

申请上海交通大学博士学位论文

投影壳模型对丰中子核及原子核同核异能态的结构研究

论文作者 杨迎春

学 号 0080729001

指导教师 孙扬教授

专 业 理论物理

答辩日期 2011-5-20

Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of doctor
in physics

Structure study of neutron-rich nuclei and nuclear isomer by using projected shell model

Yingchun Yang

Supervisor:

Prof. Yang Sun

Depart of physics
Shanghai Jiao Tong University

May, 2011

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名： 杨迎春

日期：2011年5月20日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ，在___年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密 。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名: 杨迎春

指导教师签名: 孙伟

日期: 2011年5月20日

日期: 2011年5月20日

投影壳模型对丰中子核及原子核同核异能态的结构研究

摘 要

由于近年来放射性核束及 γ 探测装置在原子核实验上的应用,使人们探索极端条件下的原子核结构成为可能。同时,对核天体物理的研究也首先必须揭示丰中子、丰质子区的不稳定原子核的性质。受此驱动,我们采用投影壳模型研究了当前核物理的前沿课题之一:丰中子核结构与同核异能态结构。

投影壳模型从形变Nilsson单粒子态出发,通过BCS方法来处理对力,这样就形成了一个Nilsson+BCS的形变准粒子基。然后将角动量投影应用到该准粒子形变基上,最终得到一个投影的准粒子形变基。在此投影基下对角化哈密顿量得到系统的能量和本征函数。投影壳模型适合于包括偶偶核、奇质量核及奇奇核在内的形变原子核结构计算,具有组态空间小、运行速度快和适用范围广等优点。

本论文的理论研究紧密结合当前国际上核物理实验的研究热点。我们对 $A = 60$ 和 160 质量区的丰中子原子核进行了直到高自旋($I = 20\hbar$)的计算。在 $A = 60$ 质量区,我们对丰中子核Cr与Fe从中子数 $N = 30$ 到 44 的同位素进行了研究。讨论集中在晕谱、转动惯量和电磁性质($B(E2)$, g -factor)上,通过在计算中引入中子 $g_{9/2}$ 轨道,我们成功地解释了晕谱和 $B(E2)$ 的反常现象,揭示了 $N \approx 40$ 同位素核的晕态附近软的特性并预言了 $^{66,68}\text{Fe}$ 中存在低能量的高 K 同核异能带。对于奇质量Cr核,我们主要探讨了 $9/2^+$ 同核异能态及其相应的转动带的本质,研究表明 $9/2^+$ 同核异能态具有长椭球形变,主要成分为 $K = 1/2[440]$ Nilsson轨道。对于 $A = 160$ 质量区,我们对大形变丰中子偶偶核Nd和Sm从中子数 $N = 94$ 到 100 的同位素以及奇质量核的一个代表 ^{159}Sm 进行了系统的研究。我们给出了所研究核的基带和边带能级,并讨论了其中负宇称 2 准粒子同核异能态及基于其上的转动带结构,还预言了一些质子 2 准粒子和中子 2 准粒子同核异能带。同时也预言了 ^{159}Sm 中的两个基于中子 1 准粒子的新转动带。

投影壳模型对上述两个丰中子核区原子核的系统计算尚属首次,计算近乎

完美的再现实验数据，表明了投影壳模型对于描述不稳定核区的适用性，从而极大地推广了投影壳模型在核结构理论研究中的应用范围。

关键词： 投影壳模型 原子核形变 丰中子核 同核异能态

Structure study of neutron-rich nuclei and nuclear isomer by using projected shell model

ABSTRACT

Due to the recent application of radioactive ion beam and advanced γ detecting device in nuclear experiments, it becomes possible to study the structure of nuclei under extreme conditions. Furthermore, to study Nuclear Astrophysics which is one of the current frontier topics in nuclear physics, one must reveal the property of unstable nuclei in the neutron-rich and proton-rich regions. Motivated by these, we apply the projected shell model (PSM) to study some neutron-rich nuclei and the relevant nuclear isomer structure.

The PSM begins with deformed Nilsson single-particle states, and the pairing correlations are incorporated into these states by a BCS calculation. Thus the Nilsson-BCS calculation defines a deformed quasiparticle (qp) basis on which the PSM is based. Then angular-momentum projection is carried out on those multi-qp states to form a projected basis. Finally a two-body shell model Hamiltonian is diagonalized in this projected space, from which we get the eigenvalues and wave functions. The PSM has some advantages such as the use of a small configuration space, fast computation process, and wide application domain. It can be applied to most deformed nuclei including even-even, odd-mass, and odd-odd nuclei.

The theoretical studies in this thesis have a close connection with the current nuclear physical experiments. We perform PSM calculations for neutron-rich nuclei in the mass $A = 60$ and 160 region up to high spins ($I = 20\hbar$). In the $A = 60$ mass region, we study systematically the structure of Cr and Fe isotopes with neutron number from 30 to 44. Discussions focus on the character of the yrast spectra, moments of inertia, and electromagnetic properties (B(E2), g-factor). By including the neutron $g_{9/2}$ orbital in our calculation, we successfully interpret the irregularities found in the yrast spectra and B(E2) values. Our study reveals a soft property near the ground state

of $N \approx 40$ isotopes and predicts low-lying high- K isomeric band in $^{66,68}\text{Fe}$. For the odd-mass neutron-rich Cr, the nature of the $9/2^+$ isomeric state and the associated rotational band are interpreted to have a main component of the $K = 1/2[440]$ Nilsson state with prolate deformation. In the $A = 160$ mass region, the strongly-deformed neutron-rich, even-even Nd and Sm isotopes with neutron number from 94 to 100 and the odd-mass ^{159}Sm (as a representative example for the odd-mass isotopes) are studied. We present the ground band and side band energies for each isotope studied in this mass region. The emphasis is given to rotational bands based on various negative-parity 2-qp isomers. Our calculations further predict several proton 2-qp and neutron 2-qp isomeric bands. Meantime, new bands in ^{159}Sm based on neutron 1-qp are also predicted.

The systemic calculations for these nuclei are carried out for the first time in PSM. A nearly perfect agreement between the PSM calculations and experiment indicates that the PSM is suitable for description of unstable nuclei, which extends greatly the application domain of the PSM in the nuclear structure study.

KEY WORDS: projected shell model, nuclear deformation, neutron-rich nuclear, nuclear isomer

目 录

摘要	i
ABSTRACT	iii
目录	v
插图索引	xiii
表格索引	xiii
第一章 引言	1
1.1 当前核物理的前沿热点课题	1
1.1.1 热点之一—远离稳定线核素的研究	2
1.1.2 热点之二—同核异能态研究	3
1.1.3 热点之三—探索超重核稳定岛	4
1.1.4 热点之四—宇宙中核合成问题：超新星爆发机制研究	5
1.2 本文选题及意义	6
第二章 原子核结构模型	9
2.1 早期模型及其发展	9
2.2 壳模型及其发展	11
2.3 平均场理论	13
2.4 投影壳模型的产生	14
第三章 投影壳模型理论	17
3.1 形变准粒子基—Nilsson+BCS内禀态	17
3.1.1 形变Nilsson单粒子态	17

3.1.2	对力的处理—BCS方法	18
3.2	角动量投影算符	20
3.3	投影壳模型的数学框架	22
3.4	哈密顿量的选择	25
第四章	丰中子核Cr同位素结构的系统研究	29
4.1	Cr偶偶核结构的系统研究	29
4.1.1	形变单粒子态	29
4.1.2	偶偶核晕带能级	32
4.1.3	转动惯量	34
4.1.4	能带图及讨论	34
4.2	Cr奇中子同位素结构研究	38
4.2.1	关于 $9/2^+$ 带本质的已有探索	38
4.2.2	实验奇Cr核的转动惯量及球壳模型的计算结果	39
4.2.3	投影壳模型对奇质量Cr核的 $9/2^+$ 同核异能态结构的研究	41
4.3	本章小结	46
第五章	丰中子核Fe同位素结构的系统研究	47
5.1	形变单粒子态	47
5.2	Fe同位素晕带能级图	48
5.3	转动惯量	48
5.4	能带图	51
5.5	电四极跃迁	54
5.6	负宇称低 K 带及理论预言的高 K 同核异能带	56
5.7	正宇称带 $K^\pi = 6^+$ 的结构分析	57
5.8	基带附近的软特性	58
5.9	形状共存	60
5.10	本章小结	62

第六章 稀土核Sm和Nd同位素K同核异能态的结构研究	65
6.1 形变单粒子态	65
6.2 投影准粒子组态和组态混合	67
6.3 计算能级及与现有实验数据的比较	69
6.3.1 ^{154}Nd	70
6.3.2 ^{156}Nd	71
6.3.3 ^{158}Nd 与 ^{160}Nd	72
6.3.4 ^{156}Sm	74
6.3.5 ^{158}Sm	76
6.3.6 ^{160}Sm 与 ^{162}Sm	76
6.4 沿着晕带的转动结构分析	77
6.4.1 转动惯量	78
6.4.2 电磁跃迁	79
6.5 对奇中子核 ^{159}Sm 的结构研究	82
6.5.1 投影准粒子组态和组态混合	83
6.5.2 计算能级	83
6.5.3 电磁跃迁	85
6.6 本章小结	86
第七章 总结和展望	89
附录 A 不同主壳下各种NILSSON形变单粒子态的标记	91
附录 B BCS波函数的求解	97
附录 C D函数及d函数的性质及相关公式	101
附录 D 投影壳模型本征值方程的解	105
参考文献	107
攻读博士学位期间发表和录用的学术论文目录	125

表格索引

4-1	Cr同位素核计算中采用的形变参数(ϵ_2)	32
4-2	Cr同位素的中子和质子2准粒子组态	34
4-3	^{59}Cr 中 $9/2^+$ 态的计算激发能(以MeV为单位)、光谱四极矩 Q_s (单位 $e\text{ fm}^2$)以及通过假定 $K = 1/2$ 或 $9/2$ 的约化四极形变 β 。作为比较,同时给出了 $9/2^+$ 态的实验能级[38]。	40
5-1	Fe同位素核计算中采用的四极和十六极形变参数.	48
6-1	Nd和Sm同位素核计算中采用的四极和十六极形变参数.	67
A.1	$N = 1$ 时, Nilsson单粒子态标记	92
A.2	$N = 2$ 时, Nilsson单粒子态标记	92
A.3	$N = 3$ 时, Nilsson单粒子态标记	92
A.4	$N = 4$ 时, Nilsson单粒子态标记	93
A.5	$N = 5$ 时, Nilsson单粒子态标记	93
A.6	$N = 6$ 时, Nilsson单粒子态标记	94
A.7	$N = 7$ 时, Nilsson单粒子态标记	95

插图索引

1-1	核素图	2
4-1	Cr同位素的质子(a)和中子(b)Nilsson图.	31
4-2	$^{54-68}\text{Cr}$ 理论计算的晕带能级(细实线)与实验数据(红点)的比较。数据取自[41] (^{54}Cr), [42] ($^{56,58,60}\text{Cr}$), [33] (^{62}Cr), 和[32] (^{64}Cr)..	33
4-3	理论计算的偶偶核 $^{54-68}\text{Cr}$ 的晕带转动惯量(实心方框)与已有的实验数据(实心圆)的比较, 注意: 空心圆代表实验数据不确定。这些实验数据摘自参考文献[41] (^{54}Cr), [42] ($^{56,58,60}\text{Cr}$), [33] (^{62}Cr), 和[32] (^{64}Cr)..	33
4-4	$^{54,56}\text{Cr}$ 的理论带图。这里给出的是重要的组态, 表4-2给出了这些组态的解释。注意: 为清楚起见, 图中仅绘出了偶自旋态以避免曲线中出现奇偶自旋态间强烈的锯齿形为。	35
4-5	与图4-4同, 不过这里是 $^{58,60,62}\text{Cr}$ 的带图。	36
4-6	与图4-4相同, 不过是 $^{64,66,68}\text{Cr}$ 的带图。	37
4-7	奇质量核 $^{55,57,59}\text{Cr}$ 与 ^{61}Fe 的 $9/2^+$ 带转动惯量的实验值, 数据取自文献[133] (^{55}Cr), [125] (^{57}Cr), [126] (^{59}Cr), 以及[43] (^{61}Fe)..	40
4-8	^{59}Cr 的计算能带图, 其中, (a)表示通过假设形变为 $\epsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状得到的能带图; (b)表示形变为 $\epsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状得到的能带图。	41
4-9	通过在(a)与(c)中假定长椭球形状($\epsilon_2 = +0.23$)及(b)与(d)中假定扁椭球形状($\epsilon_2 = -0.16$), 我们对 ^{59}Cr 的 $9/2$ 转动带的转动惯量和 $B(E2)$ 进行了比较。同时在(a)与(c)中给出了壳模型计算[50]结果并在(a)中给出了唯一的实验结果	43
4-10	通过假定形变为 $\epsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状和形变为 $\epsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状, 我们对 ^{59}Cr 计算得到的g因子值进行了比较。	45
5-1	Fe同位素的质子(a)和中子(b)Nilsson图.	49

5-2	$^{58-68}\text{Fe}$ 的理论计算的晕带能级(细实线)与实验数据(红点)的比较。数据取自[43] (^{58}Fe), [130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe), 以及[35] ($^{66,68}\text{Fe}$)。	50
5-3	$^{58-68}\text{Fe}$ 的晕带计算转动惯量与实验数据的比较。数据取自[43] (^{58}Fe), [130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe), 以及[35] ($^{66,68}\text{Fe}$)。	50
5-4	^{62}Fe 的正宇称态理论能带图。注意, 为了清楚地解释物理, 这里仅绘出了偶自旋态以避免奇偶自旋态之间的锯齿曲线。	52
5-5	与图5-4一样, 不过这里是 ^{58}Fe 情形。注意, fp 壳的中子2准粒子态(标记为 ν 2-qp $K = 1(fp)$)开始于一个较低的约为2 MeV 的能量, 而来自于 $g_{9/2}$ 轨道的中子2准粒子态(标记为 ν 2-qp $K = 1(g)$)却开始于一个约5.5 MeV的高能量。然而, 后者却在经过几个自旋之后能够变低且与基带(标记为0-qp $K = 0$)在自旋为6处发生交叉, 交叉以后其能量成为最低。	53
5-6	$^{58-68}\text{Fe}$ 晕带的计算 $B(E2)$ 值(单位为W.u.)。实验上测到的 ^{58}Fe 的 $B(E2, 2 \rightarrow 0)$ 取自ENSDF, 见网址 http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/	54
5-7	投影壳模型计算与文献[46]中Caurier等的两个球壳模型计算的 $^{58-68}\text{Fe}$ 的理论 $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ 值的比较。Caurier等的 $B(E2)$ 值是从参考文献[46]中取出并将单位由 $e^2 fm^4$ 转换成W.u.而重新绘制的。为了比较, 也给出了关于 ^{58}Fe 的唯一的实验值(取自ENSDF, 网址为: http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/).	55
5-8	$^{58-68}\text{Fe}$ 的计算负宇称2准粒子带及其与已有实验数据的比较。(实验数据取自[130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe)). 在 $^{66,68}\text{Fe}$ 中, 预言了低能高 K 同核异能带	56
5-9	$^{58-68}\text{Fe}$ 的预言的 $K^\pi = 6^+$ 带, 带头 $I = 6$ 态的数据取自[43] (^{58}Fe)和[130] (^{60}Fe). 相应晕带的低自旋部分也被绘出	58
5-10	^{66}Fe 的低自旋态角动量投影位能面计算曲线(实线), 代表了 $N = 40$ 附近Fe同位素。作为比较, 同时给出了没有投影的位能面(虚线)。	59
5-11	^{60}Fe 的低自旋态角动量投影位能面计算(实线), 代表了本章所研究的较轻的Fe同位素。作为比较, 同时给出了没有投影的位能面计算(虚线)。	60

第一章 引言

核物理学的开端要追溯到1896年贝克勒耳对天然放射现象的发现（因此与居里夫妇分享了1903年的诺贝尔物理奖），但原子核物理作为一门学科的诞生则应该归因于100年前著名的卢瑟福 α 粒子散射实验。 α 粒子的大角度散射证实了原子的有核模型，从而将原子结构的研究引入了正确的轨道。与此同时，探索原子核内部性质的研究也拉开了帷幕。不过直到1932年查德威克在卢瑟福实验室发现了中子（因此获1935年诺贝尔物理学奖）才使得原子核的组成问题得到解决—即原子核是一个由质子和中子组成的强相互作用量子多体系统。从此，人们开始了对原子核结构的漫长探索。由于原子核这个多体系统在核力作用方面的复杂性，时至今日，仍未建立起一个统一的理论。但是，核物理学家创立了许多有用的模型[1, 2]以及发展了一套实验核物理方法。本章将介绍当前核物理研究的前沿课题及本论文的选题。

1.1 当前核物理的前沿热点课题

原子核结构研究一直是核物理的中心课题。理论核物理学家曾预言，人们有可能观测到约8000个原子核，而我们知道，自然界存在的稳定核素只有不到300种，其余都是不稳定核素，都要靠人工来合成。在图1-1所示的核素图中，横坐标为中子数 N ，纵坐标为质子数 Z ，中间黑色狭长区域为稳定核素，其余为不稳定核素。稳定核素区域（稳定谷）的中心线称为 β 稳定线。当质量数 $A \leq 40$ 时， β 稳定线近似为直线： $N/Z \approx 1$ ；当 $A \geq 40$ 时， $N/Z > 1$ 。稳定谷左上方的核素为丰质子核素，右下方的核素为丰中子核素。丰中子核可通过 β^- 衰变向稳定谷中心靠近，丰质子核则通过 β^+ 衰变趋向稳定线。迄今为止，科学家们已经合成的新核素约3000种[3-5]，还有大量未知核素等待人们去合成、鉴别和研究。下面分别将当今核结构研究中的几个前沿课题做一简要介绍。

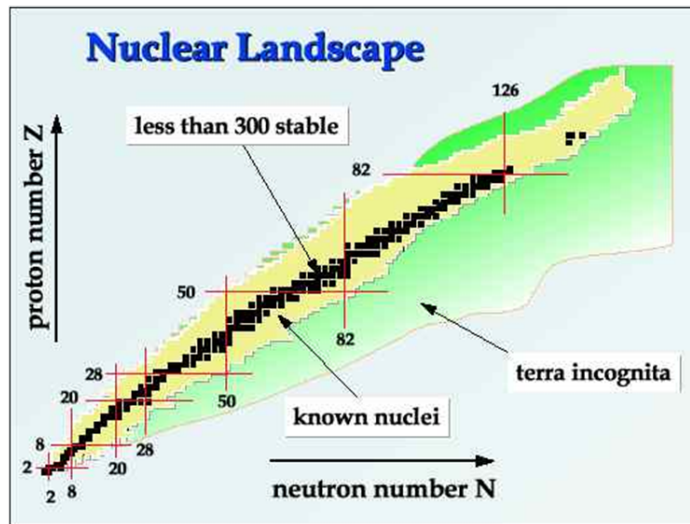


图 1-1 核素图

1.1.1 热点之一——远离稳定线核素的研究

近年来,德国GSI、法国GANIL和日本RIKEN的大型实验装置,以及我国兰州重离子加速器冷却储存环工程(HIRFL-CSR)的相继建成和投入使用,使得远离 β 稳定线的丰质子、丰中子核素(因其具有一些新的现象又被称为奇异核exotic nuclei)的研究成为可能。其中,我国兰州的HIRFL-CSR建成标志着我国在放射性束研究方面已经居于国际先进水平。HIRFL-CSR将放射性束与高品质重离子束技术相结合,具有束流能量范围宽(低、中能及高能低端)、束流种类多(短寿命丰中子、丰质子放射性核束,特别是远离稳定线的具有极短寿命的滴线核束,同核异能态核束以及高离化态重离子束)、束流品质高、准连续运行、能量可调等优点,为远离稳定线核、同核异能态核束的制备及超重元素的合成创造了技术条件。随着实验技术日新月异,有可能把原子核的研究范围推向更高的自旋态、更高的激发能和温度,或者更丰中子与丰质子核区。

对于远离稳定线核的研究有可能揭示传统幻数的消失和新幻数的产生这一新的重要物理现象。远离稳定区的丰中子原子核由于中子剩余从而使得各壳之间的作用较之稳定核发生了变化,这些变化有可能导致有些壳之间的相互作用减弱而另外一些壳之间的相互作用加强:当其中两个壳之间的相互作用加强因而能隙变大使得越过这个能隙比较困难时便会产生新的原子核幻数,反之当两个壳之间的相互作用减弱因而能隙变小时就会导致传统原子核幻数的消失,如

传统幻数 $N = 20$ 的消失[6-8]和新幻数 $N = 14, 16, 32$ 的产生[9-11]。而这些幻数的变化使得所有微观模型的出发点都可能需要重新探讨了。

另外, 远离稳定线的丰质子与丰中子核又分别与天体物理中的快质子俘获过程(rp过程)与快中子俘获过程(r过程)密切相关。研究[12]认为, 丰质子原子核一般通过X-射线爆中的快质子俘获过程而合成, 所以rp过程的核合成主要由原子核的质量和沿质子滴线附近原子核的 β 衰变率决定, 而这些物理量都和原子核的结构有关。另外, 宇宙中原子序数大于铁的丰中子重元素半数以上都是通过快中子俘获过程(r过程)合成的[13-17], 在r过程中, 中子俘获快于 β 衰变。而近中子滴线附近的丰中子核的合成必须在中子密度极高的情况如超新星爆发环境下才有可能发生。所以说, 远离 β 稳定线的丰中子核与丰质子核性质的研究与核天体物理中元素的合成相关, 对于揭示自然界元素的起源以及宇宙是如何从大爆炸开始演化等重大物理问题起着十分重要的作用。

1.1.2 热点之二—同核异能态研究

原子核同核异能态因其结构的丰富性和广阔的应用前景而成为核科学领域备受关注的热点。同核异能态(isomer)是寿命可测量的原子核激发态, 与普通激发态相比, 同核异能态具有寿命长(因而有可能用特殊实验方法较详细地并直接地研究它们的许多性质)、能量高(因而如何将储存于中的高能量释放出来成为人们十分关心的一个课题)的特点。

众所周知, 自然界中原子核的自发衰变有三种主要类型, 即 α 衰变、 β 衰变和 γ 衰变(跃迁)。前两类是粒子型衰变, 分别发射出 α 粒子和电子, 过程前后元素改变; 而后一种衰变是电磁辐射跃迁, 放出光子, 过程前后元素不变。原子核中绝大部分激发能级的寿命极短(约为 10^{-20} s的量级), 即一旦原子核被激发到这些能级上, 就会马上自发地通过 γ 跃迁退激而回到基态。这是由于这些跃迁是电磁跃迁的选择定律所允许的, 因此相应的跃迁概率非常大。但是对于原子核同核异能态就不一样了, 构成同核异能态的量子结构和构成那些普通能级的结构很不一样, 因此由同核异能态自发电磁跃迁概率就会很小, 也就是说, 同核异能态的半衰期就会很长。在极端情况下, 如果同核异能态和低能级态之间的跃迁被选择定律严格限制, 则跃迁被禁戒, 跃迁概率几乎为零, 原子核就会长期处于同核异能态上。如 ^{180}Ta 同核异能态, 它的基态通过 β 衰变(分支比14%)以及电子俘获(分支比86%)而衰变, 其半衰期约为8小时; 而在75KeV的激发能级有一

个极长寿命的同核异能态，其半衰期大于 10^{15} 年，比宇宙的年龄都要长，是已知的地球上唯一天然存在的原子核同核异能态。另一个典型的同核异能态是上世纪末报道的 ^{178}Hf 的 16^+ 能级[18]，因其具有2.445MeV的激发能和31年的半衰期而成为科学家们争相研究的对象[19–22]，可以想象如果能将储存于同核异能态中的能量释放出来，其应用前景不可估量。

随着探测条件的改善和发展，新的同核异能态数据不断涌现，这些同核异能态的结构、性质有待理论物理学家进一步研究。一般来讲，存在有三种同核异能态：1. 形状同核异能态(shape isomer)，如在一个具有形状共存的偶偶核 ^{72}Kr 中[23]，具有长椭球或扁椭球形状的能量最低态的宇称和自旋为 $I^\pi = 0^+$ ，一个激发的 0^+ 态可以通过一个电单极跃迁(E0)衰变到基态 0^+ ，而对于低激发能，这样的E0跃迁非常缓慢，于是这个激发的 0^+ 态就成为了一个寿命较长的形状同核异能态；2. 自旋同核异能态(spin isomer)，这类同核异能态的自旋与相邻基态的自旋值之间有很大差别，即 ΔI 很大，而 γ 跃迁概率随 ΔI 的增加急剧减小，导致其寿命较长，如 ^{98}Cd 中的一个 12^+ 态就是这样一个自旋同核异能态[24]；3. K 同核异能态(K -isomer)，这类同核异能态具有较高的 K 值(K 是角动量沿对称轴的分量)，与基态 K 值间隔 ΔK 较大，同样导致跃迁不容易发生，典型例子如上面提到的 ^{178}Hf 的 16^+ 同核异能态。

值得一提的是，同核异能态退激后直接到了稳定的基态，因此没有放射性，是一个干净的能源。为此各国纷纷投入大量人力、物力和财力去研究触发原子核同核异能态 γ 辐射。同核异能态不仅对研究核结构、核能源应用很重要，对核天体物理研究同样重要[20]。

1.1.3 热点之三—探索超重核稳定岛

图1-1所示的核素图中，如果把不稳定区域比作海洋，稳定核素存在的区域就好象是岛屿。理论核物理学家曾预言在已知核岛屿的顶端之外，即在不稳定区的 $Z \approx 114, 120, 126$, $N \approx 184, 172$ 附近还可能存在一个比现有核重得多的稳定的“超重核稳定岛”[25, 26]。科学家们以各种不同的方法探索原子核电荷和质量的上限，例如在实验上利用重离子加速器，通过重离子核反应合成超重核，在自然界寻找超重核，甚至包括对地球外样品的分析，但至今还没有得到十分肯定的结果。尽管如此，寻找超重核稳定岛仍然是一个非常有意义的重要课题。因为超重核稳定岛是根据原子核理论预言的，它的存在与否是对原子核理论的

一个严格检验。如果能发现超重核稳定岛, 不仅对核物理和核化学会产生重要影响, 而且对理解宇宙和恒星的结构及其演化也有十分重要的意义。

最近, 俄美科学家在俄罗斯杜布纳(Dubna)联合核子研究所(JINR)通过用 ^{48}Ca 轰击 ^{249}Bk 的裂变反应合成了科学家们近年来一直在寻找的第117号新元素[27], 填补了之前被发现的第116号和118号元素(目前为止合成的最重的元素)之间缺失的“一环”。117号新元素的重要发现标志着人类在进军超重原子核中又迈出了可喜的一步。在合成117号新元素的反应中得到了中子数为176和177的两种同位素即 $^{293}117$ 与 $^{294}117$, 通过测量到的衰变特性表明对于 $Z > 111$ 的丰中子重核来说, 其稳定性随着大的中子数($N \geq 172$)的增加而增加[27], 这与理论预言的说法相一致[28, 29]。

1.1.4 热点之四—宇宙中核合成问题: 超新星爆发机制研究

由上面介绍的丰中子和丰质子核的合成条件可以看出, 不稳定原子核结构研究与天体物理中的许多物理过程密切相关。宇宙中原子核的合成问题一直是个重大科学问题, 按照大爆炸核合成(Big Bang Nucleosynthesis, 简称为BBN)理论, 宇宙大爆炸时只合成了核素表中最前面的几种原子核—氢、氦、锂(原初核合成)而没有重核, 这缘于原初核合成中温度、密度随时间的急剧降低限制了核反应的发生以及质量数 $A = 5$ 和 $A = 8$ 时没有稳定的核素导致核反应链难以为继。除了大爆炸时合成的原初核, 我们生活的物质世界中绝大部分核素都是在恒星内部合成的。实验发现, 原子核的质量总是小于组成它的核子的质量和, 这表明自由核子结合成原子核的时候有能量释放出来, 所释放的能量称为原子核结合能, 可由爱因斯坦质能关系给出: $E = mc^2$, 其中 m 为结合时损失的质量。用结合能除以核子的数目, 得到的值叫作比结合能。若以核素质量作为横轴, 以比结合能作为纵轴, 我们得到的比结合能曲线中间高, 两头低。峰值大概在 ^{56}Fe 附近。说明中等质量的核素较轻、重核都要稳定。当比结合能小的核变成比结合能大的核, 就会释放能量。于是物理学家预言了两种核能利用的方式即重核的裂变(原子弹的原理)及轻核聚变(氢弹的原理)。

原子序数小于铁(包括铁)的原子核是通过恒星中的热核燃烧发生熔合反应合成的, 当恒星温度足够高时, 带电粒子间可以克服库仑势垒而发生熔合核反应, 从最轻的H和He开始逐渐熔合形成较重的原子核。但聚变到铁就会停止的(铁的比结合能最大), 所以对于原子序数大于铁的原子核则主要靠中子俘获

反应来合成[30],这需要有中子丰富的环境才行,而大量中子只有在超新星爆发那样剧烈的过程中才会产生。所谓超新星爆发是指大质量恒星演化的最后阶段,即当上述的一系列轻核熔合反应结束后,熔合反应释放的能量形成的向外压力随即消失,于是巨大的引力作用将导致恒星迅猛地坍缩,从而使其内部的密度和温度急剧升高,最后以猛烈的爆发结束其一生,同时把大量含有重元素的恒星物质抛向空间,甚至可造成整个星体瓦解,这就是通常所说的超新星爆发。因此超新星爆发在产生宇宙中的重元素方面扮演着重要角色。或者说,没有超新星的爆发,就不能产生重元素,当然一切现存生物(包括我们人类本身)也就不存在了。另外,在许多超新星塌缩过程中占据原子核绝大部分成分的丰中子核也占据电子俘获率的主要成分。天体模拟表明[31],这些俘获率对中心塌缩轨道及反射中心特性有很大影响,从而能够帮助理解超新星爆发的中心塌缩机制。因此,在作出理论预言之前,那些能够提供详细验证丰中子核的低能态俘获率描述的理论模型非常重要,同时也严格地限制了核模型的选择。所以超新星爆发机制的研究是当今科学界的一个热点同时也是一个交叉学科课题。

1.2 本文选题及意义

本文在认真分析当前核结构前沿课题的基础上,利用原子核结构模型—投影壳模型对研究大形变核、远离稳定区中重核的优势,将其应用推广至远离稳定区的丰中子核,对这些核作了系统计算,并分析了其中的同核异能态结构。涉及的核区包括 $A = 60$ 质量区和稀土区。我们运用投影壳模型计算了所研究原子核的晕带及低激发带的能谱、转动惯量、跃迁概率以及 g 因子等,分析了其中的高 K 同核异能态结构。研究的主要内容如下:

一、丰中子核Cr与Fe的系统研究

当今丰中子核结构研究的热点之一是讨论在中子数为 $N \approx 40$ 的丰中子 pf 壳原子核集体性的加强。人们已经找到在质子幻数 $Z=28$ 附近的一些同位素链如, Cr($Z = 24$) [32, 33], Fe($Z = 26$) [34–36], 和 Zn($Z = 30$) [37]极低的第一个 2^+ 能量以及 2^+ 到基态的强 $E2$ 跃迁的有力证据。这些数据支持了早期的提法-即在接近 $N=40$ 附近,原子核呈现出集体性的增强[38–40]。

最近, Gade等[32]报道了他们通过 ^9Be 的诱发非弹性散射对于丰中子同位素 ^{64}Cr 的成功观测实验,这是在 $N = 40$ 子壳附近对Cr同位素所获得的第一个谱学数据,而对于较轻的Cr同位素的数据以前就有了[33, 41, 42]。近来关于Fe同

位素的实验数据[34, 35, 43–45] 以及Fe附近核Ni和Cr同位素的实验数据表明中子数 $N < 40$ 时的中子轨道 $g_{9/2}$ 非常重要[46]。几乎所有已发表的实验文章都在解释他们的数据时对中子 $g_{9/2}$ 轨道进行了讨论。如Grzywacz等第一次指出他们新发现的具有 μs 寿命的同核异能态岛主要与占据中子 $g_{9/2}$ 轨道有关[38]。这些核的 2^+ 能量, 有时也有 4^+ 能量能够被采用 fp 模型空间的壳模型计算很好地再现。然而, 当能级高于 4^+ 态时, 在这些系统中就可以观测到结构的改变, 所以为了讨论这些结构的变化, 在计算中就需要包含高 j 轨道。 fp 模型空间的壳模型计算因此不再适用。

除了 fp 壳计算, 基于球形基的壳模型计算研究了中子 $fp g_{9/2}$ 壳区域的集体结构。研究 ^{68}Ni 和 ^{90}Zr [47]的幻数和集体性及 $N = 40$ 附近Ge同位素结构变化[48]的计算都表明了 $g_{9/2}$ 轨道占有重要性。尤其对高自旋来说, 激发到 fp 壳之上变得非常重要[42]。在完全 fp 空间中采用GXPFI1A相互作用[49]的壳模型计算很好地再现了实验低激发态数据, 但对于实验观测到的高自旋结构有较大的偏离。大型壳模型计算[46, 49, 50]成功地描述了丰中子核的低自旋光谱。例如对于Cr同位素, 将 $g_{9/2}$ 轨道包含在模型空间中的球形壳模型计算预言了 ^{62}Cr 第一个激发的 4^+ 能量[50], 后来为实验所证实[33]。还有超越平均场方法[51, 52]的应用, 这种方法可以很容易地处理大的模型空间。然而上述种种模型, 或者如球形壳模型空间不能允许足够多的价核子, 或者如形变壳模型中不能建立激发的准粒子组态, 所以这些模型都不适合于讨论高自旋物理。为此我们将应用投影壳模型[53]对该丰中子区域进行系统地研究。

二、稀土区丰中子核Nd和Sm同位素的系统研究

稀土区丰中子核的研究是当今核结构研究又一热点区。然而, 由于实验上的困难, 有关丰中子核的信息非常有限。稀土核区的丰中子核大都通过裂变实验产生。如丰中子Sm和Nd同位素, 可通过铀系元素的裂变来得到其高自旋光谱: 如 ^{252}Cf 的自发裂变[54–56]、 ^{235}U 的热中子诱发裂变[57]、 ^{238}U 的质子诱发裂变[58]以及朱胜江等[59]在早期采用 ^{252}Cf 的裂变得到的 $^{156,158}\text{Sm}$ 的转动带信息, 还有些关于裂变产生丰中子Nd同位素的例子[60, 61]。另外, 人们通过裂变实验产生丰中子核同位素的同时也可以从裂变产物中抽出有关原子核同核异能态的信息, 而同核异能态是当今核物理学的又一研究热点。就在最近, Simpson等[62]采用 ^{239}Pu 的热中子诱发裂变及 ^{252}Cf 的自发裂变, 研究了 $N \geq 94$ 的 $^{154,156}\text{Nd}$ 和 $^{156,158,160}\text{Sm}$ 的2准粒子同核异能态及基于他们的带。因此

我们有必要对上述Nd与Sm同位素核的结构做系统地研究。

对于稀土核,中子数 $N = 90$ 或 92 标记着一个总能量极小从球形改变为椭球的形状相变点[63, 64]。跃过这个相变点,中子数 $N \geq 94$ 的同位素具有很大的形变,一般具有四极形变 $\beta > 0.3$ 。这些丰中子原子核如文献[62]中研究的核都具有大的稳定的轴对称形变,这与各种理论模型对其基态性质的计算相一致[65–67]。人们期望在这种大形变核中,多准粒子 K 同核异能态会系统地出现。据我们所知,到目前为止还没有人对整个质量区进行微观计算从而系统地来研究这些核。除了用来解释实验数据的半经典准粒子转子模型之外[62],再有就是利用Gogny力的HFB理论[60]。在HFB方法中,计算得到的2准粒子能量与观察到的同核异能态的带头能做了比较,但是没有计算基于同核异能态的转动带[60]。这是因为,对于形变的HFB势,转动对称性被破坏了,因而HFB态不再是角动量的本征态。我们将要证明,这些大形变核的转动带非常适合应用投影壳模型。我们研究的重点是其中的偶偶核2准粒子同核异能态及奇核的1准粒子同核异能态。

各章具体内容安排如下:论文第二章为原子核结构模型概述;第三章详细介绍投影壳模型的理论框架;第四章与第五章对远离稳定区的丰中子Cr和Fe同位素进行了系统地研究,分析了其中的侵入轨道 $g_{9/2}$ 的重要性。第六章运用投影壳模型对稀土区核Nd和Sm同位素进行了系统的计算,分析了晕带结构并预言了新的同核异能态。第七章是总结和展望。

第二章 原子核结构模型

原子核结构是物质结构的一个重要层次，原子核的结构和性质与组成原子核的核子（质子与中子）数目以及核子之间的相互作用（核力）密切相关。根据原子核稳定存在的事实以及大量低能、高能核子-核子散射实验我们知道，核力是短程的强相互作用，其有效力程小于 3fm ，而且主要是吸引力，因为这样才能将核子束缚于核内而形成稳定态；另外，核力又与自旋相关，具有排斥芯和饱和性且近似地具有电荷无关性—即当核子处于相同的自旋和宇称态时，其核作用势相同，不管这两个核子是 np ， pp 还是 nn （ p 代表质子， n 代表中子）。虽然人们对核力有了一些了解，但对其认识还很不全面，核力的精确形式还不清楚。另一方面，原子核是介于原子与粒子之间的一个非相对论的强相互作用量子多体系统，原子核内核子一般从几十个到几百个，这个数目既没有多到可以用统计方法来求解，也没有少到可以精确计算。再加上核子间相互作用的复杂性，给原子核这个多体问题的研究造成了很大的困难。所以关于核结构的理论大多数是用唯象模型，即在一定实验事实的基础上，对原子核作某种模型假设，再将由此得到的结果与更多的实验事实作比较，使之完善充实同时还可进行理论预言。下面将对核结构研究史上出现的主要理论模型作一简要回顾。

2.1 早期模型及其发展

基于核子的平均自由程远远大于核子自身线度的实验事实，再加上泡利不相容原理导致核内核子之间不能相互太接近之原因，使得核内核子“比较自由”，其碰撞及散射没有通常液体那么频繁，反而更像是气体。因此，1932年费米提出，原子核内的核子可以看作是无相互作用的理想气体分子在核内三维势阱中受一个其余核子形成的平均场作用而“独立运动”—称为原子核的费米气体模型。理想气体的平移不变性要求每个核子的波函数都是简单的平面波，从而核的波函数由这些平面波的反称化乘积得来。费米气体的模型假设使得分析工作大为简化，是一种最简单的单粒子模型。费米气体模型可以描述核子的动量分布、粗略估算核子动能，能够定性解释核的结合能、证明质子数和中子数相等的原子核最稳定等实验事实，但由于它没有考虑核子之间的强相互作用

因而过于简单、粗糙，无法给出有实际意义的能谱，难以解释后来发现的许多新事实。不过，值得一提的是，费米气体模型的最大贡献是其中的核子独立运动这个思想被沿用至今，在其基础上发展成为如今广泛应用的原子核壳模型。

大量实验分析表明原子核的体积正比于核子数，原子核内部的密度基本上是均匀的，即核物质的密度近似是个常数，这个常数约为 $2.3 \times 10^{14} \text{g/cm}^3$ [68]。这是一个非常大的数值，说明原子核基本上是不可压缩的；另外，根据结合能的实验资料，上世纪30年代人们就知道原子核中每个核子的平均结合能接近一常数即 $\sim 8 \text{MeV}$ 。原子核的结合能正比于核子数，在原子核内一个核子最多只能与一定数目（与质量数A无关）的相邻核子作用，即核力具有饱和性。由于上述核的不可压缩性及核力的饱和性与宏观的液滴极为相似，于是上世纪30年代人们提出了原子核的液滴模型，把原子核看成一个带电的不可压缩液滴，根据液滴的经典运动规律对原子核作动力学描述。按照液滴模型的思想，Bethe和Weizsäcker得出了比较准确的原子核结合能半经验公式[69, 70]。另外，液滴模型在一定程度上可说明原子核的表面振动，转动及形变等集体行为，极为成功地解释了原子核裂变的机制[71]。但它不能说明原子核性质的周期性变化现象，而且由于早期的液滴模型没有考虑核子运动，所以不能说明核的自旋等重要性质。由于液滴模型能以非常简单的方式描述原子核的整体特性及集体运动行为，所以后来Bohr和Mottelson把它发展为原子核的集体运动模型[72]。由此可见，原子核的液滴模型实际上是早期的一种集体模型。

