

上海交通大学硕士学位论文

基于禁闭夸克物质模型的夸克星研究

硕士研究生：曹 政

学 号：119072910004

导 师：陈列文 教授

申 请 学 位：理学硕士

专 业：粒子物理与核物理专业

所 在 单 位：物理与天文学院

答 辩 日 期：2022 年 2 月 26 日

授予学位单位：上海交通大学

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University
for the Degree of Master

**STUDIES ON QUARK STARS WITHIN
THE CONFINING QUARK MATTER
MODEL**

Candidate: Zheng Cao
Student ID: 119072910004
Supervisor: Prof. Lie-Wen Chen
Academic Degree Applied for: Master of Science
Speciality: Nuclear physics and particle physics
Affiliation: School of Physics and Astronomy
Date of Defence: February 26, 2022
Degree-Conferring-Institution: Shanghai Jiao Tong University

基于禁闭夸克物质模型的夸克星研究

摘要

本文基于禁闭夸克物质模型，对夸克物质和夸克星性质进行了研究。该模型唯象地考虑了夸克禁闭、渐近自由、高密处手征对称恢复与夸克退禁闭。本文对夸克物质的稳定性进行了重新讨论。我们发现如果夸克物质满足传统的稳定窗口，即奇异夸克物质比核物质稳定同时核物质比 ud 夸克物质稳定，那么由奇异夸克物质组成的奇异夸克星的最大质量 $M_{\text{TOV}} = 2.05M_{\odot}$ ，不能解释 GW190814 事件的次星体质量 $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ (90% 置信区间)。然而，如果重新考虑夸克物质稳定性，我们发现，如果允许 ud 夸克物质比核物质和奇异夸克物质都更加稳定，相应的夸克星为由 ud 夸克物质组成的 ud 夸克星，则在 GW170817 事件对状态方程的约束 $\tilde{\Lambda} \leq 720$ 下， ud 夸克星的最大质量可以到达 $2.77M_{\odot}$ ，同时可以符合 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 的质量-半径测量结果。

在本文的第二部分，我们利用引力波原始数据，考虑状态方程相关性，进行贝叶斯分析。我们考虑了目前能提取致密星潮汐极化率的两个引力波事件 GW170817 和 GW190425，同时考虑目前已经明确观测的最重致密星 PSR J0740+6620 的质量 $M = 2.08 \pm 0.07M_{\odot}$ (68% 置信区间)，对奇异夸克星和 ud 夸克星的性质进行了研究。结果发现，奇异夸克星的最大质量为 $2.03^{+0.04}_{-0.07}M_{\odot}$ (90% 置信区间)，并不能解释 GW190814 事件的伴星。相反，如果 ud 夸克物质最稳定，则 ud 夸克星的最大质量为 $2.26^{+0.46}_{-0.20}M_{\odot}$ (90% 置信区间)，符合 GW190814 事件伴星的质量约束。进而，我们的模型对 $1.4M_{\odot}$ 处的潮汐极化率 $\Lambda_{1.4}$ 给出限制 $\Lambda_{1.4} = 279^{+365}_{-98}$ (90% 置信区间)。我们的研究表明引力波事件 GW190814 的次星体可能是一颗 ud 夸克星。

关键词：夸克星，引力波，贝叶斯分析，夸克物质稳定性

STUDIES ON QUARK STARS WITHIN THE CONFINING QUARK MATTER MODEL

ABSTRACT

Within a confining quark matter model which considers phenomenologically the quark confinement and asymptotic freedom as well as chiral symmetry restoration and quark deconfinement at high baryon density, this thesis study properties of quark matter and quark star. The stability of quark matter is reconsidered here. If quark matter satisfies so-called stability window, i.e. strange quark matter is more stable than ordinary nuclear matter and ordinary nuclear matter is more stable than up-down quark matter, the maximum mass of strange quark star which composed of strange quark matter $M_{\odot} = 2.05M_{\odot}$. This result can *not* explain GW190814's secondary component with a mass of $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ (90% confidence level, CL). However, if we reconsider the stability of quark matter and assume that up-down quark matter is more stable than both of strange quark matter and ordinary nuclear matter, with constraint from GW170817 $\tilde{\Lambda} \leq 720$ the maximum mass of up-down quark star is $2.77M_{\odot}$ and can fit the constrain from the mass-radius relation measured from PSR J0030+0451 and PSR J0740+6620 by NICER.

In the second part of this thesis, we reanalyse the original gravitational wave data by considering its dependence on equation of state using Bayesian method. We consider GW170817 and GW190425 which can extract tidal parameter so far and take into account of the heaviest neutron star PSR J0740+6620 with $M = 2.08 \pm 0.07M_{\odot}$ (68% CL) to study the properties of strange quark star and up-down quark star. We find that the maximum mass

of strange quark star is $2.03^{+0.04}_{-0.07} M_{\odot}$ (90% CL) and can *not* explain the nature of GW190814. On the contrary, if up-down quark matter is the most stable matter, the maximum mass of up-down quark star is $2.26^{+0.46}_{-0.20} M_{\odot}$ (90% CL) and can explain the GW190814's secondary component. Based on our model, we give constraint of tidal deformability at $1.4M_{\odot}$: $\Lambda_{1.4} = 279^{+365}_{-98}$ (90% CL). Our results thus provide circumstantial evidence suggesting the recently reported GW190814's secondary component with could be an up-down quark star.

KEY WORDS: quark star, gravitational wave, bayes analysis, stability of quark matter

目 录

第一章 引言	1
1.1 夸克星与夸克物质	1
1.2 致密星对致密物质状态方程的约束	2
1.2.1 中子星质量-半径关系	2
1.2.2 大质量中子星	3
1.2.3 引力波事件	3
1.3 论文安排	6
第二章 GW190814: 存在 ud 夸克星的可能证据	7
2.1 背景介绍	7
2.2 禁闭夸克物质模型	8
2.3 结果与讨论	11
第三章 引力波分析	16
3.1 引力波: 爱因斯坦方程的解	16
3.1.1 弱场近似下爱因斯坦方程	16
3.1.2 引力波在真空中传播	16
3.1.3 引力波的产生	17
3.1.4 双星系统产生的引力波	18
3.2 地面引力波探测	19
3.3 引力波数据处理	22
3.3.1 噪声	22
3.3.2 波形模板	24
3.3.3 匹配滤波	26
3.3.4 贝叶斯参数推断	27
3.4 基于禁闭夸克物质模型的贝叶斯分析	30
3.4.1 处理方法	31
3.4.2 结果与讨论	32
第四章 总结与展望	36
4.1 总结	36
4.2 展望	36
攻读学位期间发表 (或录用) 的学术论文	51

致 谢 52

插图索引

- 图 1-1 中子星内部可能的结构^[1]。 1
- 图 2-1 CQM 模型中 SQS2.05、udQS2.77、udQS3.67 三组参数给出的质量-半径关系。橘黄色条带给出了 GW190814 次星体的质量区间 $2.59^{+0.08}_{-0.09} M_{\odot}$ (90% 置信区间), 青色与灰色阴影分别给出了 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 质量-半径范围的两个独立分析结果^[65-68]。 12
- 图 2-2 CQM 模型中, SQS2.05、udQS2.77 和 udQS3.67 参数下 u 夸克质量 (a), s 夸克质量 (b) 和夸克物质中声速的平方 c_s^2 (c) 随重子数密度的变化。作为比较, 图中给出了 NJL 模型对 u 夸克和 s 夸克质量的预测。在图 (c) 中, 最大质量夸克星的中心与表面密度用五角星标出。 14
- 图 3-1 LIGO 光学配置图^[89]。经激光源发出的光在两个长为 4km 的垂直测量臂多次往返, 最终形成干涉图样。 20
- 图 3-2 探测器平面和天空平面的相对夹角^[97]。其中考虑了引力波极化方向与天空平面中的 x 轴夹角 ψ 。 21
- 图 3-3 LIGO-Virgo 数据处理的简单流程图^[98] 22
- 图 3-4 LIGO-Hanford 探测器的噪声^[99]。图中 O_3 (蓝色实线) 阶段的测量噪声。由于存在未知的其他噪声, 已知噪声的和 (黑色实线) 与实际测得的噪声 (蓝色实线) 并不完全重合。作为比较, 也给出了分别给出了 O_1 (浅黄色实线) 和 O_2 (灰色实线) 阶段的测量噪声。图中纵坐标为探测臂长度的改变量 (differential arm, DARM), 横坐标为频率。 23
- 图 3-5 传统稳定性排序下, 参数 $\nu_{ud}-\nu_s$ 的后验概率分布情况。对角线上两幅图分别给出了 ν_{ud} 、 ν_s 的后验概率分布。左下角的阴影图给出了 $\nu_{ud}-\nu_s$ 的联合后验概率分布。参数 ν_{ud} 与 ν_s 的 90% 最大后验概率区间分别为 $0.50^{+0.01}_{-0.03}$ 和 $1.54^{+0.40}_{-0.45}$ 。 33
- 图 3-6 传统稳定性排序下, 奇异夸克星最大质量 M_{TOV} 的后验概率分布。图中横坐标为奇异夸克星最大质量 M_{TOV} , 纵坐标为概率密度函数。 M_{TOV} 的 90% 最大后验概率区间为 $2.03^{+0.04}_{-0.07} M_{\odot}$ 。 34

- 图 3-7 传统稳定性排序下, (a) 奇异夸克物质每重子能量最低点 $E_{uds,min}$ 和 (b) ud 夸克物质的每重子能量最低点 $E_{ud,min}$ 的后验概率分布。 34
- 图 3-8 ud 夸克物质最稳定情况下, 状态方程参数 ν_{ud} 后验概率分布。横坐标为参数 ν_{ud} 大小, 纵坐标为概率密度函数。…… 35
- 图 3-9 ud 夸克物质为最稳定状态下, ud 夸克物质每重子能量最低点的后验概率分布。图中横坐标为 ud 夸克物质每重子能量最低点, 纵坐标为概率密度函数。…… 35
- 图 3-10 ud 夸克物质为最稳定状态下, (a) ud 夸克星最大质量 M_{TOV} 和 (b) 1.4 倍太阳质量处潮汐极化率 $\Lambda_{1.4}$ 的后验概率分布。 M_{TOV} 的范围为 $2.26^{+0.46}_{-0.20}M_{\odot}$, $\Lambda_{1.4}$ 的范围为 279^{+365}_{-98} (90% 置信区间)。…… 35

第一章 引言

1.1 夸克星与夸克物质

中子星作为超新星爆发的产物，由于内部高密低温的特点，是研究致密物质状态方程（Equation of State, EOS）的天然实验室。实际上，中子星并不是只由中子物质构成，其内部结构至今尚不清楚。图1-1给出了几种可能的中子星内部组成情况。其中最简单的情况即由图中传统中子星（traditional neutron star）所示，中子星由质子、中子、电子和 μ 子组成。其内部也可能有超子出现，在这种情况下中子星叫做“超子星”更合适。

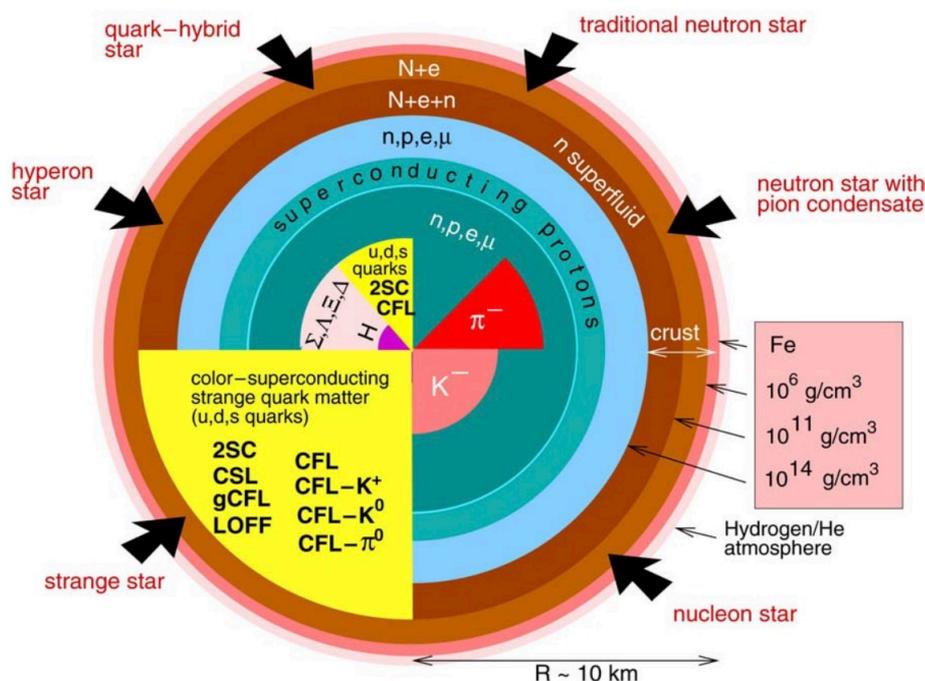


图 1-1 中子星内部可能的结构^[1]。

粒子物理标准模型告诉我们，中子和质子并不是组成物质的基本粒子，它们也是由更加基本的夸克组成的。在中子星高密条件下，其内部强子物质有可能退禁闭为自由的夸克物质。基于 Bodmer^[2]、Terazawa^[3] 和 Witten^[4] 的假设，夸克物质的稳定性满足所谓的稳定窗口^[5]，即由退禁闭的 u、d 夸克和轻子组成的 ud 夸克物质（ud quark matter, udQM）的每重子能量要比普通核物质每重子能量高，以免核物质转变为 ud 夸克物质；同时由退禁闭的 u、d、s 夸克和一些轻子组成的

奇异夸克物质 (strange quark matter, SQM) 每重子能量要比普通核物质每重子能量低, 以保证奇异夸克物质绝对稳定。很多研究^[6-8] 表明中子星可能转变为由奇异夸克物质组成的奇异夸克星 (strange quark star, SQS)。

致密物质的性质主要由其状态方程决定。状态方程描述的是对给定能量密度 ϵ 时压强 p 的大小, 即函数关系 $p(\epsilon)$ 。原则上, 致密物质的性质可以从量子色动力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) 拉氏量出发, 进行第一性原理计算。但是在致密星的特征密度内, 无法进行微扰 QCD 计算, 所以我们对致密星相关的夸克物质的计算仍然依赖于有效模型^[1, 9]。其中, 最著名的就是 MIT 袋模型^[10]。该模型是一个唯象模型, 其认为夸克物质处在一个“袋”中, 袋内物质受到袋产生的压强, 并用袋常数 B 来参数化压强大小。在袋内可以进行微扰 QCD 计算, 在最低阶修正下袋模型给出的夸克物质热力学势密度为^[11]:

$$\Omega = \sum_i \Omega_i^0 + \frac{3}{4\pi^2} (1 - a_4) \left(\frac{\mu_b}{3}\right)^4 + B, \quad i = u, d, s, e \quad (1-1)$$

其中 $\mu_b = \mu_u + \mu_d + \mu_s$ 为重子化学势, a_4 为微扰 QCD 修正的参数。

实际上, 一些模型指出, 奇异夸克物质可能不是绝对稳定态^[12-17]。特别地, 最近的一项研究^[16] 利用唯象夸克-介子耦合模型, 表明 ud 夸克物质比普通核物质和奇异夸克物质更加稳定, 其相对应的 ud 夸克星 (ud quark star, $udQS$) 的性质也有了一些讨论^[18-21]。

1.2 致密星对致密物质状态方程的约束

致密星的宏观性质 (如质量, 半径) 依赖于致密物质状态方程, 所以对致密星的观测可以反过来约束由微观模型推导出的致密物质状态方程, 进而增加人们对微观世界中物质间相互作用的理解。目前主要通过致密星质量-半径关系、大质量的致密星、以及双星并合引发的引力波等手段来约束致密状态方程。习惯上, 把致密星叫做中子星, 在不引起歧义的情况下, 以下都把致密星叫做中子星。下面分别介绍这三种约束。

1.2.1 中子星质量-半径关系

中子星的质量-半径关系可以通过 Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程^[22, 23] 与致密物质状态方程联系起来。TOV 方程描述了在广义相对论框架下, 球

对称中子星在流体静力学平衡下的状态：

$$\frac{dp}{dr} = -(\epsilon + p) \frac{m + 4\pi r^3 p}{r(r - 2m)} \quad \frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon \quad (1-2)$$

其中已采用 $c = G = 1$, m 为在半径 r 之内中子星包裹的质量。把状态方程 $p(\epsilon)$ 代入 TOV 方程, 可以得到中子星质量 m 和其半径 r 的关系 $m(r)$ 。我们假设观测到的中子星中的致密物质都处在其最稳定的基态上, 如果一个状态方程可以正确地描述致密物质的性质, 则其给出的质量-半径关系必须满足已有的质量-半径关系的约束。

目前, 对中子星质量-半径关系测量方式主要有两种。一种是分析低质量 X 射线双星 (Low-Mass X-ray Binary) 发射出的 X 射线暴, 这种方式需要在双星系统中测量。另一种是分析中子星表面的热斑 (hot spot), 这种分析方式可以确定孤立中子星的质量-半径关系, 目前主要由国际空间站的 NICER^[24] (Neutron Star Interior Composition Explorer) 进行实验观测。

1.2.2 大质量中子星

人们对于大质量中子星的搜寻也可以用来限制致密状态方程。如前所述, 正确的状态方程给出的最大质量 M_{TOV} 应该大于或等于目前发现的中子星最大质量 M_{ob} , 如果某个状态方程给出的 M_{TOV} 小于 M_{ob} , 则此状态方程应该被排除。更大质量的中子星往往要求更硬的状态方程, 所以一系列较软的状态方程就会被排除。目前已经发现的最重的中子星是 PSR J0740+6620, 其质量为 $2.08_{-0.07}^{+0.07} M_{\odot}$ (68% 置信区间)^[25]。

1.2.3 引力波事件

双星并合发出的引力波可以用来限制致密状态方程。对于双星系统, 每一颗星体都处在其伴星的潮汐场中, 从而引发中子星的潮汐形变。对于潮汐场 \mathcal{E}_{ij} , 忽略共振效应, 其引起的质量四极矩 Q_{ij} 为

$$Q_{ij} = -\lambda \mathcal{E}_{ij}, \quad (1-3)$$

其中 λ 即所谓的潮汐极化率, 与 $l = 2$ 的相对论 Love 数 k_2 有关^[26]:

$$\lambda = \frac{2}{3} k_2 \frac{R^5}{G}. \quad (1-4)$$

这里我们写出了万有引力常数 G 。 λ 表征了在给定潮汐场下中子星形变的难易程度, 需要通过中子星的状态方程计算出来。一般来说, 中子星的状态方程越硬, 其半径就会越大, λ 也就越大。

