

上海交通大学硕士学位论文

投影壳模型对超重核转动性质的研究

硕士研究生：

学 号：

导 师：

申 请 学 位：理学硕士

学 科：核物理

所 在 单 位：物理与天文系

答 辩 日 期：2016年2月

授予学位单位：

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University
for the Degree of Master

**STUDY OF ROTATIONAL PROPERTIES
OF THE SUPERHEAVY NUCLEI BY
PROJECTED SHELL MODEL**

Candidate:

Student ID:

Supervisor:

Academic Degree Applied for: Master of Science

Speciality: Nuclear Physics

Affiliation: Depart of Physics and Astronomy

Date of Defence: Feb, 2016

Degree-Conferring-Institution:

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密，在___年解密后适用本授权书。
本学位论文属于
 不保密。

（请在以上方框内打“√”）

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

投影壳模型对超重核转动性质的研究

摘要

基于最近实验发现的 ^{256}Rf 核转动带，我们利用投影壳模型对其进行理论计算，并和实验进行了比对。我们还对其它相邻同位素的性质进行了预言。针对超重核结构的研究有助于我们发现超重稳定岛的具体位置。

我们所用的投影壳模型从一组形变的 Nilsson 基开始，通过 BCS 方法考虑对关联相互作用。然后通过角动量投影方法将被破坏的角动量守恒恢复，再对哈密尔顿量对角化，求得能量本征值和波函数。投影壳模型有具体计算快，结果的物理意义明显等特点，是一种研究原子核结构的常用工具。

在我们的课题研究中，运用了投影壳模型方法对 Rf 同位素核的旋转性质进行了计算分析。通过对结果的分析整理，我们得到并且绘制了 Rf 转动带的能级图，然后对晕带的结构进行了分析。发现了导致带交叉现象发生的原因是组态结构的变化。我们还对转动惯量， $B(E2)$ ， g 因子进行了计算求解。得出的结果和能带交叉所表现出的结构特性相一致。虽然没有相应的实验数据可以验证，但是也对今后的研究做出了预测。

最后我们总结了现在取得的理论成果，以及工作中的不足之处，可以留待今后进行改进。论文还简单介绍了核物理的一些热点前沿问题以及几种常用的原子核结构模型。

关键词（四号黑体）：投影壳模型，超重核，转动带，转动惯量， g 因子，电磁跃迁

STUDY OF ROTATIONAL PROPERTIES OF THE SUPERHEAVY NUCLEUS BY PROJECTED SHELL MODEL

ABSTRACT

For the rotational band in ^{256}Rf , which has been measured recently, we apply the projected shell model to calculate it and compare the results with the experiment data. We have also made predictions for the isotopes in the vicinity of ^{256}Rf . The study of the structure of superheavy nuclei would help in finding the precise location of the superheavy island of stability.

We start from a set of deformed Nilsson bases, and take pairing forces into account through the BCS method. Then the violated rotational symmetry is restored by the method of angular momentum projection. Through the diagonalization of the Hamiltonian, we obtain the eigenvalues and wavefunctions. The PSM is a conventional tool to study the structure of nuclei, which allows fast calculations and can provide clear physical explanations for results.

In this thesis, we discuss the rotational properties of the Rf isotopes by the PSM. We obtain the band diagrams, and study the structure of the yrast band, where we have found changes in configuration that result in band crossings. We also make calculations for moments of inertia, $B(E2)$'s and g factors. Although we are unable to verify these results due to the lack of experiment data, we have made some predictions.

Finally, we summarize the theoretical achievements and shortcomings in our research, which may be improved in future works. The thesis briefly introduces some frontier topics, as well as several usual nuclear models.