原子核结构的集体模型是1953年由Bohr和Mottelson[73]在壳层模型（下一小节介绍）和液滴模型的基础提出的，所以又叫综合模型。在此之前，Rainwater早在1950年就指出：“具有大的电四极矩的核素，其核不会是球形的，而是被价核子永久地变形了”。集体模型的要点是，原子核的运动既有整体上的液滴性，又具有内部的壳层性，核子的运动由各核子在平均场中的运动和核的集体运动两部分组成。集体模型实际上是对原子核中单粒子运动和集体运动进行统一描写的一种唯象理论。集体模型中将原子核类比为液滴来研究它的多极变形，根据液滴为球形和偏离球形分别称原子核为球形原子核与形变原子核。原子核的形变是与集体运动直接相关的，四极形变是最有可能在低激发态中表现出来的形变，而四极形变度是用电四极矩来描述的。电四极矩等于零表示球形核，大于零为长椭球核，小于零为扁椭球核。由于Bohr和Mottelson的集体模型具有直观的几何形状，所以又叫几何模型。集体模型的提出，使核结构的研究向前跨进了一大步。故Bohr、Mottelson和Rainwater三人获得了1975年的诺贝尔物理奖。

集体运动模型成功地解释了原子核大的电四极矩,对原子核的转动和振动能级的定量描述和实验符合较好,用形变核的势场很好地解释了形变奇A核基态的自旋和宇称等。但集体模型是一个宏观模型,同样只是近似理论,虽然具有简单直观、物理意义明显等优点,但在预言新物理方面的能力不如微观的壳模型,尚不能全面描绘原子核的运动,如对后来发现的高自旋动态的实验数据中出现的奇异现象等。另外,为了描述高自旋态数据,Bohr和Mottelson于1953年提出了粒子-转子模型[74],粒子转子模型描述的是价核子围绕具有一定形状的转动核心的运动,但它与集体模型一样不是一个微观自洽的模型,存在着预言能力相对较弱的缺点。

对原子核低激发集体运动的描述除了上述几何模型外,还有70年代中期由Arima和Iachello[75, 76]提出的代数模型—即相互作用玻色子模型(Interacting Boson Model,简称IBM)。虽然IBM可以成功地解释某些原子核集体运动能谱、电磁跃迁等特性,但在描写原子核的高激发态、高自旋态,特别是闯入态的特性时即使引入了g玻色子[77–80],仍然遇到不少困难。后来人们又采用配对的核子来代替玻色子即壳模型的配对近似[81, 82]以描述更多的物理现象。

2.2 壳模型及其发展

大量实验事实表明,在原子核内随着质子数和中子数的增加,核的性质也像原子一样呈现出周期性的变化,即当质子数 Z 或中子数 N 为2, 8, 20, 28, 50, 82以及中子数为126时,原子核特别稳定。这与核外电子填满壳层时的惰性元素化学性质特别稳定相类似。这些特殊的数字称为幻数(magic number),具有幻数的核称为幻核,幻核在自然界中的含量比邻近的核素更加丰富。幻数的存在及其与核外电子壳层结构的相似性使人们马上想到:在原子核内,是否也存在类似电子的壳层结构呢?于是人们纷纷运用各种唯象的壳结构模型力图再现实验上观测到的幻数,然而无论是球形谐振子势,无限深球方势阱,或者介于它们之间的有限深球方势或Woods-Saxon[73]势都只能正确地再现最低的三个幻数,不能解释更高的幻数。直到上个世纪50年代Mayer和Jensen等[83–86]类比非相对论近似下库仑场中运动的电子受到自旋轨道耦合作用,提出了核子在其余 $A - 1$ 个核子联合作用下运动时也会感受到一项自旋轨道耦合作用,由此正确地给出了核子由低到高的能级壳层结构。幻数实际上是能量较低壳层被完全填满时的质子数或中子数。从而再现了核子填充各能级(壳层)核性质周期性变化的现象,成功

地解释了全部已知的幻数。Mayer和Jensen也因此获得1965年诺贝尔物理学奖。

壳模型基本思想是：(1) 原子核中每个核子可以看作是在一个平均场中运动，这个平均场是所有其余 $A - 1$ 个核子对其作用的总和。对于接近球形的原子核，可以认为这个平均场是个有心场。除此之外，核子在运动过程中还存在着强烈的自旋-轨道耦合作用，导致原来 $j = l$ 的一个能级劈裂为 $j = l \pm 1/2$ 的两个能级，从而可以再现全部幻数。(2) 泡利原理不但限制了每个能级所能容纳的核子的数目，而且也限制了原子核中核子与核子的碰撞。这是因为当原子核处于基态时，它的低能态都填满了核子，两个核子发生碰撞必然要改变运动状态而去占据未填满的较高能级，但这种概率是很小的。因此，单个核子只能保持在原来的运动状态上，即单个核子在核中独立运动，因此壳模型又叫做独立粒子模型，从这个意义上讲，它沿用了费米气体的独立运动思想，不同之处在于，壳模型引进了强自旋-轨道耦合。

Mayer-Jensen的壳层模型除了成功地解释了幻数外，还很好地说明了原子核基态的自旋和宇称（原子核的自旋是核内所有核子的角动量的矢量和，核的宇称是所有核子的宇称的乘积）。此外，还可以用来解释 β 衰变及原子核低激发谱的性质。但由于Mayer-Jensen的单粒子壳模型所强调的只是原子核中的单粒子运动，没有充分考虑到核子之间的剩余相互作用所引起的组态混合，因此其应用存在很大的局限性：对远离双幻数区域核的磁矩、电四极矩的解释遇到很大困难。这一缺陷表明壳模型的应用范围局限于双幻数附近的球形核和近球形核。另外，50年代后出现的一些新实验现象如：原子核激发能谱中的振动谱、转动谱和重的偶偶核能谱中的能隙等，这些实验事实都无法用单粒子壳模型来解释。因此随后有了对Mayer-Jensen壳层模型的各种改进和发展：重要的有1955年Nilsson[87]研究了变形场中的单粒子运动，提出了变形核壳模型—即著名的Nilsson模型，将壳模型的应用扩展到了形变核；1958年Bohr、Mottelson和Pines系统地分析了原子核内的对关联，并提出原子核有“超导性”的概念[88]，紧接着人们就将超导金属的BCS理论移植到核结构理论中来[89–91]，成功地解释了偶偶核低激发谱中存在的“能隙”以及原子核性质的奇偶差。

壳模型利用量子力学基本原理来处理核多体问题，被认为是一种最严格的处理方法，也是沿用至今最具生命力的模型。随着现代实验技术的发展，核谱学实验数据日益丰富，壳模型理论也在不断发展。同时，现代计算

机高速、大容量的数据处理能力也为大规模壳模型计算提供了保障。考虑到剩余相互作用引起的组态混合,对于较重的以及价核子数较多的原子核,组态混合将涉及到许多单粒子态,组态空间巨大使得实际计算难以进行。因此,当代壳模型发展的重要方向就是有效的组态空间截断和提高大规模计算能力。人们从改进有效相互作用入手的大规模壳模型计算如:采用GXPF1有效相互作用的pf壳模型计算[92]可以用来解释中子 $N = 32$ 处的能隙、以及包含中子 $g_{9/2}$ 轨道在内的pfg壳模型计算[50]成功地分析了中子数 $N = 40$ 附近核的实验数据等。伴随现代壳模型理论发展的是现代大型壳模型计算程序如DUSM[93]、OXBASH[94]、ANTOINE[95]以及NUSHELL[96]等。

2.3 平均场理论

壳模型的成功肯定了原子核的独立粒子运动假设,即原子核内的每个核子都可以看成是在其余核子共同形成的一个平均势场中独立运动,与其它核子不再发生关联。由于泡利原理的限制以及核力的短程性和饱和性的特点,核子之间发生关联和交换能量、动量的概率较小,所以独立粒子假设有其合理性。事实上,一个质量为 A 的原子核多粒子系统的哈密顿量为:

$$H = \sum_{i=1}^A t(r_i) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} v(r_i, r_j) \equiv T + V \quad (2-1)$$

其中 $t(r_i)$ 是第 i 个核子的动能算符, $v_{ij} \equiv v(r_i, r_j)$ 是核子 i 与 j 之间的二体相互作用能(略去了多体相互作用)。我们引入平均场 $U \equiv \sum_{i=1}^A u(r_i)$,其中 $u(r_i)$ 只与第 i 个核子的坐标有关,所以也叫单粒子势,于是哈密顿方程变为:

$$H = T + U + (V - U) \equiv H_0 + H' \quad (2-2)$$

式中 H_0 即为独立粒子模型哈密顿量, $H' = V - U$ 称为剩余相互作用。通过用变分法可以求解 H 的本征值问题,同时解出平均场 U ,它是所有核子对指定核子的相互作用按轨道平均的结果,这样剩余相互作用 H' 就是平均场所不能包含的那一部分相互作用。我们对平均场 U 的选择要尽可能使得剩余相互作用 H' 足够小,小到可用量子力学的微扰论来处理。由此看来,平均场的选择很关键,典型的非相对论平均场方法按照二体力选择的不同分为:采用唯象有效二体力(Skyrme力)[97]的Hartree-Fork (HF)平均场方法和Hartree-Fork-Bogoliubov (HFB)方法(考虑对力),采用微观有效二体相互作用(G矩阵方

法)[98, 99]的Brueckner-Hartree-Fork(BHF)平均场方法。它们都是以HF方法为基础的。HF平均场考虑到A个全同费米子反对称化的要求,采用行列式波函数作为核多体系统波函数:

$$\Phi(r_1, r_2, \dots, r_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(r_1) & \varphi_1(r_2) & \dots & \varphi_1(r_A) \\ \varphi_2(r_1) & \varphi_2(r_2) & \dots & \varphi_2(r_A) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_A(r_1) & \varphi_A(r_2) & \dots & \varphi_A(r_A) \end{vmatrix} \equiv \frac{\det[\varphi_k(r_k)]}{\sqrt{A!}} \quad (2-3)$$

相应的薛定谔方程为:

$$H\Phi(r_1, r_2, \dots, r_A) = E\Phi(r_1, r_2, \dots, r_A) \quad (2-4)$$

其中哈密顿量H的形式为方程(2-1)。通过变分法求能量极小值:

$$\delta\langle\Phi|H|\Phi\rangle = 0 \quad (2-5)$$

来得到平均场U。上述非相对论平均场方法仅考虑了核内的核子自由度,然而许多证据表明核内存在介子自由度[100],传统核物质中使用的核力或核势应代之以相应的介子场相互作用,核多体系统作为一个相互作用量子场体系应该满足相对论不变性的要求。将HF平均场理论框架转移到相对论情况称为相对论平均场理论(Relativistic Mean-field Theory, RMFT),RMFT把核子当作满足Dirac方程的相对论粒子,而HF中有效二体力则代之以有效介子场。

平均场理论在解释原子核基态性质及形变方面取得了很大的成功,核子在平均场中独立运动的假设是壳模型以及有限核子系统所有微观理论的基础。然而在实际应用中,很难找到完美的平均场使得剩余相互作用完全被忽略。另外,对于形变核来说,求出的平均场是形变的,破坏了转动对称性,角动量不再守恒。而角动量是原子核体系中的一个重要物理量,必须采取一定措施使转动对称性得以恢复。上世纪70年代末为了有效地进行壳模型组态混合计算而创立的角动量投影技术[101]便可以实现这一目的。

2.4 投影壳模型的产生

壳模型是描述量子力学多体系统的最基本的方法,很好地解释了很多核物理实验,是迄今为止最成功的核结构模型。然而,由于标准壳模型(球形壳模

型)的基矢本身不含核子关联,所以需要在很大的组态空间中进行计算才能得到较好的结果,而且组态空间会随着粒子数急剧增加,因此,人们经常不得不面对巨大哈密顿矩阵的本征值问题,所以它并不是描述中重形变核的最佳方法。尽管现代超大型计算机有可能实现其计算,但从物理角度来看,这样的计算没有多大意义。即使有人能通过这种方法再现了实验数据,也不能发现隐藏在大量的计算机输出数据中的物理本质,随着系统复杂性的增加,有必要使用一种近似方法来抽象出隐藏的物理本质。

在核素图上,除了那些在幻数附近的核素外,大部分原子核是形变的。用球形单粒子基来处理这样的系统显然不好,所以必须在标准壳模型中引入形变—即用形变壳模型(例如前面提到的Nilsson模型)来解释核素图上大部分形变核。然而如前所述,当原子核的平均场中引入形变(形变平均场)后,原子核的转动对称性就被破坏了,角动量不再守恒。为了恢复转动对称性,Hara与孙扬[53]将角动量投影算符作用于形变平均场,从而得到了具有确定角动量的基矢,然后在此基矢下对角化哈密顿量便得到了具有确定角动量的能量和本征函数。

事实上,在壳模型发展的历史长河中,Elliott是第一个指出形变(内禀)多体基的优点并为 sd 壳原子核发展了SU(3)壳模型[102, 103]的人。在这个模型中,通过运用群理论方法将基矢分类并投影到好角动量上,当自旋-轨道力($L-S$ 耦合)较弱时,这一理论是很好的,这也就是为什么它只适用于轻核的原因。但对于重核,由于强的自旋-轨道力的出现使得SU(3)模型不再有效。为了将强的自旋-轨道作用考虑进去,Hara与孙扬[53]从一个恰当的基—破坏了转动对称性的形变基(Nilsson+BCS)出发,用这些基矢描述系统的内禀态(本体坐标系下的波函数),然后将角动量投影作用到这些内禀基上,得到在实验室坐标系下的具有好角动量的壳模型基—投影基,从而使得被破坏的转动对称性得以恢复,最后在此投影基下将哈密顿量对角化,得到系统的能量和本征函数。这就是投影壳模型方法的基本思想,它可以被认为是SU(3)壳模型到重核系统的一个自然延伸。

在这里,问题的关键是Hara与孙扬找到了一种恰当的基,它能将对角化空间尽可能压缩同时又不失却物理本质。后面我们将看到,角动量投影基矢[53]便具备这样一个特点。可见,传统壳模型方法组态空间维数大、应用受限,一般只适合于轻核;而平均场方法虽然适用于中重核,但它只能给出核的平场性质,不能计算具体物理量如跃迁、衰变几率等。投影壳模型是从形变平均场出发,利用

角动量投影技术将形变平均场中破坏的角动量对称性恢复的壳模型理论，所以投影壳模型是介于传统壳模型和平均场之间并吸收了二者之优点的一个模型。

投影壳模型特别适合于具有稳定大形变的中重核结构研究，成功应用的例子有稀土区[104–109]、超重核区[110–113]、超形变核[114–117]等。目前国际上大型核物理实验室有相当部分的核谱学实验文章都有投影壳模型的理论贡献。特别是在核天体物理中对那些中重核的跃迁和衰变几率的计算对于探索宇宙中元素的合成问题具有重要的意义。下一章我们将对投影壳模型的理论框架作一介绍。

第三章 投影壳模型理论

投影壳模型(Projected Shell Model, 简称PSM)是20世纪80年代末, Hara与孙扬为了研究形变核而将角动量投影方法应用到形变平均场内禀态上建立的壳模型理论, 并为实现具体算法编写了程序[118], 以后又不断地进行了推广与改进, 研究范围不断扩大。较之传统壳模型, 投影壳模型的一个很大优点是组态空间小, 运行速度快, 一般在PC计算机上对一个物理问题的计算过程仅需几分钟就可完成, 体现了该方法的优越性。

3.1 形变准粒子基—Nilsson+BCS内禀态

投影壳模型以形变Nilsson单粒子态开始, 运用BCS方法将对力考虑在内, 得到形变的内禀态。再将投影算符作用到形变内禀态上得到具有好角动量的投影基, 在此投影基下对角化哈密顿量以求得系统的能量和本征函数。下面我们先从形变内禀态开始介绍投影壳模型理论。

3.1.1 形变Nilsson单粒子态

Nilsson模型[87]的思想简述如下: 在我们讨论的轴对称情形下, 形变Nilsson模型的哈密顿量为:

$$H = H_0 + Cl \cdot \hat{s} + D\hat{l}^2 \quad (3-1)$$

方程(3-1)的第二项为自旋轨道相互作用, 第三项 $D\hat{l}^2$ 为谐振子势的修正项, 尤其是对重核来说这一项非常重要, 高 l 能级感受到的作用非常强。 H_0 为轴对称形变(Z 为对称轴)谐振子势, 其表达式如下:

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{m}{2}\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \frac{m}{2}\omega_z^2 z^2 \quad (3-2)$$

其中:

$$\begin{aligned} \omega_{\perp}^2 &= \omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2(1 + \frac{2}{3}\delta) \\ \omega_z^2 &= \omega_0^2(1 - \frac{4}{3}\delta) \end{aligned} \quad (3-3)$$

δ 为形变参数。根据原子核体积不变的条件有:

$$\omega_x \omega_y \omega_z = const \quad (3-4)$$

利用方程(3-3)和(3-4)可以得到 ω_0 与形变参数 δ 的关系:

$$\omega_0 = \dot{\omega}_0 \left(1 - \frac{4}{3}\delta^2 - \frac{16}{27}\delta^3 \right)^{-1/6} \quad (3-5)$$

$\dot{\omega}_0$ 是形变参数为0时的 ω_0 。

下面我们将轴对称形变谐振子势 H_0 分成两项, 一项为球对称项 \dot{H}_0 , 另一项 H_δ 为形变参数 δ 的函数。于是:

$$H_0 = \dot{H}_0 + H_\delta \quad (3-6)$$

其中

$$\dot{H}_0 = \hbar\dot{\omega}_0 \frac{1}{2} [-\Delta + r^2] \quad (3-7)$$

$$H_\delta = -\delta\hbar\dot{\omega}_0 \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 Y_{20} \quad (3-8)$$

以Nilsson参数 κ 和 μ 代替方程(3-1)中的C和D:

$$C = -2\hbar\dot{\omega}_0\kappa, \quad D = -\hbar\dot{\omega}_0\kappa\mu \quad (3-9)$$

再利用(3-6)式, 这样Nilsson模型的哈密顿量可写成下列形式:

$$H = \dot{H}_0 + H_\delta - 2\hbar\dot{\omega}_0\kappa\hat{l} \cdot \hat{s} - \hbar\dot{\omega}_0\kappa\mu\hat{l}^2 \quad (3-10)$$

于是给定一组Nilsson参数 κ 和 μ , 通过在表象 $\{N, l, j, \Omega\}$ 下对角化哈密顿量(3-1), 就可以得到一组形变Nilsson单粒子能级 e_k 。在表象 $\{N, l, j, \Omega\}$ 下, Nilsson哈密顿量(3-1)与 \vec{j}^2 不对易, 即角动量不是好量子数。如果以形变参数作为横坐标, 以Nilsson单粒子能级 e_k 为纵坐标, 将各能级随形变的变化作在一张图上称为Nilsson图。后面各章节将会看到, Nilsson图是分析原子核结构的常用工具。在Nilsson图上常用一组量子数 $[N, n_z, m_l]\Omega$ 对各单粒子能级进行标记[1]。其中, N 为主量子数, n_z 为振子量子数, m_l 为轨道量子数 l 在对称轴上的投影量子数。 Ω 为总角动量在对称轴上的投影。附录A中给出了不同主壳 N 所对应的各种Nilsson单粒子态标记, 可供我们在具体标记时进行参考。

3.1.2 对力的处理—BCS方法

对关联对核结构的影响表现在许多方面, 但最重要的是引起了原子核的奇偶差: 在相邻原子核中, 由于对关联的存在, 使得偶偶核最稳定, 奇A核次之,

奇奇核最不稳定，由此导致自然界中同位素的相对丰度呈现出偶偶核比相邻奇A核要大。另外在低激发能谱中，奇奇核能级密度最大，奇A核次之，偶偶核能级密度最小，这是由于对关联使得偶偶核激发一个“配对”态较困难。由此可知对关联在偶偶核中最强。由于对关联的重要性，所以在核结构模型中必须采取有效的方法来处理对力。

投影壳模型中关于对力的处理，采用了Bardeen-Cooper-Schrieffer(简称BCS)[119]方法。在我们讨论的形变核中，对力的哈密顿量为：

$$\begin{aligned} H &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} (a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}) - G \sum_{\mu, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\nu}} a_{\nu} \\ &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} n_{\mu} - G \sum_{\mu, \nu > 0} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu} \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中， ε_{μ} 为单粒子能量； G 为平均对力强度； $S_{\mu}^{\dagger} = a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger}$ 为粒子对产生算符； $S_{\nu} = a_{\bar{\nu}} a_{\nu}$ 为粒子对消灭算符； $n_{\mu} = a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}$ 为粒子数算符。基态试探波函数为[119]：

$$|0\rangle\rangle = \prod_{\nu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (3-12)$$

$|0\rangle\rangle$ 为准粒子真空态， u_{ν} 与 v_{ν} 为变分参数，满足归一化条件：

$$u_{\nu}^2 + v_{\nu}^2 = 1 \quad (3-13)$$

方程(3-12)式的乘积展开后，各项的粒子数不同，因此这个试探波函数并非粒子数的本征态，即BCS波函数粒子数不守恒。 v_{ν}^2 与 u_{ν}^2 分别表示能级 ε_{ν} 被粒子对占有和未被占有的概率。于是引入了准粒子概念来统一描述粒子与空穴。为求BCS波函数(3-12)及相应的准粒子能量，我们不妨要求粒子数平均值与体系的实际粒子数相同，即 $\bar{n} = n_0$ 。改变参数 u_{ν} 与 v_{ν} ，求条件极值问题：

$$\delta \bar{H} - \lambda \delta \bar{n} = 0 \quad (3-14)$$

其中， \bar{H} 为能量平均值。通过解方程(3-14)可以得到费米面 λ 、 u_{ν} 与 v_{ν} 以及能隙 Δ ，从而最终求得准粒子能量：

$$E_{\mu} = \sqrt{(\varepsilon_{\mu} - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (3-15)$$

及相应的BCS波函数 $|0\rangle\rangle = \prod_{\nu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) |0\rangle$ 。方程(3-14)的详细求解过程见附录B。

在投影壳模型中, 方程(3-15)中的 ε_μ 为形变单粒子Nilsson能级。实际粒子数 n_0 即中子数或质子数 N , v_μ^2 相当于 ε_μ 被粒子对占有的几率, $u_\mu^2 = 1 - v_\mu^2$ 为 ε_μ 未被粒子对占有的几率。当没有对力时($G=0, \Delta=0$), 粒子填充到费米面止, 费米面以上全是空穴。当有对力时($G \neq 0, \Delta \neq 0$), 费米面附近能级分布有很大改变。对于所有能级 μ , 能级被粒子对占有的概率 v_μ^2 是介于0和1之间的数。即核内核子表现出两重性—粒子空穴性, 核内核子的填充状态是一种轨道运动的概率分布, 不再以费米面作为占据或空缺的自然分界线, 这便是引入准粒子概念统一描述粒子与空穴的根据。

3.2 角动量投影算符

角动量投影方法的早期工作主要是20世纪70年代中后期采用的HFB波函数作为内禀态来进行投影以研究中重核及原子核的高自旋态[120-123]。投影方法的基本概念是指从具有混合对称性的函数空间 $\{\Psi\}$ 中分出一个具有确定对称性的子空间 $\{\Psi(\Theta)\}$, Θ 代表它所依赖的一组连续变量, 然后在此子空间中将多体哈密顿量 H 对角化, 从而得到能量和对应于该对称性的物理量的共同本征态。这种子空间使得基矢数目大为减少, 这是投影方法的一大优点。能分离出这种子空间的算符称为投影算符。若这里的 Θ 代表角动量, 那么相应的投影就是角动量投影, 相应的投影算符便是角动量投影算符。简单地说, 所谓角动量投影就是要从变分法所产生的内禀态中挑出具有确定角动量值的操作。

形变内禀态是一种混合对称性态, 它可表为具有不同好量子数的态的叠加:

$$|\Phi\rangle = \sum_{IM} b_{IM}^\nu |\nu IM\rangle \quad (3-16)$$

ν 代表除系统总角动量 I 和它在 Z 方向的投影 M 之外的其它量子数, b_{IM}^ν 为叠加系数。于是将角动量投影算符 \hat{P}_{MK}^I 作用于上式可得:

$$a \hat{P}_{MK}^I |\Phi\rangle = |\nu IM\rangle \quad (3-17)$$

即得到具有确定角动量 I 的投影态, 其中 a 为归一化常数。根据以上两式, 如果将投影算符的形式取为:

$$\hat{P}_{MK}^I = \sum_{\nu} |\nu IM\rangle \langle \nu IK| \quad (3-18)$$

其中, K 为总角动量在本地坐标系3轴上的投影量子数。可以看出,

$$\begin{aligned}\hat{P}_{MK}^I|\Phi\rangle &= \sum_{\nu'I'M'} b_{I'M'}^{\nu'}|\nu IM\rangle\langle\nu IK|\nu'I'M'\rangle \\ &= \sum_{\nu'I'M'} b_{I'M'}^{\nu'}|\nu IM\rangle\delta_{\nu\nu'}\delta_{II'}\delta_{KM'} \\ &= \delta_{KM'}b_{IM}^\nu|\nu IM\rangle\end{aligned}\quad (3-19)$$

上式中令 $a = (b_{IM}^\nu)^{-1}$, 其中磁量子数 $M' = K$, 便得到了方程(3-17)。于是(3-18)可作为投影算符的定义式。由定义可以看出投影算符具有下面性质:

$$(\hat{P}_{MK}^I)^+ \equiv \hat{P}_{MK}^{I+} = \sum_{\nu} |\nu IK\rangle\langle\nu IM| = \hat{P}_{KM}^I \quad (3-20)$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_{MK}^{I+}\hat{P}_{M'K'}^{I'} &= \sum_{\nu\nu'} |\nu IK\rangle\langle\nu IM|\nu'I'M'\rangle\langle\nu'I'K'| \\ &= \sum_{\nu\nu'} |\nu IK\rangle\langle\nu'I'K'|\delta_{\nu\nu'}\delta_{II'}\delta_{MM'} \\ &= \delta_{II'}\delta_{MM'} \sum_{\nu} |\nu IK\rangle\langle\nu IK'| = \delta_{II'}\delta_{MM'}\hat{P}_{K'K}^I\end{aligned}\quad (3-21)$$

另外, 根据封闭集的性质: $\sum_{\nu IM} |\nu IM\rangle\langle\nu IM| = 1$ 可得到角动量投影算符的求和规则:

$$\sum_{IM} \hat{P}_{MM}^I = 1 \quad (3-22)$$

下面求在(3-18)定义下投影算符的解析式。由D函数的定义(见附录C)

$$\langle\nu IM|R(\Omega)|\nu'I'K\rangle = \delta_{\nu\nu'}\delta_{II'}D_{MK}^I(\Omega) \quad (3-23)$$

其中, $\Omega(\alpha, \beta, \gamma)$ 代表一套欧拉角($\alpha, \gamma = [0, 2\pi], \beta = [0, \pi]$), 转动算符 $R(\Omega)$ 的表达式为:

$$\hat{R}(\Omega) = e^{-i\alpha\hat{J}_z} \cdot e^{-i\beta\hat{J}_y} \cdot e^{-i\gamma\hat{J}_z} \quad (3-24)$$

分别用 $\sum_{\nu I} |\nu IM\rangle$ 和 $\sum_{\nu'I'} \langle\nu'I'K|$ 左乘和右乘3-23式可得:

$$R(\Omega) = \sum_{\nu'I'} |\nu'I'M\rangle\langle\nu'I'K|D_{MK}^I(\Omega) \quad (3-25)$$

再用 $D_{MK}^{I*}(\Omega)$ 乘上式两端后对 Ω 积分

$$\begin{aligned}
\int D_{MK}^{I*}(\Omega)R(\Omega)d\Omega &= \sum_{\nu'I'} |\nu'I'M\rangle \langle \nu'I'K| \\
\times \int D_{MK}^{I*}(\Omega)D_{MK}^{I'}(\Omega)d\Omega &= \frac{8\pi^2}{2I+1} \sum_{\nu'} |\nu'IM\rangle \langle \nu'IK| \\
&= \frac{8\pi^2}{2I+1} P_{MK}^I
\end{aligned} \tag{3-26}$$

上式的第二步利用了D函数正交关系（见附录C）。由此可得角动量投影算符 \hat{P}_{MK}^I 的解析表达式

$$\hat{P}_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int D_{MK}^{I*}(\Omega)R(\Omega)d\Omega \tag{3-27}$$

角动量投影算符 \hat{P}_{MK}^I 表示将一个本体固定（内禀）系统变换到了一个空间固定的系统上。由于准粒子概念的引入导致粒子数不守恒，所以我们可以类似角动量投影的方法引入粒子数投影来处理。

3.3 投影壳模型的数学框架

有了角动量投影算符的解析表达式，我们就可以讨论角动量投影的实际操作了。首先我们在Nilsson+BCS表象下建立一个准粒子基，通过应用角动量投影算符将准粒子态投影到好角动量态上：

$$\hat{P}_{MK}^I |\Phi_\kappa\rangle \tag{3-28}$$

这里 K 是本体坐标系下 $|\Phi_\kappa\rangle$ 的磁量子数， κ 为准粒子组态标记。通过选择恰当的一组准粒子态，我们得到一个投影的多体基，在这个投影基下将哈密顿量对角化。

下面我们分别针对偶偶核、奇奇核、奇中子核与奇质子核列出计算中所采用的四种准粒子组态（为简单起见，以下我们将准粒子真空态 $|0\rangle$ 简记为 $|0\rangle$ ）：

$$|0\rangle, a_{\nu_1}^+ a_{\nu_2}^+ |0\rangle, a_{\pi_1}^+ a_{\pi_2}^+ |0\rangle, a_{\nu_1}^+ a_{\nu_2}^+ a_{\pi_1}^+ a_{\pi_2}^+ |0\rangle \tag{3-29}$$

$$a_\nu^+ a_\pi^+ |0\rangle \tag{3-30}$$

$$a_\nu^+ |0\rangle, a_\nu^+ a_{\pi_1}^+ a_{\pi_2}^+ |0\rangle \tag{3-31}$$

$$a_\pi^+ |0\rangle, a_\pi^+ a_{\nu_1}^+ a_{\nu_2}^+ |0\rangle \tag{3-32}$$

这里, ν 和 π 分别代表中子(质子) Nilsson 态的量子数。我们对中子(质子) 各选费米面附近的三个主壳的价核子来研究, 如稀土区中子(质子) 的核子三个主壳为 $N = 4, 5, 6(3, 4, 5)$ 。为简单起见, 我们没有包含激发能更高的准粒子态, 因为它们对我们所感兴趣的能量和自旋范围内影响很小。如有必要, 很容易将这些准粒子组态增加进来。当准粒子基准备好了, 我们将在由 $\left\{ \widehat{P}_{MK}^I |\Phi_\kappa\rangle \right\}$ 所分隔的壳模型空间中将哈密顿量对角化, 即求解本征值方程:

$$\sum_{\kappa'K'} \{ H_{\kappa K \kappa' K'}^I - E N_{\kappa K \kappa' K'}^I \} F_{\kappa' K'}^I = 0 \quad (3-33)$$

其中, 归一化条件为:

$$\sum_{\kappa K \kappa' K'} F_{\kappa K}^I N_{\kappa K \kappa' K'}^I F_{\kappa' K'}^I = 1 \quad (3-34)$$

哈密顿量矩阵元和重叠矩阵元素各自被定义为:

$$H_{\kappa K \kappa' K'}^I = \langle \Phi_\kappa | \widehat{H} \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad N_{\kappa K \kappa' K'}^I = \langle \Phi_\kappa | \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-35)$$

在我们讨论的轴对称情形下, 对于一个给定的 κ 只有一个特定的 K 对求和有贡献, 这意味着, 量子数 κ 暗含总的内禀磁量子数, 因此我们在振幅 $F_{\kappa K}^I$ 中可以省写 K 。而且, 既然对于一个给定的 κ 只有一个特定的 K 对求和有贡献, 所以对 K 的求和也可以省略。于是得到本文数值计算的基本方程:

$$\sum_{\kappa'} \{ H_{\kappa \kappa'}^I - E N_{\kappa \kappa'}^I \} F_{\kappa'}^I = 0 \quad (3-36)$$

$$\sum_{\kappa \kappa'} F_{\kappa}^I N_{\kappa \kappa'}^I F_{\kappa'}^I = 1 \quad (3-37)$$

$$H_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_\kappa | \widehat{H} \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad N_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_\kappa | \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-38)$$

通过附录D描述的方法可解出本征方程(3-33)的解。所以, 在轴对称情形下, 波函数通过以下形式给出:

$$|\Psi_M^I\rangle = \sum_{\kappa} f_{\kappa}^I \widehat{P}_{MK}^I |\Phi_\kappa\rangle \quad (3-39)$$

于是, 一个转动带 κ 的能量很容易定义如下:

$$E_{\kappa}(I) = \frac{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{H} \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\kappa} \rangle}{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\kappa} \rangle} = \frac{H_{\kappa\kappa}}{N_{\kappa\kappa}} \quad (3-40)$$

事实上, 方程(3-40)中的能量是自旋 I 的函数, 其来源于转动算符的矩阵元 D 函数, 所以我们通常称方程(3-40)表示的能量为转动能。

下面我们讨论轴对称情形下, 能量算符和投影算符矩阵元(3-38)式的具体表达式。根据角动量投影算符的解析式(3-27), 我们有

$$\hat{P}_{KK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int D_{KK}^{I*}(\Omega) R(\Omega) d\Omega \quad (3-41)$$

其中, 立体角积分为:

$$\int d\Omega \equiv \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\pi} d\beta \sin(\beta) \quad (3-42)$$

这样 \hat{P}_{KK}^I 在内禀态 $|\Phi_{\kappa'}\rangle$ 下的矩阵元为:

$$\langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int D_{KK'}^{I*}(\Omega) \langle \Phi_{\kappa} | R(\Omega) | \Phi_{\kappa'} \rangle d\Omega \quad (3-43)$$

进一步将立体角 α 和 γ 积出, 可得到:

$$\langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle = (I + \frac{1}{2}) \int_0^{\pi} d\beta \sin \beta d_{KK'}^I(\beta) \langle \Phi_{\kappa} | e^{-i\beta \hat{J}_y} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-44)$$

这样能量算符和投影算符矩阵元(3-38)就可表为:

$$\langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle = (I + \frac{1}{2}) \int_0^{\pi} d\beta \sin \beta d_{KK'}^I(\beta) \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i\beta \hat{J}_y} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-45)$$

其中, 当 $\hat{O} = \hat{H}$ 或 1 时分别对应于能量矩阵元与投影矩阵元。

另外, 在实际编程计算时, 为了节省计算时间, 常把积分分成两部分来做, 即, $\int_0^{\pi} = \int_0^{\pi/2} + \int_{\pi/2}^{\pi}$, 将第二部分的被积函数作变量代换 $\beta \rightarrow \pi - \beta$, 再利用 d 函数的特性(附录C):

$$d_{KK'}^I(\pi - \beta) = (-1)^{I+K} d_{K,-K'}^I(\beta)$$

以及矩阵元性质:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i(\pi-\beta)\hat{J}_y} | \Phi_{\kappa'} \rangle &= \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{i\beta\hat{J}_y} | \Phi_{\bar{\kappa}'} \rangle \\ &= \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i\pi\hat{J}_z} e^{-i\beta\hat{J}_y} e^{i\pi\hat{J}_z} | \Phi_{\bar{\kappa}'} \rangle \\ &= (-1)^{-K-K'} \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i\beta\hat{J}_y} | \Phi_{\bar{\kappa}'} \rangle \end{aligned}$$

其中, $|\Phi_{\bar{\kappa}'}\rangle$ 是 $|\Phi_{\kappa'}$ 的时间反演态, $|\Phi_{\bar{\kappa}'}\rangle = (-1)^{I-K}|\Phi_{-\kappa'}\rangle$ 。于是我们就将积分(3-45)式写成下面两部分积分形式:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle &= (I + \frac{1}{2}) \int_0^{\pi/2} d\beta \sin \beta \{ d_{KK'}^I(\beta) \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i\beta \hat{J}_y} | \Phi_{\kappa'} \rangle \\ &+ (-1)^{I-K'} d_{K-K'}^I(\beta) \langle \Phi_{\kappa} | \hat{O} e^{-i\beta \hat{J}_y} | \Phi_{\bar{\kappa}'} \rangle \} \end{aligned} \quad (3-46)$$

利用上式, 计算矩阵元的时间会缩短一半。从式中可以看出, 计算矩阵元最后归结于计算 d 函数, 只要知道哈密顿量及 d 函数的表达式, 原则上就可以算出上述矩阵元了。计算 d 函数的公式在附录C中给出。下一小节将介绍哈密顿量的形式。

到此为止, 我们已经给出了投影壳模型的全部数学框架。它是具体实施计算的依据。

3.4 哈密顿量的选择

投影壳模型哈密顿量中的相互作用由几个主要力组成(即: $Q \cdot Q$ + 单极对力+四极对力), 表征了核子间不同种特征关系, 形式如下:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\lambda}{2} \sum_{\mu} \hat{Q}_{\mu}^{+} \hat{Q}_{\mu} - G_M \hat{P}^{+} \hat{P} - G_Q \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu}^{+} \hat{P}_{\mu} \quad (3-47)$$

其中, 第一项表示谐振子单粒子哈密顿量:

$$\hat{H}_0 = \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{+} \varepsilon_{\alpha} c_{\alpha} \quad (3-48)$$

这里, c_{α}^{+} 和 c_{α} 分别是单粒子产生和湮灭算符, 由一系列球谐量子数 $\alpha = \{N, j, m\}$ 来标记。注意, 当 N 和 j 固定则 l 就为已知。费米能包含在单粒子能中($\varepsilon_{\alpha} \rightarrow \varepsilon_{\alpha} - \lambda$, λ 表示费米能)。(3-47)式中的单体算符对每种核子的定义如下:

$$\hat{Q}_{\mu} = \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^{+} Q_{\mu\alpha\beta} c_{\beta}, \quad \hat{P}^{+} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{+} c_{\bar{\alpha}}^{+}, \quad \hat{P}_{\mu}^{+} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^{+} Q_{\mu\alpha\beta} c_{\bar{\beta}}^{+} \quad (3-49)$$

这里, $\bar{\alpha}$ 代表 α 的时间反演态, 即: $c_{\bar{\alpha}} = \hat{T} c_{\alpha} \hat{T}^{+} = (-)^{j-m} c_{Nj-m}$, 而

$$Q_{\mu\alpha\alpha'} = \delta_{NN'} (Njm | Q_{\mu} | N'j'm') \quad (3-50)$$

是四极产生算符矩阵元, 对 $N = N'$ 来说, 其矩阵元等于无量纲质量四极矩算符: $\sqrt{\frac{4\pi}{5}} \left(\frac{r}{b}\right)^2 Y_{2\mu}$, 当 $N \neq N'$ 时, 其矩阵元消失。这里, b 是谐振子长度: $b^2 = \frac{\hbar}{m\omega}$, 我们注意到矩阵元的对称性:

$$Q_{\bar{\mu}\alpha\beta} \equiv Q_{\mu\bar{\alpha}\bar{\beta}} = Q_{\mu\beta\alpha} = (-)^{\mu} Q_{-\mu\alpha\beta} \quad (3-51)$$

这保证了如下关系: $\hat{Q}_{\bar{\mu}} \equiv \hat{T}\hat{Q}_{\mu}\hat{T}^+ = \hat{Q}_{\mu}^+ = (-)^{\mu}\hat{Q}_{-\mu}$, 由(3-48)式得到的HFB单粒子哈密顿量为:

$$\hat{H}_{HFB} = \hat{H}_0 - \chi \sum_{\mu} \langle \hat{Q}_{\mu} \rangle \hat{Q}_{\mu} - G_M \langle \hat{P} \rangle (\hat{P} + \hat{P}^+) - G_Q \sum_{\mu} \langle \hat{P}_{\mu} \rangle (\hat{P}_{\mu} + \hat{P}_{\mu}^+) \quad (3-52)$$

我们采用传统的谐振子参数描写原子核尺寸:

$$\omega_{\tau} = \omega_0 a_{\tau}, \quad b_{\tau}^2 = \frac{b_0^2}{a_{\tau}}, \quad b_0^2 = \frac{\hbar}{m\omega_0}, \quad a_{\tau} \equiv \left\{ 1 \pm \frac{N-Z}{A} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (3-53)$$