取 Regge-Wheeler 规范，球对称致密星在最低阶潮汐修正下，固有时^[27]

$$\begin{aligned} ds^2 = & - e^{2\Phi(r)} [1 + H(r)Y_{20}(\theta, \varphi)] dt^2 \\ & + e^{2\Lambda(r)} [1 - H(r)Y_{20}(\theta, \varphi)] dr^2 \\ & + r^2 [1 - K(r)Y_{20}(\theta, \varphi)] (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \end{aligned} \quad (1-5)$$

其中函数 H 满足方程组

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dr} = & \beta, \\ \frac{d\beta}{dr} = & 2 \left(1 - 2\frac{m}{r}\right)^{-1} H \left\{ -2\pi [5\epsilon + 9p + f(\epsilon + p)] + \frac{3}{r^2} \right. \\ & \left. + 2 \left(1 - 2\frac{m}{r}\right)^{-1} \left(\frac{m}{r^2} + 4\pi r p\right)^2 \right\} \\ & + \frac{2\beta}{r} \left(1 - 2\frac{m}{r}\right)^{-1} \left\{ -1 + \frac{m}{r} + 2\pi r^2 (\epsilon - p) \right\}, \end{aligned} \quad (1-6)$$

其中 $f = d\epsilon/dp$ 。当 $r \rightarrow 0$ 时， $H(r) = a_0 r^2$ ， $\beta(r) = 2a_0 r$ ，其中 a_0 是常数，决定了致密星形变程度，在计算 Love 数时会消掉，所以可以任意选择。定义变量

$$y = \frac{R\beta(R)}{H(R)} - \frac{4\pi R^3 \epsilon_-}{m}, \quad (1-7)$$

其中 ϵ_- 是致密星表面处的能量密度。中子星表面能量密度为 0，上式第二项为 0；夸克星是自束缚系统，其表面能量密度不为 0，上式第二项不可忽略。有了以上变量，我们可以计算 Love 数 k_2 ^[27]：

$$\begin{aligned} k_2 = & \frac{8C^5}{5} (1 - 2C)^2 [2 + 2C(y - 1) - y] \\ & \times \{ 2C [6 - 3y + 3C(5y - 8)] \\ & + 4C^3 [13 - 11y + C(3y - 2) + 2C^2(1 + y)] \\ & + 3(1 - 2C)^2 [2 - y + 2C(y - 1)] \ln(1 - 2C) \}^{-1}, \end{aligned} \quad (1-8)$$

其中 $C = M/R$ ，是星体的致密度。进一步引入无量纲潮汐极化率 Λ ：

$$\Lambda = \frac{2}{3} k_2 \left(\frac{c^2 R}{GM} \right)^5. \quad (1-9)$$

假设双星中 $m_1 > m_2$, 引入 Λ 和 m 的组合:

$$\begin{aligned}\tilde{\Lambda} &= \frac{8}{13} \left[(1 + 7\eta - 31\eta^2) (\Lambda_1 + \Lambda_2) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{1 - 4\eta} (1 + 9\eta - 11\eta^2) (\Lambda_1 - \Lambda_2) \right], \\ \delta\tilde{\Lambda} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 - 4\eta} \left(1 - \frac{13272}{1319}\eta + \frac{8944}{1319}\eta^2 \right) (\Lambda_1 + \Lambda_2) \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{15910}{1319}\eta + \frac{32850}{1319}\eta^2 + \frac{3380}{1319}\eta^3 \right) (\Lambda_1 - \Lambda_2) \right].\end{aligned}\quad (1-10)$$

其中 $\eta = m_1 m_2 / M^2$, 为对称质量 (symmetric mass ratio), $M = m_1 + m_2$ 为双星系统总质量。

引力波信号通过对 Λ 做出限制, 进而约束致密状态方程。中子星有关的并合事件目前主要有 GW170817^[28]、GW190425^[29] 与 GW190814^[30]。下面对这三个引力波事件进行简单介绍, 进一步的引力波数据分析见第三章。

GW170817 事件是人类第一次直接观测到的由中子星并合引发的引力波事件。其信噪比为 32.4, 是目前为止信噪比最高的双中子星引力波事件。通过 LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) 和 Virgo 的联合观测, 信号源被定位在天空中 28 deg^2 的范围内, 进一步的分析中, 信号源位置被定位在天空 16 deg^2 内^[31], 与随后电磁对应体的方位一致。在并合 1.7s 后, Fermi 卫星观测到了 γ 暴 GRB 170817A^[32, 33], 直接证实了这是一次双中子星并合事件。11 小时后, 光学对应体 SSS17a/AT 2017gfo^[34] 将该事件的信号源定位到了星系 NGC 4993。随后的可见光、紫外、红外波段的观测证实了存在由双中子星并合引起的千新星事件。引力波及其伴随的电磁对应体信号, 把人类带入了多信使天文学时代。

中子星参与的并合事件发出的引力波会对中子星的无量纲潮汐极化率 Λ 给出很强的限制。中子星的自旋会影响到其潮汐极化率参数的推断, 所以往往区分低自旋先验 (low-spin priors, $|\vec{\chi}| \leq 0.05$) 与高自旋先验 (high-spin priors, $|\vec{\chi}| \leq 0.89$) 的结果 (其中 $\vec{\chi} = c\vec{S}/(Gm^2)$, 是中子星自旋 \vec{S} 的归一化无量纲形式)。由于银河系内双中子星系统给出约束 $|\vec{\chi}| \leq 0.05$ ^[35], 我们这里重点介绍低自旋先验的结果。在 GW170817 事件报道文章中^[28], Λ_1, Λ_2 独立变化, 利用后牛顿波形模板, 给出 90% 置信区间: $\tilde{\Lambda} \leq 800$, 1.4 倍太阳质量处潮汐极化率 $\Lambda(1.4M_\odot) \leq 800$ 。在接下来的两个分析中^[31, 36], 使用了 PhenomPNRT 模板。该模板考虑了中子星自旋引起的四极矩, 更重要的是, 该模板考虑了由于自旋角动量与轨道角动量不共线而引起的进动效应。通过考虑 EOS-insensitive 关系: 通过大量状态方程拟合出 Λ_a 对 Λ_s 和 q 的关系 $\Lambda_a(\Lambda_s, q)$ (其中, $q \equiv m_2/m_1 \leq 1$, $\Lambda_s \equiv (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$, $\Lambda_a \equiv (\Lambda_2 - \Lambda_1)/2$), 来间接实现 $\Lambda_{1,2}$ 对状态方程的依赖, 从而对 $1.4M_\odot$ 处的潮汐极化率给出限制 $\Lambda_{1.4} = 190^{+390}_{-120}$

(90% 置信区间)^[36]。通过使用更广频段的数据和更准确的信号源位置, 不考虑状态方程依赖性, 对 $\tilde{\Lambda}$ 可以给出更强限制 $\tilde{\Lambda} = 300^{+420}_{-230}$ (90% 置信区间)^[31]。

相比于 GW170817, GW190425 与 GW190814 对物态方程限制比较弱。GW190425 与 GW190814 事件都没有明确的电磁对应体。GW190425 的信噪比为 12.9, 因为探测器信噪比过低, Virgo 探测器对信号探测阶段没有贡献。在低自旋先验下, 采用 PhenomPv2NRT 波形, GW190425 给出 $\tilde{\Lambda} \leq 600$ (90% 置信区间)^[29]。GW190814 事件更为特殊, 已经明确知道其主星体为质量在 $22.2\text{--}24.3M_{\odot}$ 的黑洞, 其次星体质量 $m_2 = 2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$, 至今仍不清楚次星体是黑洞还是中子星。由于质量不对称度太大, 在次星体发生潮汐形变之前双星系统就已经发生了并合^[37], 无法从引力波信号中提取出潮汐极化率信息。

1.3 论文安排

本文分为两部分: 在第二章, 我们利用禁闭夸克物质模型, 探讨 GW190814 事件的次星体是奇异夸克星还是 ud 夸克星。我们发现 ud 夸克星可以解释 GW190814 事件的次星体, 于是研究了 ud 夸克物质的性质和 ud 液滴的表面张力。在第三章, 我们同时考虑 GW170817 事件、GW190425 事件以及目前已经明确发现的最重中子星 PSR J0740+6620 的质量, 基于禁闭夸克物质模型进行贝叶斯分析, 继续探讨 GW190814 事件的次星体的性质。第四章给出了总结与展望。

第二章 GW190814: 存在 ud 夸克星的可能证据

2.1 背景介绍

最近, LIGO 和 Virgo 合作组宣布了 GW190814 事件^[30], 一个质量为 $23.2_{-1.0}^{+1.1} M_{\odot}$ 的主星和一个质量为 $2.59_{-0.09}^{+0.08} M_{\odot}$ (90% 置信区间) 的次星体发生了并合。目前已经明确其主星为一颗黑洞, 但是其次星体的质量却落入了所谓的中子星与黑洞之间的“质量间隙”^[38-41] (mass gap) 里。利用密度泛函模型, 通过对有限核、GW170817 事件中子星潮汐极化率限制^[28, 31, 36, 42]、重离子碰撞对高密度处对称核物质状态方程限制^[43] 的同时分析, 静态中子星的最大质量 $M_{\text{TOV}} \approx 2.3 M_{\odot}$ ^[44]。中子星最大质量 $M_{\text{TOV}} \approx 2.3 M_{\odot}$ 相对较小主要是因为是在重离子碰撞的约束下, 对称核物质的状态方程较软, 这一点也被基于相对论平均场的计算所证明^[45, 46]。最大质量 $M_{\text{TOV}} \approx 2.3 M_{\odot}$ 也与对 GW170817 的分析结果很好地符合^[47-49]。因此, 次星体不可能是一颗静态或者缓慢转动的中子星, 但是它可以是一颗快速转动的中子星^[30, 50-54]。但是中子星在如此强大的引力场中, 如何保持快速转动直到并合还有待理解^[30]。其他的一些研究^[45, 55, 56] 建议该次星体是一个黑洞。

除了快速转动的中子星和黑洞, 夸克星是 GW190814 次星体的一个候选者。一些人认为对于高度磁化的致密星, 夸克星无法解释“脉冲星频率陡增”^[57] (pulsar glitches) 和准周期震荡^[58] (quasi-periodic oscillations), 但是由于夸克物质的复杂结构, 对于脉冲星频率陡增也有一些可能的解释^[59, 60]。同时, 由于对致密星结构尚不清楚, 对于准周期震荡的观测不能完全排除夸克星假设^[21, 61]。

在这里, 我们利用禁闭夸克物质模型^[62, 63] 来探讨 GW190814 次星体是一颗夸克星的可能性。禁闭夸克物质模型唯象地考虑了 QCD 的基本特点: 夸克禁闭、渐近自由、高密度处手征对称恢复和夸克退禁闭, 可以用来描述重子性质^[63, 64]。我们发现 GW190814 次星体不可能是一颗传统的奇异夸克星, 即奇异夸克物质不是物质的基态; 其可能是一颗 ud 夸克星, 即 ud 夸克物质比普通核物质和奇异夸克物质稳定以保证进而夸克星是 ud 夸克星。如果次星体是一颗 ud 夸克星, 则可以满足 GW170817^[31] 事件对致密星潮汐极化率的约束和 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 质量-半径的约束^[65-68]。

2.2 禁闭夸克物质模型

QCD 是强相互作用的基本理论，但是由于其在低能情况下非微扰的特点，无法通过第一性原理计算。于是，人们提出了一系列唯象夸克物质模型。比如 MIT 袋模型^[5]，夸克质量密度相关模型^[69, 70] 等。这些模型都反应了 QCD 的两个基本精神：夸克禁闭与渐近自由。

在非相对论 QCD 情况下，两个夸克 qq 或者夸克反夸克 $q\bar{q}$ 之间的相互作用势可以写成 $V(\mathbf{r})$ 的形式。由于胶子自相互作用，在长距离情况下，势能正比于两夸克之间的距离 $V(\mathbf{r}) \sim kr$ 。在短距离情况下，可以 QED 情况来类比，同时考虑到 QCD 比 QED 多了色相互作用，所以夸克与反夸克之间的势能可以写作 $V_{q\bar{q}}(\mathbf{r}) = C \frac{\alpha_S}{r}$ 。其中 C 即所谓的色因子。对于 $q\bar{q}$ ， $C = -4/3$ 。对于 qq ， $V_{qq}(\mathbf{r}) = +C \frac{\alpha_S}{r}$ ， $C = -\frac{2}{3}$ 。

直接把长程项和短程项相加，就可以得到 $q\bar{q}$ 之间势能的经验公式

$$V_{q\bar{q}}(\mathbf{r}) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_S}{r} + kr, \quad (2-1)$$

该公式可以很好地预言 $c\bar{c}$ 、 $b\bar{b}$ 束缚态的能谱。

比起这种直接相加的形式，考虑长程情况下的线性禁闭和短程情况下的渐近自由，我们可以有不同的方式来参数化距离在中等尺度时势能形式。其中最简洁的形式是 Richardson 在 1979 年提出的 Richardson 势^[71]:

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\mathbf{q}^2) &= CB \frac{1}{\mathbf{q}^2 \ln(1 + \mathbf{q}^2/\Lambda^2)} \\ &= -\frac{4}{3} \frac{12\pi}{33 - 2n_f} \frac{1}{\mathbf{q}^2 \ln(1 + \mathbf{q}^2/\Lambda^2)}, \end{aligned} \quad (2-2)$$

其中 $n_f = 3$ ，为夸克味道量子数， Λ 为参数。对公式 (2-2) 做傅里叶变换，可以得到在坐标空间中的势能表达式

$$V(r) = \frac{8\pi}{33 - 2n_f} \Lambda \left(\Lambda r - \frac{f(\Lambda r)}{\Lambda r} \right). \quad (2-3)$$

从公式 (2-2) 中可以看出，在大的动量转移情况下，势能趋于零，即实现渐近自由，从公式 (2-3) 可以看出，在大距离间隔情况下， $V(r) \propto r$ ，即实现线性禁闭。

Richardson 利用这个势能，进行非相对论的计算，可以很好得符合重介子 J/Ψ 和 Υ 的质量谱。Dey 等人^[64] 利用这个势能进行了相对论的 Hartree-fock 计算，发现当 $\Lambda = 400\text{MeV}$ 时，该势能可以很好地描述重子 Ω^- 的磁矩和质量。考虑到渐近自由与夸克色禁闭的能标不相同，Bagchi 等人^[63] 用两个标量参数 Λ 、 Λ' 来分别描

述渐近自由项和禁闭项，提出了改进的理查德森势，相应的势能即为

$$V_{ij} = \frac{12\pi}{27} \left[\frac{1}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)^2 \ln \left(1 + \frac{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)^2}{\Lambda^2} \right)} - \frac{\Lambda^2}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)^4} + \frac{\Lambda'^2}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)^4} \right], \quad (2-4)$$

并通过相对论 Hartree-Fock 计算拟合重子 Ω^- 和 Δ^{++} 的性质，定出渐近自由参数 $\Lambda = 100\text{MeV}$ ，禁闭参数 $\Lambda' = 350\text{MeV}$ 。

有了势能的形式，我们可以写出禁闭夸克物质 (confining quark matter model, CQM) 模型的哈密顿量

$$H = \sum_i (\alpha_i \cdot \mathbf{p}_i + \beta_i M_i) + \sum_{i < j} \frac{\lambda(i) \cdot \lambda(j)}{4} V_{ij}, \quad (2-5)$$

其中 i, j 代表不同味夸克， α_i 、 β_i 来自于狄拉克方程， λ 是 Gell-Mann SU(3) 色矩阵。 V_{ij} 是两夸克之间的矢量势，即改进的理查德森势， M_i 是介质中组分夸克的有效质量。为了实现在高密处手征对称恢复， M_i 参数化为如下形式：

$$M_i = m_i + m_i^* \text{sech}(v_i n_B / n_0), \quad (2-6)$$

其中 m_i 为流夸克质量， m_i^* 是参数，通过组分夸克质量 M_i 在重子数密度 n_B 等于 0 时，也就是真空中的值确定。 $n_0 = 0.17 \text{fm}^{-3}$ 是正常核物质密度， v_i 是参数，用来改变夸克有效质量对重子数密度的依赖。如果忽略夸克的流质量，在高密处，夸克有效质量趋于零，从而可以实现手征对称恢复。

对于矢量势部分，我们采用的是之前讨论的改进的理查德森势。同时，考虑在夸克物质中，胶子对夸克相互作用的屏蔽效应：

$$V_{ij}(\mathbf{q}^2) = \frac{12\pi}{27} [V_{\text{AF}}(\mathbf{q}^2) + V_{\text{CF}}(\mathbf{q}^2)], \quad (2-7)$$

其中

$$V_{\text{AF}}(\mathbf{q}^2) = \frac{1}{(\mathbf{q}^2 + m_g^2) \ln \left(1 + \frac{\mathbf{q}^2 + m_g^2}{\Lambda^2} \right)} - \frac{\Lambda^2}{(\mathbf{q}^2 + m_g^2)^2},$$

$$V_{\text{CF}}(\mathbf{q}^2) = \frac{\Lambda'^2}{(\mathbf{q}^2 + m_g^2)^2},$$

其中 $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$ 是两个夸克之间的动量转移。 m_g 为胶子质量，在最低阶情况下，写作^[72]：

$$m_g^2 = (D^{-1})^2 = \frac{2\alpha_0}{\pi} \sum_i k_i^f \sqrt{(k_i^f)^2 + M_i^2}, \quad (2-8)$$

其中 α_0 是夸克胶子耦合常数, $k_i^f = (\pi^2 n_i)^{1/3}$ 是第 i 味夸克的费米动量, n_i 是第 i 味夸克数密度。在高密度处, m_g^2 很大, $V(\mathbf{q}^2)$ 趋于零, 夸克处于退禁闭的状态。

在这个工作中, 我们采用 $\Lambda = 100 \text{ MeV}$, $\Lambda' = 350 \text{ MeV}$, 流夸克质量 $m_u = 4 \text{ MeV}$, $m_d = 7 \text{ MeV}$, $m_s = 150 \text{ MeV}$, $\alpha_0 = 0.65$ 来保持与 Bagchi 等人^[63, 73] 保持一致。我们同时取 $m_u^* = 331 \text{ MeV}$, $m_d^* = 328 \text{ MeV}$ 和 $m_s^* = 377 \text{ MeV}$ 来对应 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型在 HK^[74] 参数下的真空组分夸克质量 $M_{u0} = M_{d0} = 335 \text{ MeV}$, $M_{s0} = 527 \text{ MeV}$ 。同时, 简单起见, 我们假设 $v_u = v_d \equiv v_{ud}$, 所以我们只有两个参数, v_{ud} 和 v_s 。