KEY WORDS: Projected Shell Model, superheavy element, rotational

band, moment of inertia, $B(E2)$, g factor

目 录

第一章 引言	1
1.1 当前核物理研究现状和前沿热点	2
1.1.1 超重核稳定岛的研究	3
1.1.2 远离 β 稳定线的原子核结构的研究	5
1.1.3 同核异能态的研究	7
1.2 超重核能谱的实验方法	8
1.2.1 in-beam 能谱	9
1.2.2 同核异能态能谱	9
1.2.3 衰变能谱	9
1.3 本文研究意义及主要内容	10
第二章 原子核结构模型	11
2.1 液滴模型	11
2.2 原子核壳模型	14
2.3 平均场理论	15
2.4 投影壳模型的产生	17
第三章 投影壳模型理论介绍	19
3.1 形变的准粒子基	19
3.1.1 形变 Nilsson 单粒子态	19
3.1.2 对力的处理方法	21
3.2 角动量投影	22
3.3 投影壳模型框架	24
3.4 哈密尔顿量的选择	25
第四章 超重核 Rf 同位素旋转性质的研究	28
4.1 转动能带图及分析	28
4.2 转动惯量	31
4.3 电四极跃迁	32
4.4 g 因子研究	33
第五章 总结展望	35
参 考 文 献	37

致 谢	40
攻读硕士学位期间已发表或录用的论文	41

第一章 引言

人类探索物质世界的脚步从没停止过，而原子核物理的历史滥觞于放射性的发现。人类认识世界的过程是逐步深入的，核物理之前只是作为原子物理的一部分，但是自从人类观察到放射性以来它就原子物理分道扬镳，成为了一门独立学科，而不再是原子物理的附属品。对于这一开天辟地的伟大发现，诺贝尔奖委员也无法视而不见，因此决定将1903年的诺贝尔物理学奖授予贝克勒尔，以表彰他为核物理做出的杰出贡献。

通往原子核的大门一经打开，人们探索的脚步就一发而不可收拾，在此后的岁月中，电子、质子和中子相继被物理学家们发现，各种原子模型也随之被提出。其中最为著名的是所谓的行星模型，整个原子核就如同太阳系一样，核外电子围绕原子核选择。新西兰科学家卢瑟福首先通过实验证实了原子的有核模型。这一重大发现可以称之为原子核物理中最有意义的事件， α 粒子散射实验为原子结构的研究奠定了坚实的基础，从而将人们从对原子认识的盲人摸象中，引入到了正确的轨道之中，让核物理走出了黑暗。从这一天起，我们知道原子是有核的，研究它的学科也理所当然地被称为核物理。

与此同时，科学家们也马不停蹄地开始了探索原子核内部结构和性质的曲折艰辛之路。这是一段漫长而又艰苦的旅程，时至今日，物理学家们还没有建立起一个统一而又完美的理论。不过一代又一代的物理学家们不懈努力对原子核的研究不断深入，许多行之有效的原子核模型被开发出来应用于实践之中[1-3]，虽然模型都有其缺点和不足之处，但是后人通过不断对模型的改善与补充，让我们越来越接近原子核的真实面貌。原子核物理发展到今天，我们已经能够知道，原子核是一个强相互作用量子多体体系，它是由质子和中子所组成的，由于核力和其他的基本相互作用的与众不同，我们至今还不能够确定它的具体形式，同时由于量子多体系统在数学上的复杂性使得求解多体问题变得非常的困难，这给我们对原子核的研究设定了极大的难度，因而研究中的每一步成果都是来之不易的。但是随着新的实验数据的不断发现，原子的性质将越来越清晰地呈现在我们面前。本章是引言部分，我将主要介绍我的课题的研究现状以及论文选题的主要意义。

1.1 当前核物理研究现状和前沿热点

原子核的结构是核物理研究的一个重点与热点问题，自从核物理诞生的那天起，它一直是核物理界最为关心的研究领域之一。我们可以把原子核结构问题划分为两个的主要方面：一个是核子之间的相互作用也就是所谓的核力，另一个则是量子多体体系的问题。我们知道原子核是由核子之间的剩余强相互作用将它们紧密地束缚在一起，不至于分崩离析，因此形成了稳定的原子核。但是因为质子都是带正电的，所以它们之间会产生相互排斥力，这会导致原子核的瓦解，不利于原子核的稳定。因而需要中子为原子核提供稳定性。中子是呈现电中性的，它可以在两个方面起到稳定原子核的作用。一是因为中子的存在使得质子之间稍稍隔开了一段距离，这样就降低了质子之间的静电排斥力。二是因为中子起到了核子粘合剂的作用，中子通过与其他核子的作用将它们紧密地团结在自己周围。所以原子核中的核子越多就需要越多的中子来起到稳定原子核的作用。例如， ^{238}U 的中子质子比例大于3:2，而一些比它更轻的稳定核素的中子质子比例接近1:1。