其中, “+”号表示中子, “-”号表示质子。比如, 如果我们采用 $\hbar\omega_0 = 41.4678A^{-\frac{1}{3}}$ MeV, 我们发现 $b_0^2 = A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}^2$, 这个关系式不仅容易记而且接近实际。假定所有的对力只作用在同类核子间, 单极对力的耦合常数为:

$$G_M = (G_1 \mp G_2 \frac{N-Z}{A}) \frac{1}{A} \text{ MeV} \quad (3-54)$$

-(+)号分别对应于中子与质子。可以调节 G_1 与 G_2 (在稀土区一般为21.24与13.86) 来符合已知的奇偶质量差。单极对力的另一个耦合常数形式为 $G_M = G_{\tau}/A$, 其中, τ =中子和质子。对于四极对力, 为简单起见, 我们假设四极对力强度 G_Q 正比于 G_M , 比例系数为常数 γ :

$$G_Q = \gamma G_M \quad (3-55)$$

按照我们的经验, γ 在较轻(较重)稀土核区的值大约为0.18-0.20 (0.16-0.18)。对 $Q \cdot Q$ 作用, (3-52)式的第二项能被证明是Nilsson势 $\frac{2}{3}\varepsilon\hbar\omega\hat{Q}_0$ 。通过关系 $x_{\tau} \equiv \hbar\omega_{\tau}\langle\hat{Q}_0\rangle_{\tau}$ 与 $C_{\tau\tau'} \equiv \chi_{\tau\tau'}(\hbar\omega_{\tau}\hbar\omega_{\tau'})^{-1}$, 我们得到如下自洽条件:

$$\begin{aligned} C_{nn}x_n(\varepsilon_n, \varepsilon_p) + C_{np}x_p(\varepsilon_n, \varepsilon_p) &= \frac{2}{3}\varepsilon_n, \\ C_{pn}x_n(\varepsilon_n, \varepsilon_p) + C_{pp}x_p(\varepsilon_n, \varepsilon_p) &= \frac{2}{3}\varepsilon_p, \end{aligned} \quad (3-56)$$

一般来说, 上式的解 ε_n 与 ε_p 是互不相同的[124]。我们通常假定中子与质子的形变参数是彼此相同的, 即 $\varepsilon_n = \varepsilon_p \equiv \varepsilon$, 其充分必要条件为(3-56)式的两个方程可以约化为一个简单方程, 即它们必须是线性相关的:

$$C_{nn}C_{pp} - C_{np}^2 = 0, \quad (C_{pn} = C_{np}) \quad (3-57)$$

所以(3-56)和(3-57)式导致同位旋标量耦合 $C_{nn} = C_{pp} = C_{np}$ ，因此，我们得到关系：

$$\chi_{\tau\tau'} = \frac{\frac{2}{3}\varepsilon\hbar\omega_\tau\hbar\omega_{\tau'}}{\hbar\omega_n\langle\hat{Q}_0\rangle_n + \hbar\omega_p\langle\hat{Q}_0\rangle_p} \quad (3-58)$$

由于原子核的形变是一个常见的物理量，所以上式是一个非常有用的关系。这样通过(3-58)式，我们就可以得到对于给定形变参数的 $Q \cdot Q$ 作用的耦合常数。我们采用这个方法来保证 $Q \cdot Q$ 作用对应于正确的核形变。不过要注意，对 $\varepsilon = 0$ (球形核)来说，由于 $\langle\hat{Q}_0\rangle_n$ 和 $\langle\hat{Q}_0\rangle_p$ 都为零，所以 $\chi_{\tau\tau'}$ 不能确定，因此投影壳模型不适用于球形核。

第四章 丰中子核Cr同位素结构的系统研究

对于中子数 $N \approx 40$ 附近的原子核集体性的研究是当今丰中子核结构研究的一个热点。其中, Cr与Fe同位素是这一区域人们关注较多的核素。近来的实验数据[32–36]表明在接近中子数 $N = 40$ 附近, 原子核呈现出集体性的增强。理论核物理学家纷纷运用各种模型对实验做出解释[46, 49, 50]。然而各种理论模型对这一核区的研究或者如球形壳模型空间不能包含足够多的价核子, 或者如形变壳模型不能建立激发的准粒子组态, 这些都不适合于讨论高自旋物理。我们将在这一章和下一章集中介绍利用投影壳模型对Cr和Fe同位素结构进行的系统研究。

目前的实验数据仅限于低自旋区光谱, 很少有关于高 j 粒子随转动而顺排他们自旋的状态信息描述。在本章, 我们通过应用投影壳模型, 可以看到丰中子偶偶核Cr在自旋为8时就有转动顺排发生。由于壳劈裂, 对于不同同位素其顺排粒子数不同。计算表明, 在这个奇异质量区观察到的转动惯量的反常是形变单粒子方法的直接反映。另外, 针对这一质量区的奇中子Cr同位素核关于 $9/2^+$ 同核异能态结构的争议[50, 125, 126], 我们利用投影壳模型进行了基于两种形状假设的计算来证实 $9/2^+$ 态是一个具有长椭球形变的、主要成分为 $K = 1/2[440]$ 的Nilsson态。

4.1 Cr偶偶核结构的系统研究

在研究丰中子核中, 一个重要的问题是理解子壳隙的出现, 因为随着中子数的增加, 子壳隙将引起原子核内禀壳结构的根本修正[9]。另外, 由于转动顺排、准粒子组态在高自旋态中占主要地位。所以对于每一角动量的由最低态组成的晕带, 顺排粒子携带着有关形变单粒子态的有用信息。因此观察高自旋谱能够得到单粒子能级的内禀壳结构知识。

4.1.1 形变单粒子态

投影壳模型计算是从一个Nilson+BCS的形变基出发的, 所以我们的计算也是从Nilson形变单粒子态开始的。本章研究的Cr同位素核是从中子数 $N = 30$ 开

始到 $N = 44$ 结束的8个形变偶偶核以及中子数 $N = 31, 33, 35$ 的三个奇质量核。这些核都具有 $\varepsilon_2 > 0.2$ 的四极形变。由于我们计算中讨论的多准粒子态是通过那些在由轴对称形变势场产生的Nilsson单粒子轨道上运动的中子和质子来建立的,所以那些位于费米能级附近的单粒子轨道尤为重要。我们计算的第一步就是要将这些形变单粒子态确定下来。

在我们的计算中所采用的Nilsson参数为标准Nilsson参数[127],这一组参数是通过与稳定区大量实验数据的拟合定下来的,它们对于丰中子区的普适性有待检验。在图4-1中,我们分别给出了这一质量区质子与中子的Nilsson图。为简单起见,我们仅将四极形变 ε_2 作为变量而忽略了十六极形变 ε_4 。确定那些参与低能激发的费米面附近的单粒子态是非常重要的。在形变范围 $\varepsilon_2 = 0.21 - 0.25$ 内,图4-1中两部分的长方形区域包含了这些重要的单粒子态。对于图4-1(a)中的质子情形,在质子数为24,形变范围 $\varepsilon_2 = 0.21 - 0.25$ 之间,我们看到来自于 $\pi f_{7/2}$ 的 $K = 1/2, 3/2$ 和 $5/2$ 单粒子态位于长方形之内。后面我们将讨论, $K = 5/2$ 与 $3/2$ 、 $K = 3/2$ 与 $1/2$ 分别可耦合成两个 $K = 1$ 的2准粒子态($2p_1$ 与 $2p_2$)。对于图4-1(b)的中子情形,在中子数为30至44及形变范围为 $\varepsilon_2 = 0.21$ 至 0.25 之间,我们看到一些 fp 壳和 $g_{9/2}$ 态位于长方形区域内。他们分别是来自于中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的正宇称 $K = 1/2, 3/2, 5/2$ 和 $7/2$ 态、来自于 $\nu f_{5/2}$ 轨道的负宇称 $K = 1/2, 3/2$ 和 $5/2$ 态、来自于 $\nu p_{3/2}$ 轨道的负宇称 $K = 1/2$ 和 $3/2$ 态以及来自于 $\nu p_{1/2}$ 轨道的负宇称 $K = 1/2$ 态。这些单粒子态可耦合成后面将要讨论的重要的中子2准粒子态($2n_1, 2n_2, 2n_3$)。很显然,由于形变所导致的能级劈裂使得中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的低 K 态下降很厉害以致于入侵到了 fp 壳的区域中,这将使得中子很容易地就被激发到了 $g_{9/2}$ 轨道上。

微观计算表明,从 $N \approx 30$ 开始,丰中子Cr同位素就出现了长椭球形变[51]。在这些形变的Cr同位素中,质子最高占据到 $\pi f_{7/2}$ 轨道,中子数 $N > 28$ 的同位素填充了 pf 壳的剩余轨道。随着因形变而致的单粒子轨道的劈裂,质子费米面位于 $f_{7/2}$ 的 $\pi[321]3/2^-$ 和 $\pi[312]5/2^-$ 之间,与 $\pi[300]1/2^-$ 也不远。相反地,随着中子 $g_{9/2}$ 入侵轨道能级的下降,我们发现轨道 $\nu[440]1/2^+$, $\nu[431]3/2^+$ 和 $\nu[422]5/2^+$ 与费米面很近,因此,中子能够很容易地占据这些轨道。这样,当原子核开始转动时,这些高 j 粒子(这里, $f_{7/2}$ 对应于质子, $g_{9/2}$ 对应于中子)是最先沿着系统转动轴顺排他们的转动的,这导致了明显的转动惯量观测效应,如熟知的转动顺排现象[128]。这样,随着中子数从 $N = 30 - 40$ 甚至更高的增加,这些高- j 轨道主导了这些核的高自旋行为。这种定性的图像对于具有软的基态的原子核也是

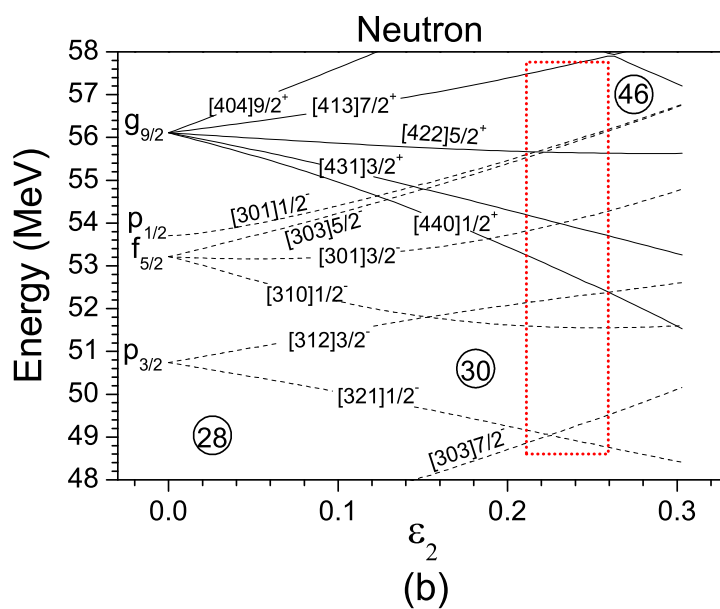
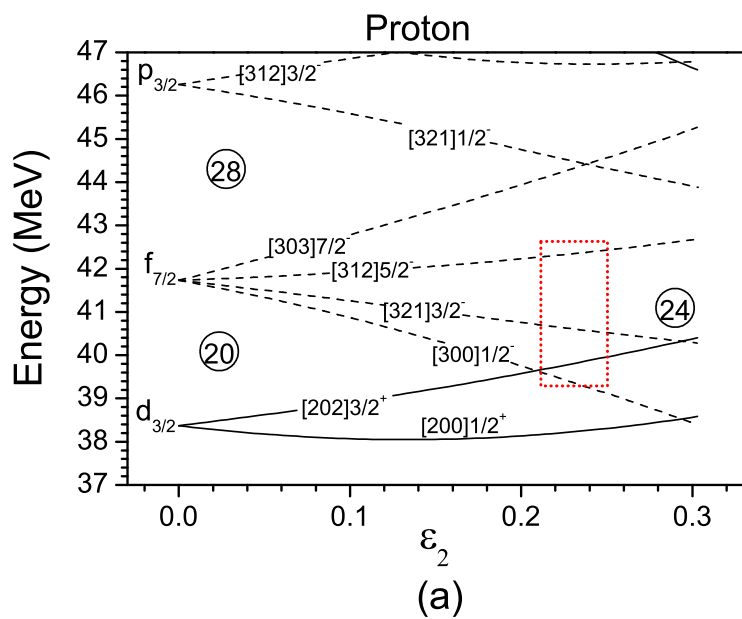


图 4-1 Cr同位素的质子(a)和中子(b)Nilsson图.

表 4-1 Cr同位素核计算中采用的形变参数(ϵ_2)

Cr	54	56	58	60	62	64	66	68
ϵ_2	0.210	0.210	0.220	0.240	0.250	0.235	0.235	0.230

适用的。角动量投影位能面计算表明[129]，只要这些原子核开始转动，立即就形成了稳定的长椭球形变。

4.1.2 偶偶核晕带能级

在本计算中，用来建立形变基的四极形变参数列于表4-1。这些参数与已知的接近中子数 $N = 40$ 时形变增大的实验趋势相一致[42]。投影基(3-39)式是一个角动量投影多准粒子态的重叠，组态空间包含准粒子真空态、2准粒子态、4准粒子态，见(3-29)式。对于本章研究的Cr同位素，参与计算的费米面附近的三个主壳对 neutrons 和 protons 来说都取为 $N = 2, 3, 4$ 。投影壳模型计算采用的哈密顿量见第三章方程(3-48)。本计算采用的单极对力强度为 $G_M = [18.72 \mp 10.74(N - Z)/A] / A$ ，这里“+”（“-”）对应于质子（中子），四极对力强度 G_Q 与 G_M 之比为一常数，在我们的计算中这个比例常数固定为0.30。这样，在投影基(3-39)下对角化哈密顿量就可以得到能量本征值和本征函数。

计算所得的偶偶核Cr同位素链从 ^{54}Cr 到 ^{68}Cr 的晕带（由给定自旋下的最低能量状态组成）能级绘于图4-2中。对于每一同位素，我们给出了直到自旋为 $I = 20$ 的态并与已有的实验数据进行了比较。整体来看，投影壳模型很好地再现了已知的实验数据。我们看到两个明显的特点，第一，当同位素由轻到重变化时，能级变得越来越压缩。中子数为 $N = 40$ 的同位素与 $N = 30$ 同位素比较，能级压缩了近9 MeV。第二，在自旋约为 $I = 8$ 时，明显地看到了一个压缩的能级间隔从而导致晕带能谱显示了一个反常的变化，能谱偏离了规则的转动带。这一反常相应于波函数结构的突然改变，反映在实验上，就是在这一自旋态上观测到能级和跃迁强度的突变。下一章我们将会看到对Fe同位素晕带的研究也发现了类似的现象。后面我们将要讨论，造成这一现象的原因是能带交叉。

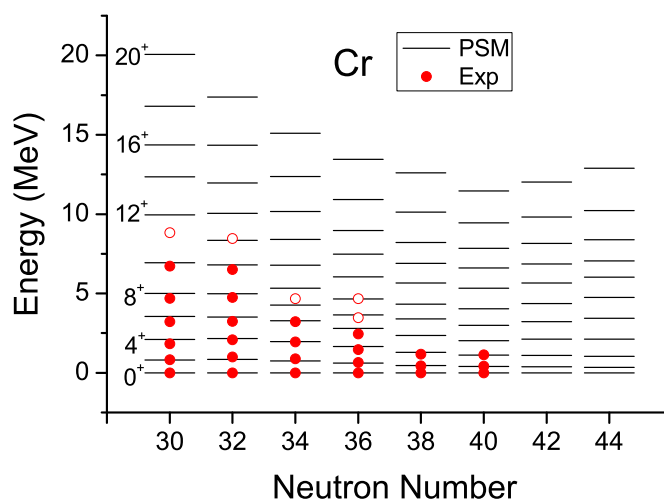


图 4-2 $^{54-68}\text{Cr}$ 理论计算的晕带能级(细实线)与实验数据(红点)的比较。数据取自[41] (^{54}Cr), [42] ($^{56,58,60}\text{Cr}$), [33] (^{62}Cr), 和[32] (^{64}Cr)。

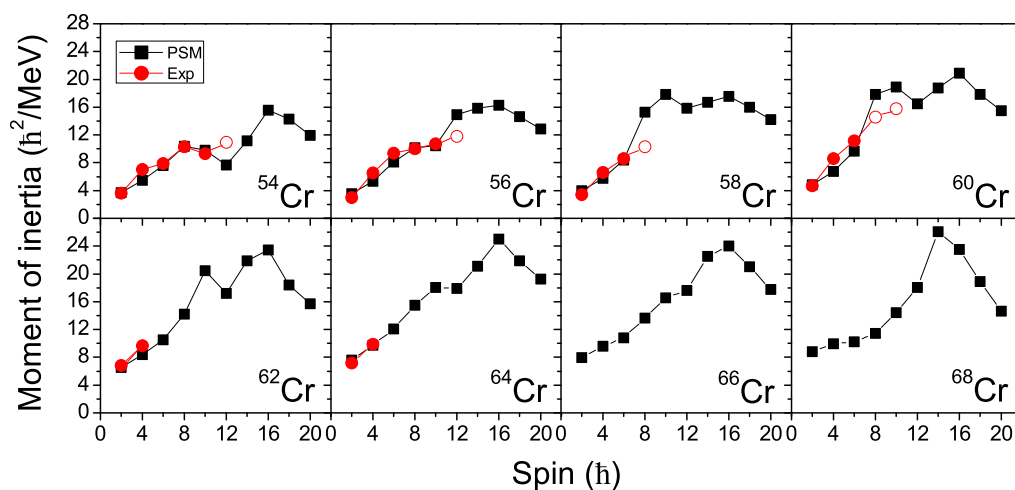


图 4-3 理论计算的偶偶核 $^{54-68}\text{Cr}$ 的晕带转动惯量(实心方框)与已有的实验数据(实心圆)的比较, 注意: 空心圆代表实验数据不确定。这些实验数据摘自参考文献[41] (^{54}Cr), [42] ($^{56,58,60}\text{Cr}$), [33] (^{62}Cr), 和[32] (^{64}Cr)。

表 4-2 Cr同位素的中子和质子2准粒子组态

中子	组态	质子	组态
$2n_1$	$\nu 1/2[440] \otimes \nu 3/2[431]$	$2p_1$	$\pi 3/2[321] \otimes \pi 5/2[312]$
$2n_2$	$\nu 3/2[431] \otimes \nu 5/2[422]$	$2p_2$	$\pi 1/2[300] \otimes \pi 3/2[321]$
$2n_3$	$\nu 5/2[422] \otimes \nu 7/2[413]$		

4.1.3 转动惯量

转动惯量是描述转动行为的特征物理量。其定义式为：

$$\mathcal{J}(I) = \frac{2I - 1}{E(I) - E(I - 2)}. \quad (4-1)$$

在图4-3中，我们给出了 $^{54-68}\text{Cr}$ 晕带的转动惯量的计算结果，并与实验进行了比较。我们可以看到，在这些核中，转动惯量 \mathcal{J} 在低自旋态时随着自旋 I 近乎线性地增加。然而，在大约 $I = 8$ 时就可以看到反常现象发生，实际反常方式与具体同位素有关。有趣的是，所有目前的实验数据包括最后一到两个不确定的数据都停止在了预言的反常自旋处。下面我们将讨论，这些反常反映了由特殊轨道上核子转动顺排引起的晕带结构的变化。于是，通过研究转动惯量的变化，我们就能够得到这个奇异质量区原子核的有关形变单粒子态的有用信息。

通过观察图4-3中的转动惯量变化方式，我们可以看到随着自旋的增加，两个最轻的同位素 $^{54,56}\text{Cr}$ 的转动惯量 \mathcal{J} 在自旋为 $I = 10$ 和 12 处或者下降或者停止增加，随后又快速增加。在 $I = 16$ 处，这两个核都被预言有一个峰值产生。转动惯量 \mathcal{J} 的反常现象在 $^{58,60,62}\text{Cr}$ 中尤其显著，在这三个核中转动方式改变了好几次。第一次是在自旋 $I = 6$ 之后预言到一个转动惯量快速上升发生。接下来是在 $I = 10$ 和 16 处预言到有两个峰值出现。对于 $N \geq 40$ 的同位素 $^{64,66,68}\text{Cr}$ ，我们的计算给出了转动惯量 \mathcal{J} 逐渐增加的趋势，并在自旋为 $I = 14$ 或 16 时预言有一个峰值产生。

4.1.4 能带图及讨论

为了理解引起转动惯量变化之因，我们研究了这些核的理论能带图。在投影壳模型中，一个带 κ 的能量定义式见(3-40)式。这是一个多准粒子组态的投影

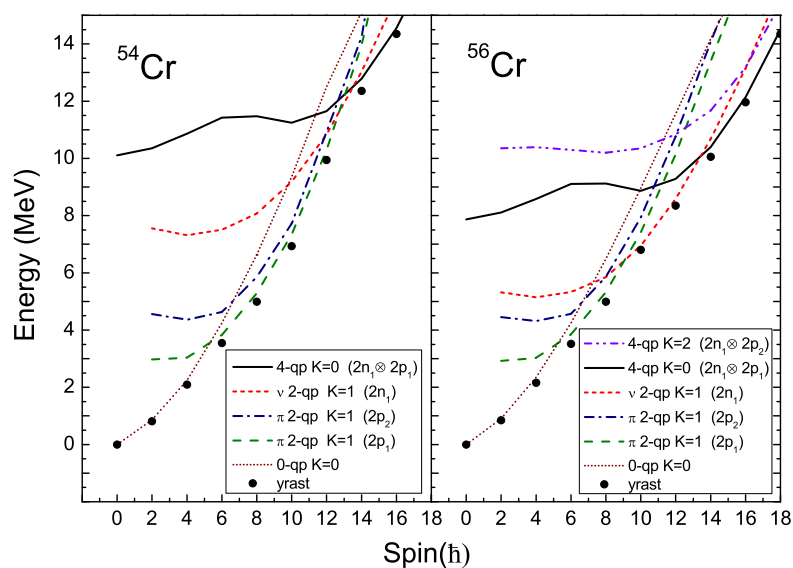


图 4-4 $^{54,56}\text{Cr}$ 的理论带图。这里给出的是重要的组态，表 4-2 给出了这些组态的解释。注意：为清楚起见，图中仅绘出了偶自旋态以避免曲线中出现奇偶自旋态间强烈的锯齿形为。

能量，在(3-40))中它是自旋 I 的函数。将一个完整的投影组态绘在一个图中称作能带图[53]，在图中，可以很容易地看到每一组态的转动行为连同它的相应能量及与其它组态的比较。由于我们的形变基保持轴对称，我们采用 K （角动量在对称轴上的投影）来标记组态。对于偶偶核来讲，0准粒子基态的 $K = 0$ 。然而一个多准粒子所具有的 K 值则由组成准粒子的各成分Nilsson K 量子数求和而得到。由组态混合得到的它们的叠加给出最终结果，其中对于每一自旋的最低能量为晕态。对于晕带区域带交叉的研究可以得到有用的信息，从中我们可以找到晕态的最重要的组态。

按照能带交叉的本质，我们将这些同位素分成三组来讨论。在图4-4-图4-6中，我们只画出了用来讨论图4-3中转动惯量变化所涉及到的重要组态。从图中看到，随着核子开始转动，0准粒子基带能量开始增加同时带很快地进入到高能区域。2准粒子和4准粒子在低自旋时增加缓慢因而能够与0准粒子带发生交叉。为了方便讨论，我们将2准粒子组态分成 $2n_1$, $2n_2$, $2n_3$, $2p_1$ 和 $2p_2$ ，其详细含义列于表4-2。在能带图中，我们采用不同线型来区分不同组态带，这样随着中子数的增加，我们就可以很容易地跟踪他们以观察其随中子数增加而发生的变

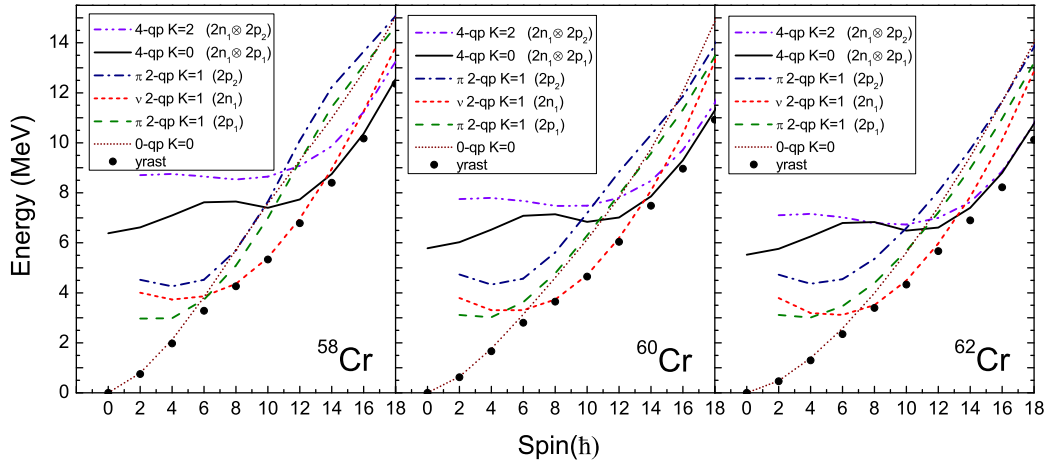


图 4-5 与图 4-4 同, 不过这里是 $^{58,60,62}\text{Cr}$ 的带图。

化。另外，在图 4-4-图 4-6 中标记为“yrast”的实心圆点表示在对角化之后相应于每一自旋的最低态，这些是可与实验数据(见图 4-3)比较的理论结果。

在两个最轻的同位素 $^{54,56}\text{Cr}$ 中，中子 $g_{9/2}$ 轨道远在费米面之上，因此中子 2 准粒子态的能量较高，质子 2 准粒子态应该首先与 0 准粒子带发生交叉。在图 4-4 中，我们确实发现质子 2 准粒子带(标记为 $2p_1$)是最低的 2 准粒子带，它与基带在 $I = 6$ 时发生交叉。由于交叉角度很小以致于它引起的转动惯量变化不大。另一个质子 2 准粒子带(标记为 $2p_2$)呈现出相似的行为，在自旋为 $I = 10$ 时与 $2p_1$ 带接近。之后，这两个质子 2 准粒子带几乎平行且彼此相互作用。这一作用引起了 ^{54}Cr 在自旋为 $I \approx 10$ 处的转动惯量的第一个变化，这可以在图 4-3 中看到。中子 2 准粒子带 $2n_1$ 在低自旋时能量很高，然而在 ^{56}Cr 中它与质子 2 准粒子带在 $I \approx 10$ 处相交。在自旋间隔 $I = 12 - 14$ 内，由两个 2 准粒子 $2n_1$ 和 $2p_1$ 组成的 4 准粒子带突然与 2 准粒子带发生交叉。所以在 $I \approx 14$ 之后，我们预言晕态为一个 4 准粒子结构。4 准粒子带交叉改变了晕带波函数的组成，导致了 $^{54,56}\text{Cr}$ 的转动惯量的第二个变化，这可以从图 4-3 中看到。

随着中子数沿 $N = 40$ 方向增加，我们预言了同位素 $^{58,60,62}\text{Cr}$ 的转动惯量具有非常不规则的行为(见图 4-3)。这是因为随着中子开始填充 $g_{9/2}$ 壳时，那些低 K 轨道开始接近费米面了。我们知道，当核子转动加快 (I 变大) 时，科里

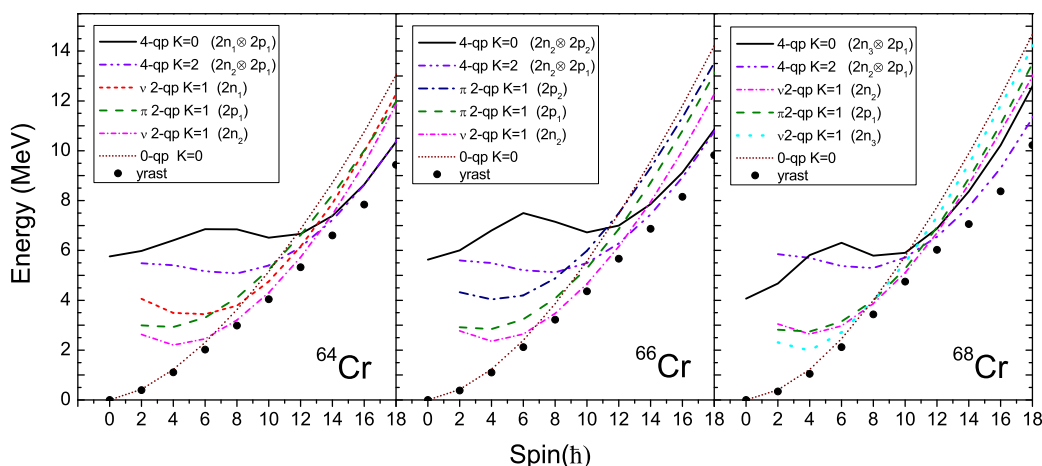


图 4-6 与图 4-4 相同, 不过是 $^{64,66,68}\text{Cr}$ 的带图。

奥力力会将一些核子对拆散。科里奥力正比于核子的角动量 j , 所以处于高 j 轨道的核子受力大, 首先被拆散而发生顺排。上面提到的 $g_{9/2}$ 轨道属于闯入态, 所以具有大的 j 值。于是随着中子填充 $g_{9/2}$ 轨道, 使得高 j 低 K 轨道上的中子对被科里奥力拆散而随着转动发生了自旋顺排。从图 4-5 中我们可以看到, 尽管在低自旋 $I < 6$ 时最低的 2 准粒子带是质子 $2p_1$, 但它增加迅速很快变得不重要了。另一个带头稍高的质子 2 准粒子带表现出相似的行为。相反地, 由 $g_{9/2}$ 轨道的两个低 K 中子耦合成的中子 2 准粒子带(标记为 $2n_1$)较为重要, 因为它在 $I = 6$ 处与基带交叉并在自旋范围 $I = 6 - 14$ 内成为晕带的主要成分。这一交叉导致了转动惯量在 $I = 6$ 或 8 处的一个突变, 见图 4-3。该预言与当前的实验数据[42]在 $I = 8$ 和 10 处不符, 但从图(4-3)中可以看到, 与我们预言不一致的那几个实验数据本身具有不确定性。该实验数据认为转动惯量似乎显现出一个较为规则的增长趋势。在图 4-5 中每个同位素都给出了两个 4 准粒子带, 其中 $K = 0$ 的那个 4 准粒子带引人注目, 因为它与中子 2 准粒子带 $2n_1$ 在自旋 $I \approx 14$ 处发生交叉之后成为最低。在 $^{58,60,62}\text{Cr}$ 中转动惯量在 $I \approx 16$ 处的峰值归因于 4 准粒子带的带交叉。

较重同位素 $^{64,66,68}\text{Cr}$ 的带图绘于图 4-6 中。随着中子数的增加, 中子 $2n_1$ 组态与费米面相距越来越远, 而另外两个中子 2 准粒子带 $2n_2$ 和 $2n_3$ 开始起作用。由

于在 $2n_2$ 和 $2n_3$ 组态中有一些更易被耦合的高 K 态, 所以2准粒子 $2n_2$ 和 $2n_3$ 的转动行为与2准粒子 $2n_1$ 不同。具有高 K 态的带的转动行为与基带相似, 因此它们之间的交叉总是很小。这导致观察到的转动惯量有所不同: 尽管 $2n_2$ 和 $2n_3$ 带与基带在 $I \approx 6$ 处相交, 但在图4-3中并未观察到转动惯量的显著变化。在高自旋($I > 14$)处, 我们的计算预言晕态与 $K = 2$ 的4准粒子组态发生强烈的混合。高自旋处转动惯量的峰值缘于与4准粒子组态的带交叉。

纵览带图4-4-图4-6, 我们可以很清楚地看到2准粒子和4准粒子带结构由于壳填充而沿同位素链的演化过程。随着中子数的增加, $g_{9/2}$ 轨道的作用随着不同 K 态的占有而变化, 这是因为第一个顺排他们自旋的核子会随着不同的同位素而发生变化。对于这些低密度单粒子能级的质量区域, 发生在可观察量如转动惯量的反常行为也可以在邻近同位素中发生。

4.2 Cr奇中子同位素结构研究

对这一部分内容的研究, 我们集中在了奇质量丰中子Cr同位素 $9/2^+$ 带的本质上。

近来的实验事实表明, 在 $Z = 28$ 闭壳下面, 位于质子 $f_{7/2}$ 壳的中间的丰中子原子核, 中子入侵 $g_{9/2}$ 轨道在低能结构中起着重要的作用[42, 50, 129, 130]。许多已经出版的文章在解释丰中子Cr和Fe同位素的实验数据时都对 $g_{9/2}$ 轨道的作用进行了讨论(参见文献[32-34, 40, 43, 125, 126, 131])。这表明随着壳演化至丰中子区域, $g_{9/2}$ 成分成为波函数中的一个非常显著的部分。

4.2.1 关于 $9/2^+$ 带本质的已有探索

$g_{9/2}$ 轨道重要性的最直接的证据是在奇质量同位素中, 当中子数增加时第一个激发 $9/2^+$ 态能量快速下降(参见文献[43, 44, 126], 对于 $Z = 28$ 附近核, 参见文献[50]中的图6)。奇质量丰中子核的第一个 $9/2^+$ 态的系统数据表明 $g_{9/2}$ 轨道一个中子的激发能够使得核心极化而发生形变。然而研究指出, 有些原子核[126, 129, 130]的核心具有软的特性。这种不确定的形状使得低能结构的讨论复杂化了, 尤其是对于 $9/2^+$ 态结构的一个明确解释变得更加困难了。 $9/2^+$ 态到底是长椭球还是扁椭球? 还是二者的一个复杂混合?

在研究奇质量丰中子Cr同位素时, Freeman、Deacon等[125, 126]指出在 $^{55,57}\text{Cr}$ 中, 低能负宇称态近似呈现出球形, 中子 $g_{9/2}$ 的激发将会产生一个长椭球形状

和一个基于 $1/2^+[440]$ 轨道的退耦合转动带（关于退耦合转动带的详细描述可参见投影壳模型的综述文章[53]，一般退耦合转动带为高 j 低 K 成分，其带图具有锯齿行为：即退耦合带可劈裂为 $\Delta I = 2$ 的一条优先带favored和一条非优先带unfavored）。然而对于 ^{59}Cr ，他们指出一个长椭球形状与发现的能量为 0.503MeV 的 $9/2^+$ 同核异能态本质不一致，Freeman、Deacon等认为，一个 $g_{9/2}$ 中子的激发将已经是轻微扁椭球形状的核心进一步转变为扁椭球形状。这种在软的核心外通过极化而导致的突然变化对理论描述造成了挑战。对于 ^{59}Cr 的同中子核 ^{61}Fe 来说，我们已经知道在激发能为 0.861MeV 处存在一个 $9/2^+$ 的同核异能态[38]，这一状态的四极矩及基于这一组态的能级的测量表明了 ^{61}Fe 具有长椭球形状[43, 132]。于是我们必需回答这样的问题：沿着同位素链或同中子链， $g_{9/2}$ 轨道是如何极化软的核心以及 $9/2^+$ 态的真正本质是什么？

角动量投影位能面计算[129]表明在这些 $A \approx 60$ 的原子核中，长椭球和扁椭球形状的能量极小相差不大，中间仅有一个非常低的能量势垒。不难想象，一个小的扰动就会导致系统从一种形状转变为另一种形状，所以基态附近的性质取决于具体情况，这是一个经常在量子多体系统中讨论的非常有趣的物理图像。然而，与别的量子系统不同，转动在原子核系统中是一个重要的运动。尽管在目前的情形下，基态附近的系统很容易受干扰而从一种形状变为另一种形状，但当原子核开始转动时就具有确定的形状了。可以说，原子核转动是稳定形变的驱动力量。

4.2.2 实验奇Cr核的转动惯量及球壳模型的计算结果

为了研究 $9/2^+$ 同核异能态的结构，让我们首先来看目前的实验数据能给我们什么信息。转动惯量随转动的变化显示了带结构的变化。在图4-7中，我们根据已有的实验能级[43, 125, 126, 133]给出了 $^{55,57,59}\text{Cr}$ 及 ^{59}Cr 的同中子核 ^{61}Fe 的 $9/2^+$ 带的实验转动惯量。从图中我们可以看到，由带内跃迁能量 $E_\gamma(13/2^+ \rightarrow 9/2^+)$ 得到的第一个数据对于这四个核来说非常的相似，这表明这些核激发到 $g_{9/2}$ 态时可能具有相同的形状。实验数据给出了一个事实—第一个 $9/2^+$ 激发态，即 $9/2^+$ 带的带头能，快速地从 ^{55}Cr 到 ^{59}Cr [50, 126]下降。进一步观察发现，对于有一些实验数据的 $^{55,57}\text{Cr}$ ，转动惯量随转动的变化也很相似，这表明这些核随着转动显示出相同的结构变化。由于电子光谱四极矩(Q_s)是一个对原子核电荷分布偏离球对称程度的测量，而且是一个实验上可观测并能通过采用壳模型波函数直接计算，所以我们将 $9/2^+$ 态的球形壳

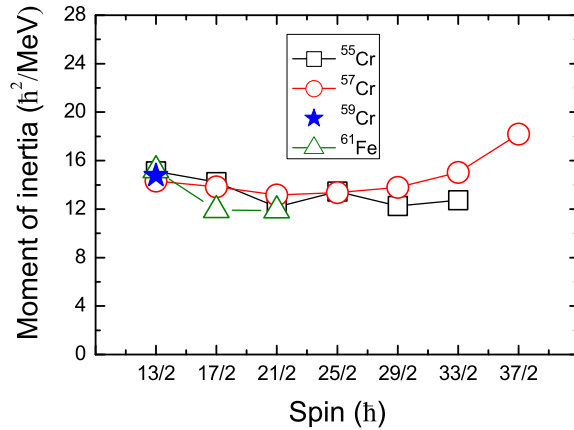


图 4-7 奇质量核^{55,57,59}Cr与⁶¹Fe的9/2⁺带转动惯量的实验值, 数据取自文献[133] (⁵⁵Cr), [125] (⁵⁷Cr), [126] (⁵⁹Cr),以及[43](⁶¹Fe).

