Measurement of the top quark mass in the $t\bar{t} \rightarrow$ lepton+jets channel from $\sqrt{s} = 8$ TeV ATLAS data and combination with previous results[J]. Eur. Phys. J. C, 2019, 79(4): 290. arXiv: [1810.01772 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-6757-9](#).
- [155] HE H J und YUAN C P. New Method for Detecting Charged Scalars at Colliders[J]. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 28–31. arXiv: [hep-ph/9810367](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.83.28](#).
- [156] TAIT T M P und YUAN C P. Single top quark production as a window to physics beyond the standard model[J]. Phys. Rev. D, 2000, 63: 014018. arXiv: [hep-ph/0007298](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.63.014018](#).

- [157] LIU J J, LI C S, YANG L L, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to the direct top quark production via model-independent FCNC couplings at hadron colliders[J]. Phys. Rev., 2005, D72: 074018. arXiv: [hep-ph/0508016](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.72.074018](#).
- [158] ZHANG J J, LI C S, GAO J, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to the top quark decay via model-independent FCNC couplings[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 072001. arXiv: [0810.3889](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.072001](#).
- [159] GAO J, LI C S, ZHANG J J, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to the single top quark production via model-independent t-q-g flavor-changing neutral-current couplings at hadron colliders[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 114017. arXiv: [0910.4349](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.80.114017](#).
- [160] ZHANG J J, LI C S, GAO J, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to the top quark decay via the Flavor-Changing Neutral-Current operators with mixing effects[J]. Phys. Rev., 2010, D82: 073005. arXiv: [1004.0898](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.82.073005](#).
- [161] WANG J, LI C S, SHAO D Y, u. a. Search for the signal of monotop production at the early LHC[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 034008. arXiv: [1109.5963](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.86.034008](#).
- [162] ZHANG Y, LI B H, LI C S, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to the top quark associated with γ production via model-independent flavor-changing neutral-current couplings at hadron colliders[J]. Phys. Rev., 2011, D83: 094003. arXiv: [1101.5346](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.094003](#).
- [163] LI B H, ZHANG Y, LI C S, u. a. Next-to-leading order QCD corrections to tZ associated production via the flavor-changing neutral-current couplings at hadron colliders[J]. Phys. Rev., 2011, D83: 114049. arXiv: [1103.5122](#) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.114049](#).

- [164] GAO J, LI C S, YANG L L, u. a. Search for anomalous top quark production at the early LHC[J]. Phys. Rev. Lett., 2011, 107: 092002. arXiv: [1104.4945 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.107.092002](#).
- [165] WANG Y, HUANG F P, LI C S, u. a. Constraints on flavor-changing neutral-current Htq couplings from the signal of tH associated production with QCD next-to-leading order accuracy at the LHC[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 094014. arXiv: [1208.2902 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.86.094014](#).
- [166] CULLEN G, GREINER N, HEINRICH G, u. a. Automated One-Loop Calculations with GoSam[J]. Eur. Phys. J. C, 2012, 72: 1889. arXiv: [1111.2034 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-012-1889-1](#).
- [167] CULLEN G, u. a. GOSAM-2.0: a tool for automated one-loop calculations within the Standard Model and beyond[J]. Eur. Phys. J. C, 2014, 74(8): 3001. arXiv: [1404.7096 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-014-3001-5](#).
- [168] CATANI S und SEYMOUR M H. A General algorithm for calculating jet cross-sections in NLO QCD[J]. Nucl. Phys. B, 1997, 485: 291–419. arXiv: [hep-ph/9605323](#). DOI: [10.1016/S0550-3213\(96\)00589-5](#).
- [169] AEPPLI A, van OLDENBORGH G J und WYLER D. Unstable particles in one loop calculations[J]. Nucl. Phys. B, 1994, 428: 126–146. arXiv: [hep-ph/9312212](#). DOI: [10.1016/0550-3213\(94\)90195-3](#).
- [170] DENNER A, DITTMAIER S, ROTH M, u. a. Predictions for all processes $e^+e^- \rightarrow 4$ fermions + gamma[J]. Nucl. Phys. B, 1999, 560: 33–65. arXiv: [hep-ph/9904472](#). DOI: [10.1016/S0550-3213\(99\)00437-X](#).
- [171] HAHN T. Concurrent Cuba[J]. Comput. Phys. Commun., 2016, 207: 341–349. DOI: [10.1016/j.cpc.2016.05.012](#).
- [172] HOU T J, u. a. New CTEQ global analysis of quantum chromodynamics with high-precision data from the LHC[J]. Phys. Rev. D, 2021, 103(1): 014013. arXiv: [1912.10053 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.103.014013](#).