基于模型的哈密顿量, 通过 Hartree-Fork 近似, 我们可以得到夸克物质相关热力学量的表达式。夸克物质的能量密度可以写作

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_v. \quad (2-9)$$

其中动能部分为

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \sum_i \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_0^{k_i^f} d^3k \sqrt{k^2 + M_i^2} \\ &= \sum_i \frac{g_i M_i^4}{16\pi^2} \left[x_i \sqrt{1 + x_i^2} (1 + 2x_i^2) - \text{arcsinh}(x_i) \right]. \end{aligned} \quad (2-10)$$

其中

$$x_i = \frac{k_i^f}{M_i},$$

对于奇异夸克物质 i 对 u 、 d 、 s 夸克和轻子求和, 对于 ud 夸克物质 i 对 u 、 d 夸克和轻子求和。 g_i 为简并度, 对夸克为 6, 对轻子为 2。

势能部分能量密度写作

$$\varepsilon_v = -\frac{1}{2\pi^3} \sum_{i,j} \int_{-1}^{+1} dx \int_0^{k_j^f} k_j^2 \int_0^{k_i^f} k_i^2 \times f(k_i, k_j, M_i, M_j, x) \times V \left[D^{-1}, (k_i - k_j)^2 \right] dk_j dk_i, \quad (2-11)$$

其中

$$\begin{aligned} f(k_i, k_j, M_i, M_j, x) &= \left(e_i \cdot e_j + 2 \cdot k_i \cdot k_j \cdot x + \frac{k_i^2 \cdot k_j^2}{e_i \cdot e_j} \right) \\ &\quad \times \frac{1}{(e_i - M_i)(e_j - M_j)}, \\ e_i &= \sqrt{k_i^2 + M_i^2} + M_i. \end{aligned} \quad (2-12)$$

我们假设夸克物质由夸克和轻子（电子和 μ 子）组成，没有中微子，并且处在 β 平衡和电中性状态。奇异夸克物质中 β 平衡条件可以写作

$$\mu_d = \mu_u + \mu_e = \mu_s, \quad (2-13)$$

电中性条件

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_d - \frac{1}{3}n_s - n_e - n_\mu = 0. \quad (2-14)$$

在以上等式中，直接移除 s 夸克相关量，即可得到 ud 夸克物质中 β 稳定方程。

对于轻子，我们用

$$\mu_l = \sqrt{(k_l^f)^2 + m_l^2}, \quad (l = e, \mu) \quad (2-15)$$

来计算化学势，其中 $k_l^f = (3\pi^2 n_l)^{\frac{1}{3}}$ 是轻子的费米动量。夸克物质的总的压强可以从热力学关系得出

$$P = -\epsilon + \sum_j n_j \mu_j.$$

2.3 结果与讨论

在这里，我们主要考虑两种类型的夸克星：传统的奇异夸克星和 ud 夸克星。这两种夸克星的主要区别为组成夸克星的成分不同。而夸克星又是由最稳定的物质组成，所以，不同类型的夸克星直接决定了对应夸克物质的稳定性。我们用夸克物质饱和点处的每重子能量来表征夸克物质的稳定性。饱和点处每重子能量越高，夸克物质越不稳定。对于传统的奇异夸克星，夸克星由奇异夸克物质组成，所以奇异夸克物质处于最稳定的状态。同时，ud 夸克物质、核物质、奇异夸克物质的每重子能量还需要满足所谓稳定窗口。已知每重子能量最低的原子核为 Fe^{56} ，取其结合能为 930 MeV，所以绝对稳定窗口可以写作

$$E_{\min,ud} > 930\text{MeV} > E_{\min,uds}, \quad (2-16)$$

而如果夸克星是由 ud 夸克物质组成的 ud 夸克星，相应的稳定性排序就需要改为：

$$E_{\min,ud} < 930\text{MeV} \text{ 且 } E_{\min,ud} < E_{\min,uds}. \quad (2-17)$$

通过改变参数 ν_{ud} 和 ν_s ，我们可以得到一系列软硬程度不同的状态方程，把状态方程代入 TOV 方程，我们可以得到静态夸克星不同的质量-半径关系。我们发现如果夸克星为传统的奇异夸克星，则其最大质量 M_{TOV} 只能到达 $2.05M_\odot$ 。这时

状态方程参数为 $\nu_{ud} = 0.50$, $\nu_s = 1.62$, 这组参数记为 SQS2.05。而在不违背因果律（声速小于真空中的光速）的条件下，ud 夸克星的最大质量 M_{TOV} 可以到达 $3.67M_{\odot}$ 。这时参数取值为 $\nu_{ud} = 1.52$, $\nu_s \leq 1.06$, 这组参数记为 udQS3.67。因此，ud 夸克星比 uds 夸克星可以达到更大的最大质量，并且 uds 夸克星的最大质量明显比 GW190814 事件中次星体质量 $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ 要小。

自束缚的夸克星，如果其最大质量 M_{TOV} 变大，则相同质量下其半径也会变大，从而会有更大的 $\tilde{\Lambda}$ 。GW170817 事件第一次证实了两个脉冲星并合，并给出限制 $\tilde{\Lambda} = 300^{+420}_{-230}$ （90% 置信区间），并合的两颗星质量比 $q = 0.73-1.00$ ，啁啾质量 $\mathcal{M}_c = 1.186^{+0.001}_{-0.001}M_{\odot}$ [31]（低自旋情况下）。假设 GW170817 事件是双夸克星并合，我们发现对于 udQS3.67 $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) = 2244$ ，严重违背了 $\tilde{\Lambda} = 300^{+420}_{-230}$ 的限制。对于给定的 \mathcal{M}_c ， $\tilde{\Lambda}(q)$ 会随着 q 的增大而增大，我们取 $\mathcal{M}_c = 1.186M_{\odot}$ ，采取约束 $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) \leq 720$ 且 $\tilde{\Lambda}(q = 1) \geq 70$ 。为了满足 GW170817 事件对 $\tilde{\Lambda}$ 的约束，我们发现当 $\nu_{ud} = 0.965$ 且 $\nu_s \leq 0.61$ 时（这组参数记为 udQS2.77）， $M_{\text{TOV}} = 2.77M_{\odot}$ ， $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) = 720$ ，1.4 倍太阳质量处无量纲潮汐极化率 $\Lambda(1.4M_{\odot}) = 677$ 。

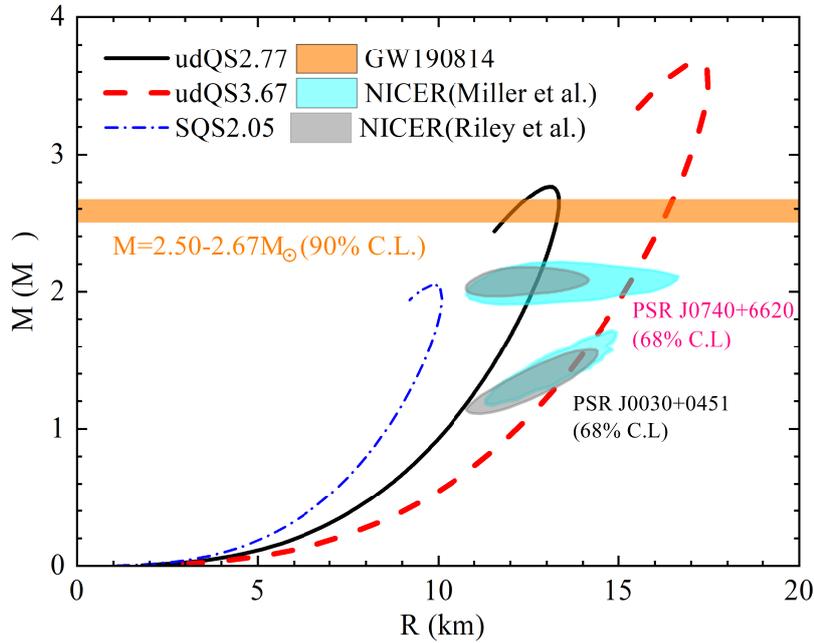


图 2-1 CQM 模型中 SQS2.05、udQS2.77、udQS3.67 三组参数给出的质量-半径关系。橘黄色条带给出了 GW190814 次星体的质量区间 $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ （90% 置信区间），青色与灰色阴影分别给出了 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 质量-半径范围的两个独立分析结果 [65-68]。

图2-1给出了在 SQS2.05, udQS2.77 和 udQS3.67 参数下, 夸克星的质量-半径关系。为了比较, 在图中我们给出了 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 质量-半径关系的分析结果^[65-68]。从图中我们可以看出, udQS2.77 参数预言的质量-半径关系可以经过 PSR J0030+0451 质量-半径约束的 68% 置信区间边界, 并可以完美符合 PSR J0740+6620 的质量-半径约束。如果 NICER 给出 PSR J0030+0451 质量-半径约束地 90% 置信区间边界, udQS2.77 参数预言的质量-半径关系则也可以符合 PSR J0030+0451 的质量-半径约束。另一方面, PSR J0030+0451 是一颗转动频率为 205.53 Hz 的致密星, 我们发现, 如果让 udQS2.77 参数下的 ud 夸克星以此频率转动起来, $1.4M_{\odot}$ 处的半径会增加 0.06 km。因此, 参数 udQS2.77 预言的 ud 夸克星可以同时满足 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 的质量-半径约束。从图中还可以看出, 参数 SQS2.05 预言的质量-半径关系明显偏离了 NICER 的约束。所以, 我们的结果表明, GW190814 的次星体不可能是传统的奇异夸克星, 而可能是一颗 ud 夸克星。

进一步来看一看我们结果的意义。图2-2给出了 SQS2.05、udQS2.77 和 udQS3.67 参数下夸克有效质量 M_u 、 M_s 和夸克物质中声速的平方 $c_s^2 = dp/d\epsilon$ 随重子数密度的变化。作为比较, HK^[74] 参数下 SU(3) NJL 模型中 M_u 和 M_s 的经验值也一并画出。由于 M_d 与 M_u 相比只在流质量项上有微小差别, 图中没有给出其变化趋势。在目前的 CQM 模型中, 我们有两个自由参数 v_{ud} 和 v_s 来决定夸克有效质量对数密度的依赖, v_{ud} 或 v_s 越大, 夸克有效质量随数密度衰减的越快。如果忽略夸克的流质量, 可以在高密处实现手征对称恢复。

从图2-2 (a) 中可以看出, 参数 SQS2.05 和 udQS3.67 预测的 M_u 明显得偏离 NJL 模型的结果, 而 udQS2.77 预测的 M_u 与 NJL 模型结果非常相似。另外, 从图2-2 (b) 中可以看出, 参数 udQS2.77 要求 $v_s \leq 0.61$, 其对应的 M_s 与 NJL 模型结果是一致的。我们的结果表明, udQS2.77 参数下, u、d 和 s 夸克质量与 NJL 模型的经验结果可以符合得很好。

夸克物质中的声速 c_s 是描述其物质特性的重要物理量, 可以用来衡量物质物态方程的软硬程度。从图2-2 (c) 中可以看出, 夸克物质中的声速在低密处趋于真空中的光速, 明显地破缺了所谓的共形约束 $c_s^2 \leq 1/3$ ^[75]。在高密处, 由于夸克解禁, 夸克间相互作用趋于渐近自由, 声速趋于共形极限 $\sqrt{1/3}$ 。

在夸克星达到最大质量时, 其中心点重子数密度 $n_{B,c}$ (表面重子数密度 $n_{B,surf}$) 为: SQS2.05 参数下 1.33 fm^{-3} (0.48 fm^{-3}), udQS2.77 参数下 0.79 fm^{-3} (0.31 fm^{-3}), udQS3.67 参数下 0.52 fm^{-3} (0.22 fm^{-3})。由于夸克物质自束缚的特点, 在夸克星表面处, 压强为 0, 而能量密度与重子数密度不为 0, 故其表面处声速 c_s 可以很大。

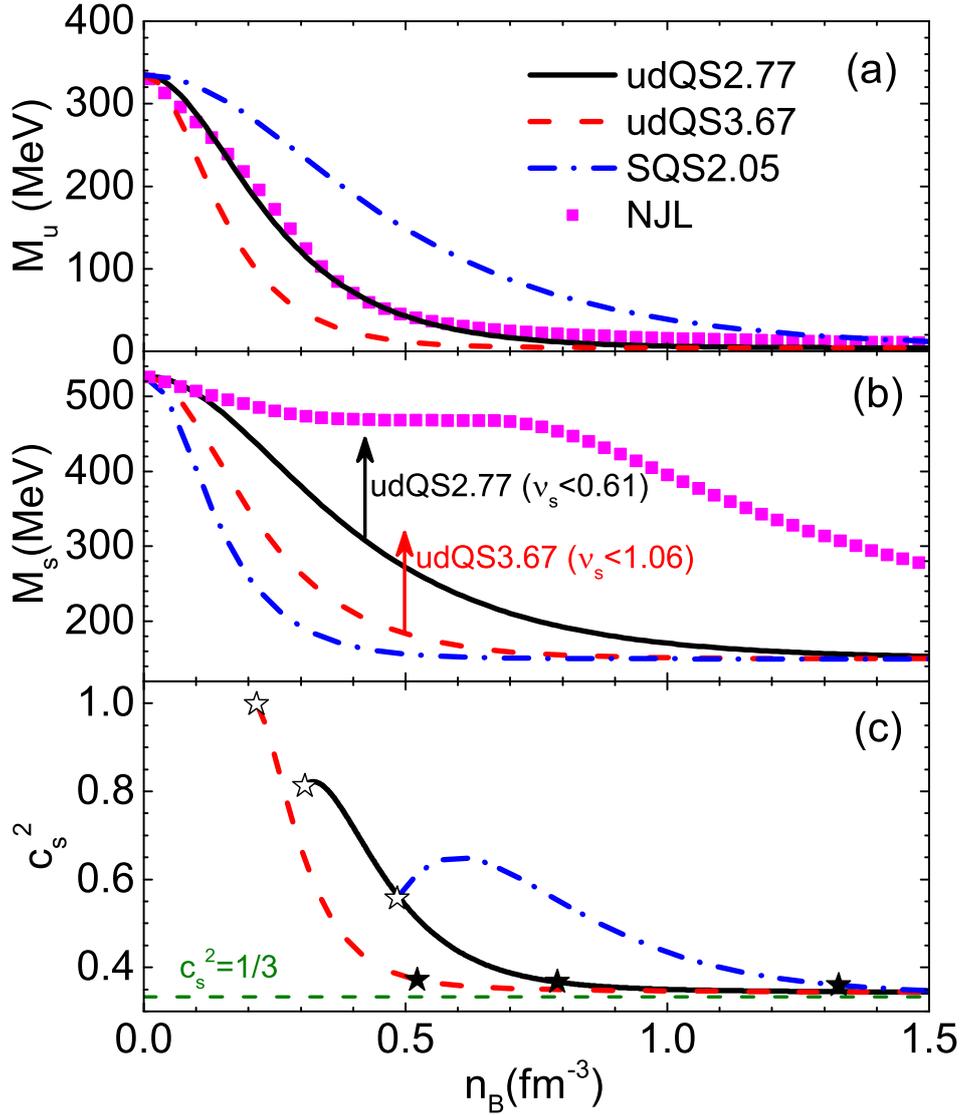


图 2-2 CQM 模型中, SQS2.05、udQS2.77 和 udQS3.67 参数下 u 夸克质量 (a), s 夸克质量 (b) 和夸克物质中声速的平方 c_s^2 (c) 随重子数密度的变化。作为比较, 图中给出了 NJL 模型对 u 夸克和 s 夸克质量的预测。在图 (c) 中, 最大质量夸克星的中心与表面密度用五角星标出。

对于参数 udQS3.67, 其声速最大值出现在密度最低处, 且为真空中的光速, 这就表明其表面处的状态方程很硬, 压强随能量密度变化剧烈, 而且其表面数密度更低, 从而可以给出更大的最大质量。

我们还检验了奇异夸克物质比 ud 夸克物质稳定, 同时 ud 夸克物质比核物质更稳定的情况, 即

$$930\text{MeV} > E_{\min,ud} > E_{\min,uds}. \quad (2-18)$$

满足这种稳定性的夸克物质我们称作非传统奇异夸克物质，相应的夸克星称作非传统奇异夸克星。需要注意的是，在这种稳定性的情况下，奇异夸克物质仍然是物质的最稳定状态，而“非传统”是因为核物质不再是比 ud 夸克物质稳定了。在这种稳定排序下，非传统奇异夸克星可以有很大的质量： $M_{\text{TOV}} = 5M_{\odot}$ ，相应的参数为 $\nu_{ud} = 3.2$ and $\nu_s = 2.8$ ，这组参数记为 ucSQS5.0。但是，参数 ucSQS5.0 给出 $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) = 9672$ ，严重超出了 GW170817 事件对 $\tilde{\Lambda}$ 的限制。为了满足 GW170817 事件的限制，我们发现在 $\nu_{ud} = 0.91$ and $\nu_s = 1.58$ (参数记为 ucSQS2.77) 时，非传统奇异夸克星的最大质量可以到达 $2.77M_{\odot}$ ，这时 $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) = 720$ ， $\Lambda(1.4M_{\odot}) = 677$ 。ucSQS2.77 参数和 udQS2.77 参数给出的质量-半径关系几乎相同。但是， $\nu_s = 1.58$ 意味着 M_s 需要随密度衰减得很快，和图2-2 (b) 中 NJL 模型给出的 M_s 经验值相违背。因此，这种情况也被排除。

此外，我们利用其它基于 MIT 袋模型的奇异夸克物质模型^[76-80] 进行了计算，结果表明奇异夸克星的最大质量 M_{TOV} 可以比 $2.5M_{\odot}$ 大，但是都违背了 GW170817 对 $\tilde{\Lambda}$ 的约束。这就表明 GW190814 的次星体不可能是一颗奇异夸克星。

如果 ud 夸克物质是最稳定的状态会有一系列重要结果^[16, 20, 21, 81, 82]。其中一个有意思的例子就是是否存在稳定的 ud 结团或者 ud 液滴，进一步，质量数 $A \sim 300$ 附近是否存在整片的稳定 ud 液滴^[16]。

计算 ud 液滴的性质有一系列方法，其性质的关键物理量是其表面张力。在这里，我们先使用简单的液滴模型，即假设 ud 液滴半径为 R ，其内部包含密度为 n_u (n_d) 的 u (d) 夸克，总的重子数为 A ，电荷数为 Z ，则其每重子能量可以表示为

$$E_{ud\text{lets}}(A, Z) = E(n_u, n_d) + 4\pi\Sigma R^2/A + 3Z^2e^2/(5AR) \quad (2-19)$$