表 4-3 ⁵⁹Cr中9/2⁺态的计算激发能(以MeV为单位)、光谱四极矩 Q_s (单位 $e\text{ fm}^2$)以及通过假定 $K = 1/2$ 或 $9/2$ 的约化四极形变 β 。作为比较, 同时给出了9/2⁺态的实验能级[38]。

I^π	$E_x(\text{Exp})$	$E_x(\text{SM})$	$Q_s(\text{SM})$	$\beta (K = 1/2)$	$\beta (K = 9/2)$
9/2 ⁺	0.503	0.490	-39.44	+0.273	-0.182

模型计算的 Q_s 值[50]列于表4-3中, 可以看到其值为 $-39.44 e\text{ fm}^2$ 。我们注意到, 由Vermeulen 等[132]测得的⁶¹Fe的9/2⁺同核异能态的光谱四极矩为 $|Q_s| = 41(6) e\text{ fm}^2$ 。可以看出, ⁵⁹Cr的9/2⁺态壳模型理论计算值 Q_s 与对⁶¹Fe的测量的实验绝对值非常接近, 尽管实验[132]还没有确定符号。

为了将光谱四极矩与内禀量如内禀四极矩及形变联系起来, 需要通过介绍一个本体坐标系来进行模型计算。而且, 为了应用几何模型(集体模型)来计算奇质量核, 对于一个组态, K 量子数的假定是必要的。正如表4-3所示, 如果假定 $K = 1/2$, 可得到一个较大的、正的形变 β , 这表明⁵⁹Cr的9/2⁺态具有长椭球形状。另一方面, 如果假定 $K = 9/2$, 则得到一个较小的、负的形变 β , 相应于一个中等的扁椭球形变。在[50]中也计算了⁵⁹Cr的低能负宇称态的 Q_s 值。比如, 对于3/2⁻态, 可得到 $Q_s = +20.20 e\text{ fm}^2$ 。该态 $K = 1/2$ 的假定得到 $\beta = -0.255$, 这与早期 β 衰变工作[134]得到的结论相一致, 即低能负宇称态具有扁椭球形状。然

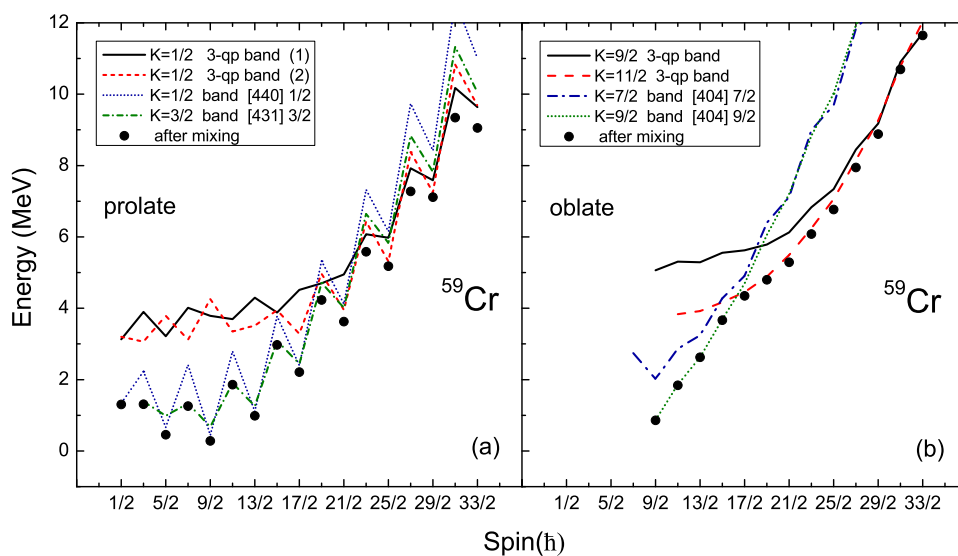


图 4-8 ^{59}Cr 的计算能带图, 其中, (a)表示通过假设形变为 $\varepsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状得到的能带图; (b)表示形变为 $\varepsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状得到的能带图。

而, 对于这样的估计我们必须小心, 因为对于一个具有软的核心系统, 应用几何模型和假定 K 量子数来提取形变参量也许并没有多大意义。因此, 对于这些原子核来说, 由于其具有长椭球或扁椭球形状的概率接近, 仅光谱四极矩并不能给出关于形变的确切答案。

4.2.3 投影壳模型对奇质量Cr核的 $9/2^+$ 同核异能态结构的研究

下面我们应用投影壳模型来对上述问题进行研究, 我们通过采用一个形变基来进行计算并与实验作比较以证实上述假设的正确性。需要注意的是, 与前面偶偶Cr核不同, 对于奇质量Cr核其组态空间是由1准粒子和3准粒子构成的, 见前面(3-31)式。

另外在哈密顿量中, 考虑到奇质量系统弱的对力作用, 与偶偶核相比, 奇质量Cr核的单极对力强度缩减了约2%, 其余对力强度与偶偶Cr核相同。相应于前面壳模型计算对于 $9/2^+$ 态两种可能形状的 $K = 1/2$ 和 $9/2$ 的假定, 我们选择了两个四极形变来建立形变基, 这两个四极形变参数分别为 $\varepsilon_2 = +0.23$ 与 -0.16 。下面我们来讨论基于这两种计算的结果。

4.2.3.1 ^{59}Cr 的带图分析

与偶偶核相似, 我们首先来研究能带图。对于奇质量核来说, 典型的转动带为1准粒子和3准粒子带, 每一转动带具有一个由其准粒子成分决定的 K 值。带图中的点表示经过组态混合之后得到的最终结果, 可与实验进行比较。在图4-8中给出了 ^{59}Cr 的带图, 对于长椭球和扁椭球两种情形各自给出了两个1准粒子和两个3准粒子带以及混合之后的结果(图中圆点)。我们重点讨论两个特殊的1准粒子组态, 这相应于 $g_{9/2}$ 轨道 K 态的两个极端值, 即组态 $K = 1/2[440]$ 与 $K = 9/2[404]$ 。在低自旋时, 它们分别对应于长椭球与扁椭球的最低组态。通过角动量投影, 这两个 K 带显示出完全不同的转动依赖关系。在图4-8(a)中, $K = 1/2$ 带在两个旋称分支之间表现出一个很强的锯齿行为, 清楚地显示了一个退耦合效应[135]。能量优先的一支 $I = 1/2, 5/2, 9/2, 13/2, \dots$ 随转动具有一个特殊的行为: 随着 I 的增加, 能量首先下降, 在 $I = 9/2$ 处转折, 然后开始上升, 这一行为从量子力学角度可理解为一个转动体角动量守恒的需要[136]。

于是由投影壳模型计算明显地看出, 对于退耦合 $K = 1/2$ 带能量优先的一支的最低能量值在 $I = 9/2$ 处。带内能级 $1/2$ 与 $5/2$ 的能量都位于 $9/2$ 之上。对于 $^{55,57}\text{Cr}$ 和 ^{61}Fe 也可得到相似的结论。这一结果被大尺度球壳模型计算所支持, 因为在大尺度球壳模型计算中预言了 $I = 9/2$ 态是该带中最低的态。我们注意到在 ^{57}Cr 的实验文章中[125], Deacon 等估计的 $1/2^+$ 与 $5/2^+$ 态位于 $9/2^+$ 态之下约120和360keV。然而, $1/2^+$ 与 $5/2^+$ 态在他们的实验中并没有观察到。

在图4-8(b)中, 扁椭球的转动行为看起来与长椭球很不同。我们可以看到1准粒子 $K = 9/2$ 带是单调递增的, 近似服从一个转子的 $E \sim I(I + 1)$ 规则。在两个旋称分支之间没有能级劈裂, 所以应该可以观察到 $\Delta I = 1$ 的转动带。当然, $K = 1/2$ 与 $9/2$ 的这两个带一定具有实验上可区分的完全不同的转动惯量。随着角动量的增加, 中子对被科里奥利力破坏从而将它们的自旋沿核的转动轴顺排。对于目前的中子1准粒子 $g_{9/2}$ 组态, 首先破坏的对应该是 $f_{7/2}$ 质子对。在图4-8中的能带图中, 这一情形通过与3准粒子组态的混合来描述, 其中3准粒子组态由一个准中子加上 $f_{7/2}$ 轨道上的 $K = 3/2$ 与 $5/2$ 的一对准质子组成。可以看到, 在高自旋处3准粒子带的能量较1准粒子带的能量低, 从而构建了一个1准粒子与3准粒子之间带交叉的图像。在图4-8(a)的长椭球形变中, 带交叉发生在约 $I = 25/2$ 处, 而在图4-8(b)的扁椭球形变中, 带交叉发生在较早的 $I = 17/2$ 处

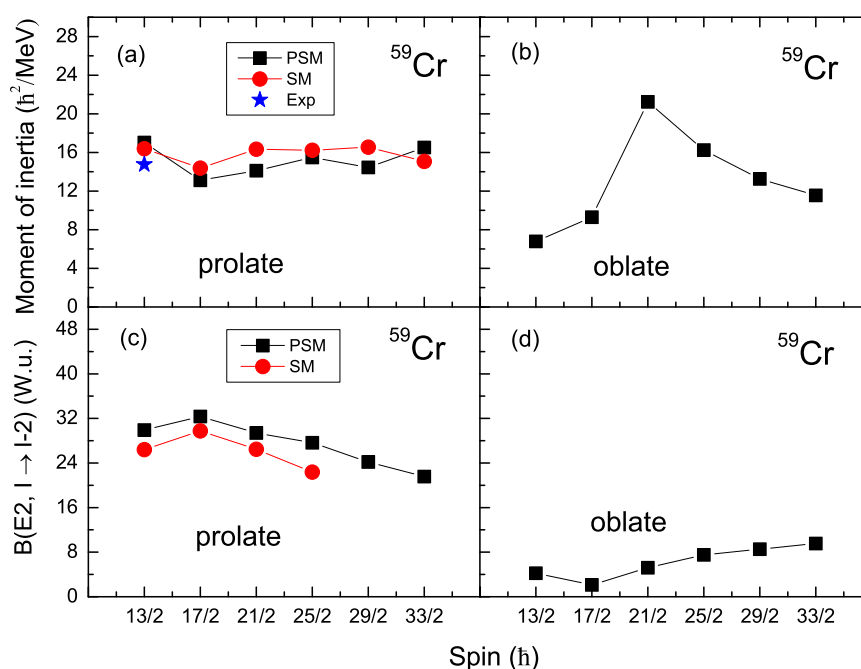


图 4-9 通过在(a)与(c)中假定长椭球形状($\varepsilon_2 = +0.23$)及(b)与(d)中假定扁椭球形状($\varepsilon_2 = -0.16$), 我们对 ^{59}Cr 的9/2转动带的转动惯量和B(E2)进行了比较。同时在(a)与(c)中给出了壳模型计算[50]结果并在(a)中给出了唯一的实验结果

而且交叉角度很大。一个大角度交叉将会导致交叉前后波函数的突然改变, 从而引起某些观测效应的显著变化。

4.2.3.2 ^{59}Cr 的9/2⁺带转动惯量和电四极跃迁

在投影壳模型计算中, 图4-8中给出的投影带通过哈密顿量的对角化而被混合。计算能级(如图4-8中的圆点)可与实验数据作比较, 波函数可用来计算电磁跃迁概率。在图4-9中, 我们分别给出了假定形变参数为 $\varepsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状及形变参数为 $\varepsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状的两套计算转动惯量和电四极跃迁概率B(E2)。电四极跃迁从初态I到末态I-2的概率B(E2)值通过以下方程给出:

$$B(E2, I \rightarrow I-2) = \frac{1}{2I+1} |\langle \Psi^{I-2} | \hat{Q}_2 | \Psi^I \rangle|^2, \quad (4-2)$$

其中, $|\Psi^I\rangle$ 就是方程(3-39)中给出的波函数。计算中的有效电荷采用标准值: $e_\pi = 1.5e$ 和 $e_\nu = 0.5e$, 这些有效电荷值在本章研究的所有同位素及下一章Fe同位素中都是固定的。因此, 计算得到的B(E2)值的任何改变都是波函数结构改变的反映。

通过长椭球和扁椭球假设的两种计算结果与已知的实验信息的比较, 我们可以理解9/2⁺带的本质。利用⁵⁹Cr[126]已有能量 $E_\gamma(13/2^+ \rightarrow 9/2^+)$ 的实验数据, 我们得到转动惯量的值近似为 $15\hbar^2/\text{MeV}$, 这一值与投影壳模型假定模型基为长椭球形状得到的计算值(见图4-9(a))符合得非常好。在图4-9(a)中, 我们也绘出了由大尺度球壳模型[50]计算的转动惯量。可以看到, 两种计算—投影壳模型和大尺度球形壳模型—的计算结果非常一致。有趣的是, 两种类型的壳模型, 一种采用形变基截断壳模型空间而另一种采用球形基, 却对同一物理得到了一致的描述。两种模型的一致及与实验数据的符合[126]有力地证明了9/2⁺同核异能态的主要成分是 $K = 1/2[440]$ 。另一方面, 由扁椭球形变得到的投影壳模型转动惯量仅为长椭球形变转动惯量的一半(见图4-9(b)), 这与球壳模型计算值以及实验值完全不符, 所有这些都支持9/2⁺态是长椭球形状的结论。在图4-9(b)中, 投影壳模型计算的转动惯量在 $I = 21/2$ 处有一个急剧的上升, 这相应于4-8(b)中的一个大角度带交叉。但在长椭球形变是却没有这样的预言, 将来的实验会验证这一点。

在图4-9(c)中, 我们给出了9/2⁺带的计算B(E2)值。在这幅图中可以看到投影壳模型的计算结果与球形壳模型的曲线变化一致, 其中球形壳模型的结果取自文章[50]中的表II。在这里我们又一次看到两种模型预言的一致性。目前实验上还没有这个带的B(E2)数据。在文献[137]中, Lenzi 等预言了⁶⁰Cr中 $B(E2, 6^+ \rightarrow 4^+)$ 跃迁概率约为35W.u., 这与我们在图4-9(c)中给出的预言值 $B(E2, 13/2^+ \rightarrow 9/2^+)$ 很接近。另一方面, 投影壳模型的扁椭球假设计算却得到了非常小的B(E2)值(见图4-9(d)), 该带的每一跃迁概率都小于10W.u.。

4.2.3.3 ⁵⁹Cr的9/2⁺带的g因子研究

g 因子是对波函数中单粒子成分最敏感的物理量。在投影壳模型计算中, g 因子可由下式直接计算:

$$g(I) = \frac{\mu(I)}{\mu_N I} = \frac{1}{\mu_N I} [\mu_\pi(I) + \mu_\nu(I)], \quad (4-3)$$

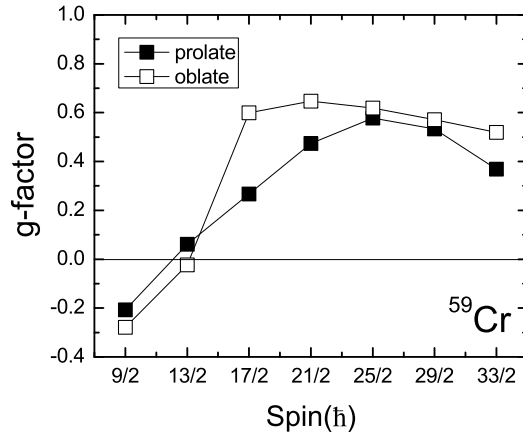


图 4-10 通过假定形变为 $\varepsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状和形变为 $\varepsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状, 我们对 ^{59}Cr 计算得到的g因子值进行了比较。

$\mu_\tau(I)$ 是内禀态 $|\Psi^I\rangle$ 的磁矩, 可表示成:

$$\begin{aligned} \mu_\tau(I) &= \langle \Psi^I | \hat{\mu}_z^\tau | \Psi^I \rangle \\ &= \frac{I}{\sqrt{I(I+1)}} \langle \Psi^I | \hat{\mu}^\tau | \Psi^I \rangle \\ &= \frac{I}{\sqrt{I(I+1)}} \left[g_l^\tau \langle \Psi^I | \hat{j}^\tau | \Psi^I \rangle + (g_s^\tau - g_l^\tau) \langle \Psi^I | \hat{s}^\tau | \Psi^I \rangle \right], \end{aligned}$$

这里 $\tau = \pi$ 和 ν 分别表示质子和中子。 g_s^π 和 g_s^ν 采用下面的标准值:

$$\begin{aligned} g_l^\pi &= 1, & g_s^\pi &= 5.586 \times 0.75, \\ g_l^\nu &= 0, & g_s^\nu &= -3.826 \times 0.75. \end{aligned}$$

由上式可以看出, 质子对于g因子的贡献是提供一个大的、正的 g_s^π , 它使得g因子增加; 而中子却由于提供一个负的小的 g_s^ν 而致g因子的值减小。

我们在图4-10中给出了投影壳模型计算的g因子值, 同样列出了两种情况的值: 即假定形变参数为 $\varepsilon_2 = +0.23$ 的长椭球形状和假定形变参数为 $\varepsilon_2 = -0.16$ 的扁椭球形状的g因子值。对于 $9/2^+$ 态, 两种情况都得到一个负的g因子值, 这缘于 $g_{9/2}$ 轨道的一准中子态。随着转动的加快, 两种形变的计算都预言了由于质子顺排给出的正的贡献导致g因子快速增加。两条曲线的区别在于: 长椭球形变预言的g因子是一种稳定地增加; 而扁椭球预言的g因子却由于图4-8(b) 中曾讨论

的大角度带交叉而产生一个急剧上升现象。关于g因子目前没有实验值可比较。在文献[138]中, Matea等报道了他们对于 ^{61}Fe (^{59}Cr 的同中子核)的 $9/2^+$ 同核异能态的g因子的精确测量。他们得到的g因子为 $g = -0.229(2)$, 这与图4-10给出的我们计算得到的 $9/2^+$ 态的g因子值相当一致。

4.3 本章小结

总之, 我们的研究强调了质子 $f_{7/2}$ 轨道和中子 $g_{9/2}$ 轨道在 $A = 60$ 区丰中子核中的重要性。激发到这些轨道将导致高自旋时显著的观测效应, Cr的偶偶核转动惯量的变化可以解释为高 j 粒子的转动顺排。由于讨论基于严格的形变单粒子方法, 我们强调任何将来的实验不管是肯定还是否定, 我们的预言都将是有价值的信息, 这将帮助我们对用于研究这一丰中子质量区域的单粒子结构的理论作出修改。另外, 为了理解奇质量原子核 ^{59}Cr 与邻近奇质量同位素 $^{55,57}\text{Cr}$ 及同中子核 ^{61}Fe 关于 $9/2$ 态的不同解释, 我们实行了投影壳模型计算并给出了大尺度球壳模型计算结果[50]。相应于两种可能的形变, 我们在投影壳模型计算中特意采用了两种形变基来建立壳模型空间, 在两种形状假设的基础上进行了计算, 从而给出了长椭球形变和扁椭球形变的两种计算结果。计算表明, 长椭球形变假设的投影壳模型计算结果与球形壳模型一致并与 ^{59}Cr 的 $9/2^+$ 带的实验转动惯量符合。长椭球形变假设的投影壳模型计算的 $B(E2)$ 值与文章[50]中球形壳模型计算得到的 $B(E2)$ 值相符合。综合上述结果, 我们得到结论, 与别的邻近奇质量核一样, ^{59}Cr 的 $9/2^+$ 同核异能态以及相应的转动带的主要成分是具有长椭球形变的 $K = 1/2[440]$ 态。我们的研究强调了中子 $g_{9/2}$ 轨道在这一丰中子质量区低能结构中的重要性, 并解释了基态附近具有软核心的系统是如何通过转动将形状稳定下来的。

第五章 丰中子核Fe同位素结构的系统研究

目前我们对中子数接近 $N = 40$ 的丰中子Fe原子核的了解情况如下：首先，我们已发现这些Fe同位素基态附近显著的集体性。其次，已有的实验数据表明，为了描述Fe同位素的高自旋现象，理论模型应该包含中子 $g_{9/2}$ 轨道[130]。最后，实验观测到的 E_4^+/E_2^+ 能量比率与我们所期望的典型形变原子核不一样，于是，人们就对中子数接近 $N = 40$ 的Fe同位素形变假设产生了很大怀疑[45]。所以合理地解释上述现象对理论是一个很大的挑战。

本章我们应用投影壳模型对丰中子Fe同位素从中子数 $N = 32$ 到 $N = 42$ 进行了系统地研究，计算一直进行到自旋为 $I = 20$ 的态。我们讨论了晕带光谱及 $B(E2)$ 值的反常现象，并进一步预言了一个负宇称低 K 带和晕带附近的一个正宇称高 K 带。我们的研究揭示了 $N \approx 40$ 同位素的基态具有软的特性，同时强调了中子 $g_{9/2}$ 轨道在决定这些原子核低自旋态和高自旋态结构特性方面的重要作用。

5.1 形变单粒子态

与Cr的计算类似，对于Fe，我们还是以形变单粒子态开始。同样采用参考文献[127]中给出的标准Nilsson参数计算了Fe形变单粒子态。在图5-1中，我们绘出了Fe的Nilsson图，这是我们后面好多讨论的基础。确定那些参与低能激发的费米面附近的单粒子态是非常重要的，在形变范围 $\epsilon_2 = 0.20 - 0.23$ 内，图5-1中两部分的长方形区域包含了这些重要的单粒子态。在图5-1(a)中的质子情形，在质子数为26，形变范围为 $\epsilon_2 = 0.20 - 0.23$ 之间，我们看到来自于 $\pi f_{7/2}$ 的 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 单粒子态位于长方形之内。后面我们将讨论，这两个单粒子态能够耦合成一个正宇称高 K ($K = 6$)的2准粒子态。对于图5-1(b)的中子情形，在中子数为32 - 42及形变范围为 $\epsilon_2 = 0.20 - 0.23$ 之间，我们看到一些 fp 壳和 $g_{9/2}$ 态在长方形区域内。他们分别是来自于中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的正宇称 $K = 1/2$ 和 $3/2$ 态、来自于 $\nu f_{5/2}$ 轨道的负宇称 $K = 1/2$ 和 $3/2$ 态以及来自于 $\nu p_{3/2}$ 轨道的负宇称 $K = 3/2$ 态。这些单粒子态将参与后面的关于转动顺排及低能正宇称2准粒子带的讨论。很显然，由于形变所致的能级劈裂使得中

表 5-1 Fe同位素核计算中采用的四极和十六极形变参数.

Fe	58	60	62	64	66	68
ε_2	0.230	0.200	0.200	0.216	0.225	0.220
ε_4	0.027	0.060	0.053	0.020	0.000	0.000

子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的低 K 态下降很厉害以致于入侵到了 fp 壳的区域中, 这将使得中子很容易地就被激发到了 $g_{9/2}$ 轨道上。

5.2 Fe同位素晕带能级图

对于Fe的计算也考虑了 $N = 2, 3, 4$ 三个主壳, 在这样一个模型空间中费米面近似地处于单粒子能级的中间以保证有大的激发空间。偶偶核多准粒子组态(直到4准粒子)见(3-29)式。大于4准粒子的组态由于其对应于高激发态而未被考虑在内。在Fe的计算中对力强度取为: $G_M = [19.7 \mp 11.3(N - Z)/A]/A$, 其中, “+” (“-”) 对应于质子(中子), 耦合常数为 $G_1 = 19.7$ 及 $G_2 = 11.3$, 四极对力强度 G_Q 与 G_M 之比取为0.30。计算[130]表明具有34个中子数的 ^{60}Fe 的四极形变为 $\beta \sim 0.20$ 。当朝着 $N = 40$ 方向增加中子数到更加丰中子核时, 形变将变得更大。类似的形变趋势在大尺度壳模型计算[46]中也作了讨论。我们计算中用于产生形变基的四极与十六极形变参数列于表5-1, 其中十六极形变参数 ε_4 取自参考文献[139]。具有这些形变的内禀态就是我们投影壳模型计算的基。

在图5-2中, 我们给出了从 ^{58}Fe 到 ^{68}Fe 的偶偶核同位素链晕带的计算能级。对每一同位素, 绘出了直到自旋为 $I = 20$ 的态并与已有的实验数据进行了比较。比较结果表明, 投影壳模型很好地再现了已知的实验数据。从Fe晕带能级看出, 它与Cr的晕带能级具有相同的特点, 即具有能级随中子数增加而变得越来越压缩(在中子数为 $N = 40$ 和42时, 能级较 $N = 32$ 同位素压缩了约6 MeV), 以及在自旋约为 $I = 8$ 处晕带能谱的一个反常变化的特点。

5.3 转动惯量

在图5-3中, 我们给出了按式(4-1)定义的 $^{58-68}\text{Fe}$ 的晕带转动惯量。在转动惯量的定义中采用了能量的微商, 因此它反映了能量随自旋的变化。所有同位素

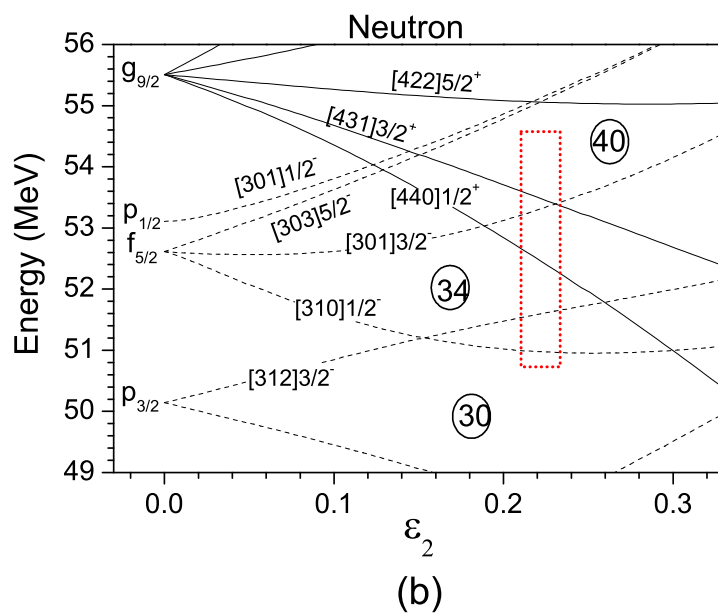
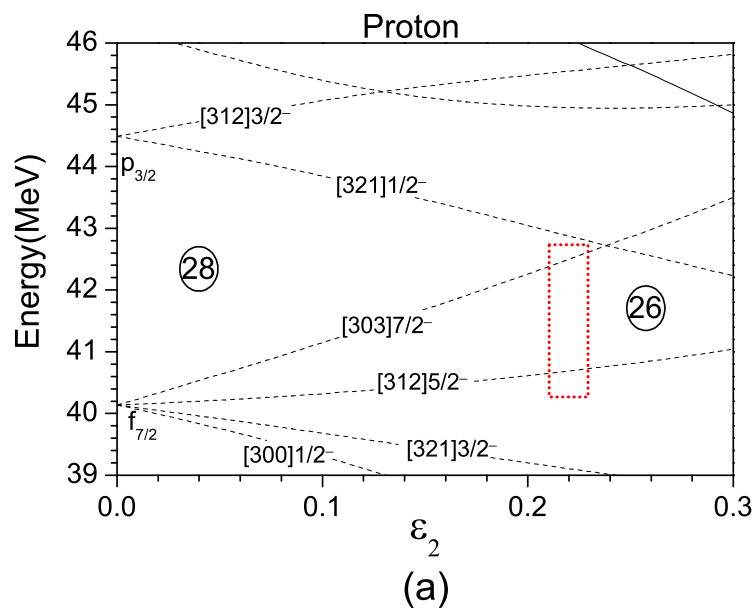


图 5-1 Fe同位素的质子(a)和中子(b)Nilsson图.

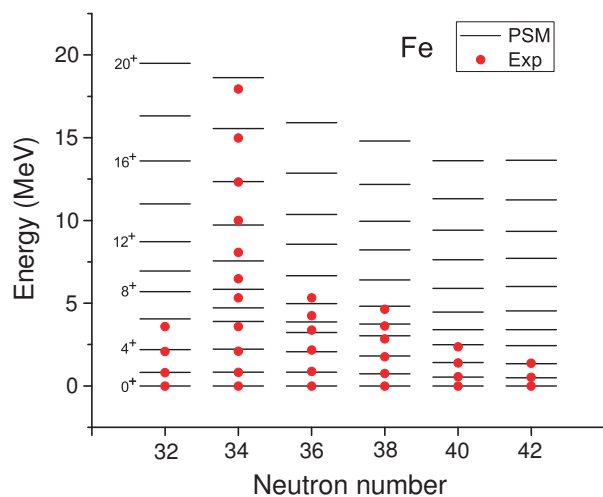


图 5-2 $^{58-68}\text{Fe}$ 的理论计算的晕带能级 (细实线) 与实验数据 (红点) 的比较。数据取自 [43] (^{58}Fe), [130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe), 以及 [35] ($^{66,68}\text{Fe}$)。

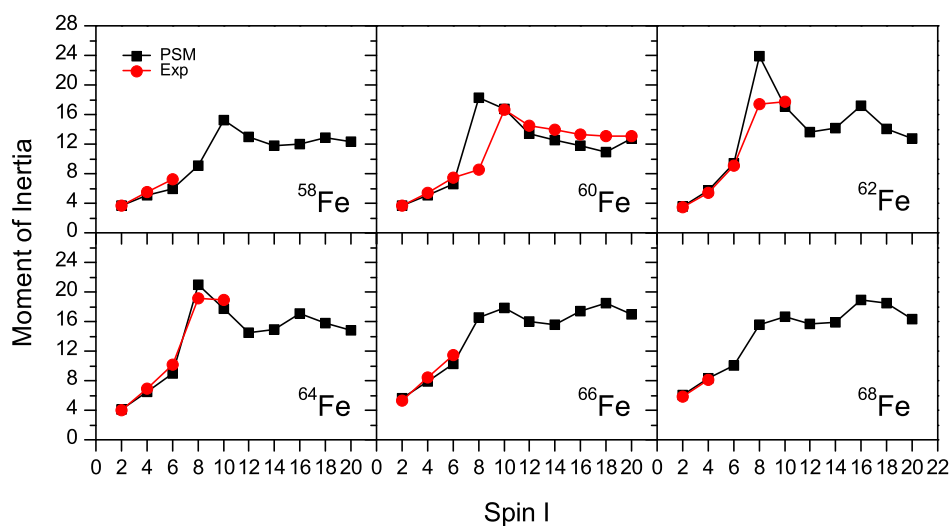


图 5-3 $^{58-68}\text{Fe}$ 的晕带计算转动惯量与实验数据的比较。数据取自 [43] (^{58}Fe), [130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe), 以及 [35] ($^{66,68}\text{Fe}$)。

的典型特点是对于最低的三个自旋态,转动惯量随转动几乎是线性增加的。然而,在自旋增加到 $I = 20$ 的过程中,这种规则变化方式被中断了两次。转动惯量的第一次反常是在自旋 $I = 8$ 附近,在这里计算预言到转动惯量有一个突然的增加,伴随一个峰值出现在 $I = 8$ 或 10 附近。在三个同位素 ^{60}Fe , ^{62}Fe 和 ^{64}Fe 中,我们看到转动惯量的实验数据也确实出现了剧烈的变化。这样,我们的计算很好地再现了实验观测,尽管对于 ^{60}Fe ,我们理论预言转动惯量的增加发生在较小自旋处。另外,计算还预言了转动惯量的第二次反常,即在 $I = 16$ 或 18 处出现了第二个峰值,这一现象在图5-3中较重的同位素 $^{62,64,66,68}\text{Fe}$ 中看得较为明显。这一预言有待将来实验证实。

转动惯量的反常归因于转动顺排,来自于高 j 轨道上的核子对在转动过程中由于科里奥利力而被拆开了,而且被迫将它们的自旋沿集体转动轴的方向顺排。图5-3中看到的第一个反常是由一对准粒子的转动顺排引起的,第二个反常是由两对粒子同时顺排引起的。以前,投影壳模型计算曾采用同样的方法解释了一些 fp 壳原子核在实验上观测到的转动惯量反常现象[140-142]。

5.4 能带图

在投影壳模型的能量自旋图中,能量低的2准粒子带能够与基带交叉,引起了交叉前后态结构的改变[53]。这种情形可以很方便地用能带图描绘,利用与Cr同样的计算,方程(3-40)中的每一个纯的角动量投影组态的带能作为自旋的函数都被绘在了能带图中。通过这种方法,能带的转动行为及它们之间的交叉就可被观测到。对于Fe同位素,与基带交叉的最低的2准粒子带相应于占据着 $\nu g_{9/2}$ 轨道的两个准中子态。图5-4中作为一个例子给出了 ^{62}Fe 的带图。

在图5-4中,我们绘出了0准粒子基带和4个2准粒子及1个4准粒子带来代表每种组态的最重要成分,它们都具有正的宇称。标记为'Yrast'的点是给定自旋 I 的最低态,是在组态混合,即哈密顿量的对角化之后得到的,由于模型基是由 K 标记的,所以这相应于一个 K 混合过程。这些点是图5-2和5-3中给出的用来与实验比较的理论结果。我们看到,随着系统开始转动,0准粒子带的能量迅速增加并进入高能区域,从而对于低能态来说变得不再重要。具有 $K = 1$ (在图5-4中标记为 $\nu 2\text{-qp } K = 1$)的由 $\nu g_{9/2}$ 轨道上 $K = 1/2$ 和 $3/2$ 态耦合而来的中子2准粒子态,刚开始随自旋增加几乎保持为常数,但在自旋为 $I = 8$ 时开始上升。由于这一独特行为,它与基带在 $I = 6$ 之前就发生了交叉,成为了自旋范

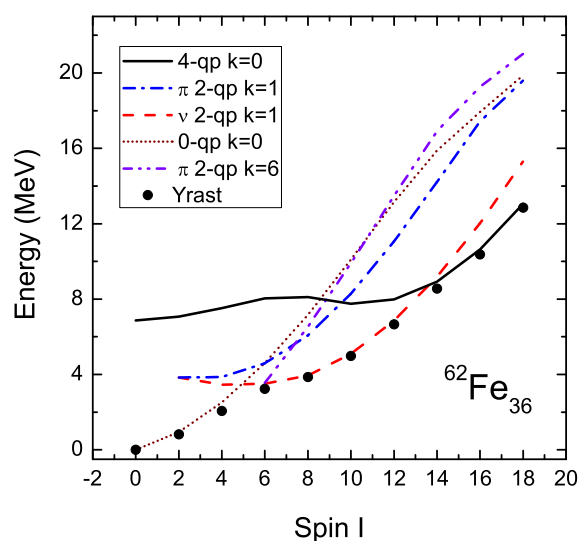


图 5-4 $^{62}\text{Fe}_{36}$ 的正宇称态理论能带图。注意，为了清楚地解释物理，这里仅绘出了偶自旋态以避免奇偶自旋态之间的锯齿曲线。

围 $I = 8 - 12$ 内物理上最重要的组态。这一带交叉是转动惯量第一次反常的原因。还有一个质子2准粒子组态(在图5-4中标记为 π 2-qp $K = 1$)，其带头能与 ν 2-qp $K = 1$ 的带头几乎相同，这是一个由 $\pi f_{7/2}$ 轨道上 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 的两个质子组成的质子2准粒子态。在 $I = 14$ 时，中子2准粒子带在能量上不再占优势，因为由2准中子和2准质子组成的一个4准粒子组态与之发生交叉并成为最重要的成分。该4准粒子来自于上面提到的两个 $K = 1$ 的2准粒子态，即中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的 $K = 1/2$ 和 $3/2$ 态和质子 $\pi f_{7/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 态，它们耦合成总 $K = 0$ 的态。在图5-4中可以看到，这一4准粒子组态的能量刚开始呈现出一个平缓的曲线，一直到自旋 $I > 14$ 时能量才开始增加。于是投影壳模型计算预言在 $I \approx 14$ 之后，晕态为一个4准粒子结构。4准粒子带与中子2准粒子带在 $I \approx 14$ 处的交叉是图5-3中讨论的转动惯量第二次反常之因。

图5-4中最后需要提到的带是一个 $K = 6$ 带，其带头能与中子2准粒子带接近。这个带在能量-自旋图中上升很快，因此对于一个给定自旋将具有大的转动频率(因为转动频率定义为 $\omega = dE/dI$)和较小的转动惯量。由于该带开始于低能区域，被实验观测到的可能性比较大，我们将在后面讨论这一特殊组态。

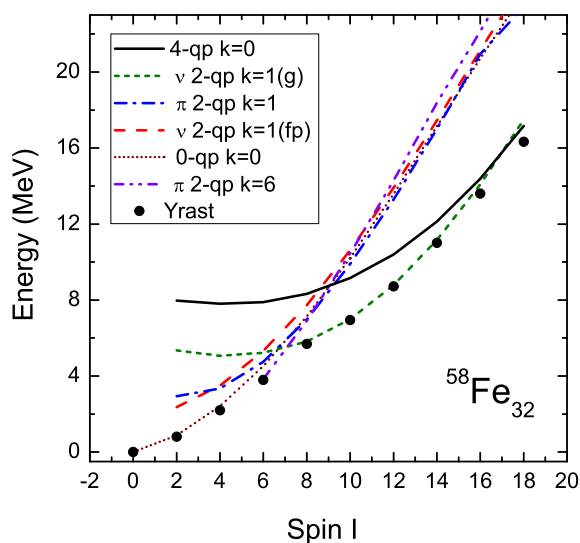


图 5-5 与图 5-4 一样,不过这里是 ^{58}Fe 情形。注意, fp 壳的中子 2 准粒子态(标记为 ν 2-qp $K = 1(fp)$)开始于一个较低的约为 2 MeV 的能量,而来自于 $g_{9/2}$ 轨道的中子 2 准粒子态(标记为 ν 2-qp $K = 1(g)$)却开始于一个约 5.5 MeV 的高能量。然而,后者却在经过几个自旋之后能够变低且与基带(标记为 0-qp $K = 0$)在自旋为 6 处发生交叉,交叉以后其能量成为最低。

上面的讨论表明在形变 $\varepsilon_2 \sim 0.2$ (这是我们所研究的 Fe 同位素的典型形变)下,激发到入侵轨道 $\nu g_{9/2}$ 上是低自旋的主要结构。一对 $g_{9/2}$ 轨道上的中子的转动顺排是引起转动惯量第一次反常之因。高自旋处预言到的转动惯量的第二次反常是由 $g_{9/2}$ 轨道上的一对中子和 $f_{7/2}$ 轨道上的一对质子同时顺排所致,因此,引起第二次转动惯量反常的交叉带是一个 4 准粒子组态。在计算中包含 $g_{9/2}$ 轨道的中子的重要性不仅是针对于较重的 Fe 同位素,而且对于费米面低于 $g_{9/2}$ 轨道(见图 5-1(b))的较轻的如 ^{58}Fe (32 个中子)和 ^{60}Fe (34 个中子)同样是重要的。图 5-5 中以 ^{58}Fe 作为一个例子来说明上述观点。我们看到,来自于 fp 壳的中子组态能量确实比较低,因此在低自旋区域是比较重要的组态,而来自于 $g_{9/2}$ 轨道的中子组态能量较高。不过,来自于 $g_{9/2}$ 轨道的中子 2 准粒子态在自旋大于 6 后成为最低组态并与基带发生交叉。

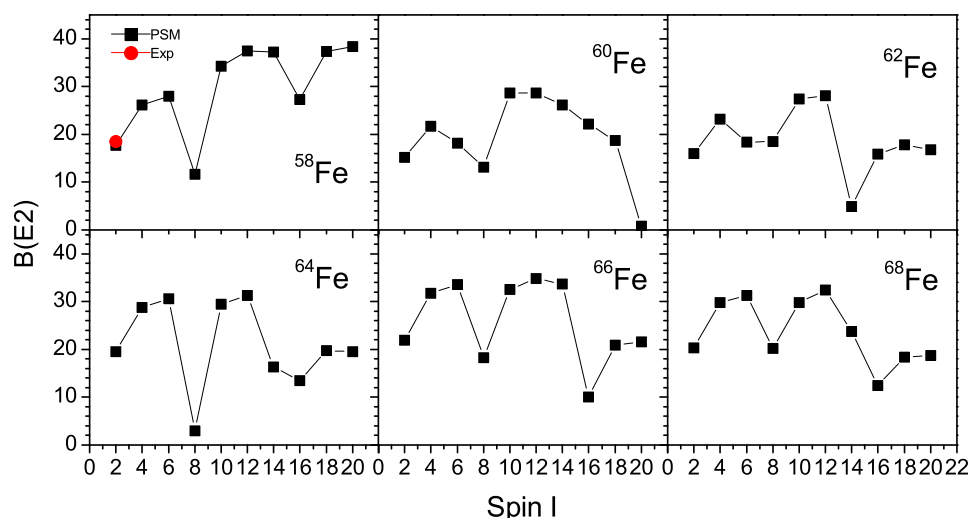


图 5-6 $^{58-68}\text{Fe}$ 晕带的计算 $B(E2)$ 值(单位为 W.u.)。实验上测到的 ^{58}Fe 的 $B(E2, 2 \rightarrow 0)$ 取自 ENSDF, 见网址 <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>。

5.5 电四极跃迁

投影壳模型计算因此揭示了中子 $g_{9/2}$ 轨道的重要作用, 提出了波函数中 $g_{9/2}$ 轨道的中子占有很大的成分。没有将中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道包含在内的壳模型计算也许仍然可以再现实验能级, 但是他们的波函数必然与我们的不一样。波函数的一个有效的检验可通过研究它们的电四极跃迁率 $B(E2)$ 。在图 5-6 中, 我们给出了计算得到的 $^{58-68}\text{Fe}$ 的晕带 $B(E2, I \rightarrow I - 2)$ 值。从图中看到, 只有 ^{58}Fe 存在一个实验 $B(E2, 2 \rightarrow 0)$ 值, 我们的计算与该实验值符合得相当好。纵观整个图, 随着自旋的增加, $B(E2)$ 值有两处明显的下降, 这相应于图 5-3 中讨论的转动惯量的两处反常。这些较小的 $B(E2)$ 值缘于初末态波函数的结构变化。我们从图 5-6 中可以看到, 这个效应非常明显。我们期待在不久的将来实验上能够观测到这些下降点因而证实我们给出的关于高自旋态 $B(E2)$ 值的预言。因为 $B(E2)$ 值的两处下降包含了中子 $\nu g_{9/2}$ 轨道的激发, 而在 fp 壳空间进行的壳模型计算不能给出类似的预言。