- [173] CACCIARI M, SALAM G P und SOYEZ G. The anti- k_t jet clustering algorithm[J]. JHEP, 2008, 04: 063. arXiv: [0802.1189 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1088/1126-6708/2008/04/063](#).
- [174] ESCH H. Measurement of the top quark mass in topologies enhanced with single top quarks produced in the t -channel at $\sqrt{s} = 8\text{TeV}$ using the ATLAS experiment[C]//7th International Workshop on Top Quark Physics. [S.l. : s.n.], 2014. arXiv: [1411.3879 \[hep-ex\]](#).
- [175] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of the top quark mass using single top quark events in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8\text{TeV}$ [J]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(5): 354. arXiv: [1703.02530 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-4912-8](#).
- [176] CZARNECKI A und JEZABEK M. Distributions of leptons in decays of polarized heavy quarks[J]. Nucl. Phys. B, 1994, 427: 3–21. arXiv: [hep-ph/9402326](#). DOI: [10.1016/0550-3213\(94\)90266-6](#).
- [177] AUBERT B, u. a. Measurement of the spin of the Omega- hyperon at BABAR[J]. Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 112001. arXiv: [hep-ex/0606039](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.97.112001](#).
- [178] YUAN S R, GAO M S und GAO J. Top-quark mass determination from t-channel single top production at the LHC[J]., 2020. arXiv: [2007.15527 \[hep-ph\]](#).
- [179] HARLAND-LANG L A, MARTIN A D, MOTYLINSKI P, u. a. Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs[J]. Eur. Phys. J. C, 2015, 75(5): 204. arXiv: [1412.3989 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3397-6](#).
- [180] BUCKLEY A, FERRANDO J, LLOYD S, u. a. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era[J]. Eur. Phys. J. C, 2015, 75: 132. arXiv: [1412.7420 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3318-8](#).

- [181] HARLAND-LANG L A, MARTIN A D, MOTYLINSKI P, u. a. Charm and beauty quark masses in the MMHT2014 global PDF analysis[J]. *Eur. Phys. J. C*, 2016, 76(1): 10. arXiv: [1510.02332 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3843-5](#).
- [182] AZZI P, u. a. Report from Working Group 1: Standard Model Physics at the HL-LHC and HE-LHC[J]. *CERN Yellow Rep. Monogr.*, 2019, 7: 1–220. arXiv: [1902.04070 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.23731/CYRM-2019-007.1](#).
- [183] BACH F und OHL T. Anomalous Top Couplings at Hadron Colliders Revisited[J]. *Phys. Rev. D*, 2012, 86: 114026. arXiv: [1209.4564 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.86.114026](#).
- [184] AGUILAR-SAAVEDRA J A. Effective four-fermion operators in top physics: A Roadmap[J]. *Nucl. Phys. B*, 2011, 843: 638–672. arXiv: [1008.3562 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2011.06.003](#).
- [185] AGUILAR-SAAVEDRA J A. A Minimal set of top anomalous couplings[J]. *Nucl. Phys. B*, 2009, 812: 181–204. arXiv: [0811.3842 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2008.12.012](#).
- [186] ALWALL J, FREDERIX R, FRIXIONE S, u. a. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations[J]. *JHEP*, 2014, 07: 079. arXiv: [1405.0301 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP07\(2014\)079](#).
- [187] CONTE E, FUKS B und SERRET G. MadAnalysis 5, A User-Friendly Framework for Collider Phenomenology[J]. *Comput. Phys. Commun.*, 2013, 184: 222–256. arXiv: [1206.1599 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.cpc.2012.09.009](#).
- [188] DEGRANDE C, DURIEUX G, MALTONI F, u. a. Automated one-loop computations in the SMEFT[J]., 2020. arXiv: [2008.11743 \[hep-ph\]](#).
- [189] STUMP D, HUSTON J, PUMPLIN J, u. a. Inclusive jet production, parton distributions, and the search for new physics[J]. *JHEP*, 2003, 10: 046. arXiv: [hep-ph/0303013](#). DOI: [10.1088/1126-6708/2003/10/046](#).