其中 Σ 是表面张力。目前， Σ 的具体值仍然不清楚，依赖于计算的方式和模型^[59, 81, 83, 84]。 ${}^{294}_{118}\text{Og}$ ^[85] 是目前发现的最重的原子核，其每重子能量为 931.975 MeV ^[86]，则我们要求在 $A = 294$, $Z = 118$ 时， $E_{ud\text{lets}}(A, Z)$ 大于 931.975 MeV 以避免 ${}^{294}_{118}\text{Og}$ 衰变为 ud 液滴。这种计算方式给出 $\Sigma \geq 115.6 \text{ MeV/fm}^2$ 。 $\Sigma \geq 115.6 \text{ MeV/fm}^2$ 只是一个非常粗略的估计，其忽略了更高阶的表面对称能项和曲率项，而这些项的不确定往往更大。

进一步，我们采用 Tomas-Fermi 近似方法^[81]，自洽地考虑标量势和矢量势，为保证 ${}^{294}_{118}\text{Og}$ 不衰变为 ud 液滴，表面张力需要满足 $\Sigma \geq 123 \text{ MeV/fm}^2$ 。无论如何，探索 ud 液滴在各种核过程（如合成超重核、高能重离子碰撞、高能宇宙射线、超新星爆发和双星并合）中如何产生是值得继续探讨的话题，相比于三味的奇异夸克液滴^[5]，两味的 ud 液滴更加容易在这些有很多重子（重子数 $A \geq 300$ ）参与的过程中产生。

第三章 引力波分析

第一章简单地介绍了一下引力波对致密物质状态方程的约束，第二章我们采用了 GW170817 的限制 $\tilde{\Lambda}(q = 0.73) \leq 720$ 。这一章我们深入引力波分析，从原始的引力波信号出发，考虑状态方程的相关性，利用贝叶斯方法进行分析，直接给出状态方程的参数范围，而不是简单地只采用 LIGO-Virgo 合作组对 $\tilde{\Lambda}$ 的结果。

本章首先从理论上介绍了引力波的产生、传播，然后介绍了地面实验对引力波的探测，再介绍了 LIGO-Virgo 对引力波数据的处理流程，最后，我们利用禁闭夸克物质模型，对引力波数据进行了重新分析，进一步探讨了 ud 夸克星存在的可能性。

3.1 引力波：爱因斯坦方程的解

3.1.1 弱场近似下爱因斯坦方程

爱因斯坦场方程描述了时空曲率与物质之间的关系

$$G^{\alpha\beta} \equiv R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}R = 8\pi T^{\alpha\beta}, \quad (3-1)$$

其中， $G^{\alpha\beta}$ 为爱因斯坦张量， $R^{\alpha\beta}$ 为里奇张量， R 为里奇标量， $T^{\alpha\beta}$ 为能动量张量， $g^{\alpha\beta}$ 为度规。

在远离致密物体（比如中子星或黑洞）的地方，时空几何是近似平坦的，我们可以把度规 $g_{\alpha\beta}$ 写成闵氏时空度规 $\eta_{\alpha\beta}$ 与一微扰度规 $h_{\alpha\beta}$ 之和：

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad |h_{\alpha\beta}| \ll 1. \quad (3-2)$$

在上式的近似下，爱因斯坦张量化简为

$$G^{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}\square\bar{h}^{\alpha\beta}, \quad (3-3)$$

其中 $\bar{h}^{\alpha\beta} \equiv h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}h$ ， \square 为达朗贝尔算符。于是，我们就可以得到弱场近似下爱因斯坦方程：

$$\square\bar{h}^{\alpha\beta} = -16\pi T^{\alpha\beta}. \quad (3-4)$$

3.1.2 引力波在真空中传播

在真空中， $T^{\alpha\beta} = 0$ 。方程 (3-4) 变为

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\bar{h}^{\alpha\beta} = 0, \quad (3-5)$$

其有平面波解

$$\bar{h}^{\alpha\beta} = A^{\alpha\beta} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}). \quad (3-6)$$

我们允许解有复数形式，在实际使用时只取解的实部。在横向无迹（transverse-traceless, TT）规范下， $\bar{h}_{\alpha\beta}^{\text{TT}} = h_{\alpha\beta}^{\text{TT}}$ ，沿 z 方向传播的平面波的解可以写作

$$h_{\alpha\beta}^{\text{TT}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{+} & A_{\times} & 0 \\ 0 & A_{\times} & -A_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos[\omega(t-z)] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+}^{\text{TT}} & h_{\times}^{\text{TT}} & 0 \\ 0 & h_{\times}^{\text{TT}} & -h_{+}^{\text{TT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3-7)$$

3.1.3 引力波的产生

从方程 (3-4) 可以看出，引力波与电磁波相类似，其也满足达朗贝尔方程，我们可以用处理电磁波的手段来处理引力波。方程 (3-4) 的解可以写作推迟势的形式，即在坐标 \vec{x} 处，时间为 t 时，引力波为

$$\bar{h}_{\alpha\beta}(t, \vec{x}) = 4 \int d^3\vec{y} \frac{T_{\alpha\beta}(t-R, \vec{y})}{R}, \quad R = |\vec{x} - \vec{y}|. \quad (3-8)$$

其中 \vec{y} 遍历源的所有区域。为得到在横向无迹架构下引力波的解，我们需要引入投影算符

$$P_{ij} \equiv \delta_{ij} - n_i n_j, \quad (3-9)$$

其中 n_i 是引力波的传播方向。定义变量 $\Lambda_{ij,kl} \equiv P_{ik}P_{jl} - \frac{1}{2}P_{ij}P_{kl}$ ，横向无迹条件下的引力波可以写作^[87]

$$\begin{aligned} h_{ij}^{\text{TT}}(t, \vec{x}) &= \Lambda_{ij,kl} \bar{h}_{kl} \\ &= 4\Lambda_{ij,kl} \int d^3\vec{y} \frac{T_{kl}(t-R, \vec{y})}{R}. \end{aligned} \quad (3-10)$$

当场点远离引力波源，即 $r = |\vec{x}| \gg |\vec{y}|$ 时，可以用 r^{-1} 替换上式中的 R^{-1} ：

$$\bar{h}_{\alpha\beta}(t, \vec{x}) \approx \frac{4}{r} \int T_{\alpha\beta}(t-R, \vec{y}) d^3y. \quad (3-11)$$

由能动量守恒 $\partial^{\alpha}T_{\alpha\beta} = 0$ ，可以得到 $\bar{h}_{\alpha\beta}$ 的空间分量：

$$\bar{h}_{ij}(t, \vec{x}) = \frac{2}{r} \ddot{I}_{ij}(t-r), \quad I_{ij}(t) = \int d^3\vec{y} T^{00}(t, \vec{y}) y_i y_j. \quad (3-12)$$

h_{ij}^{TT} 可以与引力势多级展开 $\Phi = -\frac{M}{r} + \frac{3}{2r^3} Q_{ij} n^i n^j + \dots$ 中的四级矩^[88]

$$\begin{aligned} Q_{ij}(t) &= \int T^{00}(t, \vec{y}) \left(y_i y_j - \frac{1}{3} \|\vec{y}\|^2 \delta_{ij} \right) d^3 y \\ &= I_{ij}(t) - \frac{1}{3} \delta_{ij} I_{kk} \end{aligned} \quad (3-13)$$

联系起来。因为公式(3-13)的第二项在 $\Lambda_{ij,kl}$ 作用下为0, 于是 $\Lambda_{ij,kl} \ddot{I}^{kl} = \Lambda_{ij,kl} \ddot{Q}^{kl}$, 所以 h_{ij}^{TT} 可以写成质量四级矩的形式

$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, \vec{x}) = \frac{2}{r} \Lambda_{ij,kl} \ddot{Q}_{kl}(t-r). \quad (3-14)$$

3.1.4 双星系统产生的引力波

从上面的推导可以看出, 引力波的产生是由于物质的变速运动引起的, 超新星爆发、双星系统并合都可以产生可观测的引力波。这里介绍一下双星系统并合发出的引力波。考虑最简单的双星系统 m_1, m_2 , 选取适当坐标系, 两颗星在 xy 平面内运动, 原点与质心重合, 视线方向 $\vec{n} = \vec{x}/r = (0, 0, 1)$ 与 z 轴重合。总质量 $M = m_1 + m_2$, 约化质量 $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$, 两星到原点距离分别为 r_1, r_2 , 两星距离 $l_0 = r_1 + r_2$, 轨道速度 $v = \omega l_0$ 。则由开普勒第三定律, 可以得到轨道周期

$$\omega = \sqrt{\frac{M}{l_0^3}}. \quad (3-15)$$

且由能动量张量

$$T^{00} = \sum_{n=1}^2 m_n c^2 \delta(x - x_n) \delta(y - y_n) \delta(z) \quad (3-16)$$

可以得到

$$I_{11} = -I_{22} = \frac{\mu}{2} l_0^2 \cos 2\omega t, \quad I_{12} = \frac{\mu}{2} l_0^2 \sin 2\omega t. \quad (3-17)$$

上式中已经略去了不随时间变化的常数项。由投影算符

$$P_{jk} = \delta_{jk} - n_j n_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-18)$$

可以得到

$$\begin{aligned} Q_{11}^{\text{TT}} &= I_{11}^{\text{TT}} = \frac{I_{11} - I_{22}}{2}, \\ Q_{11}^{\text{TT}} &= I_{22}^{\text{TT}} = -\frac{I_{11} - I_{22}}{2}, \\ Q_{11}^{\text{TT}} &= I_{12}^{\text{TT}} = I_{12}. \end{aligned} \quad (3-19)$$

把公式 (3-19) 带入公式 (3-14), 并与公式 (3-7) 比较可以得到

$$\begin{aligned} h_+^{\text{TT}} &= \frac{\ddot{I}_{11} - \ddot{I}_{22}}{r} = -\frac{4\mu l_0^2 \omega^2}{r} \cos[2\omega(t-r)], \\ h_\times^{\text{TT}} &= \frac{2\ddot{I}_{12}}{r} = -\frac{4\mu l_0^2 \omega^2}{r} \cos[2\omega(t-r)]. \end{aligned} \quad (3-20)$$

更一般的, 如果轨道角动量方向与观测方向 z 轴有一夹角 ι , 则

$$\begin{aligned} h_+ &= \frac{4\mu l_0^2 \omega^2}{r} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos[2\omega(t-r)], \\ h_\times &= \frac{4\mu l_0^2 \omega^2}{r} \cos \iota \sin[2\omega(t-r)]. \end{aligned} \quad (3-21)$$

上式省略了负号, 不影响结果。定义所谓的啁啾质量 (chirp mass)

$$\mathcal{M}_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}, \quad (3-22)$$

其与对称质量比 η 有关系 $\mathcal{M}_c = \eta^{3/5} M$ 。可以重写 (3-21) 式:

$$\begin{aligned} h_+ &= \frac{4\mathcal{M}_c^{5/3} \omega^{2/3}}{r} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos[2\omega(t-r)] = \frac{2\eta M}{r} v^2 (1 + \cos^2 \iota) \cos[2\varphi(t)], \\ h_\times &= \frac{4\mathcal{M}_c^{5/3} \omega^{2/3}}{r} \cos \iota \sin[2\omega(t-r)] = \frac{4\eta M}{r} v^2 \cos \iota \sin[2\varphi(t)]. \end{aligned} \quad (3-23)$$

从上式我们可以看出, 引力波信号频率是其轨道频率的两倍。

3.2 地面引力波探测

目前运行的地面引力波探测系统主要是美国的 LIGO^[89] 和意大利的 Virgo^[90]。此外, 还有日本的 KAGRA^[91]、德国的 GEO 600^[92]、印度的 LIGO-India^[93]。

初代 LIGO (Initial LIGO) 于九十年代末期建成, 在 2005 年 11 月至 2007 年 12 月投入使用^[94]。随后, 对其激光源和读出系统进行了升级^[95], LIGO 进入了增强 LIGO (Enhanced LIGO) 时代。遗憾的是, 在初代 LIGO 和增强 LIGO 时期, 都没有发现引力波信号。随后, LIGO 系统进一步升级, 进入了先进 LIGO (Advanced LIGO) 时代^[89], 其灵敏度提高了 10 倍。Advanced LIGO 第一个运行时期 O1 从 2015 年 9 月 12 号开始, 到 2016 年 1 月 19 号结束, 探测到了第一个双黑洞并合事件 GW150914^[96]。Advanced LIGO 的第二个运行时期从 2016 年 11 月 30 号开始, 到 2017 年 8 月 25 号结束。2017 年 8 月 1 日, Advanced Virgo 加入运行^[90], 正式形成了三探测器观测系统: 两个 Advanced LIGO 探测器分别位于 Washington 的

Hanford、Louisiana 的 Livingston，以及位于意大利 Cascina 的 Advanced Virgo。在 O2 期间，第一次观测到了双中子星并合事件 GW180817。目前，Advanced LIGO 和 Advanced Virgo 正处在第三运行期 O3。

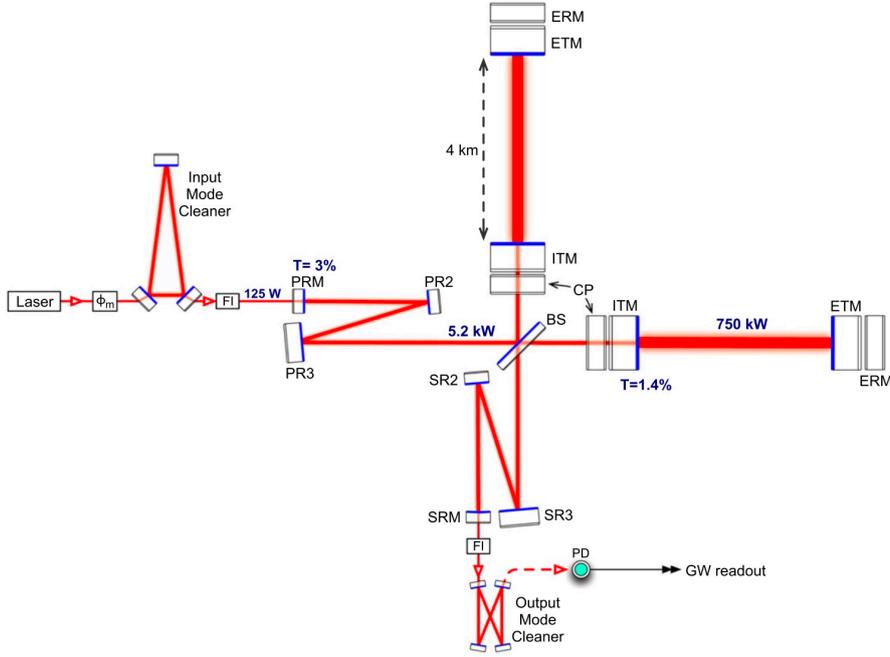


图 3-1 LIGO 光学配置图^[89]。经激光源发出的光在两个长为 4km 的垂直测量臂多次往返，最终形成干涉图样。

图 3-1 给出了 LIGO 的光学配置图。LIGO 设计本质上是一种迈克尔逊干涉仪。两条相互垂直的测量臂长度 L 均为 4 公里。当引力波经过时，两条测量臂长度均会改变，从而改变激光干涉结果，通过干涉图样，可以测出两条测量臂长度的改变量 $\Delta L(t) = \delta L_x - \delta L_y = h(t)L$ 。其中 $h(t)$ 是度规的微扰项引起的应变在探测器上的投影，是一个无量纲的量。考虑到引力波的传播方向与探测器的相对夹角，

$$h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi)h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi)h_\times(t) \quad (3-24)$$

其中 F_+, F_\times 是天线模式函数 (antenna pattern functions)，表征了在给定探测器和引力波之间夹角的情况下，探测器对时空应变的相应程度。

$$\begin{aligned} F_+ &= \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \cos 2\psi - \cos \theta \sin 2\phi \sin 2\psi, \\ F_\times &= \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \sin 2\psi + \cos \theta \sin 2\phi \cos 2\psi. \end{aligned} \quad (3-25)$$

其中夹角如图3-2所示。把公式 (3-23) 带入公式 (3-24)，我们有^[97]

$$h(t) = F_+ h_+ + F_\times h_\times = 4\eta M \frac{C}{r} v^2 \cos [2\varphi(t) + 2\varphi_0], \quad (3-26)$$

其中

$$C = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \iota) F_+, \quad \beta = \cos \iota F_\times, \quad \tan 2\varphi_0 = \frac{\beta}{\alpha} \quad (3-27)$$

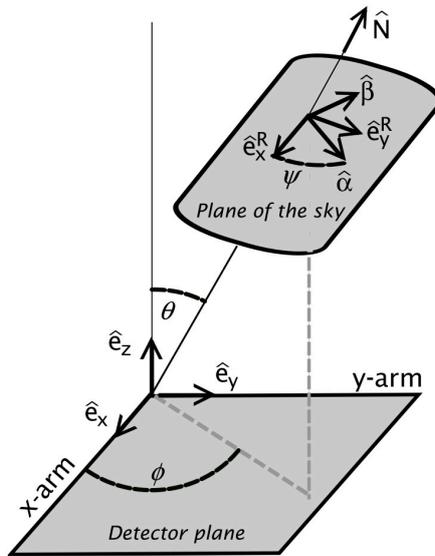


图 3-2 探测器平面和天空平面的相对夹角^[97]。其中考虑了引力波极化方向与天空平面中的 x 轴夹角 ψ 。

3.3 引力波数据处理

这一节，主要介绍一下引力波数据处理流程。图3-3给出了 LIGO-Virgo 数据处理的流程示意图^[98]。经过数据校准，可以得到引力波数据的时间序列，LIGO 数据的采样频率是 16384Hz，校准数据的范围是 10Hz 到 5kHz，Virgo 数据的采样频率是 20kHz，校准数据的范围是 10Hz 到 8kHz。探测器还有很多辅助道（auxiliary channels），用来监视探测器状态和所处环境。