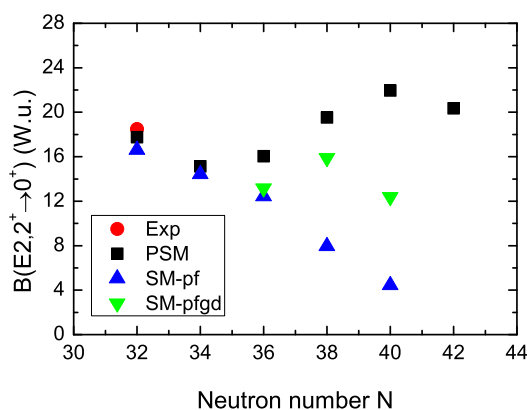


图 5-7 投影壳模型计算与文献[46]中Caurier等的两个球壳模型计算的 $^{58-68}\text{Fe}$ 的理论 $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ 值的比较。Caurier等的 $B(E2)$ 值是从参考文献[46]中取出并将单位由 $e^2 fm^4$ 转换成W.u.而重新绘制的。为了比较,也给出了关于 ^{58}Fe 的唯一的实验值(取自ENSDF, 网址为: <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>)。

在参考文献[46]中, Caurier等报道了他们的两种大型球壳模型计算—即采用完全的 fp 壳模型空间和截断的 $pfgd$ 壳模型空间。后者采用一个封闭的 ^{52}Ca 核心但允许中子激发到 $1g_{9/2}$ 和 $2d_{5/2}$ 轨道上。他们研究了Fe同位素链, 得到了与实验非常符合的第一个 2^+ 态的能量, 尽管对于 $N = 40$ 的 ^{66}Fe , 他们发现需要采用 $pfgd$ 壳模型才能正确的再现实验。他们也预言了从第一个 2^+ 到 0^+ 基态的跃迁 $B(E2)$ 。在图5-7中, 我们将投影壳模型的计算结果与他们在文献[46]中的结果作比较发现, 对于两个较轻的核 $^{58,60}\text{Fe}$, 两种计算结果相当一致。同时可以看到对于 ^{58}Fe , 投影壳模型与Caurier等采用完全 fp 壳的计算都很好再现了唯一存在的实验数据。对于较重的同位素, 目前还没有可利用的实验数据作比较。然而可以发现, 对于较重同位素, 两种模型的预言存在着明显的不同, Caurier等的 $B(E2)$ 预言值大大小于我们的预言值。对于 $^{62,64}\text{Fe}$, 他们用 $pfgd$ 壳模型计算的 $B(E2)$ 大约是我们的80%, 而对于 ^{66}Fe , 他们的 $pfgd$ 壳计算值比投影壳模型计算值的60%还要小、 fp 壳计算仅为我们计算值的20%。

对于一个具有稳定形变的大形变核, $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ 值与该核的形状有关。在几何模型中, 2^+ 态的激发能和 $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ 值通常用来计算基态形变。对于丰中子Fe原子核, 很明显没有这样好的定义关系。后面我们将给出, 对

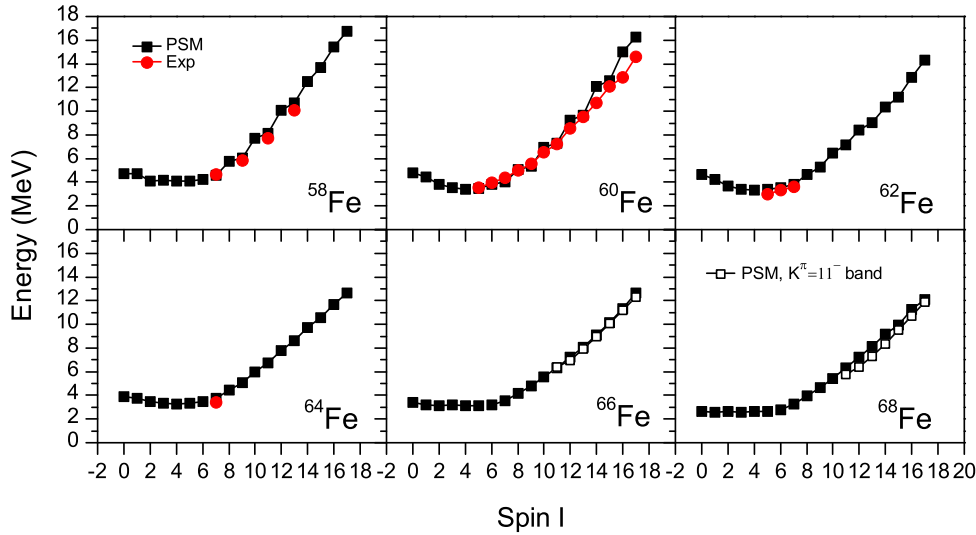


图 5-8 $^{58-68}\text{Fe}$ 的计算负宇称 2 准粒子带及其与已有实验数据的比较。(实验数据取自 [130] (^{60}Fe), [34] (^{62}Fe), [45] (^{64}Fe)). 在 $^{66,68}\text{Fe}$ 中, 预言了低能高 K 同核异能带

于 $N = 40$ 附近的同位素, 角动量投影能量表面是非常软的, 所以这些原子核的基态没有明显的能量最小值。稳定形变仅在高自旋处才有可能。

5.6 负宇称低 K 带及理论预言的高 K 同核异能带

在长椭球形变 $\varepsilon_2 \sim 0.2$ 时, 正宇称 $\nu g_{9/2}$ 能级与负宇称 $\nu f_{5/2}$ 和 $\nu p_{3/2}$ 能级很接近中子费米面。分别来自一个正宇称和一个负宇称能级的两个准粒子态能够形成一个具有负宇称的低能 2 准粒子态。在图 5-8 中, 我们给出了计算得到的最低的负宇称 2 准粒子带并与实验数据作了比较。图 5-8 中的激发能是相应于基态能量 $E(I^\pi = 0^+) = 0$ 而得到的值。Deacon 等 [130] 通过实验观测到 ^{60}Fe 一个负宇称带, 这可从图 5-8 中看到, 预言的带头能及能级与实验数据符合得很好, 尽管我们的计算在奇偶自旋间显示出较强的能级劈裂。相似的能级劈裂也出现在邻近同位素 ^{58}Fe 中, 可以看出, 理论计算的 ^{58}Fe 能级与实验数据符合得很好。事实上对于 ^{58}Fe , 正是由于能级劈裂, 实验上只测到能量优先的那一支旋称带。对于那些较重的同位素, 投影壳模型预言随着中子数的增加能级劈裂逐渐消退且计算结果与已有的实验数据也是非常符合的。

现在我们开始讨论负宇称带的结构。对于观测到的负宇称带, 实验上认为其带头是 $I = 5$ (在 $^{60,62}\text{Fe}$ 中) 或者 $I = 7$ (在 $^{58,64}\text{Fe}$ 中) 的 2 准粒子结构。然而

我们发现,在低激发区域没有这样的轨道能够形成 $K = 5$ 或 7 的2准粒子负宇称态。费米面附近可用的中子准粒子态有来自于 $f_{5/2}$ 的 $K = 1/2$ 态和来自于 $g_{9/2}$ 轨道的 $K = 1/2$ 态,它们可耦合成总 $K = 0$ 或 1 的2准粒子态。还有一个来自于 $p_{3/2}$ 的 $K = 3/2$ 态,它可与 $g_{9/2}$ 的 $K = 1/2$ 态耦合形成具有 $K = 1$ 或 2 的2准粒子态。所有这些上面提到的2准粒子组态都具有低的 K 量子数($K = 0, 1, \text{或} 2$),这似乎与实验上观测到的开始于一个较高自旋值($I = 5$ 或 7)的负宇称带的事实相矛盾。然而从图5-8中我们看到一个有趣现象,我们预言的带具有这样的行为,在低自旋区域,它们或者向下弯曲因而在 $I = 5$ ($^{60,62}\text{Fe}$)处有一最小值,或者具有一些几乎简并的低自旋态($^{58,64,66,68}\text{Fe}$)。于是无论哪种情形,能量上升的态都是从自旋 $I = 5$ 或 7 开始的,即 $I = 5$ 或 7 充当了带头。因此,我们给出了一个解释:这些负宇称带尽管观测到的带头能量是从自旋 5 或 7 开始从而似乎它们看起来像高 K 带,但它们事实上是一个低 K 组态。由于 g 因子敏感地依赖于它的 K 值,所以这些带头的 g 因子测量将是一个验证我们预言的好方法。我们也预言了 $^{66,68}\text{Fe}$ 的一个负宇称高 K 带,在图5-8中以空心方框标记。这些带基于4准粒子态,总的 $K = 11$ 。计算表明,他们的能量在每个核中都较其它任何一个负宇称带低。

5.7 正宇称带 $K^\pi = 6^+$ 的结构分析

投影壳模型计算预言在低能区系统地存在一个 $K^\pi = 6^+$ 的正宇称带。该带的主要结构是质子 $f_{7/2}$ 2准粒子带。由于形变, $\pi f_{7/2}$ 轨道劈裂为四个能级:分别标记为 $K = 1/2, 3/2, 5/2$ 和 $7/2$ 。在长椭球形变 $\varepsilon_2 \sim 0.2$ 时,质子 $Z = 26$ 的费米面位于 $K = 5/2$ 与 $7/2$ 能级之间,因此由这两个能级耦合而成的2准粒子 $K = 6$ 态具有一个非常低的激发能。

投影壳模型预言,这个基于 $K = 6$ 的2准粒子带在能量自旋图中显现出一个非常陡的增加趋势,它的高自旋成分很快进入高能区从而很难被测到。该带的转动行为及与其它带的比较可以很容易地从图5-4中看到。然而,它的带头 $I = 6$ 态的能量非常之低以至于接近晕带区域。在图5-9中,我们仅绘出了该带计算的 $I = 6$ 与 8 态,忽略了不感兴趣的高自旋成分。为了比较 $I = 6$ 态与基带的位置,我们也绘出了每个核晕带的低自旋部分。结果表明对于 $^{58,60}\text{Fe}$, $K^\pi = 6^+$ 带的 $I = 6$ 态低于晕带的 $I = 6$ 态,随着中子数增加, $K^\pi = 6^+$ 带的 $I = 6$ 态能量有轻微上升趋势。

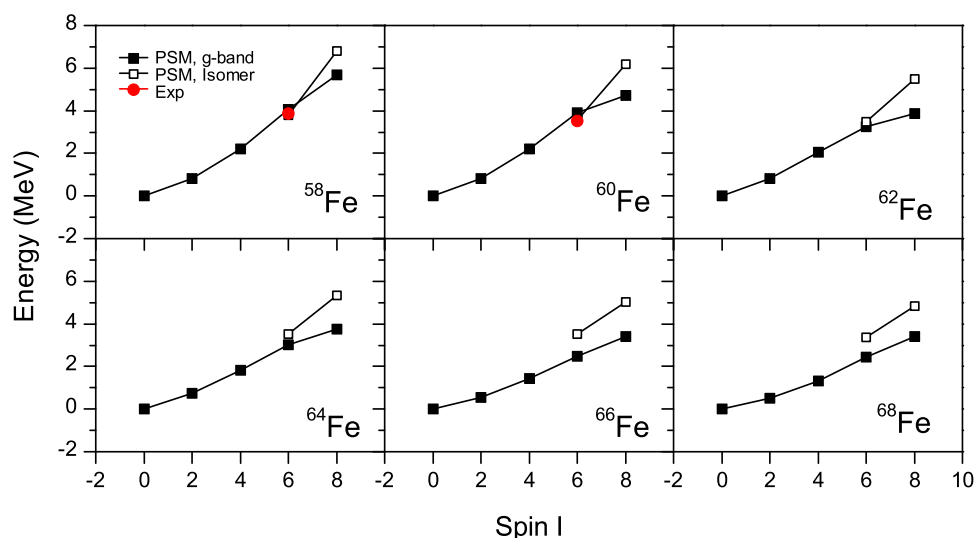


图 5-9 $^{58-68}\text{Fe}$ 的预言的 $K^\pi = 6^+$ 带, 带头 $I = 6$ 态的数据取自 [43] (^{58}Fe) 和 [130] (^{60}Fe). 相应晕带的低自旋部分也被绘出

在文献 [130] 中, Deacon 等将 ^{60}Fe 中的一个能量为 3.520 MeV 的态暂定为 $I^\pi = 6^+$, 但没有讨论其结构。如果将这一实验值放到我们的图 5-9 中会发现, 我们预言的 $K^\pi = 6^+$ 带的带头能与这一数据符合得相当好。所以我们的计算表明实验上观测到的能量为 3.520 MeV 的态 ($I^\pi = 6^+$ 态) 的主要结构是来自于 $f_{7/2}$ 轨道上的质子 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 态耦合后的 2 准粒子激发。这一解释的一个重要检验仍然是通过 g 因子的测定。由于我们指出这个态质子成分的重要性, 所以这个高 K 态应该具有大的 g 因子。如果有人能够测定这个态的 g 因子, 那将是非常有意义的。因为, 这不仅是对我们提出的 6^+ 结构的验证, 而且也可以直接给出这个丰中子质量区质子 $f_{7/2}$ 轨道的相互作用信息。另一个实验上已知的第二个 $I^\pi = 6^+$ 态是关于 ^{58}Fe [43] 的, 我们预言的 $K^\pi = 6^+$ 带的带头能同样与之符合相当好 (参见图 5-9)。

5.8 基带附近的软特性

到目前为止, 我们讨论了这些丰中子核的高自旋行为。讨论揭示了一些与原子核转动及大形变相关的现象。我们讨论的这些自旋态是具有稳定的长椭球形变的。下面我们将讨论转向本章开始时提出的另一个问题: 实验观测到的 E_4^+ / E_2^+ 能量比率与我们所期望的典型形变原子核不一样, 于是, 人们就

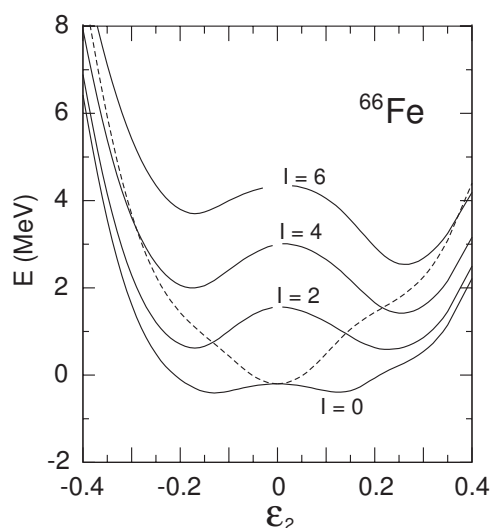


图 5-10 ^{66}Fe 的低自旋态角动量投影位能面计算曲线 (实线), 代表了 $N = 40$ 附近 Fe 同位素。作为比较, 同时给出了没有投影的位能面 (虚线)。

对 Fe 同位素的形变假设产生了很大怀疑。这个问题听起来很有趣, 因为这其实是在问: 何以一个没有稳定形变的原子核能够表现出具有稳定形变的原子核才有的好多典型现象?

我们给出了位能面作为轴对称形变 ε_2 与自旋 I 的函数的计算值。角动量投影能量通过下式给出:

$$E(\varepsilon, I) = \frac{\langle \phi(\varepsilon) | \hat{H} \hat{P}^I | \phi(\varepsilon) \rangle}{\langle \phi(\varepsilon) | \hat{P}^I | \phi(\varepsilon) \rangle}, \quad (5-1)$$

这里 \hat{P}^I 将平均场真空态投影到具有好角动量的态上。作为比较, 我们也给出了没有投影的能量:

$$E(\varepsilon) = \frac{\langle \phi(\varepsilon) | \hat{H} | \phi(\varepsilon) \rangle}{\langle \phi(\varepsilon) | \phi(\varepsilon) \rangle} \quad (5-2)$$

在图 5-10 中, 我们给出了中子数为 $N = 40$ 的 ^{66}Fe 的计算结果。我们可以看到, 原子核基态是软的、无稳定形变, $I = 0$ 能量曲线是如此平坦以致于在形变范围 -0.15 到 $+0.15$ 内基本上没有极小值。然而, 当原子核开始激发时情况明显改变。在自旋为 $I = 2$, 形状开始发生变化, 在图 5-10 中可看到两个明显的极小值。当自旋大于 2 时, 出现了明显的长椭球极小, 其能量要比扁椭球低。

因此我们对此图像同时也对附近的其它有类似情况的原子核理解如下: 在基态附近, 它们具有典型的软的特性, 没有固定的形状。因此, 我们在用 2^+ 态能

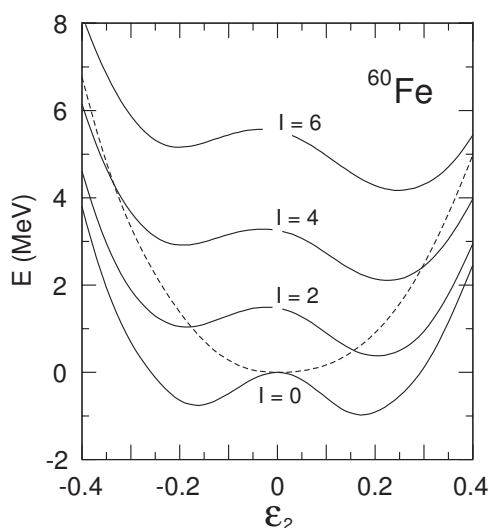


图 5-11 ^{60}Fe 的低自旋态角动量投影位能面计算(实线), 代表了本章所研究的较轻的 Fe 同位素。作为比较, 同时给出了没有投影的位能面计算(虚线)。

量或 E_4^+/E_2^+ 能量比率来讨论形变时必须非常小心, 因为这些条件只对大形变转子有效。然而, 当这些原子核开始激发时, 我们就可以讨论其长椭球形变了。对于自旋 $I = 4$ 或更高, 具有规则能量间隔的带结构就可以认为形变趋于稳定。

5.9 形状共存

图 5-11 中 ^{60}Fe 的能量曲线代表了较轻的 Fe 同位素, 投影的 $I = 0$ 曲线与用虚线表示的未投影结果作了对照, 结果表明, 投影位能面在形变为零的两侧分别有一个极小值, 由一个低的能量势垒所分隔, 这表明了长椭球和扁椭球形状的共存。我们注意到最近对于邻近奇质量核 ^{61}Fe 的能量为 861-keV 的 $9/2^+$ 同核异能态四极矩的测量[132], 观测表明了其具有 $\beta_2 \approx +0.24$ 或 -0.21 的形变。文献[132]中的作者强调了需要更多的位于该同核异能态之上的能级数据来区分到底是长椭球还是扁椭球形变。

下面我们给出计算来看如何区分长椭球和扁椭球形变。我们通过采用相应于长椭球和扁椭球的两个形变 $\epsilon_2 = +0.2$ 和 -0.2 各自分别进行计算, 并在图 5-12 和 5-13 中比较了这两种计算结果。在图 5-12 中, 我们给出了直到高自旋的计算能级并与实验数据[130]作了比较。可以看到, 在自旋 $I^\pi = 8^+$ 以下, 计算的长椭球和扁椭球结果差别很小, 尤其是两个理论的 2^+ 态在能量上非常接近,

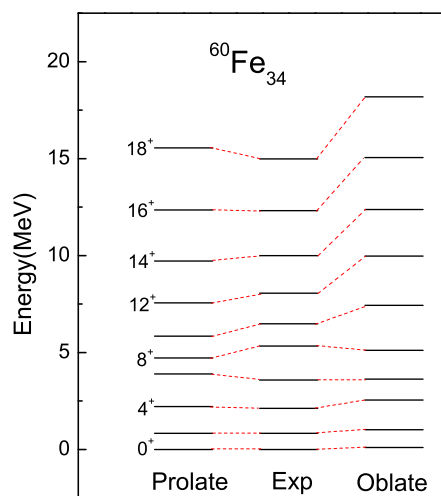


图 5-12 ^{60}Fe 的长椭球及扁椭球计算能级及其与实验数据[130]的比较。

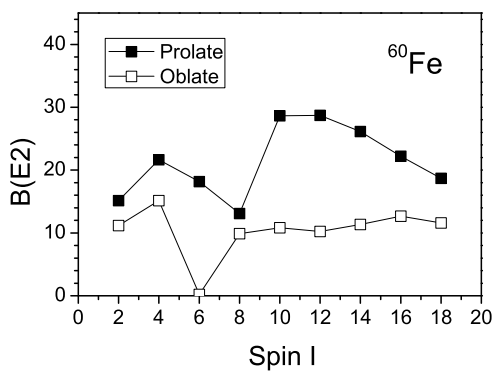


图 5-13 根据长椭球及扁椭球形变假设得到的 ^{60}Fe 的 $B(E2)$ 计算值(单位为 $W.u.$)。

都能再现实验 2^+ 能级。然而,从自旋为10开始的高自旋态,我们可以明显地看到两种计算结果的偏离。对于高自旋态,长椭球结果可以很好地再现实验而扁椭球计算的能量太高。这样,我们的投影壳模型对于能级的计算结果倾向于支持实验上观测到的 ^{60}Fe 的转动带属于长椭球[130]的解释。

另一个有可能区分长椭球和扁椭球形状的物理量是 $B(E2)$ 。在图5-13中,我们比较了这两种形变的 $B(E2)$ 值。我们清楚地看到,两种结果不管是对于 $B(E2)$ 绝对值的大小还是其演变趋势都很不同。整体来看,扁椭球的 $B(E2)$ 计算值较低,尤其是自旋为 $I = 8$ 以下的低自旋,尽管低自旋时二者计算的能量差距很小(见图5-12),但二者的 $B(E2)$ 却显示完全不同的行为。如,扁椭球预言的 $B(E2)$ 早在自旋为6时就有下降。为了做出关于低自旋形状的确切结论,有待于实验 $B(E2)$ 值的测定。

5.10 本章小结

在本章中,我们运用投影壳模型研究了一些偶偶核Fe同位素的高自旋态。重点是 $g_{9/2}$ 轨道,因为它几乎与我们讨论的所有现象都相关。我们已具体分析过,中子激发到 $\nu g_{9/2}$ 轨道将导致自旋6附近的显著的观测效应,即由一对 $\nu g_{9/2}$ 轨道的粒子的转动顺排引起的转动惯量反常现象。沿晕带的 $B(E2)$ 值的变化反映了波函数结构的变化。同时我们也分析了负宇称带的结构,其中也有 $\nu g_{9/2}$ 轨道的贡献。

以上所有讨论都是假设这些核具有一个长椭球形状的。我们进一步分析给出,这些核具有稳定形变的态实际上只存在于从自旋 $I = 4$ 开始的激发态中。在基态附近,位能面在零形变附近几乎是平坦的,因此我们不能说它具有固定的形状。对于自旋大于4的态,位能面图中长椭球极小值变得越来越低,因而高自旋处形变稳定。高自旋态的原子核相对来说是一个好的转子系统,因此我们可以讨论高自旋物理。

尽管近来实验上作了不少努力,这一质量区的高自旋数据仍然很少。除了文献[130]之外,本章讨论的大部分实验能级都停在了第一个转动顺排或之前,导致了与带交叉区域理论预言进行详细比较的困难。目前还没有高自旋态的 $B(E2)$ 实验值,而 $B(E2)$ 对于理解晕线的集体演化非常有用。 g 因子是一个可以用来验证单粒子对于波函数贡献的物理量,令人鼓舞的是,East和Stuchbery等在两篇文章[143, 144]中报道,他们已经测到了一些偶偶Fe同位素的 2^+ 态 g 因子。

我们迫切期待着晕带高自旋态及 K 带的详细 g 因子测定。这个质量区系统地 g 因子投影壳模型计算、 g 因子在决定丰中子原子核结构中的作用研究，以及奇Fe同位素的系统研究是我们下一步要进行的工作。

第六章 稀土核Sm和Nd同位素K同核异能态的结构研究

稀土原子核中, 中子数 $N = 90$ 或 92 时对应着一个从球形改变为椭球的相变点[63, 64], 这一相变点成为人们关注的热点。因为跃过此相变点后, 中子数 $N \geq 94$ 的同位素具有很大的形变($\beta > 0.3$)[62]。这与各种理论模型对其基态性质的计算相一致[65–67]。人们期望在这种大形变核中, 多准粒子 K 同核异能态会系统地出现。

稀土区丰中子核大都通过裂变实验产生, 如朱胜江等[59]通过 ^{252}Cf 的裂变得到了原子核 $^{156,158}\text{Sm}$ 的转动能谱, 还有Gautherin[60]和Zhang[61]等采用裂变产生了稀土区丰中子Nd同位素。最近, Simpson等[62]采用 ^{239}Pu 的热中子诱发裂变及 ^{252}Cf 的自发裂变, 分别得到了 $N \geq 94$ 的 $^{154,156}\text{Nd}$ 和 $^{156,158,160}\text{Sm}$ 的2准粒子同核异能态及建立于其上的转动带。

由于Sm和Nd同位素新实验数据的出现[62]及人们对其中多准粒子 K 同核异能态的关注, 我们利用投影壳模型理论对中子数 $N=94$ 到 100 的Sm和Nd偶偶核同位素结构进行了系统地研究, 对高自旋转动带进行了计算并运用准粒子激发的观点分析了低能态的带结构, 重点放在了基于各种负宇称2准粒子同核异能态的转动带上。计算进一步预言了基于 5^- 和 7^- 同核异能态的质子2准粒子带以及基于 4^- 和 8^- 同核异能态的中子2准粒子带。同时讨论了晕线的性质。最后, 作为补充, 我们研究了这一质量区的奇中子核 ^{159}Sm , 以检验我们模型对奇偶质量核的普适性。

6.1 形变单粒子态

本章的研究目标是中子数在 94 到 100 之间的大形变丰中子核。由于我们对低能 K 同核异能态感兴趣, 所以那些位于费米能级附近的单粒子轨道尤为重要。形变单粒子态与前两章一样仍通过采用Bengtsson和Ragnarsson[127]的标准Nilsson参数来计算。图6-1给出的Nilsson图是我们后面大部分讨论的基础, 位于费米面附近的在低能激发中要考虑的单粒子态非常重要。图6-1中实线表示正宇称态, 虚线表示负宇称态, 其中的圆点长方形区域表示形变范围为 $\varepsilon_2 = 0.30 - 0.32$ 以及与本文讨论的同位素相关的费米面附近的单粒子态范

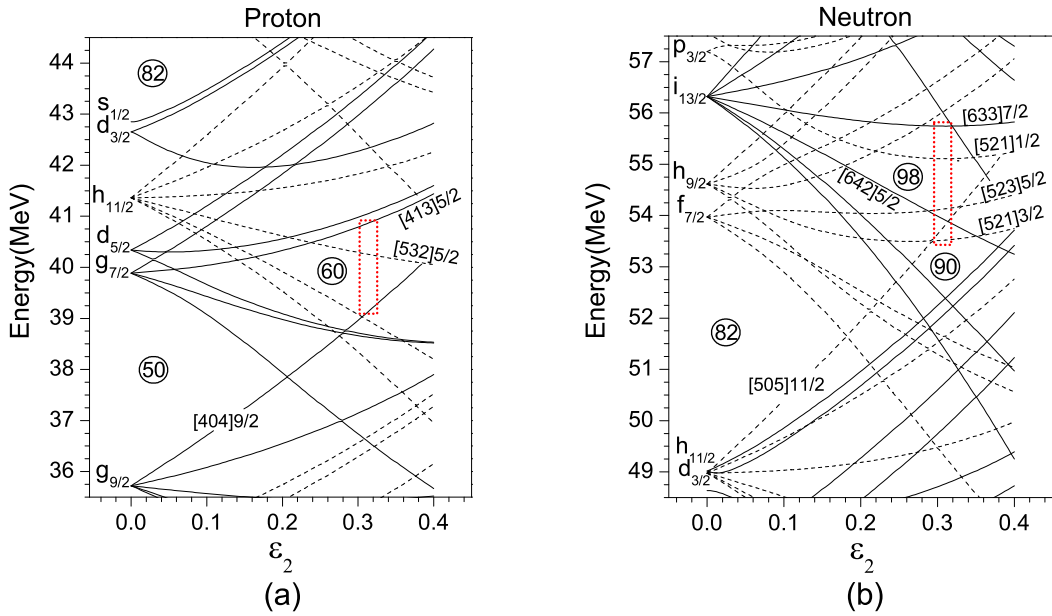


图 6-1 采用文献[127]中的标准Nilsson参数得到的Nd与Sm同位素的Nilsson图：(a)、(b)分别为质子、中子Nilsson图

围。

在图6-1的左边(质子),对于质子数 $N=60(\text{Nd})$ 和 $62(\text{Sm})$,在形变范围 $\epsilon_2 = 0.30 - 0.32$ 内,来自于 $h_{11/2}$ 轨道的负宇称 $K = 5/2$ 态以及来自于轨道 $g_{7/2}$ 的正宇称 $K = 5/2$ 态和来自于 $g_{9/2}$ 的正宇称 $K = 9/2$ 态都包含在长方形内。由于质子数为60时的能隙,长方形内的单粒子态的数目较少因而不能建立很多2准粒子组态。对于 $Z = 60$ 的Nd同位素来说,很容易看到,来自于 $h_{11/2}$ 轨道的负宇称 $K = 5/2$ 态与来自于 $g_{9/2}$ 的正宇称 $K = 9/2$ 态可以耦合成一个 $K = 7$ 的负宇称2准粒子态。当向上移动到 $Z = 62$ 的Sm同位素时,长方形内的两个 $K = 5/2$ 态可以耦合成一个 $K = 5$ 的负宇称2准粒子态。这样,我们期望这些具有 $K^\pi = 7^-$ 和 5^- 的2准粒子质子组态与Nd和Sm的低能谱相联系。

在图6-1的右边(中子),对中子 $N = 94-100$,在形变范围 $\epsilon_2 = 0.30-0.32$ 内,我们可以看到至少有6个态在长方形内,中子的单粒子态较为密集,尤其是对于 $N < 98$ 的同位素,因此就有可能有更多的中子2准粒子组态出现在低激发区域。在这些态中,对于中子数 $N < 98$ 的较轻同位素有4个态出现在长方形内:来

表 6-1 Nd和Sm同位素核计算中采用的四极和十六极形变参数.

Nucleus	¹⁵⁴ Nd	¹⁵⁶ Nd	¹⁵⁸ Nd	¹⁶⁰ Nd	¹⁵⁶ Sm	¹⁵⁸ Sm	¹⁶⁰ Sm	¹⁶² Sm
ϵ_2	0.315	0.315	0.315	0.315	0.302	0.302	0.302	0.302
ϵ_4	-0.100	-0.053	-0.040	-0.027	-0.053	-0.040	-0.027	-0.007

自于 $h_{9/2}$ 的负宇称 $K = 3/2$ 态, 来自于 $f_{7/2}$ 的负宇称 $K = 5/2$ 态, 来自于 $h_{11/2}$ 的负宇称 $K = 11/2$ 态, 以及来自于 $i_{13/2}$ 的正宇称 $K = 5/2$ 态, 他们能够形成自旋宇称分别为 $K^\pi = 4^-, 5^-$ 和 8^- 的低能2准粒子态。对于较重的 $N > 98$ 的同位素, 相应的态是来自于 $p_{3/2}$ 的负宇称 $K = 1/2$ 态以及来自于 $i_{13/2}$ 的正宇称 $K = 7/2$ 态, 他们可以耦合成一个 4^- 的2准粒子态。我们将在后面讨论, 上面提到的所有组态都能作为低能负宇称2准粒子同核异能带的成分而在计算中找到。

6.2 投影准粒子组态和组态混合

投影壳模型理论已被证明可以成功地描述大形变核。对于我们要研究的核, 无论在实验上还是理论上都有指出具有大的形变。^{154,156}Nd和^{156,158,160}Sm是典型的具有大的四极形变例子[145]。其能量比率分别为: $E(4^+)/E(2^+) = 3.29, 3.31, 3.30, 3.31, 3.29$, 这表明这些核在基态时已经是完美的转子。因此我们采用大的四极形变 ϵ_2 来建立我们的形变基, 与以前的理论研究中提到的大形变值相一致[65–67]。另外, 我们知道这些核也具有轴对称16极形变 ϵ_4 , 除了¹⁵⁴Nd外, 我们将这些同位素的 ϵ_4 简单地取为文献[139]中给出的数值, ¹⁵⁴Nd采用了相对较大的值。用来建立形变Nilsson态所用的四极和十六极形变参数列于表6-1中。需要指出的是, 在考虑对力时, 单极对力强度 G_M 采用下面的形式:

$$G_M = \frac{20.12 \mp 13.13 \frac{N-Z}{A}}{A}, \quad (6-1)$$

“-”表示中子, “+”表示质子。四极对力强度 G_Q 正比于 G_M , 在本章中对于所有研究的原子核, 该比例常数均采用0.18。对于单粒子空间, 中子(质子)包含的三个主壳为 $N = 4, 5, 6(3,4,5)$ 。形变Nilsson单粒子态是随着表6-1中列出的形变参数 ϵ_2 而产生的。

下面我们来看能带图。我们在图6-2和图6-3中给出了¹⁵⁶Nd和¹⁵⁶Sm的能带图作为代表。每张图上都会绘有0准粒子基带、5个2准粒子带和1个4准粒子

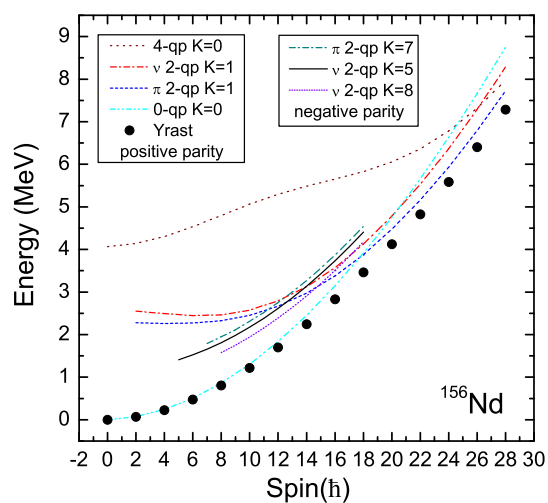


图 6-2 ^{156}Nd 的带图. 作为代表性组态绘于图中的有0准粒子基带, 5个2准粒子带(包括正、负宇称), 1个4准粒子带. 注意, 对于正宇称态, 为了避免锯齿曲线仅绘出了偶自旋态.

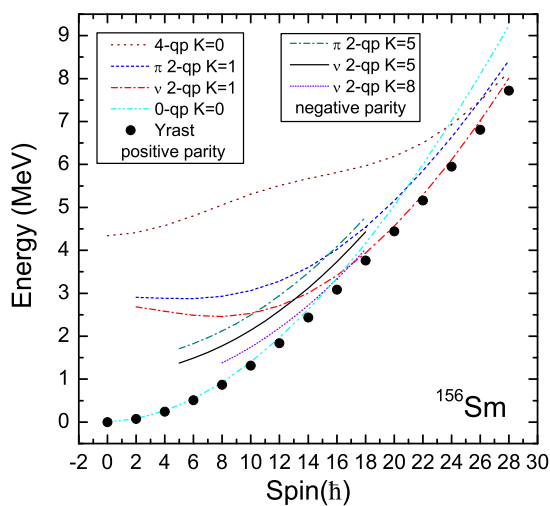


图 6-3 与图6-2一样, 不过这里是 ^{156}Sm 的带图.