- [190] CARRAZZA S, DEGRANDE C, IRANIPOUR S, u. a. Can New Physics hide inside the proton?[J]. Phys. Rev. Lett., 2019, 123(13): 132001. arXiv: [1905.05215 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.123.132001](#).
- [191] PUMPLIN J, STUMP D R und TUNG W K. Multivariate fitting and the error matrix in global analysis of data[J]. Phys. Rev. D, 2001, 65: 014011. arXiv: [hep-ph/0008191](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.65.014011](#).
- [192] LIU D, SUN C und GAO J. Machine learning of log-likelihood functions in global analysis of parton distributions[J]., 2022. arXiv: [2201.06586 \[hep-ph\]](#).
- [193] AALTONEN T A, u. a. Combination of Measurements of the Top-Quark Pair Production Cross Section from the Tevatron Collider[J]. Phys. Rev. D, 2014, 89(7): 072001. arXiv: [1309.7570 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.89.072001](#).
- [194] AAD G, u. a. Measurement of the $t\bar{t}$ production cross-section using $e\mu$ events with b-tagged jets in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS detector[J]. Eur. Phys. J. C, 2014, 74(10): 3109. arXiv: [1406.5375 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-016-4501-2](#).
- [195] CHATRCHYAN S, u. a. Measurement of the $t\bar{t}$ Production Cross Section in the Dilepton Channel in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV[J]. JHEP, 2012, 11: 067. arXiv: [1208.2671 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1007/JHEP11\(2012\)067](#).
- [196] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the t-tbar production cross section in the e-mu channel in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV[J]. JHEP, 2016, 08: 029. arXiv: [1603.02303 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1007/JHEP08\(2016\)029](#).
- [197] Measurement of the $t\bar{t}$ production cross-section and lepton differential distributions in $e\mu$ dilepton events from pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector[J]., 2019.

- [198] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the $t\bar{t}$ production cross section using events in the $e\mu$ final state in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77: 172. arXiv: [1611.04040 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-4718-8](#).
- [199] AAD G, u. a. Measurements of top-quark pair differential cross-sections in the lepton+jets channel in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV using the ATLAS detector[J]. Eur. Phys. J. C, 2016, 76(10): 538. arXiv: [1511.04716 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-016-4366-4](#).
- [200] KHACHATRYAN V, u. a. Measurement of the differential cross section for top quark pair production in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Eur. Phys. J. C, 2015, 75(11): 542. arXiv: [1505.04480 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3709-x](#).
- [201] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of double-differential cross sections for top quark pair production in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV and impact on parton distribution functions[J]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(7): 459. arXiv: [1703.01630 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-4984-5](#).
- [202] AAD G, u. a. Measurements of top-quark pair differential and double-differential cross-sections in the ℓ +jets channel with pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using the ATLAS detector[J]. Eur. Phys. J. C, 2019, 79(12): 1028. arXiv: [1908.07305 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-7525-6](#).
- [203] SIRUNYAN A M, u. a. Measurements of $t\bar{t}$ differential cross sections in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using events containing two leptons[J]. JHEP, 2019, 02: 149. arXiv: [1811.06625 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1007/JHEP02\(2019\)149](#).
- [204] DURIEUX G, MALTONI F und ZHANG C. Global approach to top-quark flavor-changing interactions[J]. Phys. Rev. D, 2015, 91(7): 074017. arXiv: [1412.7166 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.91.074017](#).
- [205] DEGRANDE C, MALTONI F, WANG J, u. a. Automatic computations at next-to-leading order in QCD for top-quark flavor-changing neutral pro-