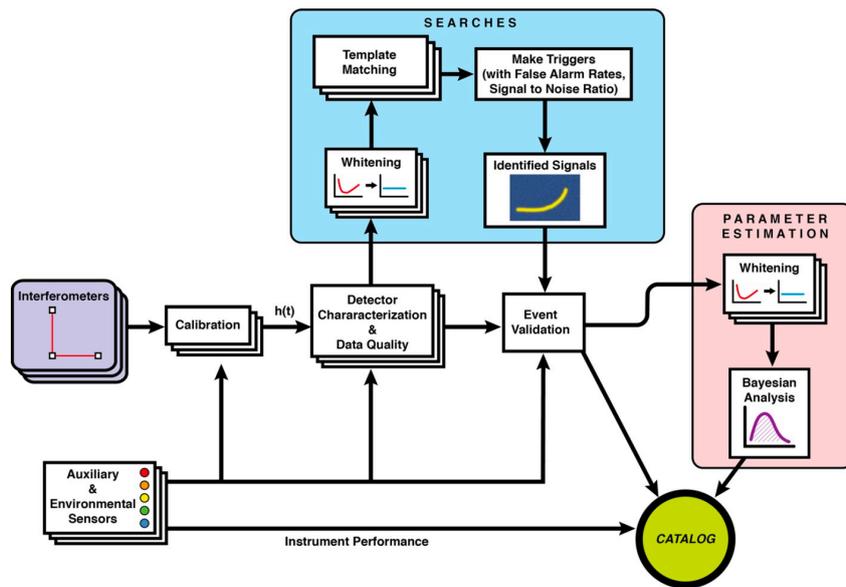


图 3-3 LIGO-Virgo 数据处理的简单流程图^[98]

3.3.1 噪声

对于噪声的处理非常重要，只有对噪声建立正确的模型，我们才能得到参数无偏估计的结果。图3-4给出了 LIGO-Hanford 探测器不同频率下的噪声^[99]，其他探测器与此类似。图中纵坐标为探测臂长度的该变量，横坐标为测量频率。图中给出了不同类型的噪声（如量子噪声、热噪声等）的强度，蓝色实线给出了 O_3 期间的测量噪声。

以下内容涉及到一些信号处理的知识。实际探测器测量得到的信号 $s(t)$ 分为两部分，一部分是噪声 $n(t)$ ，另一部分是由引力波引起的应变 $h(t)$ ：

$$s(t) = n(t) + h(t). \quad (3-28)$$

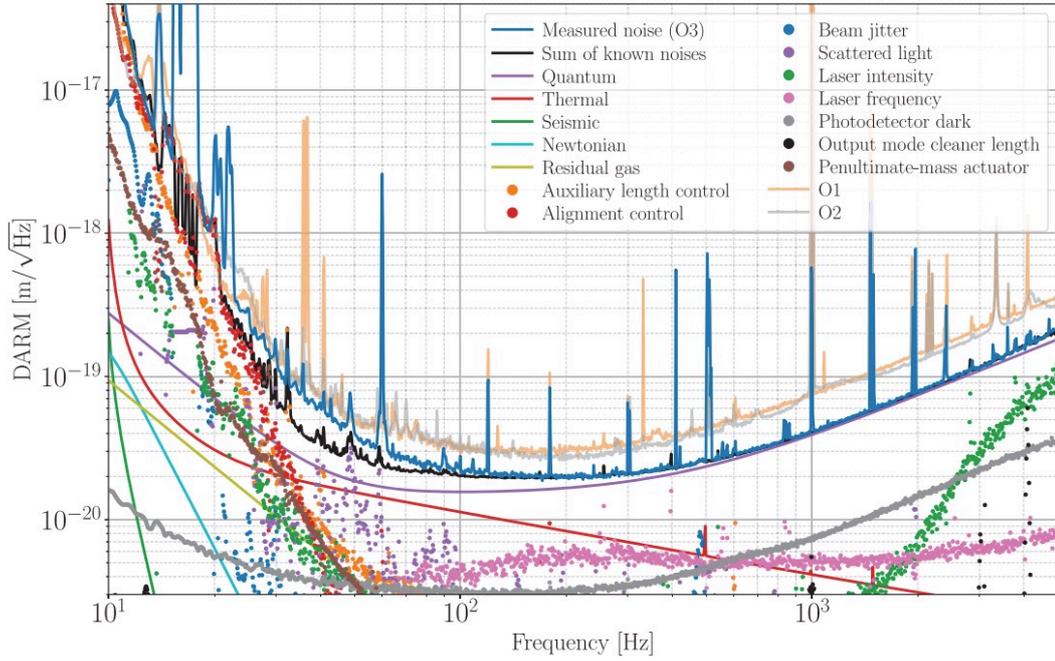


图 3-4 LIGO-Hanford 探测器的噪声^[99]。图中 O_3 （蓝色实线）阶段的测量噪声。由于存在未知的其他噪声，已知噪声的和（黑色实线）与实际测得的噪声（蓝色实线）并不完全重合。作为比较，也给出了分别给出了 O_1 （浅黄色实线）和 O_2 （灰色实线）阶段的测量噪声。图中纵坐标为探测臂长度的改变量（differential arm, DARM），横坐标为频率。

我们假设所测得的噪声满足平稳的高斯随机过程。所谓平稳是指噪声的数学性质满足时间平移不变。我们假设噪声的均值为 0，即：

$$\langle n(t) \rangle = 0. \quad (3-29)$$

其中方括号代表噪声的系综平均^[100]，但是由于探测器一个时刻只有一个记录值，在实际处理时，我们需要根据各态历经假设，将其转化为时间平均来处理。噪声可以由单边功率谱密度（one-sided power spectral densities, PSD） $S_n(f)$ 来刻画：

$$S_n(f) \equiv 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau C(\tau) e^{i2\pi f \tau} \quad (3-30)$$

其中 $C(\tau)$ 为自相关函数，衡量了信号在间隔时间为 τ 下的相关性：

$$C(\tau) \equiv \langle n(t+\tau)n(t) \rangle \quad (3-31)$$

根据平稳噪声假设和 $C(\tau)$ 为实数这两个条件，我们可以得出 $S_n(-f) = S_n(f)$ ， $S_n(f)$ 是关于 f 的偶函数，这也是“单边”的来历：在对 $S_n(f)$ 的频率从负无穷到正无穷积分时，只需要计算正频部分然后乘以 2。

同样利用噪声的时间平移不变特点，噪声平方的平均值满足^[101]

$$\overline{|n(t)|^2} = \int_0^\infty df S_n(f). \quad (3-32)$$

且有关系

$$\langle \tilde{n}(f) \tilde{n}^*(f') \rangle = \frac{1}{2} \delta(f - f') S_n(f) \quad (3-33)$$

其中

$$\tilde{n}(f) = \int_{-\infty}^\infty dt n(t) \exp(-2\pi i f t) \quad (3-34)$$

由公式 (3-32) 可见 $S_n(f)$ 可以衡量单位频率内噪声大小，且具有量纲 1/Hz。

如果噪声不是高斯噪声，需要通过适当方式消除。如在 GW170817 事件中，在并合发生前 1.1s 时，LIGO-Livingston 探测器出现了瞬态噪声，或者称作“小故障” (glitch)^[281]。这就需要建立合适的 glitch 模型，并从观测数据中减去。

3.3.2 波形模板

相互绕转的双星系统并不是稳定的系统，它们会通过发出引力波而释放能量。双星系统会先后通过旋进 (inspiral)、并合 (merger)、铃宕 (ringdown) 阶段，最终形成一个致密物体。理论上，爱因斯坦方程可以严格描述双星系统演化全过程，但是由于其严格求解过于复杂，人们不得不求助于各种近似方法和数值方法。

后牛顿近似^[102, 103] (post-newtonian approximation) 就是一种近似方法，其可以用来求解旋进阶段轨道相位 $\phi(t)$ 。后牛顿近似的核心思想是对轨道速度的微扰展开 (取光速 $c = 1$)。双星相距 r ，轨道相位为 ϕ ，轨道角速度 $\omega = \dot{\phi}(t)$ ，引力波频率 F 是轨道频率 f 的两倍，总质量 $M = m_1 + m_2$ 。则由开普勒第三定律， $M = \omega^2 r^3$ ，又有 $\omega = 2\pi f = \pi F$ ，轨道速度 $v = \omega r$ ，则 $v^3 = \pi M F$ ， $\omega = v^3/M$ 。在旋进阶段， $v = (\pi M F)^{1/3}$ 不太大，可以当做小量处理 (另一种做法是取 $x = v^2$ 作为小量)。双星绕转过程可近似视为绝热过程，在绝热近似下，轨道角速度的相对改变量可以忽略，即 $\frac{\Delta\omega}{\omega} \ll 1$ 。在这种近似下，引力波的光度 \mathcal{F} 来源于轨道能量周期平均后的改变量。对于圆轨道，这就是所谓的能量平衡方程 $\mathcal{F} = -d\mathcal{E}/dt$ ，其中 $\mathcal{E} = ME$ ， E 为轨道的结合能。联立能量平衡方程和开普勒第三定律，则可以得到：

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} - \frac{v^3}{M} &= 0 \\ \frac{dv}{dt} + \frac{\mathcal{F}(v)}{ME'(v)} &= 0 \end{aligned} \quad (3-35)$$

其中 E' 是结合能对 v 的一阶导数。不同的后牛顿近似方法的区别在于处理 $\frac{\mathcal{F}(v)}{E'(v)}$ 的方式不同。常见的时域波形模板有 TaylorT1、TaylorT2、TaylorT3、TaylorT4、

TaylorEt^[104]。频域的波形模板更加常用。通过所谓的稳态相位近似 (stationary phase approximation, SPA), 可以得到频域的波形模板。频域下常用的波形模板 TaylorF2 可写作^[97]

$$\tilde{h}(f) = \mathcal{A} f^{-7/6} e^{i\psi(f)}. \quad (3-36)$$

其中振幅 $\mathcal{A} = \frac{C}{D\pi^{2/3}} \sqrt{\frac{5}{24}} \mathcal{M}_c^{5/6}$ 。其中 \mathcal{M}_c 是啁啾质量, C 是角度的函数, 与式 (3-26) 中的 C 相对应。

如果考虑双中子星系统, 需要考虑潮汐效应对引力波信号的修正。潮汐效应需要对结合能量 E 和光度 \mathcal{F} 进行修正。这里给出考虑头阶修正和次头阶修正的表达式^[105]:

$$\begin{aligned} \delta E_{\text{tidal}} &= -\frac{1}{2} M \eta x \left[-\left(\frac{9}{\chi_1} - 9\right) \frac{\lambda_1}{M^5} x^5 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{33}{2\chi_1} - \frac{11}{2} + \frac{11}{2} \chi_1 - \frac{33}{2} \chi_1^2\right) \times \frac{\lambda_1}{M^5} x^6 + (1 \longleftrightarrow 2) \right] \\ \delta \mathcal{F}_{\text{tidal}} &= \frac{32}{5} \eta^2 x^5 \left[\left(\frac{18}{\chi_1} - 12\right) \frac{\lambda_1}{M^5} x^5 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{176}{7\chi_1} + \frac{1803}{28} - \frac{643}{4} \chi_1 + \frac{155}{2} \chi_1^2\right) \times \frac{\lambda_1}{M^5} x^6 + (1 \longleftrightarrow 2) \right]. \end{aligned} \quad (3-37)$$

其中, 总质量 $M = m_1 + m_2$, $\chi_{1,2} = m_{1,2}/M$ 。后牛顿法的阶数即上式方括号中 x 的指数, 形式上, 潮汐修正的头阶和次头阶属于 5PN 和 6PN。从上式可以看出, 5PN 和 6PN 的修正分别乘以了 x^5 和 x^6 , 而 $x \propto f_{\text{GW}}^{2/3}$, 所以引力波频率越高, 潮汐修正越重要。本文关心的是状态方程对于引力波信号的影响, 一般来说, 在 $f_{\text{GW}} > 500\text{Hz}$, 即旋进的后期和并合阶段状态方程对引力波信号影响较大。

结合能 E 与光度 \mathcal{F} 可以写作点粒子 (point-particle, PP) 贡献与潮汐修正之和, 即

$$\begin{aligned} E &= E_{\text{PP}} + \delta E_{\text{tidal}}, \\ \mathcal{F} &= \mathcal{F}_{\text{PP}} + \delta \mathcal{F}_{\text{tidal}}. \end{aligned} \quad (3-38)$$

相应的, 引力波波形就会需要修正。对于 TaylorF2 波形 (3-36式), 忽略潮汐对幅度的改变, 相位写作^[106]

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_{\text{PP}} + \delta \psi_{\text{tidal}}, \\ \delta \psi_{\text{tidal}} &= \frac{3}{128 \eta x^{5/2}} \left[-\left(\frac{288}{\chi_1} - 264\right) \frac{\lambda_1}{M^5} x^5 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{15895}{28\chi_1} - \frac{4595}{28} - \frac{5715}{14} \chi_1 + \frac{325}{7} \chi_1^2\right) \frac{\lambda_1}{M^5} x^6 \right. \\ &\quad \left. + (1 \longleftrightarrow 2) \right], \end{aligned} \quad (3-39)$$

并且可以表示为 $\tilde{\Lambda}, \delta\tilde{\Lambda}$ 的线性组合形式:

$$\delta\psi_{\text{tidal}} = \frac{3}{128\eta x^{5/2}} \left[\left(-\frac{39}{2} \tilde{\Lambda} \right) x^5 + \left(-\frac{3115}{64} \tilde{\Lambda} + \frac{6595}{364} \sqrt{1-4\eta\delta\tilde{\Lambda}} \right) x^6 \right]. \quad (3-40)$$

后牛顿模板对旋进的早期描述较好,但是在旋进的后期和并合阶段就不再准确,这就需求助于数值相对论结果。于是,有效单体(effective-one-body, EOB)^[107]模板和唯象波形模板应运而生,它们都同时考虑了解析与数值相对论结果,可以描述从旋进到并合全过程。

3.3.3 匹配滤波

初始的探测是所谓的爆发搜索(burst search),即寻找任何模式的引力波信号。由双星系统(双中子星、双黑洞、黑洞-中子星)并合发出的引力波信号会随着两个致密物体相互接近而有更大的频率和强度,这也是所谓的啁啾信号(chirp signal)。通过对比测量数据与理论计算的模板,我们可以找出藏在数据中的引力波信号,而这一方法就是所谓的匹配滤波(matched filtering)。

目前,有两种匹配滤波路线分别是 PyCBC^[108]和 GstLAL^[109]。PyCBC和 GstLAL 的最大的不同在于,PyCBC 分析引力波数据使用的是频域的信号模板,而 GstLAL 是基于时域的信号模板。在处理流程上,二者相似,都是利用模板计算出观测数据的信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)。信噪比衡量了相比于背景噪声,引力波事件的强弱。当某段数据有高信噪比时,会对其继续进行 χ^2 检验,以免由于仪器的 glitches 引起某一窄频率范围内的高信噪比。

所谓的匹配滤波,其实是用了卷积对信号的筛选作用。定义信噪比 $\rho = S/N$,对给定滤波器(filter) $K(t)$ 与观测信号 $s(t) = h(t) + n(t)$:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle s(t) \rangle K(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt h(t) K(t) \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} df S_n(f) \tilde{K}(f) \tilde{K}^*(f), \end{aligned} \quad (3-41)$$

其中利用了 $\langle n(t) \rangle = 0$ 。 $\tilde{K}(f)$ 是 $K(t)$ 的傅里叶变换, \tilde{K}^* 是 \tilde{K} 的复共轭。此外,在没有信号 $h(t)$ 时,定义

$$\begin{aligned} N^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt dt' K(t) K(t') \langle n(t) n(t') \rangle \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} df S_n(f) |\tilde{K}(f)|^2. \end{aligned} \quad (3-42)$$

则信噪比

$$\rho = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} df \tilde{h}(f) \tilde{K}^*(f)}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} df \frac{1}{2} S_n(f) |\tilde{K}(f)|^2}}. \quad (3-43)$$

剩下的任务就是对取合适的 $\tilde{K}(f)$ ，在信号中存在 $h(t)$ 时 ρ 可以取最大。其中最优化滤波器（optimal filter）就是所谓的 Wiener 滤波器：

$$\tilde{K}(f) \propto \frac{\tilde{h}(f)}{S_n(f)}, \quad (3-44)$$

其中 \propto 代表不同的 $\tilde{K}(f)$ 可以相差一个常数，不影响结果。在此滤波器下，得到的 SNR 称为最优 SNR（optimal SNR）。引入所谓的加权噪声内积（noise-weighted inner product）^[110]：

$$\langle a, b \rangle \equiv 2\Re \int_{-\infty}^{\infty} df \frac{\tilde{a}^*(f) \tilde{b}(f)}{S_n(f)}. \quad (3-45)$$

信噪比 ρ 和最优信噪比 ρ_{opt} 可以写作：

$$\rho(t) = \frac{\langle s, h \rangle}{\sqrt{\langle h, h \rangle}}, \quad (3-46)$$

$$\rho_{\text{opt}}(t) = \sqrt{\langle h, h \rangle}. \quad (3-47)$$

实际数据分析过程中，还需要用到所有探测器组成的网络所得到的最优信噪比 ρ_{net} 。由于各个探测器之间的观测相互独立，则 ρ_{net} 可以定义为：

$$\rho_{\text{net}} = \sqrt{\sum_i \rho_i^2} \quad (3-48)$$

其中 i 遍历所有独立的探测器。

3.3.4 贝叶斯参数推断

一般来说，由组成双星系统的两个致密物体的质量与自旋即可以找到潜在的引力波信号，要想对我们探测的系统有更加全面的了解，我们需要进行参数估计。相比于通过匹配滤波方法来搜索引力波信号，参数推断阶段考虑的参数更多，并且利用贝叶斯分析方法，可以给出参数的区间估计。

对于双黑洞系统，有 8 个内禀参数：两个黑洞的质量 $m_{1,2}$ ，两个黑洞的自旋 $\vec{S}_{1,2}$ 。7 个外部参数：相较于地球，双星系统的位置（光度距离 D_L ，赤经 α ，赤纬 δ ），双星系统的朝向（双星系统的总角动量 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ 与观测者视线方向 \vec{n} 的夹角 θ_{JN} ，当总角动量 \vec{J} 与轨道角动量 \vec{L} 重合时， θ_{JN} 退化为轨道倾角 i ；极化角

度 ψ), 并合时的时间 t_c 和相位 ϕ_c 。双黑洞系统总共有 15 个参数, 当考虑双中子星系统时, 内禀参数需要额外考虑两颗中子星的潮汐极化率 $\Lambda_{1,2}$ 。

简单介绍一下引力波贝叶斯分析的数学基础。对于详细推导与步骤, 读者可参阅文献^[111, 112], 这里简单总结一下文献^[111] 的内容。

贝叶斯分析的最终目的, 是在给定观测数据 d 的情况下, 给出模型参数 θ 的后验分布 $p(\theta|d)$ 。根据贝叶斯定理, 后验分布

$$p(\theta | d) = \frac{\mathcal{L}(d | \theta)\pi(\theta)}{\mathcal{Z}}. \quad (3-49)$$