带，这些带是从投影壳模型计算中约100个组态中选出的最重要的组态。标记为“Yrast”的点是给定自旋下能量最低的态，是经过组态混合后得到的。注意，这些点是正宇称晕带的理论计算结果，后面将用于与实验数据作比较。

在每张带图的5个2准粒子带中，3个负宇称带表现出的转动行为与基带非常相似。从图看出，这些带从自旋 $I = K$ 开始单调增加并近似地与基带平行。作为对照，另两个具有 $K = 1$ 的正宇称2准粒子带显示出特有的行为，一个带是由来自于中子 $i_{13/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 态组成，另一个带是由来自于质子 $h_{11/2}$ 轨道的 $K = 3/2$ 和 $5/2$ 态构成。从图中看到，它们随着转动频率的增加或者保持常数或者在低自旋时下降，然后在自旋为 $I \approx 8 - 10$ 时上升。由于这个行为，它们可以在自旋为 $I = 16 - 18$ 时与基带交叉而成为高自旋时的最重要组态。有趣的是，我们发现，由于壳填充，两个正宇称2准粒子带的位置在图6-2和图6-3中发生了颠倒。对于 ^{156}Nd ，质子2准粒子组态首先与基带发生交叉并成为晕函数的主要成分，而对于 ^{156}Sm ，首先与基带发生交叉的是中子2准粒子带。我们将在后面讨论，这将导致有趣的g-因子观察效应。

另外，我们也绘制了一条由两个准中子和两个准质子组成的 $K = 0$ 的4准粒子带。该4准粒子来自于前面提到的两个 $K = 1$ 的2准粒子态，耦合成总 $K = 0$ 的4准粒子态。从图6-2或图6-3中可以看到，这个4准粒子带开始于一个约4MeV的较高能量，仅在非常高的自旋约 $I > 30$ 时才进入到晕带区域。因此我们得出结论，如果我们仅关注这些核的低能物理，那么重点讨论2准粒子结构就足够了，尽管4准粒子态也出现在我们的投影基中并参与了对角化。

6.3 计算能级及与现有实验数据的比较

通过在投影基(3-39)中对角化哈密顿量(3-48)，对于一个给定的自旋，我们可能得到所有正负宇称的能级。在图6-4到图6-11中，给出了偶偶核Nd和Sm同位素的计算能级并与已有的实验数据做了比较。对于每一个同位素，激发能约为4.5MeV以下的转动带都已绘出。每一转动带的主要组态也列于各带的下方，下面将分节讨论。

本章中研究的所有原子核的晕带都呈现出一个规则的转动行为，表明了这些原子核是具有大形变的轴对称转子。我们将会看到，对于晕带，投影壳模型计算很好地再现了实验。我们将晕带的详细描述放到下一节，本节集中讨论2准粒子带。

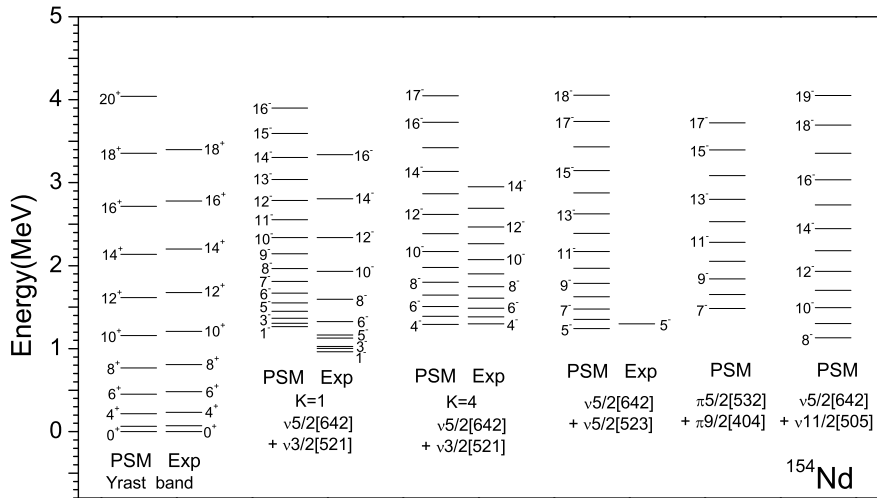


图 6-4 ^{154}Nd 的计算能级及其与已有实验数据[60, 62]的比较。

6.3.1 ^{154}Nd

早期[60, 116]和近来 [62]的实验都对原子核 ^{154}Nd 的2准粒子边带进行了研究。晕带已建立到自旋 $I = 18$ ，文献[62]中发现两个负宇称边带。图 6-4中我们绘出了计算得到的带并与实验进行了比较。

Simpson等[62]报道了一个基于 $3.2\text{-}\mu\text{s}$, 4^- 的新同核异能态的负宇称带。我们的投影壳模型对于该带的计算与实验符合得非常好，且 4^- 同核异能态的能级也与实验相符。计算表明 4^- 带的主要成分来自于组态为 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 3/2[521]\}$ 的中子2准粒子态，与[62]中给出的组态一致。

文献[116]中发现了一个基于 $K = 2$ 的低能负宇称带，并给出了该带的偶自旋能级， 2^- 带的带头能量为 1.003MeV ，Simpson等[62]的最近工作进一步发现两个奇自旋能级 (3^- 和 5^- 态) 也属于该带，再加上早期 β 衰变实验[146]观察到的一个 1^- 态，最后建立了一个带头能很低(0.962MeV)的 $K^\pi = 1^-$ 带[62]。我们的计算在低能区域得到了唯一的一个 $K^\pi = 1^-$ 的2准粒子态，其组态和上面提到的 4^- 带相同即 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 3/2[521]\}$ ，但具有两个反顺排中子。计算得到的这个2准粒子带合理地描述了实验带的转动行为，但是带头能量要高于实验约 300KeV ，出

现这一差距的原因可能就是文献[116]中指出的, 计算中没有考虑八极作用。

文献[62]中的作者没有观察到Gautherin等[60]指出的激发能为1.348MeV的 5^- 同核异能态。从图 6-1中的形变单粒子能级中, 我们可以看到, 在 $N = 94$ 附近, 来自于 $i_{13/2}$ 轨道的 $K=5/2$ 态与来自于 $f_{7/2}$ 轨道的 $K=5/2$ 态能够耦合成一个 $K^\pi = 5^-$ 的中子2准粒子态。确实, 正如图 6-4看到的, 从对角化得到的能级中我们得到一个相同组态的 5^- 低激发带, 带头能量与Gautherin等[60]发现的 5^- 同核异能态符合得非常好。于是我们认为这个 5^- 同核异能态及建立于其上的带具有中子2准粒子组态 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 结构。

对于 ^{154}Nd , 投影壳模型计算预言了另外两个低能负宇称2准粒子高 K 带, 其中一个 $K^\pi = 7^-$, 是由来自于 $g_{9/2}$ 轨道的 $K = 9/2$ 态和来自于 $h_{11/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 态的两个质子得到的。计算预言, 该质子 $K = 7$ 的2准粒子低能带存在于本章所研究的所有Nd同位素中, 其主要成分是 $\{\pi 9/2[404] \oplus \pi 5/2[532]\}$ 。另外一个预言的负宇称2准粒子带 $K^\pi = 8^-$ 是由来自于 $i_{13/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 态和来自于 $h_{11/2}$ 轨道的 $K = 11/2$ 态的两个中子耦合而成的。该中子2准粒子带的组态是 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 11/2[505]\}$, 出现在 $^{154}\text{Nd}(N = 94)$ 和 $^{156}\text{Nd}(N = 96)$ 计算的低能谱中。从图 6-4中我们看到, 这两个带的带头能与观察到的 4^- 和 5^- 带的带头能相差不多, 但却具有高的 K 值。

6.3.2 ^{156}Nd

^{156}Nd 的计算结果及其与实验的比较绘于图 6-5, 在实验上, 这个核的晕带测到了 $I = 16$ 。Gautherin等[60]观测到一个能级为 $E_x = 1.432 \text{ MeV}$, 寿命为135 ns的 5^- 同核异能态, 初步认为它的主要成分为一个中子2准粒子态 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 。Simpson等[62]发现了建立在该 5^- 同核异能态之上的一个转动带。由图 6-5可以看到, 我们的投影壳模型计算与这个 5^- 带的的数据符合得非常好。通过对波函数的分析表明, 这个带的主要成分确实是中子2准粒子态 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$, 证实了参考文献 [60, 62]中的提法。

和较轻的同位素 ^{154}Nd 一样, 投影壳模型对 ^{156}Nd 的计算也预言了在低能区存在两个另外的负宇称2准粒子带, 主要成分仍是高 K 组态。一个是由两个质子构成的 $K^\pi = 7^-$, 组态为 $\{\pi 9/2[404] \oplus \pi 5/2[532]\}$, 另一个是由两个中子耦合而成的 $K^\pi = 8^-$, 组态为 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 11/2[505]\}$ 。图6-5中可以看到, 这两个带的带头能都小于2MeV, 但具有高的 K 值, 所以可能为高 K 同核异能带。

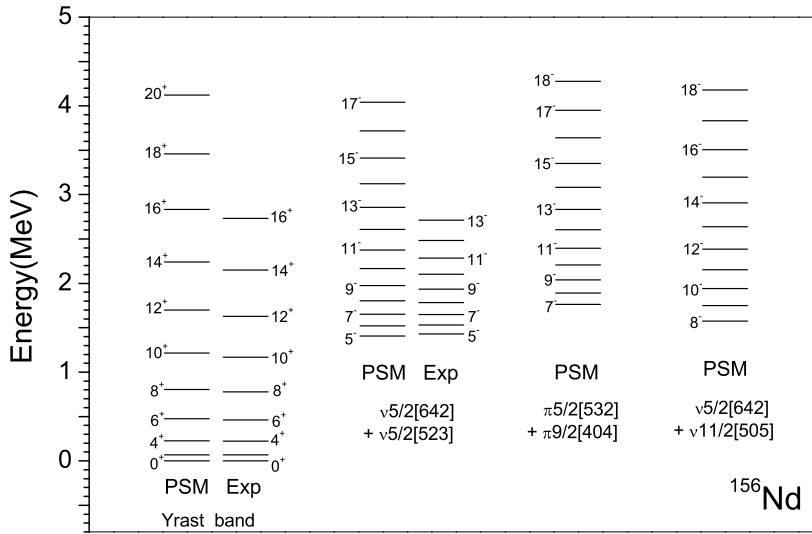


图 6-5 ^{156}Nd 的计算能量及与实验数据[62]的比较。

文献 [62]中的作者讨论了对于给定自旋下，同核异能态之上的带内跃迁能量非常相似。我们通过能带图可以看到，这里讨论的三个最低能量的边带都具有相同的行为；即，它们的能量自旋图几乎平行，图 6-2的能带图中可以清楚地看到这一点。很显然，能带图中平行的带具有相同的带内跃迁行为。

6.3.3 ^{158}Nd 与 ^{160}Nd

对于较重的核 ^{158}Nd 和 ^{160}Nd ，目前还没有光谱数据。因此，图 6-6和图6-7给出的结果都是预言。

随着中子数增加到 $N = 98$ 和 100 ，来自于中子 $\nu i_{13/2}$ 轨道的 $K = 7/2$ 态非常接近于费米面（参见图6-1），能够参与低能2准粒子态的建立，它可以与来自于中子 $\nu p_{3/2}$ 轨道的 $K = 1/2$ 态耦合形成一个 $K^\pi = 4^-$ 的2准粒子态。由图6-6和6-7中可以看到，我们的计算结果确实表明一个低能负宇称2准粒子带出现在 $^{158,160}\text{Nd}$ 中，但在较轻的核 $^{154,156}\text{Nd}$ 中却没有发现。这个预言的中子2准粒子带的带头能非常低，仅在基态之上 1.2MeV 处。另外一个基于质子 $K^\pi = 7^-$ 组态的负宇称2准粒子态 $\{\pi 9/2[404] \oplus \pi 5/2[532]\}$ 在其它Nd同位素 $^{154,156}\text{Nd}$ 中也有预

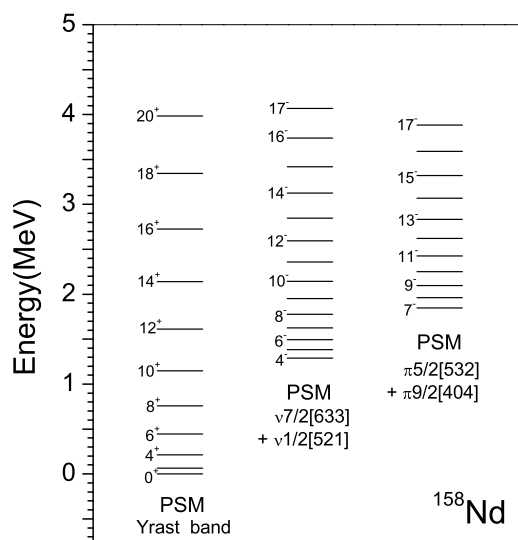


图 6-6 ^{158}Nd 的计算能级.

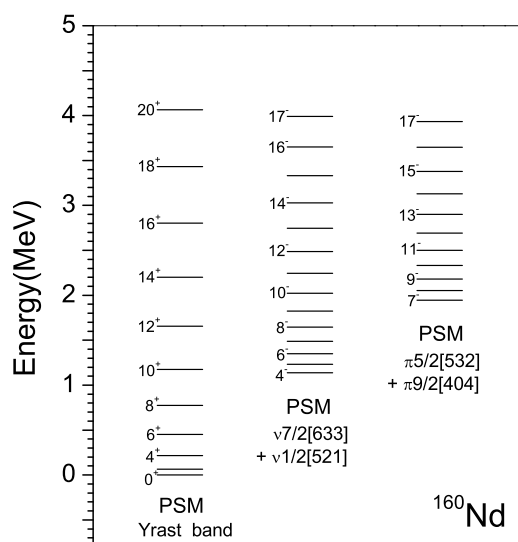


图 6-7 ^{160}Nd 的计算能级.

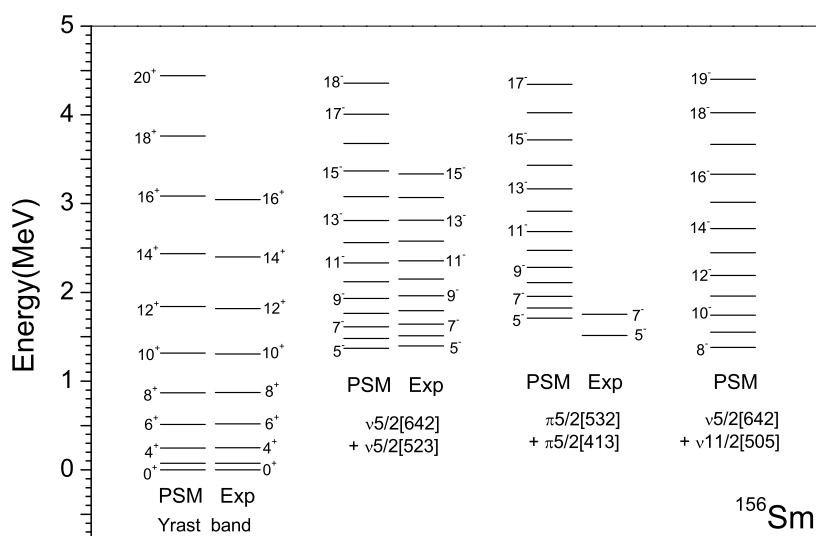


图 6-8 ^{156}Sm 的计算能级及其与实验数据[62]的比较。

言。

6.3.4 ^{156}Sm

早期Hellström等[57]观察到 ^{156}Sm 中有两个 5^- 同核异能态，其能量分别为 $E_x = 1.397 \text{ MeV}$ 和 1.515 MeV 。在Hellström等[57]的实验中，并没有建立起这两个同核异能态之上的转动带。朱胜江等[59]报道了在 1.397 MeV 同核异能态之上的一个跃迁。最近， ^{156}Sm 的一个2准粒子 5^- 边带第一次被建立到自旋为 $I = 15$ [62]，这个带是基于 1.397 MeV 同核异能态的，认为主要是一个中子2准粒子结构 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 。

在图6-3给出的 ^{156}Sm 能带图中，低激发谱中有三个负宇称2准粒子带，其中两个开始于带头自旋为 $I = K = 5$ ，由两中子 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 组成的那个能量较低，这一组态曾在 $N = 94$ 的 ^{154}Nd 中出现过。另一个基于两个质子的 5^- 组态能量稍高。在Nilsson图 6-1(a)中可以清楚地看到，在质子数为62的费米面附近有来自于 $g_{7/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 态和来自于 $h_{11/2}$ 的 $K = 5/2$ 态，它们可以

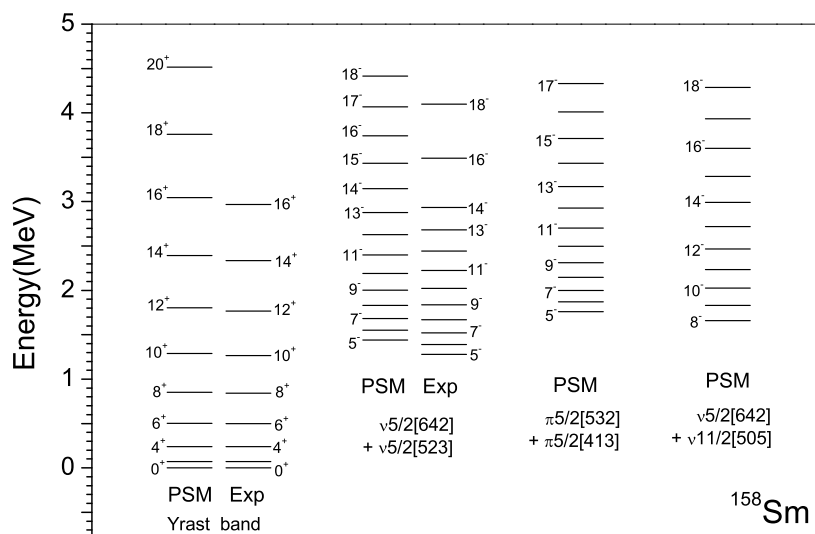


图 6-9 ^{158}Sm 的计算能级及与实验数据[62]的比较。

耦合形成一个2准粒子 5^- 组态 $\{\pi 5/2[413] \oplus \pi 5/2[532]\}$ 。基于这一2准粒子 5^- 同核异能态之上的转动带也存在于其它Sm同位素中。

在图 6-8中我们给出投影壳模型的计算结果并与 [62]中的实验数据做了比较，完整的中子2准粒子 5^- 带与实验符合得近乎完美。这有力地支持了该2准粒子 5^- 同核异能带的组态为 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 。另一个具有质子2准粒子特征的 5^- 带的计算带头能为 $E_x = 1.709 \text{ MeV}$ ，比Hellström等[57]发现的另一个 5^- 同核异能带态的能量高194 keV，因此我们认为，另一1.515 MeV的 5^- 同核异能态具有质子2准粒子结构 $\{\pi 5/2[413] \oplus \pi 5/2[532]\}$ 。

图 6-8中给出的基于高K，2准粒子 8^- 带是我们的预言。该2准粒子具有中子结构 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 11/2[505]\}$ ，也曾预言出现在中子数为 $N = 94$ 的 ^{154}Nd 同位素中。

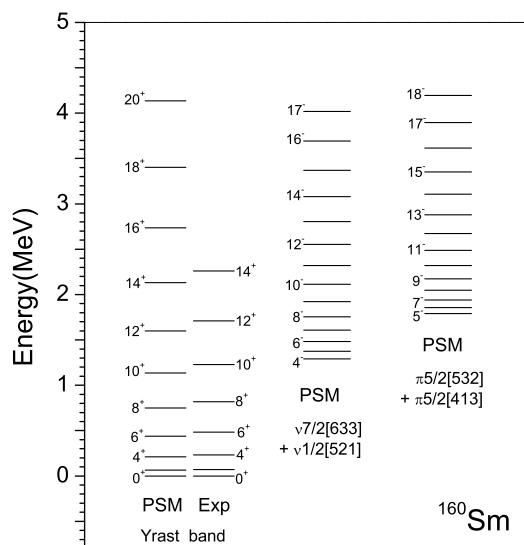


图 6-10 ^{160}Sm 的计算能级及其与实验数据[62]的比较。

6.3.5 ^{158}Sm

^{158}Sm 中的2准粒子 5^- 边带第一次是由朱胜江等[59]通过 ^{252}Cf 的自发裂变发现的,该实验观察到1.279 MeV同核异能态之上的三个 γ 跃迁,并认为该带是中子2准粒子组态 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 5/2[523]\}$ 。Simpson等[62]将该带扩展到了 $I = 18$,在图 6-9中我们给出了投影壳模型计算结果并与已知数据做了比较,计算合理地再现了实验 5^- 带,理论较之实验略微有点偏高。

另一个曾在 ^{156}Sm 中讨论过的质子2准粒子 5^- 同核异能态在 ^{158}Sm 的实验中并没有报道过。因此,图 6-9中我们预言了一个质子2准粒子带 $\{\pi 5/2[413] \oplus \pi 5/2[532]\}$ 。另外我们还预言了一个具有中子结构 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 11/2[505]\}$ 的2准粒子 8^- 带。

6.3.6 ^{160}Sm 与 ^{162}Sm

朱胜江等[59]运用 ^{252}Cf 的自发裂变第一次观测到了 ^{160}Sm 的晕带,晕带建立到自旋为 $I = 14$ 。文献[59]中的作者讨论了该原子核的转动惯量的光滑增加行为并与相邻同位素的相似行为做了比较。

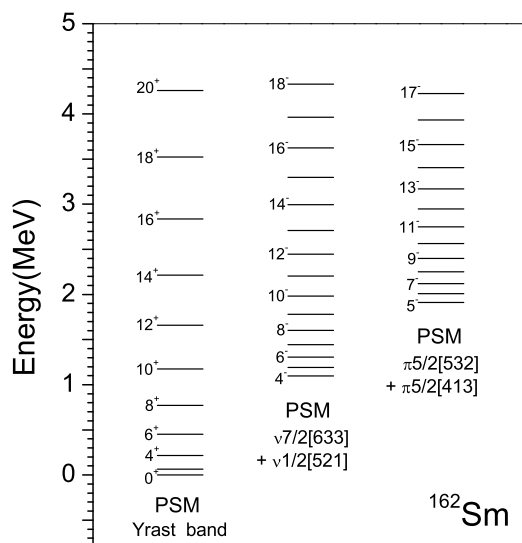


图 6-11 ^{162}Sm 的计算能级。

在文献[62]中, Simpson等测到了 ^{160}Sm 的一个半衰期为 $T_{1/2} = 120 \text{ ns}$ 的同核异能态, 并将其自旋和宇称暂定为 5^- , 在其上面还没有建立转动带。我们的计算预言了在 ^{160}Sm 中有一个带头能量为 1.790 MeV 的质子2准粒子带, 这是找到的唯一具有 5^- 自旋和宇称的低能组态 $\{\pi 5/2[413] \oplus \pi 5/2[532]\}$, 并预言该 5^- 带存在于所有其它Sm同位素中。

随着中子数增加到 $N = 98$ 和 100 , 来自于中子 $\nu i_{13/2}$ 轨道的 $K = 7/2$ 态与费米面非常接近 (参见图6-1), 能够参与低能2准粒子态的建立。它可以与来自于中子 $\nu p_{3/2}$ 轨道的 $K = 1/2$ 态耦合形成一个 $K^\pi = 4^-$ 的2准粒子态。由图6-10和6-11中可以看到, 我们的计算结果确实表明一个低能负宇称2准粒子带出现在 $^{160,162}\text{Sm}$ 中, 但在较轻的核 $^{156,158}\text{Sm}$ 中却没有发现。这个预言的中子2准粒子带的带头能非常低, 仅在基态之上 1.2 MeV 处。

6.4 沿着晕带的转动结构分析

形变核的晕带经常用来讨论原子核的转动行为, 尤其是对具有大的稳定形变的原子核。一个有趣的问题是, 在高自旋下这样一个原子核偏离理想转子的

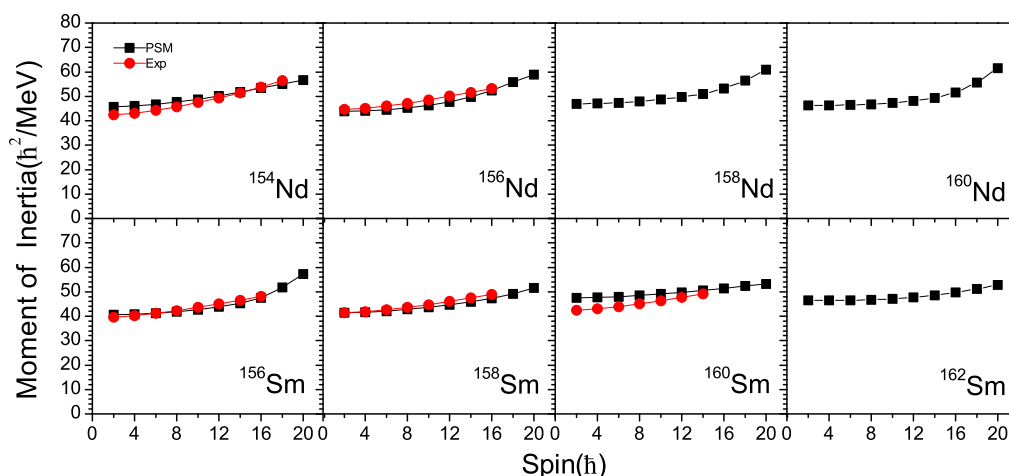


图 6-12 转动惯量计算值 ($J(I) = (2I - 1) / [E(I) - E(I - 2)]$) 及其与已有实验数据比较.

程度如何。关于这个问题在稳定核中已进行了大量的研究，但是对于不稳定的、丰中子原子核由于缺乏实验数据而几乎没有什么研究。鉴于目前的裂变实验数据及将来实验有望将数据扩展到高自旋转动带，我们认为以Nd和Sm为例，在理论上讨论这个问题很有意义。

6.4.1 转动惯量

我们知道，当原子核开始转动时，那些具有最高 j 值和最低投影量子数的核子对首先被科里奥利力破坏并沿转动轴顺排[128]。转动顺排降低了高 j 组态的能量，于是在某一角动量时，顺排核子具有非常低的能量以致于准粒子顺排带能够与基带交叉。对于稀土核，入侵轨道是中子 $i_{13/2}$ 和质子 $h_{11/2}$ ，它们分别是中子 $N = 6$ 和质子 $N = 5$ 的具有最高 j 值的轨道。能带图6-2和6-3描述了侵入组态的转动行为以及带交叉图像。

在图6-12中，我们给出了本章研究的8个偶偶核的转动惯量的变化，其作为自旋的函数的定义式仍为(4-1)式。我们可以看出，它们都表现出相似的形为，即随着自旋的增加，转动惯量逐渐光滑增长，除了个别核在 $I \approx 16$ 处稍微有点上升。图6-2和6-3中，我们看到正宇称2准粒子带与基带在 $I \approx 16$ 处交叉。带交叉相应于物理上核子对的转动顺排，能够改变晕态波函数的内容，这一般会引引起顺排自旋附近的转动惯量的急剧变化（如前两章所讨论），然而在我们给出的

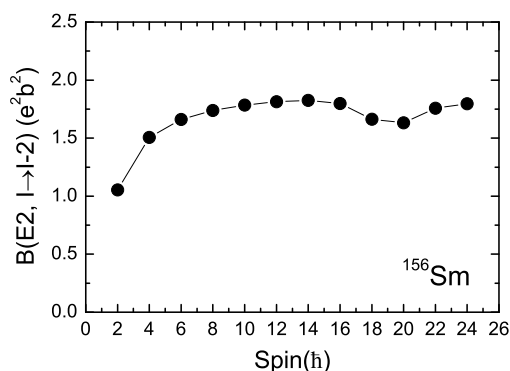


图 6-13 ^{156}Sm 的晕带 $B(E2, I \rightarrow I - 2)$ 计算值(单位为 e^2b^2)

计算中, 图6-12中并没有看到转动惯量的急剧变化。

如何理解上面转动惯量的变化呢? 一般地, 当两个带之间的交叉角较大时, 就会有回弯现象发生[104]。如果交叉角大的话, 两个带之间除了交叉自旋附近外是不会混合的, 因为它们大部分在能量上有一定间隔。另一方面, 如果交叉角很小, 两个带之间在很大自旋范围上彼此靠得很近, 因此它们在很大自旋范围内可以很容易地混合在一起, 这就是目前我们研究的情形。我们这里研究的原子核, 顺排过程分布于若干个自旋态从而转动惯量的变化不会剧烈, 仅有小的、光滑的变化。

6.4.2 电磁跃迁

得到方程 (3-39)的波函数后, 我们就可以用它们来直接计算电磁跃迁概率。测量的从初态 I 到末态 $I - 2$ 的电四极跃迁概率由公式(4-2)给出。我们计算中采用的有效电荷仍与前两章一样, 是标准值: $e^\pi = 1.5e$ 以及 $e^\nu = 0.5e$, 本章研究的所有核都采用这一值。这样, 计算的 $B(E2)$ 值的任何变化都反映了波函数结构的改变。

由于实验上的困难, 对于本章所研究的原子核, 很少有观测到的跃迁概率。Smith等报道他们第一次测到了丰中子Nd同位素的寿命[147], 得到了 $^{154,156}\text{Nd}$ 在中等自旋 $I = 10$ 至 16 之间的跃迁四极矩, 这一自旋范围刚好在带交叉之前。

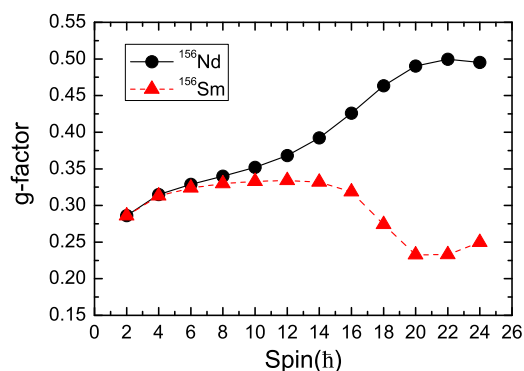


图 6-14 ^{156}Nd 与 ^{156}Sm 晕带g因子的预言。

在图6-13中，我们举 ^{156}Sm 为例来说明晕带 $B(E2)$ 值的行为。本章中研究的所有其它核都具有非常相似的 $B(E2)$ 曲线。大部分地方接近常数的 $B(E2)$ 值反映了系统具有大的集体稳定转子行为特征。然而，在 $I = 18$ 和 20 处， $B(E2)$ 值有一个明显的降落。 $B(E2)$ 值的这一降低相应于图 6-3中的带交叉，晕带结构发生了变化。这也与图 6-12中看到的转动惯量在高自旋处有轻微上升相一致。由Smith等[147]测量出的跃迁四极矩可以得到 $^{154,156}\text{Nd}$ 的自旋 $I = 10$ 至 16 范围内的 $B(E2)$ 值，这与图6-13中曲线相对平坦的部分相一致。因此，这些实验数据仅表明系统具有好的转子行为，我们需要更精确的高自旋实验数据来验证理论上预言的 $B(E2)$ 的变化。

前两章已讲过， g 因子是对波函数中单粒子成分最敏感的物理量。 g 因子的变化暗示了单粒子成分强烈地影响总的波函数。为了研究 g 因子中的单粒子效应，我们在图 6-14 中比较了两个核 ^{156}Nd 和 ^{156}Sm 的晕带 g 因子，采用的 g 因子计算公式为(4-3)式。我们看到，在低自旋时，两个核具有相同的 g 因子，但随着系统转动加快，这两个 g 因子曲线从 $I \sim 8$ 时开始分开，其中， ^{156}Nd 的 g 因子上升而 ^{156}Sm 的 g 因子下降，形成了一个类似叉子的形状（见图 6-14）。这给出了一个有趣的预言，如前讨论，这两个核的转动惯量与 $B(E2)$ 随自旋的变化非常相似。按照 g 因子公式(4-3)式， g 因子的增加意味着质子成分在波函数中的作用增大。相反地， g 因子的减少意味着中子成分在波函数中起主要作用。为了理解图 6-14，我们回顾一下前面讨论的能带图 6-2和6-3。低自旋时，这些核中的晕态几乎是纯的 0 准粒子组态，即所有的核子都是配对的，因此，低自旋时两种情形的 g 因子是相似的。然而，随着核子的转动， 2 准粒子组态的能量开始下降并对晕

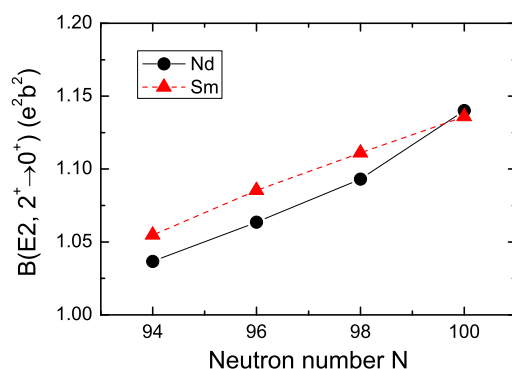
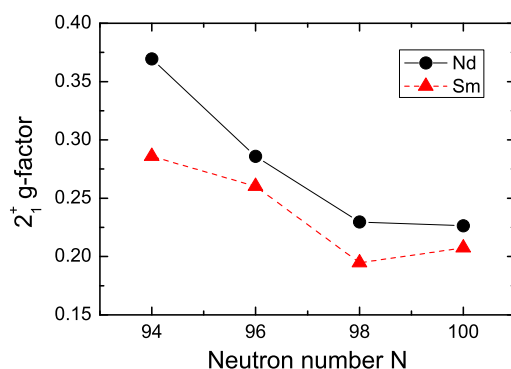


图 6-15 $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ (单位为 $e^2 b^2$)沿同位素链的变化。

态产生影响。而且，这两个核的2准粒子态的主要成分不一样。从图 6-2 和 6-3 中可以看出， ^{156}Nd 的质子2准粒子组态能量较低，所以质子单粒子态在晕态波函数中贡献较大。相反，对于 ^{156}Sm ，中子2准粒子组态是高自旋时晕态波函数的主要成分。

最后，我们从第一个 2^+ 激发态中讨论了电磁跃迁的系统行为。图 6-15 中，我们给出了本文所研究的所有偶偶核Nd和Sm同位素的计算 $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ 值随中子数N的变化。预言了 $B(E2)$ 值随中子数从 $N = 94$ 到100变化时的增加趋势，尽管改变量并不大。通常在接近中间壳时，集体性会增加。当系统从中子数为 $N = 94$ 到大形变质量区后， $B(E2)$ 的逐渐增加就很容易理解了。投影壳模型可以微观地描述 $B(E2)$ 从中子数 $N = 94$ 到 $N = 100$ 的变化趋势，这是因为在我们的投影壳模型计算中，对一个同位素链采用了一个不变的四极形变参数来建立形变单粒子基（见表6-1）。因而， $B(E2)$ 沿同位素链的变化来自于多体波函数的变化。

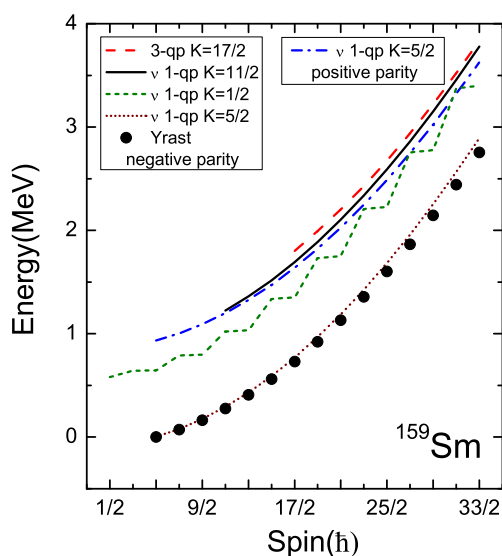
图 6-16 中同位素的 2^+ g因子演化显示了一个与 $B(E2)$ 相反的趋势。预言了中子数为 $N = 94$ 的轻核具有大的g因子， $N = 96$ 到98时g因子逐渐下降，到 $N = 98$ 和100时达到饱和。这个系统行为在文献 [148] 中有过讨论。如，当中子数从 $N = 90$ 到98变化时，观察到Gd, Dy 和Er同位素中的 2^+ g因子有下降趋势，到中间壳同位素时接近常数值[149]。因此，我们在图 6-16 中的预言与文献 [148] 中的系统讨论是一致的。

图 6-16 2_1^+ g因子沿同位素链的变化。

6.5 对奇中子核 ^{159}Sm 的结构研究

以上我们对Nd与Sm偶偶核进行了系统地研究，近来自发裂变实验又测得了奇中子核 ^{159}Sm 的高自旋谱，并在文献[150]和[151]中分别讨论了基态带和一个新的1准粒子高K同核异能带。为了保证偶偶核与奇质量核计算的连续性以及对微观模型的严格检验，我们就 $A\sim 160$ 这一重要区域增加一个奇核 ^{159}Sm 的讨论。我们将会看到，投影壳模型不仅适合于偶偶核，对奇核同样能得到与实验符合的很好的结果。对奇中子核 ^{159}Sm 的计算进行到自旋为 $I = 29/2$ 并运用准粒子激发观点分析了低能态的带结构。重点放在了 ^{159}Sm 的基于1准粒子组态的转动带上。我们预言了 ^{159}Sm 的基于1准粒子 $1/2^-$ 与 $5/2^+$ 组态的新带，同时讨论了电磁跃迁性质。

对于 ^{159}Sm ，考虑到奇核相比于偶核相对较弱的对力，所以采用较小的 $\varepsilon_2 = 0.29$ 及大的16极形变参数 $\varepsilon_4 = -0.100$ 。与第4章奇Cr的计算相仿，通过一个BCS近似将对关联加到Nilsson态中，Nilsson+BCS计算定义了一套相应于准粒子真空态 $|\phi(\varepsilon_2, \varepsilon_4)\rangle \equiv |0\rangle$ 的准粒子态，多准粒子组态空间采用与奇Cr核一样的(3-31)式。与偶偶核类似，波函数是这些组态的叠加。考虑到奇质量系统的相对弱的对力，我们对 ^{159}Sm 采用了一个相对小的中子对力强度 G_M ，即在偶偶核同位素的对力强度上乘以了因子0.9。

图 6-17 ^{159}Sm 的能带图

6.5.1 投影准粒子组态和组态混合

图 6-17 中给出了奇中子核 ^{159}Sm 的重要组态，其中有 3 个负宇称 1 准粒子带，一个正宇称 1 准粒子带以及一个负宇称 3 准粒子带。标记为“Yrast”的点是组态混合之后得到的，是给定自旋 I 下的最低态。3 个负宇称 1 准粒子带分别是来自于中子 $f_{7/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 态、中子 $p_{3/2}$ 轨道的 $K = 1/2$ 态以及中子 $h_{11/2}$ 轨道的 $K = 11/2$ 态，正宇称 1 准粒子带来自于中子 $i_{13/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 态。3 准粒子 $K = 17/2$ 带是由来自于中子 $f_{7/2}$ 轨道的 1 准粒子 $K = 5/2$ 态和来自于质子 $h_{11/2}$ 轨道的 $K = 5/2$ 和 $7/2$ 态的 2 准粒子 $K = 6$ 态组成。1 准粒子与 3 准粒子的带能都随自旋线性增加，其中，1 准粒子 $K = 1/2$ 带呈锯齿形。对于 ^{159}Sm ，在我们感兴趣的自旋范围内没有发现任何带交叉行为。

6.5.2 计算能级

通过在投影基(3-39)下对角化哈密顿量(3-48)，我们得到了 ^{159}Sm 的能级，在图 6-18 中，我们绘出了 ^{159}Sm 的激发能小于 3.2 MeV 的转动带能级图并与实验数据做了比较，每一转动带的主要组态都列于下面。可以看出，其晕带呈现出一个规则的转动行为，这表明其是一个大形变的转子。可以看到，晕带很好地

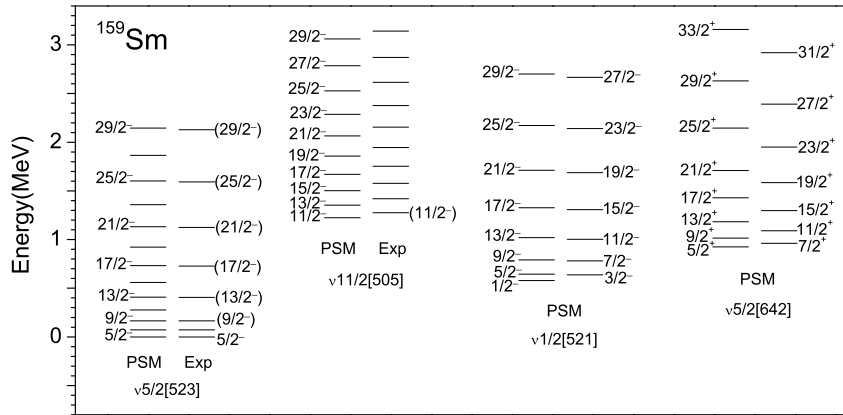
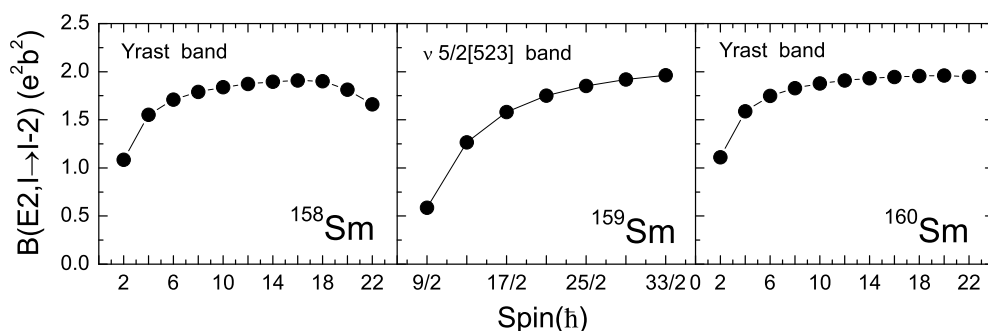


图 6-18 ^{159}Sm 的计算能级及与实验数据[151, 154]的比较

再现了实验。下一小节详细讨论晕带行为，这一节我们先看能级结构。

在文献[152]中，第一次确认 ^{159}Sm 的基态是一个具有 $5/2^-$ [523]结构的中子Nilsson态。随后，通过研究 ^{159}Pm [153, 154]的 β 衰变而将 $5/2^-$ [523]带的第一激发态 $7/2^-$ 的能量定为71.8 KeV。就在最近，通过 ^{252}Cf 的自发裂变[150]又发现了新的基带能级，但这些能级的自旋仍未确定。Urban等[151]通过 γ 谱线确定了基带能级的自旋，同时发现了一个同核异能态，其半衰期为 $T_{1/2} = 116(8) \text{ ns}$ 、激发能为1276.8 keV，并观察到建立在该同核异能态之上的一个转动带。这个同核异能态被认为是 $11/2^-$ [505]中子入侵态，而该同核异能带的其它能级的自旋都没有确定下来。文献[150]与[151]中都没有观察到 $5/2^-$ [523]带的非优先能级，也没有观察到文献[153, 154]曾报道过的具有71.8-keV激发能的 $7/2^-$ 能级。这些实验数据虽然不完全，但也为我们提供了一个讨论的基础，对我们理解这一质量区的单粒子结构很有帮助。

我们计算了 ^{159}Sm 的能级并在图 6-18中与文献 [151, 154]中给出的数据做了比较，计算结果很好地再现了实验。 $\nu 11/2$ [505]带的带头能计算值为1224 keV，与 $11/2^-$ 能级的实验值1276 keV相比，仅差52 keV。整个 $11/2^-$ 带的理论与实验接近完美的符合进一步证实了该带的结构假设 $\nu 11/2$ [505]是对的。由于 $\nu h_{11/2}$ 是由自旋-轨道相互作用产生的侵入轨道，这一结果表明我们所采用的由标准参

图 6-19 $^{158,159,160}\text{Sm}$ 晕带 $B(E2, I \rightarrow I - 2)$ 的预言值

数[127]产生的Nilsson单粒子态对丰中子区是有效的。

在图 6-18 中的右边的另两个带是我们的预言。我们预言的负宇称 1 准粒子 $K = 1/2$ 带能量非常低，带头能仅比基态高 580 keV。另外一个预言的 1 准粒子 $K = 5/2$ 带是正宇称中最低的带，带头能为 926 keV。像图 6-17 中描述的那样，所有这些带都具有相似的转动行为，因而也具有相似的转动惯量。在实验上我们也期望它们具有相似的 γ 射线模式。令人不解的是，在实验[151]中并没有观察到 $5/2^- [523]$ 带的非优先能级，即自旋为 $7/2^-$, $11/2^-$, $15/2^-$, ... 的能级。文献[151]中的作者将此解释为从优先到非优先能级的分支比非常低故而没有观察到。我们发现预言的 $1/2^- [521]$ 带的能量与 $5/2^- [523]$ 晕带非常接近。 $1/2^- [521]$ 带是一个具有锯齿形的退耦合带(见图 6-17)。退耦合效应导致这个带的能级分离，从而形成两个 $\Delta I = 2$ 的带。这样， $1/2^- [521]$ 带的优先能级也许也可以用来解释文献[151]中的数据。

6.5.3 电磁跃迁

在这一部分，我们讨论计算的电磁跃迁 $B(E2)$ 与 $B(M1)$ 值，由于到目前为止，实验上还没有本文所讨论核的电磁跃迁信息，所以我们只是做一些理论分析与预言。

(1) $^{158,159,160}\text{Sm}$ 的晕带 $B(E2)$

从初态 I 到末态 $I - 2$ 的电四极跃迁概率由方程(4-2)给出。采用的有效电荷与偶偶核一样。所以计算得到的 $B(E2)$ 的任何变化都反应了波函数的改变。在图 6-