- cesses[J]. Phys. Rev. D, 2015, 91:034024. arXiv: [1412.5594 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevD.91.034024](#).
- [206] BARDUCCI D, u. a. Interpreting top-quark LHC measurements in the standard-model effective field theory[J]., 2018. arXiv: [1802.07237 \[hep-ph\]](#).
- [207] CZAKON M und MITOV A. Top++: A Program for the Calculation of the Top-Pair Cross-Section at Hadron Colliders[J]. Comput. Phys. Commun., 2014, 185: 2930. arXiv: [1112.5675 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1016/j.cpc.2014.06.021](#).
- [208] CZAKON M, FIEDLER P und MITOV A. Total Top-Quark Pair-Production Cross Section at Hadron Colliders Through $O(\alpha_s^4)$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252004. arXiv: [1303.6254 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252004](#).
- [209] CZAKON M, HEYMES D und MITOV A. Dynamical scales for multi-TeV top-pair production at the LHC[J]. JHEP, 2017, 04: 071. arXiv: [1606.03350 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP04\(2017\)071](#).
- [210] CZAKON M, HEYMES D und MITOV A. FastNLO tables for NNLO top-quark pair differential distributions[J]., 2017. arXiv: [1704.08551 \[hep-ph\]](#).
- [211] KLUGE T, RABBERTZ K und WOBISCH M. FastNLO: Fast pQCD calculations for PDF fits[C]//14th International Workshop on Deep Inelastic Scattering. [S.l. : s.n.], 2006: 483–486. arXiv: [hep-ph/0609285](#). DOI: [10.1142/9789812706706_0110](#).
- [212] WOBISCH M, BRITZGER D, KLUGE T, u. a. Theory-Data Comparisons for Jet Measurements in Hadron-Induced Processes[J]., 2011. arXiv: [1109.1310 \[hep-ph\]](#).
- [213] ALWALL J, FREDERIX R, FRIXIONE S, u. a. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations[J]. JHEP, 2014, 07: 079. arXiv: [1405.0301 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP07\(2014\)079](#).

- [214] CZAKON M, HEYMES D, MITOV A, u. a. Top-pair production at the LHC through NNLO QCD and NLO EW[J]. JHEP, 2017, 10: 186. arXiv: [1705.04105](https://arxiv.org/abs/1705.04105) [hep-ph]. DOI: [10.1007/JHEP10\(2017\)186](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2017)186).
- [215] HAGIWARA K, SUMINO Y und YOKOYA H. Bound-state Effects on Top Quark Production at Hadron Colliders[J]. Phys. Lett. B, 2008, 666: 71–76. arXiv: [0804.1014](https://arxiv.org/abs/0804.1014) [hep-ph]. DOI: [10.1016/j.physletb.2008.07.006](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.07.006).
- [216] KIYO Y, KUHN J H, MOCH S, u. a. Top-quark pair production near threshold at LHC[J]. Eur. Phys. J. C, 2009, 60: 375–386. arXiv: [0812.0919](https://arxiv.org/abs/0812.0919) [hep-ph]. DOI: [10.1140/epjc/s10052-009-0892-7](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-009-0892-7).
- [217] JU W L, WANG G, WANG X, u. a. Invariant-mass distribution of top-quark pairs and top-quark mass determination[J]. Chin. Phys. C, 2020, 44(9): 091001. arXiv: [1908.02179](https://arxiv.org/abs/1908.02179) [hep-ph]. DOI: [10.1088/1674-1137/44/9/091001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/44/9/091001).
- [218] DEGRANDE C, DURIEUX G, MALTONI F, u. a. Automated one-loop computations in the standard model effective field theory[J]. Phys. Rev. D, 2021, 103(9): 096024. arXiv: [2008.11743](https://arxiv.org/abs/2008.11743) [hep-ph]. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.096024](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.096024).
- [219] SCHWAN C. N3PDF/pineappl: v0.5.2[CP/OL]. v0.5.2. Zenodo. 2022. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6394794>.
- [220] CARRAZZA S, NOCERA E R, SCHWAN C, u. a. PineAPPL: combining EW and QCD corrections for fast evaluation of LHC processes[J]. JHEP, 2020, 12: 108. arXiv: [2008.12789](https://arxiv.org/abs/2008.12789) [hep-ph]. DOI: [10.1007/JHEP12\(2020\)108](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2020)108).
- [221] PUMPLIN J, STUMP D R, HUSTON J, u. a. New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis[J]. JHEP, 2002, 07: 012. arXiv: [hep-ph/0201195](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0201195). DOI: [10.1088/1126-6708/2002/07/012](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2002/07/012).
- [222] BALL R D, u. a. Parton Distribution Benchmarking with LHC Data[J]. JHEP, 2013, 04: 125. arXiv: [1211.5142](https://arxiv.org/abs/1211.5142) [hep-ph]. DOI: [10.1007/JHEP04\(2013\)125](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2013)125).