其中, $\mathcal{L}(d | \theta)$ 是给定数据 d 和 θ 的似然函数 (likelihood function), 描述了在给定参数 θ 的情况下, 观测数据 d 出现的概率; $\pi(\theta)$ 是参数 θ 的先验分布 (prior distribution); \mathcal{Z} 是归一化因子, 叫做证据 (evidence):

$$\mathcal{Z} = \int d\mathcal{L}(d | \theta)\pi(\theta) \quad (3-50)$$

进一步, 如果我们只对个别参数的参数感兴趣, 可以把后验分布中我们不感兴趣的参数“边缘化” (marginalise) 掉, 具体操作为把这些参数积分掉, 比如, 如果我们只对参数 θ_i 感兴趣, 则其边缘后验分布 (marginalised posterior) 为:

$$p(\theta_i | d) = \int \left(\prod_{j \neq i} d\theta_j \right) p(\theta | d) = \frac{\mathcal{L}(d | \theta_i) \pi(\theta_i)}{\mathcal{Z}} \quad (3-51)$$

其中 $\mathcal{L}(d | \theta_i)$ 称为边缘概率似然函数 (marginalised likelihood):

$$\mathcal{L}(d | \theta_i) = \int \left(\prod_{j \neq i} d\theta_j \right) \pi(\theta_j) \mathcal{L}(d | \theta) \quad (3-52)$$

证据 \mathcal{Z} 不仅只是归一化因子这么简单, 其在模型选择方面有很大作用。以双中子星并合事件为例。我们假设两个模型, 一个是“信号模型”, 即假设观测数据中有引力波信号; 另一个是“噪声模型”, 即假设观测数据中只有噪声, 没有引力波信号, 也叫做空假设。信号模型由 17 个参数 θ 来描述, 噪声模型没有模型参数。则信号模型证据 \mathcal{Z}_S 与噪声模型 \mathcal{Z}_N 为:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_S &\equiv \int d\theta \mathcal{L}(d | \theta)\pi(\theta) \\ \mathcal{Z}_N &\equiv \mathcal{L}(d | 0) \end{aligned} \quad (3-53)$$

其中,

$$\mathcal{L}(d | 0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{h^2}{\sigma^2}\right) \quad (3-54)$$

这两个模型的证据比就是所谓的贝叶斯因子 (Bayes factor):

$$\text{BF}_N^S \equiv \frac{\mathcal{Z}_S}{\mathcal{Z}_N} \quad (3-55)$$

在贝叶斯分析过程中, 处理各个量取过对数之后的变量是方便的, 贝叶斯因子的对数:

$$\log \text{BF}_N^S \equiv \log(\mathcal{Z}_S) - \log(\mathcal{Z}_N) \quad (3-56)$$

贝叶斯因子的绝对值越大, 表明一个模型相较于另一个模型更为偏好。一般来说, $|\log \text{BF}| = 8$ 作为强证据的标准。

贝叶斯因子考虑了先验概率对模型选择的影响, 更严格的对比两个模型好坏的方法应该消除因为先验选择不同而带来的影响, 即采用所谓的可能性比 (odds ratio):

$$O_B^A \equiv \frac{\mathcal{Z}_A \pi_A}{\mathcal{Z}_B \pi_B} \quad (3-57)$$

接下来介绍引力波的似然函数。我们对引力波信号的处理建立在噪声满足平稳的高斯随机过程这一基础上。对于频域信号 s 和波形模板 $\mu(\theta)$, 给定频率 j , 噪声 $n = s - \mu(\theta)$ 应该满足高斯分布, 相应的似然函数可表示为:

$$\mathcal{L}(s_j | \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_j}} \exp\left(-2\Delta f \frac{|s_j - \mu_j(\theta)|^2}{P_j}\right). \quad (3-58)$$

其中 Δf 是频率分辨率, P_j 是 j 频率下单边噪声功率谱密度, μ 需要表示为引力波造成的应变在探测器方向上的投影, 即 (3-24) 式。假设每一个频率的噪声都是独立的, 则所有频率上总的联合似然函数可表示为单个频率上似然函数的累乘

$$\mathcal{L}(\vec{s} | \theta) = \prod_j^M \mathcal{L}(s_j | \theta), \quad (3-59)$$

其中 M 是考虑的频率个数。可以同时考虑多个探测器上的贡献, 只需要额外加上探测器指标 l 。对上式取对数可得

$$\log \mathcal{L}(\vec{s} | \theta) = \Xi - \frac{1}{2} \langle s - \mu(\theta), s - \mu(\theta) \rangle, \quad (3-60)$$

加权噪声内积在这里改为对频率求和。常数项

$$\Xi \equiv -\frac{1}{2} \sum_j \log(2\pi P_j). \quad (3-61)$$

该常数项只与探测器性质有关，与模型假设无关，所以在算贝叶斯因子时会自行消去，且似然函数改变一个常数项并不会改变参数的后验分布，故在以后的计算中，不考虑 Ξ 的贡献。略去 Ξ 后，对数似然函数可写为

$$\begin{aligned}\log \mathcal{L}(s | \theta) &= -\frac{1}{2} [\langle s, s \rangle - 2\langle s, \mu(\theta) \rangle + \langle \mu(\theta), \mu(\theta) \rangle] \\ &= \log \mathcal{Z}_N + \alpha^2(\theta) - \frac{1}{2} \rho_{\text{opt}}^2(\theta),\end{aligned}\quad (3-62)$$

其中

$$\begin{aligned}\log \mathcal{Z}_N &\equiv -\frac{1}{2} \langle s, s \rangle, \\ \rho_{\text{opt}}^2 &\equiv \langle \mu, \mu \rangle, \\ \rho_{\text{mf}} &\equiv \frac{\langle s, \mu \rangle}{\langle \mu, \mu \rangle^{1/2}}, \\ \alpha^2 &\equiv \langle s, \mu \rangle = \rho_{\text{mf}} \rho_{\text{opt}}.\end{aligned}\quad (3-63)$$

其中 ρ_{mf} 是匹配滤波的信噪比，即 (3-46) 式； ρ_{opt} 是滤波匹配的最优信噪比，即 (3-47) 式。由此可见，贝叶斯分析阶段，对数似然函数可以分为三项，而匹配滤波的信噪比与最优信噪比只贡献其中一部分。

贝叶斯分析的重要任务之一是给出模型参数的区间估计，而不是简单的点估计。可以通过最优化方法来找到多维参数的最大后验概率点，从而以此点作为参数的点估计值。这种方法不需要提前知道参数完整的后验概率分布情况，只需能在给定的参数点求出相应的后验概率。原则上，区间估计需要求得后验概率的累积分布函数，然后作差求得所需的区间估计范围。累积分布函数即对概率分布做积分。由于对 $\mathcal{L}(d | \theta)\pi(\theta)$ 的积分，一般没有解析解。低维情况时，可以求助于网格化方法来给出概率分布，从而给出区间估计范围。但是高维时往往涉及到维度爆炸问题，这种方法效率极低，特别是对双中子星并合参数推断问题，总共有 17 个参数。所以，我们必须寻求其他近似方法。蒙特卡洛采样法是常用的方法。其先通过一定算法进行采样，用采样点的个数的相对多少来近似代替概率分布情况。

3.4 基于禁闭夸克物质模型的贝叶斯分析

这一节，我们基于禁闭夸克物质模型，考虑引力波信号与夸克星状态方程之间的相关性，从头分析引力波数据。我们这里联合 GW170817 和 GW190425 的引力波数据和 NICER 已观测到的最重致密星 PSR J0740+6620 的质量，分别研究奇异夸克星和 ud 夸克星的性质。

3.4.1 处理方法

由于两个引力波事件与 NICER 观测独立，则其联合似然函数 \mathcal{L} 可以写作

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{GW17}}(\theta_{\text{GW17}}) \times \mathcal{L}_{\text{GW19}}(\theta_{\text{GW19}}) \times \mathcal{L}_{\text{NICER}}, \quad (3-64)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta_{\text{GW17}} &= \theta_{\text{EOS}} \cup \{m_{1,\text{GW17}}, m_{2,\text{GW17}}, \dots\} \\ \theta_{\text{GW19}} &= \theta_{\text{EOS}} \cup \{m_{1,\text{GW19}}, m_{2,\text{GW19}}, \dots\}, \end{aligned} \quad (3-65)$$

这里 NICER 是指 NICER 观测到 PSR J0740+6620 的质量分布，其质量 $M = 2.08 \pm 0.07M_{\odot}$ (68% 置信区间)，我们用高斯分布 $\mathcal{N}(2.08, 0.07^2)$ 来近似代替这一结果。GW17 指 GW170817 事件，GW19 指 GW190425 事件，我们不再让 $\Lambda_{1,2}$ 作为自由参数独立变化，而是让其依赖于状态方程：

$$\Lambda_i = \Lambda_i(\theta_{\text{EOS}}, m_i), i = 1, 2. \quad (3-66)$$

在这里，我们假设并合的两颗致密星均处在其基态，可以用同一套状态方程来描述并合的两颗致密星。探测器探测到的质量 M^{det} 是经过红移之后的质量，需要根据关系

$$M = \frac{M^{\text{det}}}{1+z} \quad (3-67)$$

来进行修正。其中 z 为红移值。

考虑状态方程相关性之后，我们考虑事件的参数还有 31 个参数（1 个状态方程参数 ν_{ud} ，GW170817 和 GW190425 事件各 15 个参数）。对如此多的参数进行抽样计算强度太大。而我们关心的是状态方程对引力波信号的影响，其只会通过公式 (3-66) 影响参数 $\Lambda_{1,2}$ ，而不会直接影响其他参数的计算。所以，我们可以采用边缘似然函数 (3-52) 式，把我们不关心的变量（如引力波源的位置参数）积分掉，只保留似然函数对我们关心的参数 $\omega = \{\Lambda_i(\theta_{\text{EOS}}, m_i), m_i, i = 1, 2\}$ 的依赖，然后再进行抽样。则总的边缘似然函数 \mathcal{L}_M 可以写作：

$$\mathcal{L}_M = \mathcal{L}_{M,\text{GW17}}(\omega_{\text{GW17}}) \times \mathcal{L}_{M,\text{GW19}}(\omega_{\text{GW19}}) \times \mathcal{L}_{\text{NICER}} \quad (3-68)$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_{\text{GW17}} &= \theta_{\text{EOS}} \cup \{m_{i,\text{GW17}}, \Lambda_{i,\text{GW17}}(m_{i,\text{GW17}}, \theta_{\text{EOS}})\}, i = 1, 2 \\ \omega_{\text{GW19}} &= \theta_{\text{EOS}} \cup \{m_{i,\text{GW19}}, \Lambda_{i,\text{GW19}}(m_{i,\text{GW19}}, \theta_{\text{EOS}})\}, i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3-69)$$

Francisco 等人^[113] 利用随机森林方法，分别利用 IMRPhenomDNRTidal 和 IMRPhenomPv2NRTidal 两个模板分析了 GW170817 和 GW190425 事件，并给出插值边缘

似然函数，并公开了相关的代码。他们通过积分，得到一系列给定 ω 数据点处的边缘似然函数，再通过随机森林的方式，利用这些给定的参数点进行训练，得到插值的边缘似然函数。使用他们提供的似然函数可以大大提高计算效率，参数的先验范围见文献^[113]。

在我们的计算中，除了要求并合的两颗致密星满足同样的状态方程，还做以下约束：(1) 夸克星内部的声速的平方 $c_s^2 = dp/d\epsilon \leq 1$ ，以不违背因果律。(2) 对奇异夸克星，夸克物质稳定性排序应为 $E_{\min,ud} > 930\text{MeV} > E_{\min,uds}$ ；对 ud 夸克星， ud 夸克物质的每重子能量最低点 $E_{\min,ud} \leq 930\text{MeV}$ ，以保证 ud 夸克物质是最稳定的状态。

3.4.2 结果与讨论

与第二章分析类似，我们先检查一下如果夸克物质稳定性满足传统排序，即 $E_{ud,\min} > 930\text{MeV} > E_{uds,\min}$ ，奇异夸克星最大质量分布情况。我们采用均匀先验分布 $\nu_{ud} \sim U[0.3, 1.5]$ ， $\nu_s \sim U[0.5, 3]$ 。图3-5给出了传统稳定性排序下，奇异夸克物质状态方程参数 $\nu_{ud}-\nu_s$ 的联合后验概率分布。通过贝叶斯分析，参数 ν_{ud} 与 ν_s 的 90% 最大后验概率区间分别为 $0.50_{-0.03}^{+0.01}$ 和 $1.54_{-0.45}^{+0.40}$ 。

有了状态方程参数分布，我们就可以查看对应的夸克星最大质量 M_{TOV} 的分布情况。图3-6给出了传统稳定排序下，奇异夸克星最大质量分布。其 90% 最大后验概率区间为 $2.03_{-0.07}^{+0.04} M_{\odot}$ 。显然，这种质量分布并不能解释 GW190814 事件中次星体质量范围。我们可以来检验一下，在该参数分布下，奇异夸克物质每重子能量最低点的分布情况。图3-7给出了 $E_{uds,\min}$ 和 $E_{ud,\min}$ 的后验概率分布情况， $E_{uds,\min}$ 的 90% 置信区间为 $801_{-10}^{+17}\text{MeV}$ 。从图3-7 (b) 中可以看出， $E_{ud,\min}$ 越低，概率越高。

依照第二章的思路，我们来探讨如果夸克星是 ud 夸克星，相应的夸克物质稳定排序为 $E_{\min,ud} \leq 930\text{MeV}$ 的情况下， ud 夸克星最大质量 M_{TOV} 分布情况。我们采用均匀先验分布 $\nu_{ud} \sim U[0.3, 1.5]$ 。图3-8给出了在 ud 夸克物质为最稳定情况下，其状态方程参数 ν_{ud} 的后验概率分布直情况。图中纵坐标为概率密度函数，横坐标为参数 ν_{ud} 大小。参数 ν_{ud} 的 90% 置信区间为 $0.69_{-0.10}^{+0.25}$ 。相较于前文根据 $\tilde{\Lambda}$ 给出的限制 $\nu_{ud} \leq 0.965$ ，贝叶斯分析给出 ν_{ud} 的 90% 置信区间中的上限为 0.94，参数限制确实更加紧。但是，这里 ν_{ud} 的上限只是从 0.965 下降到 0.94，下降的数值并不明显。同时，由于考虑了最大质量下限的限制，参数 ν_{ud} 有下限 0.59。

我们可以进一步查看 $\nu_{ud} = 0.69_{-0.10}^{+0.25}$ 对夸克物质的意义。首先来看一看 ud 夸克物质每重子能量最低点的分布情况。图3-9给出了 ud 夸克物质每重子能量最低

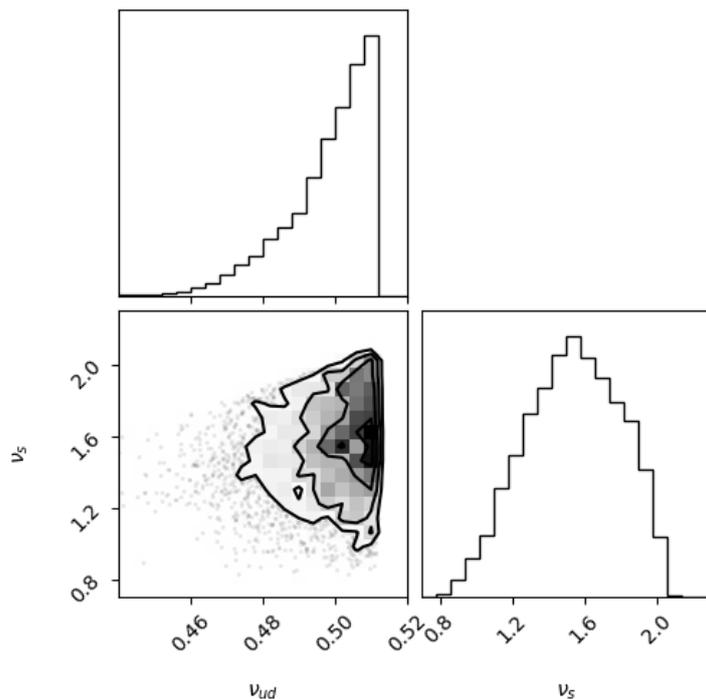


图 3-5 传统稳定性排序下，参数 $\nu_{ud}-\nu_s$ 的后验概率分布情况。对角线上两幅图分别给出了 ν_{ud} 、 ν_s 的后验概率分布。左下角的阴影图给出了 $\nu_{ud}-\nu_s$ 的联合后验概率分布。参数 ν_{ud} 与 ν_s 的 90% 最大后验概率区间分别为 $0.50^{+0.01}_{-0.03}$ 和 $1.54^{+0.40}_{-0.45}$ 。

点 $E_{ud,min}$ 的分布情况，其 90% 的最大后验概率分布为 $850^{+40}_{-78}\text{MeV}$ 。可以看出，该范围仍然满足 $E_{ud,min} < 930\text{MeV}$ 。

有了参数分布，我们可以进一步研究 **ud** 夸克星最大质量的分布。图3-10 (a) 给出了 **ud** 夸克星最大质量 M_{TOV} 的后验概率分布，图中纵坐标为概率密度函数，横坐标为 **ud** 夸克星最大质量 M_{TOV} 的大小。最大质量 M_{TOV} 的 90% 置信区间为 $2.26^{+0.46}_{-0.20}M_{\odot}$ 。可见，该模型给出的最大质量范围可以解释 **GW190814** 事件中伴星 $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ 的质量分布。

进一步，图3-10 (b) 给出了 1.4 倍太阳质量处 **ud** 夸克星潮汐极化率的后验概率分布情况。由该模型给出的 $\Lambda_{1.4}$ 为 279^{+365}_{-98} (90% 置信区间)。相比于前文参数 **udQS2.77** 给出的结果 $\Lambda_{1.4} = 677$ ，这里对给出的限制更加紧。

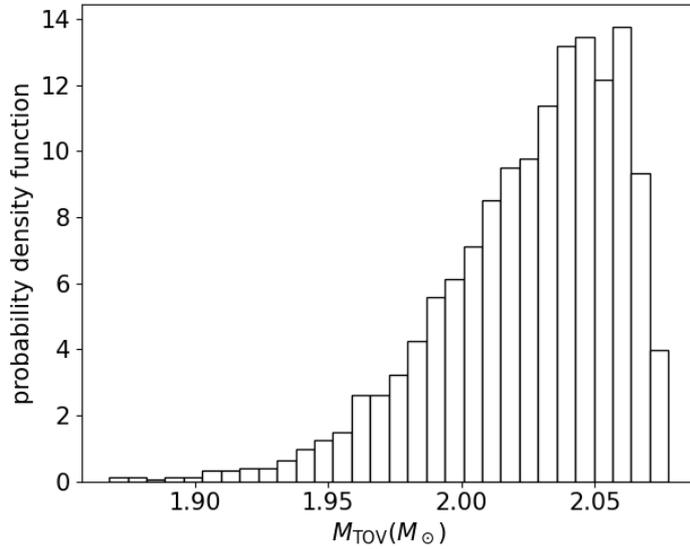


图 3-6 传统稳定性排序下，奇异夸克星最大质量 M_{TOV} 的后验概率分布。图中横坐标为奇异夸克星最大质量 M_{TOV} ，纵坐标为概率密度函数。 M_{TOV} 的 90% 最大后验概率区间为 $2.03^{+0.04}_{-0.07} M_{\odot}$ 。