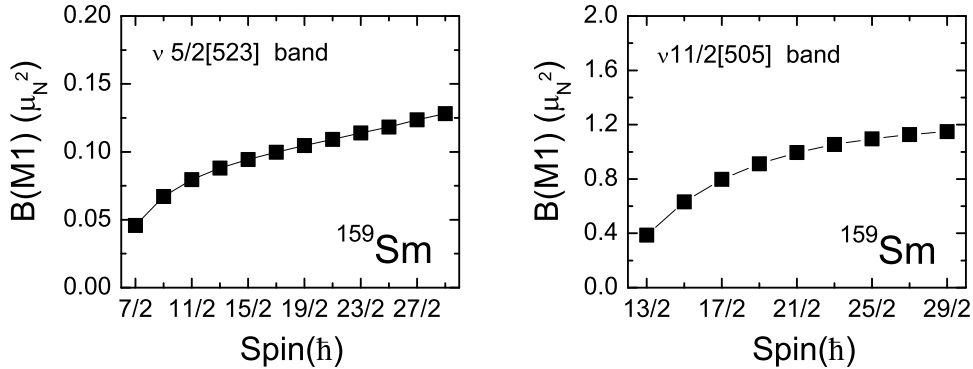


图 6-20 投影壳模型对 ^{159}Sm 的5/2[523]带与11/2[505]带的B(M1)计算值

19中, 作为比较, 我们同时给出了 ^{159}Sm 邻近两个核 $^{158,160}\text{Sm}$ 的晕带B(E2)值。三个同位素核的B(E2)具有相似的曲线, B(E2)在低自旋时光滑的变化以及在高自旋时几乎为常数的行为反映了系统具有强的集体性和稳定转子的特点。对于 ^{158}Sm , 在高自旋处B(E2)有个轻微的下陷相应于该处的一个带交叉, 见偶偶核图6-3的讨论。

(2) ^{159}Sm 的1准粒子带的B(M1)

电磁跃迁的另一个重要的物理量是一个带的两个旋称分支之间的跃迁概率B(M1)。从初态 I 到末态 $I - 1$ 的B(M1)的值由下式给出:

$$B(M1, I \rightarrow I - 1) = \frac{3}{4\pi} \frac{2I - 1}{2I + 1} |\langle \Psi^{I-1} | \hat{\mu} | \Psi^I \rangle|^2, \quad (6-2)$$

这里的波函数 $|\Psi^I\rangle$ 是方程(3-39)中给出的波函数。在我们的计算中, 算符 $\hat{\mu}$ 中出现的 g_l 与 g_s 的标准值仍然与偶偶核采用的值一样。图6-20中给出了 ^{159}Sm 的两个负宇称5/2[523]带与11/2[505]带预言的B(M1)值。两个带的B(M1)都具有一个光滑的行为。然而, 数量级的显著差异表明了两个带具有完全不同的内部结构。

6.6 本章小结

在丰中子核结构研究中, 一个非常感兴趣的研究课题是准粒子同核异能态结构以及建立在其上的转动带。铀系核的裂变提供了获取接近质量数为160的

丰中子稀土核数据的重要工具。受最近由裂变实验得到的高质量光谱实验数据的驱动,我们运用投影壳模型对大形变、丰中子偶偶Sm和Nd同位素从中子数 $N = 94 - 100$ 的结构进行了系统地研究。运用准粒子激发观点对低自旋态的带结构进行了分析。为了验证我们模型对该质量区奇核的有效性,我们补充计算了这一质量区的一个Sm奇中子核。

计算很好地再现了晕带及实验上已知的2准粒子同核异能带(偶偶核)及1准粒子带(奇核)。对于偶偶核,我们同时预言了另外的低激发负宇称2准粒子K同核异能态及建立在其上的带,即:对所有的偶偶核Nd同位素来说,都有一个 7^- 质子同核异能带,组态为 $\{\pi 5/2[532] \oplus \pi 9/2[404]\}$;对所有的偶偶核Sm同位素,都有一个 5^- 质子同核异能带,组态为 $\{\pi 5/2[532] \oplus \pi 5/2[413]\}$;对于 $N = 94$ 和 96 的同中子素都有一个基于组态 $\{\nu 5/2[642] \oplus \nu 11/2[505]\}$ 的中子 8^- 同核异能带;对于 $N = 98$ 和 100 的同中子素都有一个基于组态 $\{\nu 7/2[633] \oplus \nu 1/2[521]\}$ 的中子 4^- 同核异能带。对于奇核 ^{159}Sm ,我们的计算再现了最近新测到的 $11/2^-$ 同核异能带并分析了其结构,同时预言了一个基于 $\nu 1/2[521]$ 的中子 $1/2^-$ 带和一个基于 $\nu 5/2[642]$ 的中子 $5/2^+$ 带。

我们也讨论了沿晕线的特性,解释了为什么这些核中的转动惯量显现出非常光滑的行为,尽管有转动顺排但没有引起转动惯量的急剧变化。我们还发现,随着自旋沿晕线变化, $B(E2)$ 值接近常数,从而进一步证实了这些大形变核的转子本质。并指出了在高自旋处 $B(E2)$ 有轻微下降的原因是带交叉所致。对于g因子,我们以 ^{156}Nd 和 ^{156}Sm 为例,并预言在自旋 $I > 8$ 时,它们具有非常不同的行为。这可以用来直接检验这一质量区的单粒子结构,同时支持了本章关于准粒子同核异能态的讨论。由此可见,对这些核的g因子测量,以及对所有丰中子核的g因子测量是十分重要的。将来的实验如能证实我们的预言将有助于我们理解这一质量区的准粒子结构。

第七章 总结和展望

我们运用投影壳模型对两个区域的原子核—即 $A = 60$ 区域的丰中子Fe和Cr系列核素及稀土区的丰中子Nd和Sm系列核素的高自旋态及同核异能态结构进行了系统地研究。丰中子与同核异能态结构是当今核物理研究的前沿课题，分别与核天体中元素的合成及诱发 γ 辐射的核能应用密切相关。

研究表明，丰中子偶偶Fe和Cr同位素随着自旋的增加，科里奥利力使得处于高 j 轨道 $g_{9/2}$ 的一对中子被拆对而沿着转动轴发生自旋顺排，从而导致转动惯量和电磁跃迁的异常。同时，我们预言了高 K 2准粒子及4准粒子同核异能带并讨论了其结构成分。通过对晕态附近性质的研究揭示了 $N \sim 40$ 核的基态附近具有软的特性，没有固定形状。同时解释了基态附近具有软核心的系统是如何通过转动将形状稳定下来的一即随着转动加快位能面的极小值越来越低。另外，对于奇Cr同位素的结构研究重点放在了 $9/2^+$ 同核异能态及其对应的转动带结构上。研究指出，奇丰中子核中的 $9/2^+$ 同核异能态具有长椭球形状，其主要成分是1准粒子 $K = 1/2[440]$ 态。我们的研究强调了中子 $g_{9/2}$ 轨道在这一丰中子质量区低能结构中的重要性。

关于稀土区的丰中子Nd和Sm同位素，我们系统地讨论了其中的2准粒子同核异能态结构，并预言了几个同核异能态及建立于其上的转动带。通过带交叉的观点分析了转动惯量和电磁跃迁性质。作为补充，还研究了Sm的一个奇质量同位素，讨论了一个新测到的1准粒子高 K 同核异能带的结构并预言了两个基于1准粒子的新的转动带。

在所研究的这两个质量区，我们的理论研究强调了侵入轨道（如 $g_{9/2}$ 、 $h_{11/2}$ 及 $i_{13/2}$ ）在决定低激发态性质方面的重要性。投影壳模型理论计算与实验数据符合得非常好。事实证明，投影壳模型对于本文所涉及的大部分原子核的结构研究都是适合的。

投影壳模型是建立在形变基上的一个模型，在第二章中我们已经分析了球形基的缺点和形变基的优点。在我们的数值计算中，哈密顿量采用了简单的相互作用力形式即四极-四极相互作用+单极对力+四极对力的形式。这样简洁的相互作用形式却能够精确地描述大量不同类型的原子核（偶偶核、奇质量核及奇

奇核), 说明了这些相互作用形式确实代表了原子核中有效核子关联的最重要部分。由于形变导致角动量不守恒, 由于BCS的引入导致粒子数不守恒, 所以对于偶偶核来说, 投影壳模型[53]曾将角动量投影和粒子数投影同时考虑在内并对结果进行了比较, 结果发现考虑粒子数投影与不考虑粒子数投影的结果相差甚微, 所以我们的计算中都忽略了粒子数投影而只考虑了角动量投影。

我们知道, 大部分高自旋实验观察到的反常现象都与发生在退耦合带的自旋顺排相联系。事实上这也是我们在第四章到第六章研究的丰中子核结构时强调过的观点。在我们对具体核的研究中可以看到, 能带图贯穿始终, 对于解释由最终的带混合过程(壳模型对角化)得到的晕态起着重要的作用。这意味着我们从能带图中就可以看到最终结果的基本特征, 所以能带图是用来理解各种现象机制的一个有力工具。

本文的研究主要是针对轴对称形变, 投影壳模型也可以推广应用到三轴形变核, 角动量投影技术也可以应用到三轴情形。毫无疑问, 自然界中存在着三轴形变核, 而实验上关于三轴形变核的数据也在不断地积累着。按照通常的HFB方法[155], 在 $\beta - \gamma$ 平面内, 过渡核的基态位能面如果有极小值也是非常浅的, 由于非常平坦的位能面导致了 γ 不稳定性, 从而没有稳定的 γ 形变。另一方面, 计算表明某些原子核[156]角动量投影位能面确实在 $\gamma \neq 0$ 的区域有一个显著的极小值。与轴对称情形作比较, 三轴情形会导致壳模型空间变大, 这是因为每个准粒子态经投影后会变为几个具有不同 K 值的态。目前我们的程序已经可以计算三轴形变核, 成功应用的例子有文献[111, 157]。

总之, 以Nilsson+BCS形变准粒子为基的投影壳模型理论是研究核结构的有效模型之一, 应用数十年并经历了许多实验的检验。投影壳模型可以应用到核素表中大部分核, 因为大部分核是形变的。当然, 随着实验技术的提高, 投影壳模型理论也应不断向前发展以解释更多的实验现象。

附录 A 不同主壳下各种NILSSON形变单粒子态的标记

下面给出主壳 $N=1,2,3,4,5,6,7$ 时各种单粒子组态的标记。

Nilsson量子数 N, n_z, m_l, Ω 满足如下关系：

$$N = n_z + m_l + 2n_\rho \quad (\text{A.1})$$

$$\Omega = m_l \pm \frac{1}{2} \quad (\text{A.2})$$

其中，量子数 $n_z = 1, 2, \dots, N$ ，按照以上两式可将各种情况下Nilsson单粒子态能级标记列入表A.1-表A.7。由表A.1-表A.7可以看出，对于主壳 $N=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 对应的Nilsson能级数量分别为3、6、10、15、21、28、36条。值得注意的是，同一条能级在形变大于零（长椭球）和形变小于零（扁椭球）时的标记一般是不一样的，但同一条能级的量子数 Ω 是一样的。具体标记某个核的Nilsson图时要分形变大于零和小于零两种情况进行。

下面以形变大于零情况为例说明如何进行标记。对同一主壳来说，一般以从低到高的能级顺序进行标记。所以对于给定 N 来说，要从能级最低的那个轨道开始填起。对每一角动量为 j 的能级，由于形变导致能级劈裂为 $j + \frac{1}{2}$ 条，如 $j=1/2$ ，则能级为 $1/2+1/2=1$ 条($\Omega=1/2$)；如 $j=3/2$ ，则能级劈裂为 $3/2+1/2=2$ 条(Ω 分别等于 $1/2, 3/2$)；如 $j=5/2$ ，则能级劈裂为 $5/2+1/2=3$ 条(Ω 分别等于 $1/2, 3/2, 5/2$)；等等...。各条能级由低到高按 Ω 由小到大排列，且 n_z 越大能量越低，即 n_z 是从大到小排列的， n_z 类似于“斜率”，近平行的能级 n_z 相同。以 $N=3$ 为例，共有10条能级，单中子Nilsson能级轨道由低到高的顺序一般为： $f_{7/2}$ (按 $\Omega=1/2, 3/2, 5/2, 7/2$ 由低到高共4条能级)， $p_{3/2}$ (按 $\Omega=1/2, 3/2$ 由低到高共2条能级)， $p_{1/2}$ (只有 $\Omega=1/2$ 一条能级)， $f_{5/2}$ (按 $\Omega=1/2, 3/2, 5/2$ 由低到高共3条能级)。于是由表3中可得：

$f_{7/2}$ 的4条单粒子能级由低到高标记为：[330]1/2,[321]3/2,[312]5/2,[303]7/2

$p_{3/2}$ 的2条单粒子能级由低到高标记为：[321]1/2,[312]3/2

$p_{1/2}$ 只有一条单粒子能级：[310]1/2

$f_{5/2}$ 从低到高有3条单粒子能级：[301]1/2,[301]3/2,[303]5/2

具体核的Nilsson轨道顺序稍有不同，要根据实际情况来进行标记。

表 A.1 $N = 1$ 时, Nilsson 单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	1	0	1/2, 3/2	[101]1/2, [101]3/2	2
1	0	0	1/2	[110]1/2	1

表 A.2 $N = 2$ 时, Nilsson 单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	0	1	1/2	[200]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[202]3/2, [202]5/2	
1	1	0	1/2, 3/2	[211]1/2, [211]3/2	2
2	0	0	1/2	[220]1/2	1

表 A.3 $N = 3$ 时, Nilsson 单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	1	1	1/2, 3/2	[301]1/2, [301]3/2	4
	3	0	5/2, 7/2	[303]5/2, [303]7/2	
1	0	1	1/2	[310]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[312]3/2, [312]5/2	
2	1	0	1/2, 3/2	[321]1/2, [321]3/2	2
3	0	0	1/2	[330]1/2	1

表 A.4 $N = 4$ 时, Nilsson单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	0	2	1/2	[400]1/2	5
	2	1	3/2, 5/2	[402]3/2, [402]5/2	
	4	0	7/2, 9/2	[404]7/2, [404]9/2	
1	1	1	1/2, 3/2	[411]1/2, [411]3/2	4
	3	0	5/2, 7/2	[413]5/2, [413]7/2	
2	0	1	1/2	[420]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[422]3/2, [422]5/2	
3	1	0	1/2, 3/2	[431]1/2, [431]3/2	2
4	0	0	1/2	[440]1/2	1

表 A.5 $N = 5$ 时, Nilsson单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	1	2	1/2, 3/2	[501]1/2, [501]3/2	6
	3	1	5/2, 7/2	[503]5/2, [503]7/2	
	5	0	9/2, 11/2	[505]9/2, [505]11/2	
1	0	2	1/2	[510]1/2	5
	2	1	3/2, 5/2	[512]3/2, [512]5/2	
	4	0	7/2, 9/2	[514]7/2, [514]9/2	
2	1	1	1/2, 3/2	[521]1/2, [521]3/2	4
	3	0	5/2, 7/2	[523]5/2, [523]7/2	
3	0	1	1/2	[530]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[532]3/2, [532]5/2	
4	1	0	1/2, 3/2	[541]1/2, [541]3/2	2
5	0	0	1/2	[550]1/2	1

表 A.6 $N = 6$ 时, Nilsson 单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	0	3	1/2	[600]1/2	7
	2	2	3/2, 5/2	[602]3/2, [602]5/2	
	4	1	7/2, 9/2	[604]7/2, [604]9/2	
	6	0	11/2, 13/2	[606]11/2, [606]13/2	
1	1	2	1/2, 3/2	[611]1/2, [611]3/2	6
	3	1	5/2, 7/2	[613]5/2, [613]7/2	
	5	0	9/2, 11/2	[615]9/2, [615]11/2	
2	0	2	1/2	[620]1/2	5
	2	1	3/2, 5/2	[622]3/2, [622]5/2	
	4	0	7/2, 9/2	[624]7/2, [624]9/2	
3	1	1	1/2, 3/2	[631]1/2, [631]3/2	4
	3	0	5/2, 7/2	[633]5/2, [633]7/2	
4	0	1	1/2	[640]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[642]3/2, [642]5/2	
5	1	0	1/2, 3/2	[651]1/2, [651]3/2	2
6	0	0	1/2	[660]1/2	1

表 A.7 $N = 7$ 时, Nilsson单粒子态标记

n_z	m_l	n_ρ	Ω	$[N, n_z, m_l]\Omega$	能级数
0	1	3	1/2, 3/2	[701]1/2, [701]3/2	8
	3	2	5/2, 7/2	[703]5/2, [703]7/2	
	5	1	9/2, 11/2	[705]9/2, [705]11/2	
	7	0	13/2, 15/2	[707]13/2, [707]15/2	
1	0	3	1/2	[710]1/2	7
	2	2	3/2, 5/2	[712]3/2, [712]5/2	
	4	1	7/2, 9/2	[714]7/2, [714]9/2	
	6	0	11/2, 13/2	[716]11/2, [716]13/2	
2	1	2	1/2, 3/2	[721]1/2, [721]3/2	6
	3	1	5/2, 7/2	[723]5/2, [723]7/2	
	5	0	9/2, 11/2	[725]9/2, [725]11/2	
3	0	2	1/2	[730]1/2	5
	2	1	3/2, 5/2	[732]3/2, [732]5/2	
	4	0	7/2, 9/2	[734]7/2, [734]9/2	
4	1	1	1/2, 3/2	[741]1/2, [741]3/2	4
	3	0	5/2, 7/2	[743]5/2, [743]7/2	
5	0	1	1/2	[750]1/2	3
	2	0	3/2, 5/2	[752]3/2, [752]5/2	
6	1	0	1/2, 3/2	[761]1/2, [761]3/2	2
7	0	0	1/2	[770]1/2	1

附录 B BCS波函数的求解

对力的哈密顿量为方程(3-11)式:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} (a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}) - G \sum_{\mu, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\nu}} a_{\nu} \\ &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} n_{\mu} - G \sum_{\mu, \nu > 0} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

BCS波函数为方程(3-12)式:

$$|0\rangle\rangle = \prod_{\nu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (\text{B.2})$$

u_{ν} 与 v_{ν} 满足归一化条件:

$$u_{\nu}^2 + v_{\nu}^2 = 1 \quad (\text{B.3})$$

由于BCS波函数粒子数不守恒。我们设粒子数平均值与体系的实际粒子数相同, 即 $\bar{n} = n_0$ 。通过改变参数 u_{ν} 与 v_{ν} 来求条件极值问题:

$$\delta \bar{H} - \lambda \delta \bar{n} = 0 \quad (\text{B.4})$$

从而得到BCS波函数和相应能量。 \bar{H} 为能量平均值。可见求上述条件极值问题, 首先要求出 \bar{H} 与 \bar{n} 的表达式。

利用对易关系: $[S_{\mu}, S_{\nu}^{\dagger}] = (1 - n_{\mu}) \delta_{\mu\nu}$; $[n_{\mu}, S_{\nu}^{\dagger}] = 2S_{\mu}^{\dagger} \delta_{\mu\nu}$; $[n_{\mu}, S_{\nu}] = -2S_{\mu} \delta_{\mu\nu}$, 以及 $n_{\mu}|0\rangle = 0$, 可以证明:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \langle\langle 0|n|0\rangle\rangle = \sum_{\mu} \langle\langle 0|n_{\mu}|0\rangle\rangle \\ &= \sum_{\mu} \langle 0| \prod_{\nu \neq \mu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) n_{\mu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) |0\rangle \\ &= \sum_{\mu} \langle 0|(u_{\mu} + v_{\mu} S_{\mu}^{\dagger}) n_{\mu} (u_{\mu} + v_{\mu} S_{\mu}^{\dagger}) |0\rangle \\ &= \sum_{\mu} v_{\mu}^2 \langle 0|S_{\mu} n_{\mu} S_{\mu}^{\dagger} |0\rangle \\ &= \sum_{\mu} v_{\mu}^2 \langle 0|S_{\mu} (S_{\mu}^{\dagger} n_{\mu} + 2S_{\mu}^{\dagger}) |0\rangle \\ &= 2 \sum_{\mu} v_{\mu}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned}
\bar{H} &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} \langle\langle 0|n_{\mu}|0\rangle\rangle - G \sum_{\mu\nu} \langle\langle 0|S_{\mu}^{+}S_{\nu}|0\rangle\rangle \\
&= 2 \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} v_{\mu}^2 - G \sum_{\mu\nu} \langle 0|(u_{\mu} + v_{\mu}S_{\mu}) \\
&\quad \times S_{\mu}^{+}(u_{\mu} + v_{\mu}S_{\mu}^{+})(u_{\nu} + v_{\nu}S_{\nu})S_{\nu}(u_{\nu} + v_{\nu}S_{\nu}^{+}|0\rangle \\
&= 2 \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} v_{\mu}^2 - G \sum_{\mu\nu} u_{\mu}v_{\mu}u_{\nu}v_{\nu} \\
&= 2 \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} v_{\mu}^2 - G(\sum_{\mu} u_{\mu}v_{\mu})^2
\end{aligned} \tag{B.6}$$

则变分哈密顿量为:

$$\bar{H}' = \bar{H} - \lambda \bar{n} = \sum_{\mu} 2(\varepsilon_{\mu} - \lambda)v_{\mu}^2 - G(\sum_{\mu} u_{\mu}v_{\mu})^2 \tag{B.7}$$

对每个 μ , 由 $\frac{\partial \bar{H}'}{\partial v_{\mu}} = 0$ 得到:

$$2(\varepsilon_{\mu} - \lambda)v_{\mu} - G(\sum_{\nu} u_{\nu}v_{\nu}) \frac{\partial}{\partial v_{\mu}}(u_{\mu}v_{\mu}) = 0 \tag{B.8}$$

考虑到, $u_{\mu} = \sqrt{1 - v_{\mu}^2}$, 求出上式中的微分 $\frac{\partial}{\partial v_{\mu}}(u_{\mu}v_{\mu})$, 于是方程(B.8)变为:

$$2(\varepsilon_{\mu} - \lambda)v_{\mu} - G(\sum_{\nu} u_{\nu}v_{\nu})(u_{\mu}^2 - v_{\mu}^2)/u_{\mu} = 0 \tag{B.9}$$

令:

$$\Delta = G(\sum_{\nu} u_{\nu}v_{\nu}) \tag{B.10}$$

Δ 称为能隙, 于是方程(B.9)变为:

$$2(\varepsilon_{\mu} - \lambda)v_{\mu}u_{\mu} = (u_{\mu}^2 - v_{\mu}^2)\Delta \tag{B.11}$$

或

$$4u_{\mu}^2v_{\mu}^2[(\varepsilon_{\mu} - \lambda)^2 + \Delta^2] = \Delta^2 \tag{B.12}$$

令:

$$E_{\mu} = \sqrt{(\varepsilon_{\mu} - \lambda)^2 + \Delta^2} \tag{B.13}$$

为准粒子能量。则 $2u_{\mu}v_{\mu} = \Delta/E_{\mu}$, 结合(B.11)式可得:

$$u_{\mu}^2 - v_{\mu}^2 = (\varepsilon_{\mu} - \lambda)/E_{\mu} \tag{B.14}$$

上式与归一化条件： $u_\mu^2 + v_\mu^2 = 1$ 联立可解出 u_μ 与 v_μ ：

$$\begin{aligned} u_\mu^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\varepsilon_\mu - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] \\ v_\mu^2 &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\varepsilon_\mu - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

其中， Δ 与 λ 分别为能隙与费米面，具有能量量纲。由公式(B.10)与公式 $2u_\mu v_\mu = \Delta/E_\mu$ 以及公式(B.13)可得：

$$\frac{1}{2} \sum_{\mu} \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2}} = \frac{1}{G} \quad (\text{B.16})$$

该方程称为能隙方程。再由粒子数平均值方程 $\bar{n} = 2 \sum_{\mu} v_\mu^2 = n_0$ 可得：

$$\sum_{\mu} \left[1 - \frac{(\varepsilon_\mu - \lambda)}{\sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] = n_0 \quad (\text{B.17})$$

由此可知，在一个问题中，给定 ε_μ 、 G 与 n_0 ，就可从(B.16)式与(B.17)式中解出 Δ 与 λ ，从而得到 u_μ 与 v_μ ，最终求得准粒子能量 E_μ 和本征函数 $|0\rangle$ 。

附录 C D函数及d函数的性质及相关公式

1. D函数及d函数的定义式

三维空间的转动通常用三个欧拉角 $\Omega(\alpha, \beta, \gamma)$ 来描述, 在实验室坐标系下, 转动算符可写成相继的三个转动算符之乘积:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \exp[-i\alpha J_z] \cdot \exp[-i\beta J_y] \cdot \exp[-i\gamma J_z] \quad (\text{C.1})$$

它在 $|jm\rangle$ 表象中(本征态为 ψ_{jm})的矩阵元记为 $D_{m'm}^j(\alpha, \beta, \gamma)$, 即

$$\begin{aligned} D_{m'm}^j(\alpha, \beta, \gamma) &= \langle jm' | \exp[-i\alpha J_z] \cdot \exp[-i\beta J_y] \cdot \exp[-i\gamma J_z] | jm \rangle \\ &= \exp[-im'\alpha] \langle jm' | \exp[-i\beta J_y] | jm \rangle \exp[-im\gamma] \\ &= \exp[-im'\alpha] d_{m'm}^j(\beta) \exp[-im\gamma] \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

其中,

$$d_{m'm}^j(\beta) = \langle jm' | \exp[-i\beta J_y] | jm \rangle \quad (\text{C.3})$$

于是,

$$R(\alpha, \beta, \gamma)\psi_{jm} = \sum_{m'} D_{m'm}^j(\alpha, \beta, \gamma)\psi_{jm'} \quad (\text{C.4})$$

由方程(C.2)可以看出, 计算转动算符在 $|jm\rangle$ 表象中的矩阵元 $D_{m'm}^j(\alpha, \beta, \gamma)$ 就归结为计算 $d_{m'm}^j(\beta)$ 。常用的求d函数的方法一般都是数值积分法, 本文采用文献[158]中的d函数的表达式:

$$d_{mm'}^j(\beta) = \sqrt{\frac{(j+m')!(j-m')!}{(j+m)!(j-m)!}} \left(\sin \frac{\beta}{2}\right)^{m'-m} \left(\cos \frac{\beta}{2}\right)^{m'+m} P_{j-m'}^{(m'-m, m'+m)}(\cos \beta) \quad (\text{C.5})$$

其中, $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ 是雅考比行列式, 其表达式为:

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{m=0}^n \binom{n+\alpha}{m} \binom{n+\beta}{n-m} (x-1)^{n-m} (x+1)^m \quad (\text{C.6})$$

$P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ 有如下性质及递推关系:

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(-x) = (-1)^n P_n^{(\beta, \alpha)}(x) \quad (\text{C.7})$$

以及

$$\begin{aligned}
& 2(n+1)(n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta)P_{n+1}^{(\alpha,\beta)}(x) \\
& = (2n+\alpha+\beta+1) \times [(2n+\alpha+\beta)(2n+\alpha+\beta+2)x + \alpha^2 - \beta^2]P_n^{(\alpha,\beta)}(x) \\
& \quad - 2(n+\alpha)(n+\beta)(2n+\alpha+\beta+2)P_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(x)
\end{aligned} \tag{C.8}$$

$P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ 的计算可采用递归程序来解决,这样做的好处是可减少循环次数以提高精度。

2. d函数的性质[159]

$$d_{m'm}^j(\beta) = d_{mm'}^j(-\beta) \tag{C.9}$$

$$d_{m'm}^j(-\beta) = (-1)^{m'-m} d_{m'm}^j(\beta) \tag{C.10}$$

$$d_{m'm}^j(\beta) = (-1)^{m'-m} d_{mm'}^j(\beta) \tag{C.11}$$

$$d_{m'm}^j(\beta) = d_{-m,-m'}^j(\beta) \tag{C.12}$$

$$d_{m'm}^j(\beta) = (-1)^{m'-m} d_{-m',-m}^j(\beta) \tag{C.13}$$

$$d_{m'm}^j(\pi) = (-1)^{j+m'} \delta_{m',-m} \tag{C.14}$$

$$d_{m'm}^j(-\pi) = (-1)^{j-m'} \delta_{m',-m} \tag{C.15}$$

$$d(\pi + \beta) = d(\pi) \cdot d(\beta) \tag{C.16}$$

$$d_{m'm}^j(\pi + \beta) = (-1)^{j+m'} d_{-m',m}^j(\beta) \tag{C.17}$$

$$d_{m'm}^j(\pi - \beta) = (-1)^{j+m'} d_{m',-m}^j(\beta) \tag{C.18}$$

3. D函数的性质[159]

(1) D函数的正交归一性

$$\sum_m D_{mm'}^{j*}(\alpha, \beta, \gamma) D_{mm''}^j(\alpha, \beta, \gamma) = \delta_{m'm''} \tag{C.19}$$

(2) D函数的耦合规则

$$\begin{aligned}
& D_{\mu_1 m_1}^{j_1}(\alpha, \beta, \gamma) D_{\mu_2 m_2}^{j_2}(\alpha, \beta, \gamma) \\
& = \sum_j \langle j_1 \mu_1 j_2 \mu_2 | j \mu_1 + \mu_2 \rangle \cdot \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m_1 + m_2 \rangle \times D_{\mu_1 + \mu_2, m_1 + m_2}^j(\alpha, \beta, \gamma)
\end{aligned} \tag{C.20}$$

(3) 两个D函数的积分公式

$$\int d\Omega D_{m_1 k_1}^{j_1 *}(\alpha, \beta, \gamma) D_{m_2 k_2}^{j_2}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{8\pi^2}{2j_1 + 1} \delta_{j_1 j_2} \delta_{m_1 m_2} \delta_{k_1 k_2} \quad (\text{C.21})$$

(4) 三个D函数的积分公式

$$\begin{aligned} & \int d\Omega D_{m_3 k_3}^{j_3 *}(\alpha, \beta, \gamma) D_{m_1 k_1}^{j_1}(\alpha, \beta, \gamma) D_{m_2 k_2}^{j_2}(\alpha, \beta, \gamma) \\ &= \frac{8\pi^2}{2j_3 + 1} \delta_{m_3, m_1 + m_2} \delta_{k_3, k_1 + k_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3 \rangle \langle j_1 k_1 j_2 k_2 | j_3 k_3 \rangle \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

附录 D 投影壳模型本征值方程的解

在投影壳模型本征值方程中，需要计算的两个量是哈密顿矩阵元和重叠矩阵元：

$$H_{\kappa K \kappa' K'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{H} \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad N_{\kappa K \kappa' K'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (\text{D.1})$$

哈密顿矩阵元和重叠矩阵元满足下列求和规则：

$$\sum_{IM} H_{\kappa M \kappa' M}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{H} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad \sum_{IM} N_{\kappa M \kappa' M}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (\text{D.2})$$

可用这两个求和规则来验证程序和数据的准确性。对于一个轴对称体系，哈密顿矩阵元和重叠矩阵元可写为：

$$H_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{H} \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad N_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (\text{D.3})$$

这里 K 和 K' 分别为内禀态 $|\Phi_{\kappa}\rangle$ 与 $|\Phi_{\kappa'}\rangle$ 的内禀量子数，在轴对称体系中 $M = K = K'$ ，所以对于 M 的求和减为一项，于是求和规则变为：

$$\sum_I H_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \widehat{H} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad ; \quad \sum_I N_{\kappa \kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (\text{D.4})$$

可以看出上述求和项当 $K \neq K'$ 时为零，即在轴对称情形下，有效求和规则仅存在于 $K = K'$ 情况下。

现在我们来讨论如何解投影壳模型本征值方程：

$$\sum_{\kappa' K'} \{ H_{\kappa K \kappa' K'}^I - E N_{\kappa K \kappa' K'}^I \} F_{\kappa' K'}^I = 0 \quad (\text{D.5})$$

我们在重叠矩阵本征函数表象下进行讨论：

$$\sum_{\kappa' K'} N_{\kappa K \kappa' K'}^I U_{\kappa' K'}^{\sigma} = n_{\sigma} U_{\kappa K}^{\sigma} \quad (\text{D.6})$$

因重叠矩阵为一个半正定矩阵，所以重叠矩阵本征值 n_{σ} 是一个非负值，即它有可能为零。这种情况发生在投影多准粒子态线性相关时，也就是说投影

壳模型基中包含有多余的态。通过丢弃方程(D.6)中的零本征值解,我们可以很容易地将投影基中多余的态去掉。事实上,我们发现, $\langle U^\sigma | U^\sigma \rangle = n_\sigma$, 即当 $n_\sigma = 0$ 时, $|U^\sigma\rangle \equiv \sum_{\kappa K} U_{\kappa K}^\sigma \hat{P}_{MK}^I |\Phi_\kappa\rangle = 0$, 这就说明了投影准粒子态是线性相关的。于是,我们将方程(D.6)中所有 $n_\sigma = 0$ 的解都排除在外。

在基矢 $\{|U^\sigma\rangle, n_\sigma \neq 0\}$ 下,投影本征值方程采取以下形式:

$$\sum_{\sigma'} G_{\sigma\sigma'}^I V_{\sigma'}^E = E V_\sigma^E, \quad G_{\sigma\sigma'}^I = \frac{\sum_{\kappa K \kappa' K'} U_{\kappa K}^\sigma H_{\kappa K \kappa' K'}^I U_{\kappa' K'}^{\sigma'}}{\sqrt{n_\sigma n_{\sigma'}}} \quad (\text{D.7})$$

从中可得到本征矢 V_σ^E 和本征能量 E 。公式(D.5)中的 F 可以表示为:

$$F_{\kappa K}^I = \sum_{\sigma} \frac{V_\sigma^E U_{\kappa K}^\sigma}{\sqrt{n_\sigma}} \quad (\text{D.8})$$

归一化条件:

$$\sum_{\kappa K \kappa' K'} F_{\kappa K}^I N_{\kappa K \kappa' K'}^I F_{\kappa' K'}^I = 1 \quad (\text{D.9})$$

将自动满足。这说明本征矢(D.6)和(D.7)是正交归一的。对于轴对称情形,我们去掉所有对 K 量子数的求和并在 $F_{\kappa K}^I$ 中忽略 K 。

参考文献

- [1] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many Body Problem* (Springer-Verlag, New York, 1980).
- [2] W. Greiner, J. A. Maruhn, *Nuclear Models* (世界图书出版公司, 2004).
- [3] G. Audi, A. H. Wapstra, The 1993 atomic mass evaluation: (I) Atomic mass table, *Nucl. Phys. A* **565** (1993) 1-65
- [4] G. Audi, A. H. Wapstra, The 1995 update to the atomic mass evaluation, *Nucl. Phys. A* **595** (1993) 409-480
- [5] G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault, The AME2003 atomic mass evaluation. (II). Tables, graphs and references, *Nucl. Phys. A* **729** (2003) 337-676
- [6] T. Motobayashi, Y. Ikeda, K. Ieki, M. Inoue, N. Iwasa, T. Kikuchi, M. Kurokawa, S. Moriya, S. Ogawa, H. Murakami, S. Shimoura, Y. Yanagisawa, T. Nakamura, Y. Watanabe, M. Ishihara, T. Teranishi, H. Okuno and R. F. Casten, Large deformation of the very neutron-rich nucleus ^{32}Mg from intermediate-energy Coulomb excitation, *Phys. Lett. B* **346** (1995) 9-14
- [7] R. W. Ibbotson, T. Glasmacher, B. A. Brown, L. Chen, M. J. Chromik, P. D. Cottle, M. Fauerbach, K. W. Kemper, D. J. Morrissey, H. Scheit, and M. Thoennessen, Quadrupole Collectivity in $^{32,34,36,38}\text{Si}$ and the $N = 20$ Shell Closure, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 2081
- [8] B. V. Pritychenko, T. Glasmacher, B. Brown, P. D. Cottle, R. W. Ibbotson, K. W. Kemper, L. A. Riley, and H. Scheit, First observation of an excited state in the neutron-rich nucleus ^{31}Na , *Phys. Rev. C* **63** (2001) 011305(R)
- [9] R. V. F. Janssens, Nuclear physics-Elusive magic numbers, *Nature (London)* **435** (2005) 897-898

- [10] J. I. Prisciandaro, P. F. Mantica, B. A. Brown, D. W. Anthony, M. W. Cooper, A. Garcia, D. E. Groh, A. Komives, W. Kumarasiri, P. A. Lofy, A. M. Oros-Peusquens, S. L. Tabor and M. Wiedeking, New evidence for a subshell gap at $N = 32$, *Phys. Lett. B* **510** (2001) 17-23
- [11] R. V. F. Janssens, B. Fornal, P. F. Mantica, B. A. Brown, R. Broda, P. Bhattacharyya, M. P. Carpenter, M. Cinausero, P. J. Daly, A. D. Davies, T. Glasmacher, Z. W. Grabowski, D. E. Groh, M. Honma, F. G. Kondev, W. Królas, T. Lauritsen, S. N. Liddick, S. Lunardi, N. Marginean, T. Mizusaki, D. J. Morrissey, A. C. Morton, W. F. Mueller, T. Otsuka, T. Pawlat, D. Seweryniak, H. Schatz, A. Stolz, S. L. Tabor, C. A. Ur, G. Viesti, I. Wiedenhöver, J. Wrzesiński, Structure of $^{52,54}\text{Ti}$ and shell closures in neutron-rich nuclei above ^{48}Ca , *Phys. Lett. B* **546** (2002) 55-62
- [12] H. Schatz, A. Aprahamian, J. Gorres, M. Wiescher, T. Rauscher, J. F. Rembges, F. K. Thielemann, B. Pfeiffer, P. Moller, K. L. Kratz, H. Herndl, B. A. Brown, H. Rebel, rp-process nucleosynthesis at extreme temperature and density conditions, *Phys. Rep.* **294** (1998) 167
- [13] J. J. Cowan, F. K. Thielemann, and J. W. Truran, The R-process and nucleochronology, *Phys. Rep.* **208** (1991) 267
- [14] J.W. Truran, J. J. Cowan, C. A. Pilachowski, C. Sneden, Probing the Neutron-Capture Nucleosynthesis History of Galactic Matter, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **114** (2002) 1293
- [15] Y. Z. Qian, The origin of the heavy elements: Recent progress in the understanding of the r-process, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **50** (2003) 153-199
- [16] P. T. Hosmer, H. Schatz, A. Aprahamian, O. Arndt, R. R. C. Clement, A. Estrade, K. L. Kratz, S. N. Liddick, P. F. Mantica, W. F. Mueller, F. Montes, A. C. Morton, M. Ouellette, E. Pellegrini, B. Pfeiffer, P. Reeder, P. Santi, M. Steiner, A. Stolz, B. E. Tomlin, W. B. Walters, and A. Wöhr, Half-Life of the Doubly Magic r-Process Nucleus ^{78}Ni , *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 112501

- [17] M. Arnould, S. Goriely, K. Takahashi, The r-process of stellar nucleosynthesis: Astrophysics and nuclear physics achievements and mysteries, *Phys. Rep.* **450** (2007) 97
- [18] P. M. Walker, G. D. Dracoulis, Energy traps in atomic nuclei, *Nature* **399** (1999) 35-40
- [19] Y. Sun, X. R. Zhou, G. L. Long, E. G. Zhao, P. M. Walker, Nuclear structure of ^{178}Hf related to the spin-16, 31-year isomer, *Phys. Lett. B* **589** (2004) 83
- [20] A. Aprahamian and Y. Sun, Long live isomer research, *Nat. Phys.* **1** (2005) 81
- [21] E. V. Tkalya, Induced decay of $^{178}\text{Hf}^{m2}$: Theoretical analysis of experimental results, *Phys. Rev. C* **71** (2005) 024606
- [22] J. J. Carroll, S. A. Karamian, R. Propri, D. Gohlke, N. Caldwell, P. Ugorowski, T. Drummond, J. Lazich, H. Roberts, M. Helba, Z. Zhong, M. T. Tang, J. J. Lee, K. Liang, Search for low-energy induced depletion of $^{178}\text{Hf}^{m2}$ at the SPring-8 synchrotron, *Phys. Lett. B* **679** (2009) 203-208
- [23] E. Bouchez, I. Matea, W. Korten, F. Becker, B. Blank, C. Borcea, A. Buta, A. Emsallem, G. de France, J. Genevey, F. Hannachi, K. Hauschild, A. Hürstel, Y. Le Coz, M. Lewitowicz, R. Lucas, F. Negoita, F. de Oliveira Santos, D. Pantelica, J. Pinston, P. Rahkila, M. Rejmund, M. Stanoiu, and Ch. Theisen, New Shape Isomer in the Self-Conjugate Nucleus ^{72}Kr , *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 082502
- [24] A. Blazhev, M. Górska, H. Grawe, J. Nyberg, M. Palacz, E. Caurier, O. Dorvaux, A. Gadea, F. Nowacki, C. Andreoiu, G. de Angelis, D. Balabanski, Ch. Beck, B. Cederwall, D. Curien, J. Döring, J. Ekman, C. Fahlander, K. Lagergren, J. Ljungvall, M. Moszyński, L. O. Norlin, C. Plettner, D. Rudolph, D. Sohler, K. M. Spohr, O. Thelen, M. Weiszflog, M. Wisell, M. Wolińska, and W. Wolski, Observation of a core-excited E4 isomer in ^{98}Cd , *Phys. Rev. C* **69** (2004) 064304
- [25] S. G. Nilsson, J. R. Nix, A. Sobiczewski, Z. Szymański, S. Wycech, C. Gustafson, P. Möller, On the spontaneous fission of nuclei with Z near 114 and N near 184, *Nucl. Phys. A* **115** (1968) 545-562