- [223] BALL R D, DEL DEBBIO L, FORTE S, u. a. Fitting Parton Distribution Data with Multiplicative Normalization Uncertainties[J]. JHEP, 2010, 05: 075. arXiv: [0912.2276 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP05\(2010\)075](#).
- [224] SIRUNYAN A M, u. a. Measurement of $t\bar{t}$ normalised multi-differential cross sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV, and simultaneous determination of the strong coupling strength, top quark pole mass, and parton distribution functions[J]. Eur. Phys. J. C, 2020, 80(7): 658. arXiv: [1904.05237 \[hep-ex\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-020-7917-7](#).
- [225] MARTIN A D, STIRLING W J, THORNE R S, u. a. Parton distributions for the LHC[J]. Eur. Phys. J. C, 2009, 63: 189–285. arXiv: [0901.0002 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-009-1072-5](#).
- [226] ABDUL KHALEK R, BAILEY S, GAO J, u. a. Towards Ultimate Parton Distributions at the High-Luminosity LHC[J]. Eur. Phys. J. C, 2018, 78(11): 962. arXiv: [1810.03639 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1140/epjc/s10052-018-6448-y](#).
- [227] ABDUL KHALEK R, BAILEY S, GAO J, u. a. Probing Proton Structure at the Large Hadron electron Collider[J]. SciPost Phys., 2019, 7(4): 051. arXiv: [1906.10127 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.21468/SciPostPhys.7.4.051](#).
- [228] BALL R D, u. a. The PDF4LHC21 combination of global PDF fits for the LHC Run III[J]., 2022. arXiv: [2203.05506 \[hep-ph\]](#).
- [229] Measurements of differential cross-sections in top-quark pair events with a high transverse momentum top quark and limits on beyond the Standard Model contributions to top quark pair production with the ATLAS detector[C]//European Physical Society Conference on High Energy Physics 2021. [S.l. : s.n.], 2021.
- [230] ETHIER J J, MAGNI G, MALTONI F, u. a. Combined SMEFT interpretation of Higgs, diboson, and top quark data from the LHC[J]. JHEP, 2021, 11: 089. arXiv: [2105.00006 \[hep-ph\]](#). DOI: [10.1007/JHEP11\(2021\)089](#).

A Altarelli-Parisi 函数

对于 QCD 分裂过程 $Q \rightarrow Q + g$, $Q \rightarrow g + Q$ and $g \rightarrow Q + \bar{Q}$, 一般化的 Altarelli-Parisi 核如下

$$\begin{aligned} \langle s | \hat{P}_{QQ}(z, k_\perp, m_Q; \varepsilon) | s' \rangle &= \delta_{ss'} C_F \left[\frac{1+z^2}{1-z} - \varepsilon(1-z) - \frac{m_Q^2}{p_Q p_g} \right], \\ \langle s | \hat{P}_{Qg}(z, k_\perp, m_Q; \varepsilon) | s' \rangle &= \delta_{ss'} C_F \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} - \varepsilon z - \frac{m_Q^2}{p_g p_Q} \right], \\ \langle \mu | \hat{P}_{gQ}(z, k_\perp, m_Q; \varepsilon) | \nu \rangle &= T_R \left[-g^{\mu\nu} - 4 \frac{k_\perp^\mu k_\perp^\nu}{(p_Q + p_{\bar{Q}})^2} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