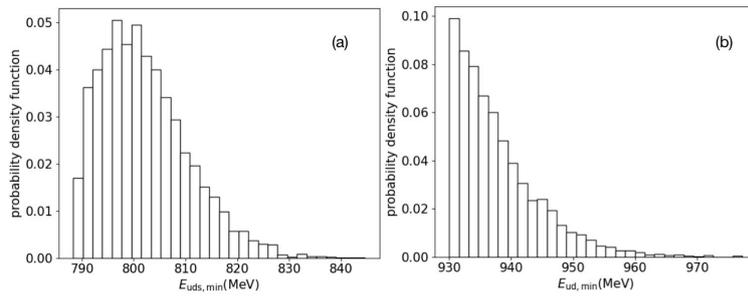


图 3-7 传统稳定性排序下，(a) 奇异夸克物质每重子能量最低点 $E_{\text{uds,min}}$ 和 (b) ud 夸克物质的每重子能量最低点 $E_{\text{ud,min}}$ 的后验概率分布。

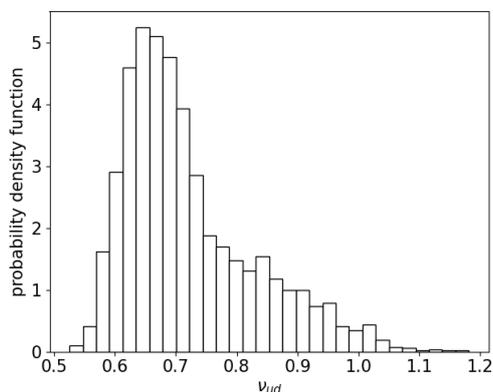


图 3-8 ud 夸克物质最稳定情况下，状态方程参数 ν_{ud} 后验概率分布。横坐标为参数 ν_{ud} 大小，纵坐标为概率密度函数。

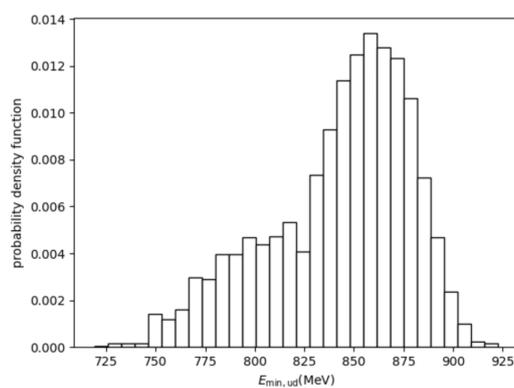


图 3-9 ud 夸克物质为最稳定状态下，ud 夸克物质每重子能量最低点的后验概率分布。图中横坐标为 ud 夸克物质每重子能量最低点，纵坐标为概率密度函数。

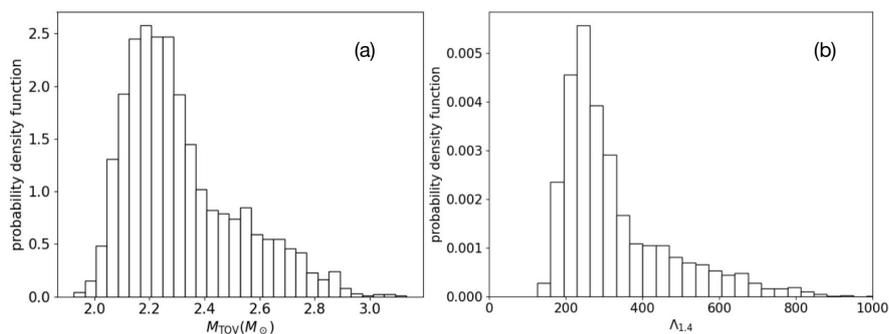


图 3-10 ud 夸克物质为最稳定状态下，(a) ud 夸克星最大质量 M_{TOV} 和 (b) 1.4 倍太阳质量处潮汐极化率 $\Lambda_{1.4}$ 的后验概率分布。 M_{TOV} 的范围为 $2.26^{+0.46}_{-0.20} M_{\odot}$ ， $\Lambda_{1.4}$ 的范围为 279^{+365}_{-98} (90% 置信区间)。

第四章 总结与展望

4.1 总结

本文利用禁闭夸克物质模型，对夸克物质和夸克星的性质进行了研究。结论总结如下。

- (1) 如果夸克物质满足传统的稳定窗口，即奇异夸克物质比核物质稳定同时核物质比 ud 夸克物质稳定，那么由奇异夸克物质组成的奇异夸克星的最大质量 $M_{\text{TOV}} = 2.05M_{\odot}$ ，不能解释 GW190814 事件的次星体质量 $2.59^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ (90% 置信区间)。
- (2) 如果允许 ud 夸克物质比核物质和奇异夸克物质都更加稳定，相应的夸克星为由 ud 夸克物质组成的 ud 夸克星，则在 GW170817 事件对物态方程的约束 $\tilde{\Lambda} \leq 720$ 下， ud 夸克星的最大质量可以到达 $2.77M_{\odot}$ ，可以解释 GW190814 事件的次星体质量，且可以同时符合 NICER 对 PSR J0030+0451 和 PSR J0740+6620 的质量半径测量结果。
- (3) 考虑目前能提取致密星潮汐极化率的两个引力波事件 GW170817 和 GW190425，同时考虑目前已经明确观测的最重致密星 J0740+6620 的质量 $M = 2.08 \pm 0.07M_{\odot}$ (68% 置信区间)，利用禁闭夸克物质模型对引力波原始数据进行贝叶斯分析，重新研究了奇异夸克星和 ud 夸克星的性质。结果发现，奇异夸克星的最大质量分布为 $2.03^{+0.04}_{-0.07}M_{\odot}$ (90% 置信区间)，并不能解释 GW190814 事件的次星体质量。相反，如果 ud 夸克物质最稳定，则 ud 夸克星的最大质量分布为 $2.26^{+0.46}_{-0.20}M_{\odot}$ (90% 置信区间)，符合 GW190814 事件次星体的质量约束。
- (4) 综合 (1-3)，我们认为引力波事件 GW190814 的次星体可能是一颗 ud 夸克星。进而，我们利用禁闭夸克物质模型对 ud 夸克星的 $1.4M_{\odot}$ 处的潮汐极化率 $\Lambda_{1.4}$ 给出限制 $\Lambda_{1.4} = 279^{+365}_{-98}$ (90% 置信区间)。

4.2 展望

如果 ud 夸克物质是最稳定的状态，那么由 ud 夸克物质组成的 ud 液滴的表面张力为多少才能避免现实中的原子核衰变为 ud 液滴是一个值得探讨的问题。这里我们只采用了液滴模型经验公式和 Tomas-Fermi 近似来计算 ud 液滴的表面张力，需要更细致的方法（如 Hartree-fock 近似）来处理这一问题。

如何联合现有的引力波数据、致密星质量-半径关系和地面试验（如重离子碰撞、铅中子皮测定 **PREX-2** 等）并通过贝叶斯方法来共同约束致密物质状态方程是一个有趣的问题。截止目前，还没有工作同时考虑以上约束来限制从低密到高密致密物质状态方程。如果能找到同时满足这些约束的状态方程，人类对于微观世界的探索必将迈出一大步！

参考文献

- [1] WEBER F. Strange quark matter and compact stars[J]. Progress in Particle and Nuclear physics, 2005, 54(1): 193-288.
- [2] BODMER A. Collapsed nuclei[J]. Physical Review D, 1971, 4(6): 1601.
- [3] TERAZAWA H. INS-report, 336 (INS, Univ. of Tokyo); 1989[J]. J. Phys. Soc. Japan, 1979, 58(3555): 1989.
- [4] WITTEN E. Cosmic separation of phases[J]. Physical Review D, 1984, 30(2): 272.
- [5] FARHI E, JAFFE R L. Strange matter[J]. Physical Review D, 1984, 30(11): 2379.
- [6] BOMBACI I, PARENTI I, VIDANA I. Quark Deconfinement and Implications for the Radius and the Limiting Mass of Compact Stars[J/OL]. The Astrophysical Journal, 2004, 614(1): 314-325. <http://dx.doi.org/10.1086/423658>. DOI: 10.1086/423658.
- [7] STAFF J, OUYED R, BAGCHI M. A Three-Stage Model for the Inner Engine of Gamma-Ray Bursts: Prompt Emission and Early Afterglow[J/OL]. The Astrophysical Journal, 2007, 667(1): 340-350. <http://dx.doi.org/10.1086/519545>. DOI: 10.1086/519545.
- [8] HERZOG M, RÖPKE F K. Three-dimensional hydrodynamic simulations of the combustion of a neutron star into a quark star[J/OL]. Physical Review D, 2011, 84(8): 083002. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.083002>. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.083002.
- [9] BUBALLA M, DEXHEIMER V, DRAGO A, et al. EMMI rapid reaction task force meeting on quark matter in compact stars[J/OL]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2014, 41(12): 123001. <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/41/12/123001>. DOI: 10.1088/0954-3899/41/12/123001.
- [10] ALCOCK C, FARHI E, OLINTO A. Strange Stars[J/OL]. The Astrophysical Journal, 1986, 310: 261. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1986ApJ...310..261A>. DOI: 10.1086/164679.
- [11] ZHOU E P, ZHOU X, LI A. Constraints on interquark interaction parameters with GW170817 in a binary strange star scenario[J]. Physical Review D, 2018, 97(8): 083015.

- [12] BUBALLA M, OERTEL M. Strange quark matter with dynamically generated quark masses[J/OL]. *Physics Letters B*, 1999, 457(4): 261-267. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026939900533X>. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(99\)00533-X](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00533-X).
- [13] WANG P, LYUBOVITSKIJ V E, GUTSCHE T, et al. Strange quark matter in a chiral SU(3) quark mean field model[J/OL]. *Physical Review C*, 2003, 67(1): 015210. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.67.015210>. DOI: 10.1103/PhysRevC.67.015210.
- [14] RATTI C. The NJL model and strange-quark matter[J/OL]. *Europhysics Letters (EPL)*, 2003, 61(3): 314-319. <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2003-00171-0>. DOI: 10.1209/epl/i2003-00171-0.
- [15] KLÄHN T, FISCHER T. VECTOR INTERACTION ENHANCED BAG MODEL FOR ASTROPHYSICAL APPLICATIONS[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2015, 810(2): 134. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/810/2/134>. DOI: 10.1088/0004-637x/810/2/134.
- [16] HOLDOM B, REN J, ZHANG C. Quark matter may not be strange[J]. *Physical review letters*, 2018, 120(22): 222001.
- [17] WANG Q, ZHAO T, ZONG H. On the stability of two-flavor and three-flavor quark stars[J]. *ArXiv preprint arXiv:1908.01325*, 2019.
- [18] WANG Q, SHI C, ZONG H S. Nonstrange quark stars from an NJL model with proper-time regularization[J/OL]. *Physical Review D*, 2019, 100(12): 123003. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.123003>. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.123003.
- [19] ZHAO T, ZHENG W, WANG F, et al. Do current astronomical observations exclude the existence of nonstrange quark stars?[J/OL]. *Physical Review D*, 2019, 100(4): 043018. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.043018>. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.043018.
- [20] ZHANG C. Probing up-down quark matter via gravitational waves[J]. *Physical Review D*, 2020, 101(4): 043003.
- [21] REN J, ZHANG C. Quantum nucleation of up-down quark matter and astrophysical implications[J/OL]. *Physical Review D*, 2020, 102(8): 083003. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.083003>. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.083003.

-
- [22] TOLMAN R C. Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid[J/OL]. *Physical Review*, 1939, 55(4): 364-373. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.364>. DOI: 10.1103/PhysRev.55.364.
- [23] OPPENHEIMER J R, VOLKOFF G M. On Massive Neutron Cores[J/OL]. *Physical Review*, 1939, 55(4): 374-381. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.374>. DOI: 10.1103/PhysRev.55.374.
- [24] GENDREAU K, ARZOUMANIAN Z, OKAJIMA T. The Neutron star Interior Composition Explorer (NICER): an Explorer mission of opportunity for soft x-ray timing spectroscopy[M/OL]. [S.l.]: SPIE, 2012. <https://doi.org/10.1117/12.926396>.
- [25] FONSECA E, CROMARTIE H T, PENNUCCI T T, et al. Refined Mass and Geometric Measurements of the High-mass PSR J0740+6620[J/OL]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2021, 915(1): L12. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ac03b8>. DOI: 10.3847/2041-8213/ac03b8.
- [26] HINDERER T. Tidal Love numbers of neutron stars[J]. *The Astrophysical Journal*, 2008, 677(2): 1216.
- [27] HINDERER T, LACKEY B D, LANG R N, et al. Tidal deformability of neutron stars with realistic equations of state and their gravitational wave signatures in binary inspiral[J]. *Physical Review D*, 2010, 81(12): 123016.
- [28] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T, et al. GW170817: observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(16): 161101.
- [29] ABBOTT B, ABBOTT R, ADHIKARI R, et al. GW190425: Observation of a Compact Binary Coalescence with Total Mass $3.4 M_{\odot}$ [J]., 2020.
- [30] ABBOTT R, ABBOTT T D, ABRAHAM S, et al. GW190814: Gravitational Waves from the Coalescence of a 23 Solar Mass Black Hole with a 2.6 Solar Mass Compact Object[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 896(2): L44. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ab960f>. DOI: 10.3847/2041-8213/ab960f.
- [31] ABBOTT B, ABBOTT R, ABBOTT T, et al. Properties of the binary neutron star merger GW170817[J]. *Physical Review X*, 2019, 9(1): 011001.
- [32] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al. Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB

- 170817A[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2017, 848(2):L13. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/aa920c>. DOI: 10.3847/2041-8213/aa920c.
- [33] GOLDSTEIN A, VERES P, BURNS E, et al. An Ordinary Short Gamma-Ray Burst with Extraordinary Implications: Fermi -GBM Detection of GRB 170817A[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2017, 848(2):L14. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/aa8f41>. DOI: 10.3847/2041-8213/aa8f41.
- [34] COULTER D A, FOLEY R J, KILPATRICK C D, et al. Swope Supernova Survey 2017a (SSS17a), the optical counterpart to a gravitational wave source[J]. *Science*, 2017, 358(6370): 1556-1558. DOI: doi:10.1126/science.aap9811.
- [35] TAURIS T M, KRAMER M, FREIRE P C C, et al. Formation of Double Neutron Star Systems[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2017, 846(2): 170. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aa7e89>. DOI: 10.3847/1538-4357/aa7e89.
- [36] ABBOTT B, ABBOTT R, ABBOTT T, et al. GW170817: Measurements of neutron star radii and equation of state[J]. *Physical review letters*, 2018, 121(16): 161101.
- [37] FOUCART F, BUCHMAN L, DUEZ M D, et al. First direct comparison of nondisrupting neutron star-black hole and binary black hole merger simulations[J/OL]. *Physical Review D*, 2013, 88(6):064017. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.88.064017>. DOI: 10.1103/PhysRevD.88.064017.
- [38] BAILYN C D, JAIN R K, COPPI P, et al. The Mass Distribution of Stellar Black Holes[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 1998, 499(1): 367-374. <http://dx.doi.org/10.1086/305614>. DOI: 10.1086/305614.
- [39] ÖZEL F, PSALTIS D, NARAYAN R, et al. THE BLACK HOLE MASS DISTRIBUTION IN THE GALAXY[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2010, 725(2): 1918-1927. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/725/2/1918>. DOI: 10.1088/0004-637x/725/2/1918.
- [40] FARR W M, SRAVAN N, CANTRELL A, et al. THE MASS DISTRIBUTION OF STELLAR-MASS BLACK HOLES[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2011, 741(2): 103. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/741/2/103>. DOI: 10.1088/0004-637x/741/2/103.
- [41] ÖZEL F, PSALTIS D, NARAYAN R, et al. ON THE MASS DISTRIBUTION AND BIRTH MASSES OF NEUTRON STARS[J/OL]. *The Astrophysical Jour-*

- nal, 2012, 757(1): 55. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/757/1/55>. DOI: 10.1088/0004-637X/757/1/55.
- [42] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al. Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2017, 848(2): L13. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/aa920c>. DOI: 10.3847/2041-8213/aa920c.
- [43] DANIELEWICZ P, LACEY R, LYNCH W G. Determination of the equation of state of dense matter[J]. *Science*, 2002, 298(5598): 1592-1596.
- [44] ZHOU Y, CHEN L W, ZHANG Z. Equation of state of dense matter in the multimessenger era[J]. *Physical Review D*, 2019, 99(12): 121301.
- [45] FATTOYEV F, HOROWITZ C, PIEKAREWICZ J, et al. GW190814: Impact of a 2.6 solar mass neutron star on the nucleonic equations of state[J]. *Physical Review C*, 2020, 102(6): 065805.
- [46] HUANG K, HU J, ZHANG Y, et al. The possibility of the secondary object in GW190814 as a neutron star[J]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 904(1): 39.
- [47] REZZOLLA L, MOST E R, WEIH L R. Using Gravitational-wave Observations and Quasi-universal Relations to Constrain the Maximum Mass of Neutron Stars[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2018, 852(2): L25. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/aaa401>. DOI: 10.3847/2041-8213/aaa401.
- [48] RUIZ M, SHAPIRO S L, TSOKAROS A. GW170817, general relativistic magnetohydrodynamic simulations, and the neutron star maximum mass[J]. *Physical Review D*, 2018, 97(2): 021501.
- [49] SHIBATA M, ZHOU E, KIUCHI K, et al. Constraint on the maximum mass of neutron stars using GW170817 event[J]. *Physical Review D*, 2019, 100(2): 023015.
- [50] MOST E R, PAPPENFORTH L J, WEIH L R, et al. A lower bound on the maximum mass if the secondary in GW190814 was once a rapidly spinning neutron star[J/OL]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 2020, 499(1): L82-L86. <https://doi.org/10.1093/mnrasl/slaa168>. DOI: 10.1093/mnrasl/slaa168.
- [51] ZHANG N B, LI B A. GW190814's Secondary Component with Mass 2.50–2.67 M_{\odot} as a Superfast Pulsar[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 902(1): 38. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/abb470>. DOI: 10.3847/1538-4357/abb470.