- [26] R. Smolańczuk, Properties of the hypothetical spherical superheavy nuclei, *Phys. Rev. C* **56** (1997) 812-824
- [27] Yu. Ts. Oganessian, F. Sh. Abdullin, P. D. Bailey, D. E. Benker, M. E. Bennett, S. N. Dmitriev, J. G. Ezold, J. H. Hamilton, R. A. Henderson, M. G. Itkis, Yu.V. Lobanov, A. N. Mezentsev, K. J. Moody, S. L. Nelson, A. N. Polyakov, C. E. Porter, A.V. Ramayya, F. D. Riley, J. B. Roberto, M. A. Ryabinin, K. P. Rykaczewski, R. N. Sagaidak, D. A. Shaughnessy, I.V. Shirokovsky, M. A. Stoyer, V. G. Subbotin, R. Sudowe, A. M. Sukhov, Yu. S. Tsyganov, V. K. Utyonkov, A. A. Voinov, G. K. Vostokin, and P. A. Wilk, Synthesis of a New Element with Atomic Number $Z=117$, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 142502
- [28] F. R. Xu, E. G. Zhao, R. Wyss, P. M. Walker, Enhanced stability of superheavy nuclei due to high-spin isomerism, *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 252501
- [29] S. Čwiok, P. H. Heenen, W. Nazarewicz, Shape coexistence and triaxiality in the superheavy nuclei, *Nature* **433** (2005) 705-709
- [30] 卢希庭, 原子核物理(原子能出版社, 北京, 2000)
- [31] K. Langanke, G. Martínez-Pinedo, J. M. Sampaio, D. J. Dean, W. R. Hix, O. E. B. Messer, A. Mezzacappa, M. Liebendöfer, H. Th. Janka, and M. Rampp, Electron Capture Rates on Nuclei and Implications for Stellar Core Collapse, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 241102
- [32] A. Gade, R. V. F. Janssens, T. Baugher, D. Bazin, B. A. Brown, M. P. Carpenter, C. J. Chiara, A. N. Deacon, S. J. Freeman, G. F. Grinyer, C. R. Hoffman, B. P. Kay, F. G. Kondev, T. Lauritsen, S. McDaniel, K. Meierbachtol, A. Ratkiewicz, S. R. Stroberg, K. A. Walsh, D. Weisshaar, R. Winkler, and S. Zhu, Collectivity at $N=40$ in neutron-rich ^{64}Cr , *Phys. Rev. C* **81** (2010) 051304(R)
- [33] N. Aoi, E. Takeshita, H. Suzuki, S. Takeuchi, S. Ota, H. Baba, S. Bishop, T. Fukui, Y. Hashimoto, H. J. Ong, E. Ideguchi, K. Ieki, N. Imai, M. Ishihara, H. Iwasaki, S. Kanno, Y. Kondo, T. Kubo, K. Kurita, K. Kusaka, T. Minemura, T. Motobayashi, T. Nakabayashi, T. Nakamura, T. Nakao, M. Niikura, T. Okumura,

- T. K. Ohnishi, H. Sakurai, S. Shimoura, R. Sugo, D. Suzuki, M. K. Suzuki, M. Tamaki, K. Tanaka, Y. Togano, and K. Yamada, Development of Large Deformation in ^{62}Cr , *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 012502
- [34] S. Lunardi, S. M. Lenzi, F. Della Vedova, E. Farnea, A. Gadea, N. Marginean, D. Bazzacco, S. Beghini, P. G. Bizzeti, A. M. Bizzeti-Sona, D. Bucurescu, L. Corradi, A. N. Deacon, G. de Angelis, E. Fioretto, S. J. Freeman, M. Ionescu-Bujor, A. Iordachescu, P. Mason, D. Mengoni, G. Montagnoli, D. R. Napoli, F. Nowacki, R. Orlandi, G. Pollarolo, F. Recchia, F. Scarlassara, J. F. Smith, A. M. Stefanini, S. Szilner, C. A. Ur, J. J. Valiente-Dobón, and B. J. Varley, Spectroscopy of neutron-rich Fe isotopes populated in the $^{64}\text{Ni}+^{238}\text{U}$ reaction, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 034303
- [35] P. Adrich, A. M. Amthor, D. Bazin, M. D. Bowen, B. A. Brown, C. M. Campbell, J. M. Cook, A. Gade, D. Galaviz, T. Glasmacher, S. McDaniel, D. Miller, A. Obertelli, Y. Shimbara, K. P. Siwek, J. A. Tostevin, and D. Weisshaar, In-beam γ -ray spectroscopy and inclusive two-proton knockout cross section measurements at $N\approx 40$, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 054306
- [36] J. Ljungvall, A. Görge, A. Obertelli, W. Korten, E. Clément, G. de France, A. Bürger, J.-P. Delaroche, A. Dewald, A. Gadea, L. Gaudefroy, M. Girod, M. Hackstein, J. Libert, D. Mengoni, F. Nowacki, T. Pissulla, A. Poves, F. Recchia, M. Rejmund, W. Rother, E. Sahin, C. Schmitt, A. Shrivastava, K. Sieja, J. J. Valiente-Dobón, K. O. Zell, and M. Zielińska, Onset of collectivity in neutron-rich Fe isotopes: Toward a new island of inversion, *Phys. Rev. C* **81** (2010) 061301(R)
- [37] O. Perru, O. Sorlin, S. Franchou, F. Azaiez, E. Bouchez, C. Bourgeois, A. Chatillon, J. M. Daugas, Z. Dlouhy, Zs. Dombrádi, C. Donzaud, L. Gaudefroy, H. Grawe, S. Grévy, D. Guillemaud-Mueller, F. Hammache, F. Ibrahim, Y. Le Coz, S. M. Lukyanov, I. Matea, J. Mrazek, F. Nowacki, Yu. E. Penionzhkevich, F. de Oliveira Santos, F. Pougheon, M. G. Saint-Laurent, G. Sletten, M. Stanoiu, C. Stodel, Ch. Theisen, and D. Verney, Enhanced Core Polarization in ^{70}Ni and ^{74}Zn , *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 232501

- [38] R. Grzywacz, R. Béaud, C. Borcea, A. Emsallem, M. Glogowski, H. Grawe, D. Guillemaud-Mueller, M. Hjorth-Jensen, M. Houry, M. Lewitowicz, A. C. Mueller, A. Nowak, A. Plochocki, M. Pfützner, K. Rykaczewski, M. G. Saint-Laurent, J. E. Sauvestre, M. Schaefer, O. Sorlin, J. Szerypo, W. Trinder, S. Viteritti, and J. Winfield, New Island of μ s Isomers in Neutron-Rich Nuclei around the $Z = 28$ and $N = 40$ Shell Closures, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 766-769
- [39] M. Hannawald, T. Kautzsch, A. Wöhr, W. B. Walters, K. L. Kratz, V. N. Fedoseyev, V. I. Mishin, W. Bömer, B. Pfeiffer, V. Sebastian, Y. Jading, U. Köster, J. Lettry, H. L. Ravn, and the ISOLDE Collaboration, Decay of Neutron-Rich Mn Nuclides and Deformation of Heavy Fe Isotopes, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 1391-1394
- [40] O. Sorlin, C. Donzaud, F. Nowacki, J. C. Angélique, F. Azaiez, C. Bourgeois, V. Chiste, Z. Dlouhy, S. Grévy, D. Guillemand-Mueller, F. Ibrahim, K. L. Kratz, M. Lewitowicz, S. M. Lukyanov, J. Mrasek, Yu. E. Penionzhkevich, F. de Oliveira Santos, B. Pfeiffer, F. Pougheon, A. Poves, M. G. Saint-Laurent, and M. Stanoiu, New region of deformation in the neutron-rich $^{60}_{24}\text{Cr}_{36}$ and $^{62}_{24}\text{Cr}_{38}$, *Eur. Phys. J. A* **16** (2003) 55
- [41] M. Devlin, D. R. LaFosse, F. Lerma, D. Rudolph, D. G. Sarantites and P. G. Thirolf, Yrast spectroscopy of ^{54}Cr , *Phys. Rev. C* **61** (1999) 017301
- [42] S. Zhu, A. N. Deacon, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, B. Fornal, M. Honma, F. R. Xu, R. Broda, I. R. Calderin, M. P. Carpenter, P. Chowdhury, F. G. Kondev, W. Królas, T. Lauritsen, S. N. Liddick, C. J. Lister, P. F. Mantica, T. Pawlat, D. Seweryniak, J. F. Smith, S. L. Tabor, B. E. Tomlin, B. J. Varley, and J. Wrzesiński, Level structure of the neutron-rich $^{56,58,60}\text{Cr}$ isotopes: Single-particle and collective aspects, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 064315
- [43] N. Hoteling, W. B. Walters, R. V. F. Janssens, R. Broda, M. P. Carpenter, B. Fornal, A. A. Hecht, M. Hjorth-Jensen, W. Królas, T. Lauritsen, T. Pawlat, D. Seweryniak, J. R. Stone, X. Wang, A. Wöhr, J. Wrzesiński, and S. Zhu, Rotation-aligned coupling in ^{61}Fe , *Phys. Rev. C* **77** (2008) 044314

- [44] M. Block, C. Bachelet, G. Bollen, M. Facina, C. M. Folden III, C. Guénaut, A. A. Kwiatkowski, D. J. Morrissey, G. K. Pang, A. Prinke, R. Ringle, J. Savory, P. Schury, and S. Schwarz, Discovery of a Nuclear Isomer in ^{65}Fe with PenningTrap Mass Spectrometry, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 132501
- [45] N. Hoteling, W. B. Walters, R. V. F. Janssens, R. Broda, M. P. Carpenter, B. Fornal, A. A. Hecht, M. Hjorth-Jensen, W. Królas, T. Lauritsen, T. Pawat, D. Seweryniak, X. Wang, A. Wöhr, J. Wrzesiński, and S. Zhu, Yrast structure of ^{64}Fe , *Phys. Rev. C* **74** (2006) 064313
- [46] E. Caurier, F. Nowacki, and A. Poves, Large-scale shell model calculations for exotic nuclei, *Eur. Phys. J. A* **15** (2002) 145
- [47] K. Kaneko, M. Hasegawa, T. Mizusaki, and Y. Sun, Magicity and occurrence of a band with enhanced B(E2) in neutron-rich nuclei ^{68}Ni and ^{90}Zr , *Phys. Rev. C* **74** (2006) 024321
- [48] M. Hasegawa, T. Mizusaki, K. Kaneko, and Y. Sun, Enhancement of B(E2) and low excitation of the second 0^+ state near N=40 in Ge isotopes, *Nucl. Phys. A* **789** (2007) 46
- [49] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown, and T. Mizusaki, Shell-model description of neutron-rich pf-shell nuclei with a new effective interaction GXPF1, *Eur. Phys. J. A* **25** (2005) s01:499-502
- [50] K. Kaneko, Y. Sun, M. Hasegawa and T. Mizusaki, Shell model study of single-particle and collective structure in neutron-rich Cr isotopes, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 064312
- [51] T. R. Rodríguez and J. L. Egido, New Beyond-Mean-Field Theories: Examination of the Potential Shell Closures at N=32 or 34, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 062501
- [52] L. Gaudefroy, A. Obertelli, S. Péru, N. Pillet, S. Hilaire, J. P. Delaroche, M. Girod, and J. Libert, Collective structure of the N=40 isotones, *Phys. Rev. C* **80** (2009) 064313

- [53] K. Hara and Y. Sun, Projected Shell Model and High Spin Spectroscopy, *Int. J. Mod. Phys. E*, **4** (1995) 637
- [54] R. C. Greenwood, R. A. Anderl and J. D. Cole, Identification of new neutron-rich rare-earth isotopes produced in ^{252}Cf fission, *Phys. Rev. C* **35** (1987) 1965-1968
- [55] J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, S. J. Zhu, G. M. Ter-Akopian, Yu. Ts. Oganessian, J. D. Cole, J. O. Rasmussen, M. A. Stoyer, New insights from studies of spontaneous fission with large detector arrays, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **35** (1995) 635-704
- [56] J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, J. K. Hwang, J. Kormicki, B. R. S. Babu, A. Sandulescu, A. Florescu, W. Greiner, G. M. Ter-Akopian, Yu. Ts. Oganessian, A. V. Daniel, S. J. Zhu, M. G. Wang, T. Ginter, J. K. Deng, W. C. Ma, G. S. Popeko, Q. H. Lu, E. Jones, R. Dodder, et al., New cold and ultra hot binary and cold ternary spontaneous fission modes for ^{252}Cf and new band structures with gammasphere, *Prog. Part. Nucl. Phys.***38** (1997) 273-287
- [57] M. Hellström, B. Fogelberg, L. Spanier and H. Mach, Energy levels and transition probabilities in the neutron-rich lanthanide nucleus ^{156}Sm , *Phys. Rev. C* **41** (1990) 2325-2332
- [58] H. Hayashi, Y. Akita, O. Suematsu, M. Shibata, M. Asai, T. K. Sato, S. Ichikawa, I. Nishinaka, Y. Nagame, A. Osa, K. Tsukada, T. Ishii, Y. Kojima and A. Taniguchi, Q_β measurements of $^{158,159}\text{Pm}$, $^{159,161}\text{Sm}$, $^{160-165}\text{Eu}$, ^{163}Gd and ^{166}Tb using a total absorption BGO detector, *Eur. Phys. J. A* **34** (2007) 363
- [59] S. J. Zhu, J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, B. R. S. Babu, Q. H. Lu, W. C. Ma, T. N. Ginter, M. G. Wang, J. Kormicki, J. K. Deng, D. Shi, J. D. Cole, R. Aryaeinejad, J. Rasmussen, M. A. Stoyer, S. Y. Chu, K. E. Gregorich, M. F. Mohar, S. Prussin, G. M. Ter-Akopian, Yu. Ts. Oganessian, N. R. Johnson, I. Y. Lee, and F. K. McGowan, Identification of levels in ^{160}Sm and new high spin states in $^{156,158}\text{Sm}$, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **21** (1995) L57-L62
- [60] C. Gautherin, M. Houry, W. Korten, Y. Le Coz, R. Lucas, X. H. Phan, C. Theisen, C. Badimon, G. Barreau, T. P. Doan, G. Pedemay, G. Bélier, M. Girod, V. Méot,

- S. Peru, A. Astier, L. Ducroux, M. Meyer, N. Redon, New isomeric states in $^{152,154,156}\text{Nd}$ produced by spontaneous fission of ^{252}Cf , *Eur. Phys. J. A* **1** (1998) 391
- [61] X. Q. Zhang, J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, L. K. Peker, J. K. Hwang, E. F. Jones, J. Komicki, C. J. Beyer, P. M. Gore, B. R. S. Babu, T. N. Ginter, S. J. Asztalos, S. Y. Chu, K. E. Gregorich, I. Y. Lee, A. O. Macchiavelli, R. W. Macleod, J. O. Rasmussen, J. Gilat, G. M. Ter-Akopian, Yu. Ts. Oganessian, A. V. Daniel, W. C. Ma, P. G. Varmette, J. D. Cole, R. Aryaeinejad, K. Butler-Moore, Y. X. Dardenne, M. W. Drigert, M. A. Stoyer, J. F. Wild, J. A. Becker, L. A. Bernstein, R. W. Lougheed, K. J. Moody, R. Donangelo, S. G. Prussin, and H. C. Griffin, Identification of new negative-parity levels in $^{152,154}\text{Nd}$, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 2040-2042
- [62] G. S. Simpson, W. Urban, J. Genevey, R. Orlandi, J. A. Pinston, A. Scherillo, A. G. Smith, J. F. Smith, I. Ahmad and J. P. Greene, Two-quasiparticle isomers and bands of $^{154,156}\text{Nd}$ and $^{156,158,160}\text{Sm}$, *Phys. Rev. C* **80** (2009) 024304
- [63] J. Y. Zhang, M. A. Caprio, N. V. Zamfir and R. F. Casten, Phase/shape coexistence in ^{152}Sm in the geometric collective model, *Phys. Rev. C* **60** (1999) 061304
- [64] F. Iachello and N. V. Zamfir, Quantum Phase Transitions in Mesoscopic Systems, *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 212501
- [65] G. L. Long, B(E2) Saturation in the Rare-Earth Region, *Chin. Phys. Lett.* **14** (1997) 340-343
- [66] V. E. Oberacker, A. S. Umar, E. Terán and A. Blazkiewicz, Hartree-Fock-Bogoliubov calculations in coordinate space: Neutron-rich sulfur, zirconium, cerium, and samarium isotopes, *Phys. Rev. C* **68** (2003) 064302
- [67] Y. Tian, Z. Y. Ma and P. Ring, Axially deformed relativistic Hartree Bogoliubov theory with a separable pairing force, *Phys. Rev. C* **80** (2009) 024313
- [68] 曾谨言, 孙洪洲, 原子核结构理论(上海科学技术出版社, 1987).

- [69] C. F. Weizsäcker, Z. Phys. **96** (1935) 431.4
- [70] H. A. Bethe and R. F. Bacher, Nuclear Physics A. Stationary States of Nuclei, Rev. Mod. Phys. **8** (1936) 82-229
- [71] N. Bohr and J. A. Wheeler, The Mechanism of Nuclear Fission, Phys. Rev. **56** (1939) 426-450
- [72] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin: Reading MA, 1953)
- [73] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol.1, Single-Particle Motion, p.223
- [74] A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **27** (No.16) (1953) 12, 97, 107
- [75] A. Arima and F. Iachello, Collective Nuclear States as Representations of a SU(6) Group, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1069-1072
- [76] F. Iachello, Collective aspects of the shell model, International Conference on Nuclear Structure and Spectroscopy, (1974) 163-181
- [77] H. C. Wu, Bosons with large angular momentum and rotation of even-even nuclei, Phys. Lett. B **110** (1982) 1-6
- [78] H. C. Wu and X. Q. Zhou, The g-boson and the collective states of ^{168}Er , Nucl. Phys. A **417** (1984) 67-76
- [79] R. D. Ratna Raju, Generalization of the U(6) boson model, Phys. Rev. C **23** (1981) 518-520
- [80] P. Van Isacker, K. Heyde, M. Waroquier and G. Wenes, An extension of the interacting boson model and its application to the even-even Gd isotopes, Nucl. Phys. A **380** (1982) 383-409
- [81] Y. M. Zhao, S. Yamaji, N. Yoshinaga, and A. Arima, Nucleon pair approximation of the nuclear collective motion, Phys. Rev. C **62** (2000) 014315

- [82] Y. M. Zhao, N. Yoshinaga, S. Yamaji, J. Q. Chen, and A. Arima, Nucleon-pair approximation of the shell model: Unified formalism for both odd and even systems, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 014304
- [83] M. G. Mayer, On Closed Shells in Nuclei, *Phys. Rev.* **74** (1948) 235-239
- [84] M. G. Mayer, On Closed Shells in Nuclei. II, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1969-1970
- [85] M. G. Mayer, Nuclear Configurations in the Spin-Orbit Coupling Model. I. Empirical Evidence, *Phys. Rev.* **78** (1950) 16-21
- [86] M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (Wiley, New York, 1955)
- [87] S. G. Nilsson, Binding States of Individual Nucleons in Strongly Deformed Nuclei, *Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd.*, **29** (no.16) (1955)
- [88] A. Bohr, B. R. Mottelson, and D. Pines, Possible Analogy between the Excitation Spectra of Nuclei and Those of the Superconducting Metallic State, *Phys. Rev.* **110** (1958) 936-938
- [89] S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **31** (no. 11) (1959)
- [90] L. S. Kisslinger and R. A. Sorensen, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **32** (no.12) (1960)
- [91] S. G. Nilsson and O. Prior, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Seisk.* **32** (no.16) (1960)
- [92] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown, and T. Mizusaki, Effective interaction for pf-shell nuclei, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 061301(R)
- [93] M. Vallières, A. Novoselsky, Drexel University Shell Model (DUSM) Algorithm, *Nucl. Phys. A* **570** (1994) 345-354
- [94] A. Etchegoyen, W.D. M. Rae, N. S. Godwin, et al., The Computer Code OXBASH, MSU2NSCL Report, (1988) 524
- [95] Caurier E, Computer Code ANTONE, CRN, Strasbourg, 1989

- [96] <http://www.garsington.eclipse.co.uk/>
- [97] T. H. R. Skyrme, *Phil.Mag.*, (1956) 1:1043
- [98] 胡济民, 杨伯君, 郑春开, 原子核理论, 第一卷(原子能出版社, 北京, 1987).
- [99] 徐躬耦, 杨亚天, 原子核理论, 核结构与核衰变部分(高等教育出版社, 北京, 1989).
- [100] 宁平治, 李磊, 闵德芬, 原子核物理基础-核子与核(高等教育出版社, 北京, 2003).
- [101] J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Microscopic Theory of the Nucleus* (North-Holland pub. Comp., Amsterdam, 1976).
- [102] J. P. Elliott, Collective Motion in the Nuclear Shell Model. I. Classification Schemes for States of Mixed Configurations, *Proc. Roy. Soc.* **245** (1958) 128-145
- [103] J. P. Elliott, Collective Motion in the Nuclear Shell Model. II. The Introduction of Intrinsic Wave-Functions, *Proc. Roy. Soc.* **245** (1958) 562-581
- [104] K. Hara and Y. Sun, Studies of High-Spin States in Rare-Earth Nuclei using Angular Momentum Projection Method (I) Back-Bending and Plateau of Moment of Inertia, *Nucl. Phys. A* **529** (1991) 445-466
- [105] Y. Sun and J. L. Egido, Excited Bands of ^{168}Yb in an Angular Momentum Projected Theory, *Phys. Rev. C* **50** (1994) 1893-1900
- [106] Y. Sun and J. L. Egido, Angular Momentum Projected Description of the Yrast Line of Dysprosium Isotopes, *Nucl. Phys. A* **580** (1994) 1-14
- [107] Y. Sun and K. Hara, Theoretical Reinvestigation of High-Spin Spectroscopy of ^{164}Er , *Phys. Rev. C* **57** (1998) 3079-3084
- [108] F. H. Al-Khudair, G. L. Long, Y. Sun, Negative-parity states and beta-decay in odd Ho and Dy nuclei with $A = 151, 153$, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 034303

- [109] Y. C. Yang, Y. Sun, S. J. Zhu, M. Guidry, C. L. Wu, Two-quasiparticle K-isomeric states in strongly-deformed, neutron-rich Nd and Sm isotopes: A projected shell model analysis, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37** (2010) 085110
- [110] R. D. Herzberg, P. T. Greenlees, P. A. Butler, G. D. Jones, M. Venhart, I. G. Darby, S. Eeckhaudt, K. Eskola, T. Grahn, C. Gray-Jones, F. P. Hessberger, P. Jones, R. Julin, S. Juutinen, S. Ketelhut, W. Korten, M. Leino, A.-P. Leppänen, S. Moon, M. Nyman, R. D. Page, J. Pakarinen, A. Pritchard, P. Rahkila, J. Sarén, C. Scholey, A. Steer, Y. Sun, Ch. Theisen and J. Uusitalo, Nuclear isomers in super heavy elements as stepping stones toward the island of stability, *Nature* **442** (2006) 896
- [111] Y. Sun, G. L. Long, F. Al-Khudair, J. A. Sheikh, Gamma-vibrational states in superheavy nuclei, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 044307
- [112] Y. S. Chen, Y. Sun, Z. C. Gao, Nonaxial-octupole effect in superheavy nuclei, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 061305(R)
- [113] Y. Sun, Extracting single-particle information for the superheavy mass region by studying excited structure in transfermium nuclei, *Nucl. Phys. A* **834**(2010)41
- [114] Y. Sun and M. Guidry, Quantitative Description of Superdeformed Bands with Projected Shell Model, *Phys. Rev. C* **52** (1995) R2844
- [115] Y. Sun, J. Y. Zhang, M. Guidry, Systematic Description of Yrast Superdeformed Bands in Even-Even Mass-190 Region, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 2321
- [116] J. Y. Zhang, Y. Sun, M. Guidry, L. L. Riedinger, G. A. Lalazissis, Single Particle and Collective Structure for Nuclei near ^{132}Sn , *Phys. Rev. C* **58** (1998) R2663-R2666
- [117] Y. Sun, J. Y. Zhang, M. Guidry, C. L. Wu, Theoretical Constraints for Observation of Superdeformed Bands in the Mass-60 Region, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 686
- [118] Y. Sun and K. Hara, Fortran Code of Projected Shell Model: Feasible Shell Model Calculations for Heavy Nuclei, *Comp. Phys. Commun.* **104** (1997) 245

- [119] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, Phys. Rev. **108** (1957) 1175-1204
- [120] K. Hara and S. Iwasaki, On the quantum number projection : (I). General theory, Nucl. Phys. A **332** (1979) 61-68
- [121] K. Hara and S. Iwasaki, On the quantum number projection : (II). Projection of particle number, Nucl. Phys. A **332** (1979) 69-81
- [122] K. Hara and S. Iwasaki, On the quantum number projection : (III). Simultaneous J- and N-projection, Nucl. Phys. A **348** (1980) 200-220
- [123] K. Hara and S. Iwasaki, An analysis of odd-mass rare-earth nuclei using angular momentum projection, Nucl. Phys. A **430** (1984) 175-188
- [124] S. Iwasaki and K. Hara, A microscopic calculation of the $K^\pi = 1^+$ mode in deformed nuclei, Phys. Lett. B **144** (1984) 9-12
- [125] A. N. Deacon, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, F. R. Xu, M. P. Carpenter, I. R. Calderin, P. Chowdhury, N. J. Hammond, T. Lauritsen, C. J. Lister, D. Seweryniak, J. F. Smith, S. L. Tabor, B. J. Varley, S. Zhu, Changes in $\nu g_{9/2}$ shape polarisation across the odd neutron-rich Cr isotopes, Phys. Lett. B **622** (2005) 151-158
- [126] S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, A. N. Deacon, F. Xu, I. J. Calderin, M. P. Carpenter, P. Chowdhury, S. M. Fischer, N. J. Hammond, M. Honma, T. Lauritsen, C. J. Lister, T. LKhuo, G. Mukherjee, D. Seweryniak, J. F. Smith, S. L. Tabor, B. J. Varley and S. Zhu, Structure of the neutron-rich Cr isotopes, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **31** (2005) S1465-S1470
- [127] T. Bengtsson and I. Ragnarsson, Rotational bands and particle-hole excitations at very high spin, Nucl. Phys. A **436** (1985) 14-82
- [128] F. S. Stephens and R. S. Simon, Coriolis effects in the yrast states, Nucl. Phys. A **183** (1972) 257

- [129] Y. Sun, Y. C. Yang, H. L. Liu, K. Kaneko, M. Hasegawa, and T. Mizusaki, Projected shell model description for high-spin states in neutron-rich Fe isotopes, *Phys. Rev. C* **80** (2009) 054306
- [130] A. N. Deacon, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, M. Honma, M. P. Carpenter, P. Chowdhury, T. Lauritsen, C. J. Lister, D. Seweryniak, J. F. Smith, S. L. Tabor, B. J. Varley, F. R. Xu, and S. Zhu, Yrast structures in the neutron-rich isotopes $^{59,60}\text{Fe}$ and the role of the $g_{9/2}$ orbital, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 054303
- [131] N. Hoteling, C. J. Chiara, R. Broda, W. B. Walters, R. V. F. Janssens, M. Hjorth-Jensen, M. P. Carpenter, B. Fornal, A. A. Hecht, W. Królas, T. Lauritsen, T. Pawlat, D. Seweryniak, X. Wang, A. Wöhr, J. Wrzesiński, and S. Zhu, Structure of $^{60,62}\text{Fe}$ and the onset of $\nu g_{9/2}$ occupancy, *Phys. Rev. C* **82** (2010) 044305
- [132] N. Vermeulen, S. K. Chamoli, J. M. Daugus, M. Hass, D. L. Balabanski, J. P. Delaroche, F. de Oliveira-Santos, G. Georgiev, M. Girod, G. Goldring, H. Goutte, S. Grévy, I. Matea, P. Morel, B. S. Nara Singh, Yu.-E. Penionzkevich, L. Perrot, O. Perru, S. Péru, O. Roig, F. Sarazin, G. S. Simpson, Yu. Sobolev, I. Stefan, C. Stodel, D. T. Yordanov, and G. Neyens, First isomeric quadrupole moment measured in fragmentation reactions: The case of $^{61}\text{Fe}^m(9/2^+)$, *Phys. Rev. C* **75** (2007) 051302(R)
- [133] A. N. Deacon, et al., Single-particle and collective structures in ^{55}Cr and ^{55}V , to be published.
- [134] O. Sorlin, C. Donzaud, L. Axelsson, M. Belleguic, R. Béraud, C. Borcea, G. Canchel, E. Chabanat, J. M. Daugas, A. Emsallem, M. Girod, D. Guillemaud-Mueller, K. -L. Kratz, S. Leenhardt, M. Lewitowicz, C. Longour, M. J. Lopez, F. de Oliveira Santos, L. Petizon, B. Pfeiffer, F. Pougheon, M. G. Saint-Laurent and J. E. Sauvestre, Erratum to “Beta decay half-lives of neutron rich Ti - Co isotopes around N=40” [*Nucl. Phys. A* 660 (1999) 3 - 19], *Nucl. Phys. A* **669** (2000) 351-367
- [135] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (W.A. Benjamin Inc., New York, 1975).

- [136] K. Hara and Y. Sun, Studies of High-Spin States in Rare-Earth Nuclei using Angular Momentum Projection Method (III) Signature Splitting in Odd Mass Nuclei, *Nucl. Phys. A* **537** (1992) 77
- [137] S. M. Lenzi, F. Nowacki, A. Poves, and K. Sieja, Island of inversion around ^{64}Cr , *Phys. Rev. C* **82** (2010) 054301
- [138] I. Matea, G. Georgiev, J. M. Daugas, M. Hass, G. Neyens, R. Astabatyán, L. T. Baby, D. L. Balabanski, G. Bélier, D. Borremans, G. Goldring, H. Goutte, P. Himpe, M. Lewitowicz, S. Lukyanov, V. Méot, F. de Oliveira Santos, Yu. E. Penionzhkevich, O. Roig, and M. Sawicka, Magnetic Moment of the Fragmentation-Aligned $^{61}\text{Fe}(9/2^+)$ Isomer, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 142503
- [139] P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, Nuclear Ground-State Masses and Deformations, *At. Data Nucl. Data Tables* **59** (1995) 185-381
- [140] K. Hara, Y. Sun, and T. Mizusaki, Backbending Mechanism of ^{48}Cr , *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1922
- [141] G. L. Long and Y. Sun, Superdeformed band in ^{36}Ar described by the projected shell model, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 021305(R)
- [142] V. Velázquez, J. Hirsch, and Y. Sun, Band crossing and signature splitting in odd mass fp shell nuclei, *Nucl. Phys. A* **686** (2001) 129-140
- [143] M. C. East, A. E. Stuchbery, S. K. Chamoli, A. N. Wilson, H. L. Crawford, J. S. Pinter, T. Kibédi, and P. F. Mantica, g factor of the first excited state in ^{56}Fe and implications for transient-field calibration in the Fe region, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 024303
- [144] M. C. East, A. E. Stuchbery, S. K. Chamoli, J. S. Pinter, H. L. Crawford, A. N. Wilson, T. Kibédi, and P. F. Mantica, Relative g-factor measurements in ^{54}Fe , ^{56}Fe , and ^{58}Fe , *Phys. Rev. C* **79** (2009) 024304
- [145] S. Raman, C. W. Nestor, P. Tikkanen, Transition probability from the ground to the first-excited 2^+ state of even-even nuclides, *At. Data Nucl. Data Tables* **78** (2001) 1-128

- [146] Y. Toh, K. Okano, A. Taniguchi, S. Yamada, and Y. Kawase, Excited states of ^{154}Nd studied through the decay of ^{154}Pr , *Z. Phys. A* **355** (1996) 345-346
- [147] A. G. Smith, W. R. Phillips, J. L. Durell, W. Urban, B. J. Varley, C. J. Pearson, and J. A. Shannon, Lifetimes in Neutron-Rich Nd Isotopes Measured by a Doppler Profile Method, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 2540-2542
- [148] B. A. Bian, Y. M. Di, G. L. Long, Y. Sun, J. Y. Zhang and J. A. Sheikh, Systematics of g factors of 2_1^+ states in even-even nuclei from Gd to Pt: A microscopic description by the projected shell model, *Phys. Rev. C* **75** (2007) 014312
- [149] N. J. Stone, Table of nuclear magnetic dipole and electric quadrupole moments, *At. Data Nucl. Data Tables* **90** (2005) 75-176
- [150] J. K. Hwang, A. V. Ramayya, J. H. Hamilton, K. Li, C. Goodin, Y. X. Luo, J. O. Rasmussen, and S. J. Zhu, Identification of levels in ^{159}Sm and high spin states in $^{89,91}\text{Kr}$, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 017303
- [151] W. Urban, J. A. Pinston, G. S. Simpson, A. G. Smith, J. F. Smith, T. Rzaca-Urban, and I. Ahmad, The $11/2^- [505]$ neutron extruder orbital in ^{159}Sm , *Phys. Rev. C* **80** (2009) 037301
- [152] H. Willmes, R. A. Anderl, J. D. Cole, R. C. Greenwood, and C. W. Reich, Level structure of ^{159}Eu from the β -decay of the recently discovered isotope ^{159}Sm , *Phys. Rev. C* **36** (1987) 1540-1545
- [153] R. G. Helmer, Nuclear Data Sheets for A=159, *Nucl. Data Sheets* **99** (2003) 483-753
- [154] S. Ichikawa, M. Asai, K. Tsukada, H. Haba, Y. Nagame, M. Shibata, M. Sakama and Y. Kojima, β -decay half-lives of new neutron-rich rare-earth isotopes ^{159}Pm , ^{162}Sm , and ^{166}Gd , *Phys. Rev. C* **71** (2005) 067302
- [155] K. Kumar and M. Baranger, Nuclear deformations in the pairing-plus-quadrupole model : (III). Static nuclear shapes in the rare-earth region, *Nucl. Phys. A* **110** (1968) 529-554

- [156] A. Hayashi, K. Hara and P. Ring, Existence of Triaxial Shapes in Transitional Nuclei, Phys. Rev. Lett.**53** (1984) 337
- [157] J. A. Sheikh, G. H. Bhat, Y. Sun, G. B. Vakil, and R. Palit, Triaxial projected shell model study of γ -vibrational bands in even-even Er isotopes, Phys. Rev. C **77** (2008) 034313
- [158] 杨泽森, 高等量子力学(北京大学出版社, 北京, 1991)
- [159] 曾谨言, 量子力学卷II(第三版) (科学出版社, 北京, 2001)

攻读博士学位期间发表和录用的学术论文目录

- [1] **Y. C. Yang**, H. Jin, Y. Sun, K. Kaneko. Nature of the $9/2^+$ band in odd-mass neutron-rich Cr nuclei. *Phys. Lett. B*700 (2011) 44-48
- [2] **Y. C. Yang**, Y. Sun, K. Kaneko, M. Hasegawa. Rotation-alignment in neutron-rich Cr isotopes: A probe of deformed single particle orbitals across $N = 40$. *Phys. Rev. C*82 (2010) 031304(R)
- [3] **Y. C. Yang**, Y. Sun, S. J. Zhu, M. Guidry, C. L. Wu. Two-quasiparticle K-isomeric states in strongly-deformed, neutron-rich Nd and Sm isotopes: A projected shell model analysis. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 37 (2010) 085110
- [4] **Y. C. Yang**, Y. Sun, T. Trivedi, R. Palit, J. A. Sheikh. Shape evolution of highly deformed ^{75}Kr and projected shell model description. *Int. J. Mod. Phys. E*19 (2010) 1754
- [5] **Y. C. Yang** and Y. Sun. Structure analysis of ^{159}Sm and properties of odd-mass neutron-rich nuclei in mass-160 region. *Science China G*, in press
- [6] Y. Sun, **Y. C. Yang**, G. Xiang, J. M. Li. Induced emission of nuclear isomer. *High Power Laser and Part. Beams (in Chinese)* 22(1) (2010) 189
- [7] T. Trivedi, R. Palit, D. Negi, Z. Naik, **Y. C. Yang**, Y. Sun, J. A. Sheikh, A. Dhal, M. K. Raju, S. Appannababu, S. Kumar, D. Choudhury, K. Maurya, G. Mahanto, R. Kumar, R. P. Singh, S. Muralithar, A. K. Jain, H. C. Jain, S. C. Pancholi, R. K. Bhowmik and I. Mehrotra. Lifetime measurement of high spin states in ^{75}Kr . *Nucl. Phys. A*834 (2010) 72
- [8] E.-Y. Yeoh, S.-J. Zhu, J.H. Hamilton, A.V. Ramayya, **Y. C. Yang**, Y. Sun, J. K. Hwang, S. H. Liu, J. G. Wang, Y. X. Luo, J. O. Rasmussen, I. Y. Lee, H. B. Ding, K. Li, L. Gu, Q. Xu, Z. G. Xiao and W. C. Ma. High spin states and a new band based on the isomeric state in ^{152}Nd . *Eur. Phys. J. A*45 (2010) 147

- [9] Y. Sun, **Y. C. Yang**, H. L. Liu, K. Kaneko, M. Hasegawa, T. Mizusaki. Projected shell model description for high-spin states in neutron-rich Fe isotopes. Phys. Rev. C80 (2009) 054306
- [10] T. Trivedi, R. Palit, D. Negi, Z. Naik, **Y. C. Yang**, Y. Sun, J. A. Sheikh. Shape evolution of highly deformed ^{75}Kr nucleus through Doppler shift attenuation method. Phys. Rev. C80 (2009) 047302
- [11] Y.-X. Liu, Y. Sun, X.-H. Zhou, Y.-H. Zhang, S.-Y. Yu, **Y. C. Yang**, H. Jin. A systematical study of neutron-rich Zr isotopes by the projected shell model. Nucl. Phys. A858 (2011) 11-31
- [12] A. N. Deacon, D. Steppenbeck, S. Zhu, S. J. Freeman, Y. Sun, **Y. C. Yang**, et al. Single-particle and collective structures in ^{55}Cr and ^{55}V . Phys. Rev. C, in press
- [13] R. A. Kaye, C. J. Drover, S. L. Tabor, J. Doering, **Y. C. Yang**, Y. Sun, et al. Transition strengths and the role of the $f_{7/2}$ orbital in ^{71}As . Phys. Rev. C, in press

致 谢

本论文之所以能顺利完成，首先要感谢我的导师孙扬教授。三年来，无论是专业课程的学习，还是学位论文的选题、学术前沿的探讨分析，以及最后毕业论文的撰写，自始至终都得到了导师悉心的指导和深切的关怀。导师深厚的学术造诣以及对前沿科学敏锐的洞察力令人折服，他精益求精的治学态度和不断进取的开拓精神以及脚踏实地的科研作风是我终生学习的榜样。

另外，在专业课程的学习当中，非常感谢马红孺教授、徐海光教授的精心授课与谆谆指导。还有核物理组赵玉民教授、陈列文教授所作的学术报告及组织的学术交流与讨论也给予了我不少启发，在此致以诚挚的谢意。同时还要感谢同门兄弟姐妹及办公室友们在三年的学习和生活中给予的帮助，他们是：刘红亮、金华、刘艳鑫、陈芳祁、张丽华、姜慧、沈佳杰、雷杨、徐正宇、傅冠健、高晓楠、杨建荣、程雪苹、马纪英。感谢所有帮助和关怀过我的人！

最后，感谢我的硕士导师郑仁蓉教授的知遇之恩！感谢父母在我求学生涯中给予的无尽支持和关怀！感谢长天和黑兔提供的不竭动力！