这里的 s, s' 与 μ, ν 表示部分子对 $\tilde{i}j$ 的自旋关联的指标。 $g \rightarrow gg$ 分裂过程没有被质量项的引入影响

$$\langle \mu | \hat{P}_{gg}(z, k_\perp; \varepsilon) | \nu \rangle = 2C_A \left[-g^{\mu\nu} \left(\frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} \right) - 2(1-\varepsilon)z(1-z) \frac{k_\perp^\mu k_\perp^\nu}{k_\perp^2} \right] \quad (\text{A.2})$$

我们也需要分裂函数的自旋平均形式。对于夸克这需要与 $\delta_{ss'}/2$ 收缩, 对于一个具有在壳动量 p 的胶子需要与下式收缩

$$\frac{1}{d-2} d_{\mu\nu}(p) = \frac{1}{2(1-\varepsilon)} [-g_{\mu\nu} + (\text{gauge terms})], \quad (\text{A.3})$$

这里的规范项正比于 p^μ 或 p^ν , 且有

$$-g^{\mu\nu} d_{\mu\nu}(p) = d-2, \quad p^\mu d_{\mu\nu}(p) = 0. \quad (\text{A.4})$$

自旋平均的 QCD 分裂函数只依赖于 z, ε 与比值

$$\mu_{ij}^2 = \frac{m_i^2 + m_j^2}{(p_i + p_j)^2 - m_{ij}^2}, \quad (\text{A.5})$$

我们将其表示为 $\langle \hat{P}_{ij,i}(z; \varepsilon; \mu_{ij}^2) \rangle$, 具体形式为

$$\begin{aligned}
\langle \hat{P}_{QQ}(z; \varepsilon; \mu_{Qg}^2) \rangle &= C_F \left[\frac{1+z^2}{1-z} - \varepsilon(1-z) - 2\mu_{Qg}^2 \right], \\
\langle \hat{P}_{Qg}(z; \varepsilon; \mu_{gQ}^2) \rangle &= C_F \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} - \varepsilon z - 2\mu_{gQ}^2 \right], \\
\langle \hat{P}_{gQ}(z; \varepsilon) \rangle &= T_R \left[1 - \frac{2z(1-z) - \mu_{Q\bar{Q}}^2}{1-\varepsilon} \right], \\
\langle \hat{P}_{gg}(z; \varepsilon) \rangle &= 2C_A \left[\frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right].
\end{aligned} \tag{A.6}$$

B Dipole 函数

B.1 算符 $P_m^{a,a'}$

$$\begin{aligned} P_{\text{reg}}^{qq}(x) &= -C_F(1+x), & P_{\text{reg}}^{gq}(x) &= T_R [x^2 + (1-x)^2], \\ P_{\text{reg}}^{qg}(x) &= C_F \frac{1+(1-x)^2}{x}, & P_{\text{reg}}^{gg}(x) &= 2C_A \left[\frac{1-x}{x} - 1 + x(1-x) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\hat{P}'^{qq}(x) = \hat{P}'^{qg}(1-x) = C_F(1-x), \quad \hat{P}'^{gq}(x) = 2T_R x(1-x), \quad \hat{P}'^{gg}(x) = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$P^{ab}(x) = P_{\text{reg}}^{ab}(x) + \delta^{ab} \left[2T_a^2 \left(\frac{1}{1-x} \right)_+ + \gamma_a \delta(1-x) \right] \quad (\text{B.3})$$