- [52] TSOKAROS A, RUIZ M, SHAPIRO S L. GW190814: Spin and Equation of State of a Neutron Star Companion[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 905(1): 48. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/abc421>. DOI: 10.3847/1538-4357/abc421.
- [53] DEXHEIMER V, GOMES R O, KLÄHN T, et al. GW190814 as a massive rapidly rotating neutron star with exotic degrees of freedom[J/OL]. *Physical Review C*, 2021, 103(2): 025808. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.103.025808>. DOI: 10.1103/PhysRevC.103.025808.
- [54] SEDRAKIAN A, WEBER F, LI J J. Confronting GW190814 with hyperonization in dense matter and hypernuclear compact stars[J/OL]. *Physical Review D*, 2020, 102(4): 041301. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.041301>. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.041301.
- [55] ESSICK R, LANDRY P. Discriminating between Neutron Stars and Black Holes with Imperfect Knowledge of the Maximum Neutron Star Mass[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 904(1): 80. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/abbd3b>. DOI: 10.3847/1538-4357/abbd3b.
- [56] TEWS I, PANG P T H, DIETRICH T, et al. On the Nature of GW190814 and Its Impact on the Understanding of Supranuclear Matter[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2021, 908(1): L1. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/abdae>. DOI: 10.3847/2041-8213/abdae.
- [57] MADSEN J. Astrophysical Limits on the Flux of Quark Nuggets[J/OL]. *Physical Review Letters*, 1988, 61(26): 2909-2912. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.2909>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.2909.
- [58] WATTS A L, REDDY S. Magnetar oscillations pose challenges for strange stars[J/OL]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 2007, 379(1): L63-L66. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2007.00336.x>. DOI: 10.1111/j.1745-3933.2007.00336.x.
- [59] JAIKUMAR P, REDDY S, STEINER A W. Strange Star Surface: A Crust with Nuggets[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(4): 041101. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.041101>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.041101.
- [60] ANGLANI R, CASALBUONI R, CIMINALE M, et al. Crystalline color superconductors[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2014, 86(2): 509-561. <https://li>

- nk.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.86.509. DOI: 10.1103/RevModPhys.86.509.
- [61] MILLER M C, CHIRENTI C, STROHMAYER T E. On the Persistence of QPOs during the SGR 1806–20 Giant Flare[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2019, 871(1): 95. <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/aaf5ce>. DOI: 10.3847/1538-4357/aaf5ce.
- [62] DEY M, BOMBACI I, DEY J, et al. Strange stars with realistic quark vector interaction and phenomenological density-dependent scalar potential[J]. *Physics Letters B*, 1998, 438(1-2): 123-128.
- [63] BAGCHI M, DEY M, DAW S, et al. A model finding a new richardson potential with different scales for confinement and asymptotic freedom, by fitting the properties of δ_{++} and[J]. *Nuclear Physics A*, 2004, 740(1-2): 109-118. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2004.05.015.
- [64] DEY J, DEY M, LE TOURNEUX J. QCD-based relativistic Hartree-Fock calculations for identical quarks[J/OL]. *Physical Review D*, 1986, 34(7): 2104-2111. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.34.2104>. DOI: 10.1103/PhysRevD.34.2104.
- [65] MILLER M C, LAMB F K, DITTMANN A J, et al. PSR J0030+0451 Mass and Radius from NICER Data and Implications for the Properties of Neutron Star Matter[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2019, 887(1): L24. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ab50c5>. DOI: 10.3847/2041-8213/ab50c5.
- [66] RILEY T E, WATTS A L, BOGDANOV S, et al. A NICER View of PSR J0030+0451: Millisecond Pulsar Parameter Estimation[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2019, 887(1): L21. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ab481c>. DOI: 10.3847/2041-8213/ab481c.
- [67] RILEY T E, WATTS A L, RAY P S, et al. A NICER View of the Massive Pulsar PSR J0740+6620 Informed by Radio Timing and XMM-Newton Spectroscopy[J/OL]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2021, 918(2): L27. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ac0a81>. DOI: 10.3847/2041-8213/ac0a81.
- [68] MILLER M C, LAMB F K, DITTMANN A J, et al. The Radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton Data[J/OL]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2021, 918(2): L28. <http://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ac089b>. DOI: 10.3847/2041-8213/ac089b.

- [69] PENG G X, CHIANG H C, ZOU B S, et al. Thermodynamics, strange quark matter, and strange stars[J/OL]. *Physical Review C*, 2000, 62(2): 025801. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.62.025801>. DOI: 10.1103/PhysRevC.62.025801.
- [70] WEN X J, ZHONG X H, PENG G X, et al. Thermodynamics with density and temperature dependent particle masses and properties of bulk strange quark matter and strangelets[J]. *Physical Review C*, 2005, 72(1): 015204.
- [71] RICHARDSON J L. The heavy quark potential and the J/ψ systems[J]. *Physics Letters B*, 1979, 82(2): 272-274.
- [72] KAPUSTA J I. Infrared properties of quark gas[J]. *Physical Review D*, 1979, 20(4): 989.
- [73] BAGCHI M, RAY S, DEY M, et al. Compact strange stars with a medium dependence in gluons at finite temperature[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2006, 450(2): 431-435. DOI: 10.1051/0004-6361:20053732.
- [74] HATSUDA T, KUNIHIRO T. QCD phenomenology based on a chiral effective Lagrangian[J/OL]. *Physics Reports*, 1994, 247(5): 221-367. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157394900221>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(94\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0370-1573(94)90022-1).
- [75] BEDAQUE P, STEINER A W. Sound Velocity Bound and Neutron Stars[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(3): 031103. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.031103>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.031103.
- [76] HORVATH J E, LUGONES G. Self-bound CFL stars in binary systems: Are they “hidden” among the black hole candidates?[J/OL]. *A&A*, 2004, 422(1): L1-L4. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20040180>.
- [77] KOVÁCS Z, CHENG K S, HARKO T. Thin accretion discs around neutron and quark stars[J/OL]. *A&A*, 2009, 500(2): 621-631. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/200811412>.
- [78] WEISSENBORN S, SAGERT I, PAGLIARA G, et al. QUARK MATTER IN MASSIVE COMPACT STARS[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2011, 740(1): L14. <http://dx.doi.org/10.1088/2041-8205/740/1/L14>. DOI: 10.1088/2041-8205/740/1/L14.
- [79] RODRIGUES H, DUARTE S B, de OLIVEIRA J C T. MASSIVE COMPACT STARS AS QUARK STARS[J/OL]. *The Astrophysical Journal*, 2011, 730(1):

31. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/730/1/31>. DOI: 10.1088/0004-637x/730/1/31.
- [80] FLORES C V, LUGONES G. Constraining color flavor locked strange stars in the gravitational wave era[J/OL]. *Physical Review C*, 2017, 95(2): 025808. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.95.025808>. DOI: 10.1103/PhysRevC.95.025808.
- [81] XIA C J, XUE S S, XU R X, et al. Supercritically charged objects and electron-positron pair creation[J/OL]. *Physical Review D*, 2020, 101(10): 103031. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.101.103031>. DOI: 10.1103/PhysRevD.101.103031.
- [82] IIDA K, FUJIE T. On the Stability of Giant Nuclei in Supernova Matter with Respect to Deconfinement[M/OL] // *JPS Conference Proceedings: Proceedings of the 15th International Symposium on Origin of Matter and Evolution of Galaxies (OMEG15)*: vol. 31. [S.l.]: Journal of the Physical Society of Japan, 2020. <https://doi.org/10.7566/JPSCP.31.011057>. DOI: doi:10.7566/JPSCP.31.011057
- [83] WEN X J, LI J Y, LIANG J Q, et al. Medium effects on the surface tension of strangelets in the extended quasiparticle model[J/OL]. *Physical Review C*, 2010, 82(2): 025809. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.82.025809>. DOI: 10.1103/PhysRevC.82.025809.
- [84] XIA C J, PENG G X, SUN T T, et al. Interface effects of strange quark matter with density dependent quark masses[J/OL]. *Physical Review D*, 2018, 98(3): 034031. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.034031>. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.034031.
- [85] OGANESSIAN Y T, ABDULLIN F S, ALEXANDER C, et al. Production and Decay of the Heaviest Nuclei $^{293,294}117$ and $^{294}118$ [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(16): 162501. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.162501>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.162501.
- [86] WANG M, AUDI G, KONDEV F G, et al. The AME2016 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references[J/OL]. *Chinese Physics C*, 2017, 41(3): 030003. <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/41/3/030003>. DOI: 10.1088/1674-1137/41/3/030003.

- [87] SCHUTZ B. A First Course in General Relativity[M/OL]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. <https://www.cambridge.org/core/books/first-course-in-general-relativity/3805425203DD91A7436EF6E5F2082263>. DOI: DOI:10.1017/CBO9780511984181.
- [88] SCHUTZ B F. Gravitational waves on the back of an envelope[J/OL]. American Journal of Physics, 1984, 52(5): 412-419. <https://doi.org/10.1119/1.13627>. DOI: 10.1119/1.13627.
- [89] AASI J, ABBOTT B P, ABBOTT R, et al. Advanced LIGO[J/OL]. Classical and Quantum Gravity, 2015, 32(7): 074001. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/32/7/074001>. DOI: 10.1088/0264-9381/32/7/074001.
- [90] ACERNESE F, AGATHOS M, AGATSUMA K, et al. Advanced Virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector[J/OL]. Classical and Quantum Gravity, 2014, 32(2): 024001. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/32/2/024001>. DOI: 10.1088/0264-9381/32/2/024001.
- [91] SOMIYA K. Detector configuration of KAGRA – the Japanese cryogenic gravitational-wave detector[J/OL]. Classical and Quantum Gravity, 2012, 29(12): 124007. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/29/12/124007>. DOI: 10.1088/0264-9381/29/12/124007.
- [92] GROTE H. The GEO 600 status[J/OL]. Classical and Quantum Gravity, 2010, 27(8): 084003. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/27/8/084003>. DOI: 10.1088/0264-9381/27/8/084003.
- [93] UNNIKRISHNAN C S. IndIGO AND LIGO-INDIA: SCOPE AND PLANS FOR GRAVITATIONAL WAVE RESEARCH AND PRECISION METROLOGY IN INDIA[J/OL]. International Journal of Modern Physics D, 2013, 22(01): 1341010. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218271813410101>. DOI: 10.1142/s0218271813410101.
- [94] ABBOTT B P, ABBOTT R, ADHIKARI R, et al. LIGO: the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory[J/OL]. Reports on Progress in Physics, 2009, 72(7): 076901. <http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/72/7/076901>. DOI: 10.1088/0034-4885/72/7/076901.
- [95] FRICKE T T, SMITH-LEFEBVRE N D, ABBOTT R, et al. DC readout experiment in Enhanced LIGO[J/OL]. Classical and Quantum Gravity, 2012, 29(6):

065005. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/29/6/065005>. DOI: 10.1088/0264-9381/29/6/065005.
- [96] COLLABORATION L S, VIRGO C, ABBOTT B P, et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6): 061102. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.061102>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102.
- [97] SATHYAPRAKASH B S, SCHUTZ B F. Physics, Astrophysics and Cosmology with Gravitational Waves[J/OL]. *Living Reviews in Relativity*, 2009, 12(1): 2. <https://doi.org/10.12942/lrr-2009-2>. DOI: 10.12942/lrr-2009-2.
- [98] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, et al. A guide to LIGO–Virgo detector noise and extraction of transient gravitational-wave signals[J/OL]. *Classical and Quantum Gravity*, 2020, 37(5): 055002. <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6382/ab685e>. DOI: 10.1088/1361-6382/ab685e.
- [99] BUIKEMA A, CAHILLANE C, MANSELL G L, et al. Sensitivity and performance of the Advanced LIGO detectors in the third observing run[J/OL]. *Physical Review D*, 2020, 102(6): 062003. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.062003>. DOI: 10.1103/PhysRevD.102.062003.
- [100] CUTLER C, FLANAGAN É E. Gravitational waves from merging compact binaries: How accurately can one extract the binary’s parameters from the inspiral waveform?[J/OL]. *Physical Review D*, 1994, 49(6): 2658-2697. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.49.2658>. DOI: 10.1103/PhysRevD.49.2658.
- [101] MOORE C J, COLE R H, BERRY C P L. Gravitational-wave sensitivity curves[J/OL]. *Classical and Quantum Gravity*, 2014, 32(1): 015014. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/32/1/015014>. DOI: 10.1088/0264-9381/32/1/015014.
- [102] PATI M E, WILL C M. Post-Newtonian gravitational radiation and equations of motion via direct integration of the relaxed Einstein equations: Foundations[J/OL]. *Physical Review D*, 2000, 62(12): 124015. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.62.124015>. DOI: 10.1103/PhysRevD.62.124015.
- [103] BLANCHET L. Gravitational Radiation from Post-Newtonian Sources and Inspiralling Compact Binaries[J/OL]. *Living Reviews in Relativity*, 2006, 9(1): 4. <https://doi.org/10.12942/lrr-2006-4>. DOI: 10.12942/lrr-2006-4.

- [104] BUONANNO A, IYER B R, OCHSNER E, et al. Comparison of post-Newtonian templates for compact binary inspiral signals in gravitational-wave detectors[J/OL]. *Physical Review D*, 2009, 80(8): 084043. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.084043>. DOI: 10.1103/PhysRevD.80.084043.
- [105] VINES J, FLANAGAN É É, HINDERER T. Post-1-Newtonian tidal effects in the gravitational waveform from binary inspirals[J]. *Physical Review D*, 2011, 83(8): 084051.
- [106] WADE L, CREIGHTON J D, OCHSNER E, et al. Systematic and statistical errors in a bayesian approach to the estimation of the neutron-star equation of state using advanced gravitational wave detectors[J]. *Physical Review D*, 2014, 89(10): 103012.
- [107] BERNUZZI S, NAGAR A, DIETRICH T, et al. Modeling the Dynamics of Tidally Interacting Binary Neutron Stars up to the Merger[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(16): 161103. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.161103>. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.161103.
- [108] USMAN S A, NITZ A H, HARRY I W, et al. The PyCBC search for gravitational waves from compact binary coalescence[J/OL]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(21): 215004. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/33/21/215004>. DOI: 10.1088/0264-9381/33/21/215004.
- [109] CANNON K, CAUDILL S, CHAN C, et al. GstLAL: A software framework for gravitational wave discovery[J/OL]. *SoftwareX*, 2021, 14: 100680. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S235271102100025X>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.softx.2021.100680>.
- [110] CUTLER C, FLANAGAN É E. Gravitational waves from merging compact binaries: How accurately can one extract the binary's parameters from the inspiral waveform?[J/OL]. *Physical Review D*, 1994, 49(6): 2658-2697. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.49.2658>. DOI: 10.1103/PhysRevD.49.2658.
- [111] VEITCH J, RAYMOND V, FARR B, et al. Parameter estimation for compact binaries with ground-based gravitational-wave observations using the LALInference software library[J]. *Physical Review D*, 2015, 91(4): 042003.
- [112] THRANE E, TALBOT C. An introduction to Bayesian inference in gravitational-wave astronomy: Parameter estimation, model selection, and hierarchical models[J/OL]. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2019, 36: e010.

- <https://www.cambridge.org/core/article/an-introduction-to-bayesian-inference-in-gravitational-wave-astronomy-parameter-estimation-model-selection-and-hierarchical-models/D459F61D8C37F0BEF86D60F42A418304>. DOI: 10.1017/pasa.2019.2.
- [113] HERNANDEZ VIVANCO F, SMITH R, THRANE E, et al. A scalable random forest regressor for combining neutron-star equation of state measurements: a case study with GW170817 and GW190425[J/OL]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020, 499(4): 5972-5977. <https://doi.org/10.1093/mnras/staa3243>. DOI: 10.1093/mnras/staa3243.

攻读学位期间发表（或录用）的学术论文

- [1] GW190814: Circumstantial Evidence for Up-Down Quark Star, Zheng Cao, Lie-Wen Chen, Peng-Cheng Chu, Ying Zhou, arXiv:2009.00942.
- [2] Bayesian inference of quark star properties using the GW170817 and GW190425 data in a confining quark matter model, Zheng Cao, Peng-Cheng Chu, Ang Li, Zhi-Qiang Miao, and Lie-Wen Chen, in preparation.

致 谢

本文是在陈列文老师悉心指导下完成的。陈老师学识渊博，我的疑惑总能在与陈老师的讨论中得到解答。对于物理图像，陈老师有清晰的认识，总能逻辑严谨地指出我的问题所在。陈老师对科研一丝不苟、精益求精的态度，也一直影响着我。我虽然是硕士，但是陈老师仍然像对待组内博士生一样关心我，这令我十分感激。

感谢物理与天文学院的老师们。丁国辉老师的高等量子力学、孙弘老师的高等分析力学与电动力学、赵玉民老师的原子核理论、杨海军和陈列文老师的粒子物理与原子核物理、高俊老师的群论，这些课程都为我的今后的研究工作打下了坚实的基础。感谢贺刚老师和薛颖老师在行政上提供的帮助。

硕士期间的生活当然少不了同学们的帮助。非常感谢我的师兄，青岛理工的初鹏程教授。可以说初教授是我的第二导师，读研期间我经常和他讨论，一些比较细节的问题，他都会给我仔细解答。感谢已经毕业的张振师兄、王睿师兄、周颖师姐、普洁师姐，还有在读的李帆、黄旭润、王斯沛、岳侗钢、白济民，博后杨志栋师兄，有了他们我的硕士生活才丰富多彩。感谢我的同桌孙进同学，与他的交流总是让我感到快乐。

感谢厦门大学缪志强同学在引力波贝叶斯分析方面提供的帮助，与他的讨论让我少走了很多弯路。感谢李政道研究所的查帅博士，查帅博士在国外系统地学习过引力波方面的知识，与他关于引力波的讨论让我受益匪浅。感谢李政道研究所的朱镇宇博士，他目前主要从事双夸克星并合模拟，能遇到做夸克星的同行也是乐事一件。感谢东南大学的张乃波副教授，和他关于中子星方面的讨论解决了我很多问题。感谢山东大学威海分校的同学们。感谢在科大读研的李钊同学，他邀请我参加引力波会议，与他在引力波理论方面的讨论也解决了我许多困惑。特别感谢我的本科舍友王旭东同学。我刚接触核物理时，王旭东同学给予了我很多帮助，从核物理理论到编程实现，他都是我学习的榜样。

最后，我想感谢我的父母。从小到大，他们一直把我带在身边，养育之恩，无以为报，我爱你们。