B.2 算符 I_m 和 $K_m^{a,a'}$ 的部分形式

$$\begin{aligned} I_m(\varepsilon, \mu^2; \{p_i, m_i\}) &= -\frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{(4\pi)^\varepsilon}{\Gamma(1-\varepsilon)} \sum_j \frac{1}{T_j^2} \sum_{k \neq j} T_j \cdot T_k \\ &\times \left[T_j^2 \left(\frac{\mu^2}{s_{jk}} \right)^\varepsilon \left(\mathcal{V}_j(s_{jk}, m_j, m_k, \{m_F\}; \varepsilon, \kappa) - \frac{\pi^2}{3} \right) + \Gamma_j(\mu, m_j, \{m_F\}; \varepsilon) \right. \\ &\left. + \gamma_j \ln \frac{\mu^2}{s_{jk}} + \gamma_j + K_j + \mathcal{O}(\varepsilon) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \bar{K}^{aa'}(x) &= P_{\text{reg}}^{aa'}(x) \ln \frac{1-x}{x} + \hat{P}'^{aa'}(x) \\ &+ \delta^{aa'} \left[T_a^2 \left(\frac{2}{1-x} \ln \frac{1-x}{x} \right)_+ - \delta(1-x) \left(\gamma_a + K_a - \frac{5}{6} \pi^2 T_a^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

函数 $\mathcal{K}_q^{a,a'}(x; s_{ja}, m_j, \{m_F\})$ 依赖于部分子的味。当 j 是夸克时，它不依赖于 $\{m_F\}$

$$\mathcal{K}_q^{g,q}(x; s_{ja}, m_j) = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}_q^{q,q}(x; s_{ja}, m_j) &= 2 \left[\left(\frac{\ln(1-x)}{1-x} \right)_+ - \frac{\ln(2-x)}{1-x} \right] + \left[J_{gQ}^a \left(x, \frac{m_j}{\sqrt{s_{ja}}} \right) \right]_+ \\
&+ 2 \left(\frac{1}{1-x} \right) + \ln \frac{(2-x)s_{ja}}{(2-x)s_{ja} + m_j^2} - \frac{\gamma_q}{C_F} \delta(1-x) \\
&+ \delta(1-x) \left(\frac{m_j^2}{s_{ja}} \ln \frac{m_j^2}{s_{ja} + m_j^2} + \frac{1}{2} \frac{m_j^2}{s_{ja} + m_j^2} \right) \tag{B.7}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{K}_q^{q,g}(x; s_{ja}, m_j) = 2 \frac{C_F}{C_A} \frac{m_j^2}{x s_{ja}} \ln \frac{m_j^2}{(1-x)s_{ja} + m_j^2}$$

$$\mathcal{K}_q^{g,g}(x; s_{ja}, m_j) = \mathcal{K}_q^{q,q}(x; s_{ja}, m_j) + \frac{C_A}{C_F} \mathcal{K}_q^{q,g}(x; s_{ja}, m_j).$$

当 j 是胶子时

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}_g^{a,a'}(x; s_{ja}, 0, \{m_F\}) &= -\delta^{aa'} \frac{\gamma_g}{C_A} \left[\left(\frac{1}{1-x} \right)_+ + \delta(1-x) \right] \\
&+ \delta^{aa'} \frac{T_R}{C_A} \sum_{F=1}^{N_F^{ja}} \left\{ (\delta(1-x) - \delta(x_+ - x)) \left[\frac{2}{3} \left(\ln \frac{m_F^2}{s_{ja}} + \frac{5}{3} \right) - J_{Q\bar{Q}}^{a:NS} \left(\frac{m_F}{\sqrt{s_{ja}}} \right) \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[J_{Q\bar{Q}}^a \left(x, \frac{m_F}{\sqrt{s_{ja}}} \right) \right]_{x_+} + \delta(1-x) \frac{2}{3} \left(1 - \frac{4m_F^2}{s_{ja}} \right)^{3/2} \right\}. \tag{B.8}
\end{aligned}$$

攻读学位期间学术论文和科研成果目录

- [1] **Meisen Gao** and Jun Gao. Differential distributions for single top quark production at the LHeC. Phys. Rev. D **104**, no.5, 053005 (2021)
- [2] **Mei Sen Gao** and Shu Run Yuan and Jun Gao. Top-quark mass determination from t-channel single top production at the LHC. JHEP **04**, 054 (2021)
- [3] Jun Gao, **MeiSen Gao**, Marco Guzzi, T. J. Hobbs, DianYu Liu, XiaoMin Shen, Daniel Stump, Keping Xie. CTEQ-TEA global analysis of QCD and SMEFT. (in preparation.)

致 谢

顶夸克的寿命是 $5 \times 10^{-25} s$ ，写出这篇论文的时间是绵延漫长的五年。在我即将衰变进入下一阶段的科研道路之际，感谢所有帮助过我的老师和同学们。

2017 年我遇到了对我启蒙深远的导师高俊老师，自此开启了我的粒子物理博士生涯。从我初涉 QFT 时的学习到之后选题研究，高俊老师都付出了很多心血。高老师严谨治学、谦逊和蔼、凡事亲力亲为：他带领我们一起推导专业书，讨论 arxiv 上最新的 paper。虽然高老师工作繁忙，承担着数门课程的教学任务，但是依然密切关心着我们的科研进度。高老师在唯象领域的洞见与做学问的精神深深的影响着我们，您是我们永远的楷模，感谢我的导师高俊老师。

感谢我所选课程的主讲老师们。王伟老师不仅在《量子场论》课程中传道授业解惑，也关心着我个人的发展。陈列文与杨海军老师的《粒子物理与核物理》、何红建老师的《规范场论》、刘江来老师的《粒子物理实验前沿选讲》等等课程都给了低年级时的我很大助益。感谢 TD-Li 与 INPAC 的季向东、郭军、何小刚、孙艺锋、李亮、李数、赵玉民、颜开、徐东莲、周宁等所有老师们发起的前沿学术报告，使得我们能拥有国际性的视野。感谢张岑老师曾经在科大参与组织的两次 School，使我学习了 MG5 与 SMEFT。感谢所里的行政老师贺刚在会议与报销方面提供的协助。感谢教务老师薛颖在答辩流程中的帮助。

感谢课题组的成员们。博后沈晓民有优秀的计算功底和渊博的学识，并且待人谦虚随和，与师兄的合作使我受益匪浅。刘殿宇博士独到的拟合分析能力令我钦佩，同时他在合作中承担了很多工作。孙传乐博士拥有深厚的理论基础，常在我遇到难题时施以援手。胡雅璐师妹与我在学习生活上交流了很多心得。还有龙鸿健、刘重阳、傅淳浩和赖浩菁师弟们，与你们相处讨论的时光虽然短暂但是充实且快乐。

感谢所里的小伙伴们：博后 Adil、师弟杨畅、博后曾军、邓志福、黄旭润、李帆、马畅、王佳琦、王斯沛、王震、孙进等。感谢何老师组的于伯梁、李尧、杭岩峰一起讨论物理、锻炼身体，在这个浮躁、粗率的年代，我要向你们学习的还有很多。窗外的理科楼鳞次栉比，远处的包图灯火通明，

感谢包图 404 not found 的邢晔、基哥、振兴、晓会、徐吉、王睿、笑鹏、普洁、周颖、何敏、赵帅、胡继峰在我刚入学时的照顾与指点。

研究生期间交错着成功与失败，但过往种种，皆成今作，距离下一次衰变/碰撞还有很长的路。谢谢所有的专业书与开源世界，个体自我的提高与唯象体系的下沉，都来源于秩序的解构与重建。谢谢蔷薇园每一朵花、致远 6 号泳道、4KM 的健步道减缓了我近视秃顶的进程。谢谢夏天傍晚思源湖上吹来的风、做完实验笑起来要人命的娄硕同学，你是我的战友、爱人、湮灭算符、抵消项、旅伴和有效顶点，让我理解生命原来可重可轻，可重整。

感谢这个世界允许我们的理解，感谢父母赋予我观测它的权利，感谢娄硕在漫漫长路上的陪伴。