将所有的核素都画在一张图上，我们就能得到一张图像，如图1-1所示，此图被称为核素图。迄今，我们已经发现或合成了约3000种核素[4-6]。核物理的重要任务之一就是研究这些已有核素的结构与组成原理，对它们的原子核结构做出合理的解释，并对尚未发现或合成的新原子核做出准确的预测。本章将介绍一些现今核物理的研究现状，并就当今核结构研究邻域中的几个前沿与热点问题做一简要概述。

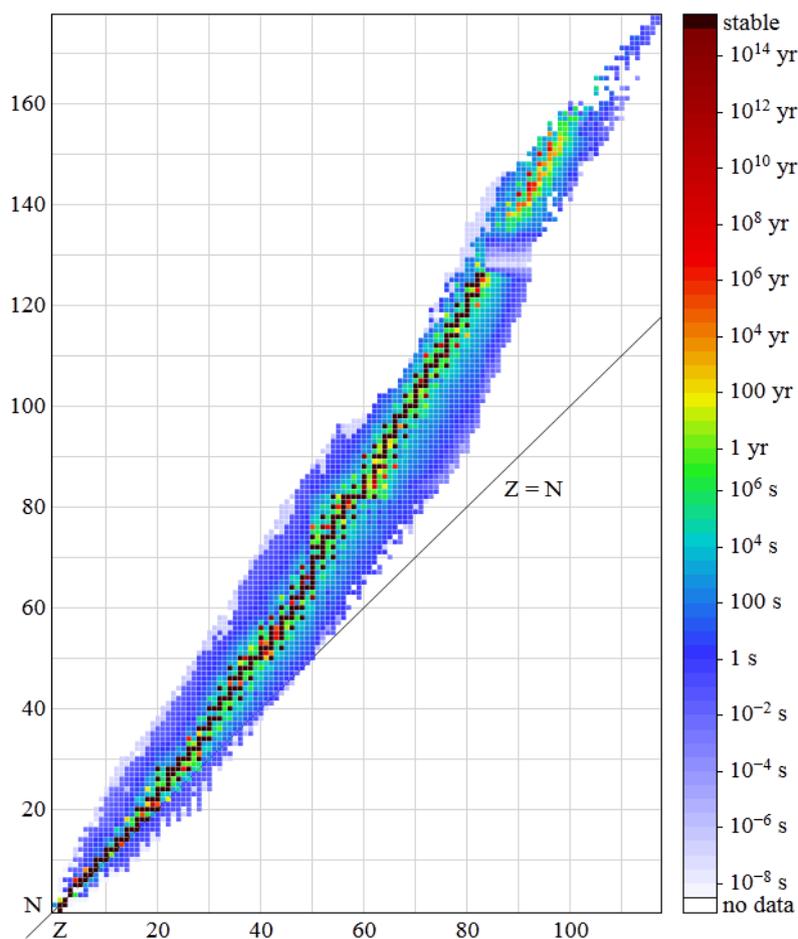


图 1-1 核素图

1.1.1 超重核稳定岛的研究

在核物理中，稳定岛[7,8]指的是一组被预言的，但至今仍未被发现的超铀元素及其同位素。在图1-1所示的核素图中我们可以看到，如果把外侧不稳定核素区域（蓝色）比作海洋，那么处于海洋中间的稳定核素存在的区域（黑色）就好像是陆地。进一步观察我们可以发现，当核素的质子数大于铀时，核素图就基本上全都是海洋没有了陆地。于是，就有物理学家预测，在远离稳定核素大陆的地方存在一个由稳定核素组成的小岛，这个岛就被称为超重核稳定岛。最近几十年来，这座神秘的小岛吸引了无数科学家的目光，为了能够早日找到这座小岛确定它的具体位置，大批的科学家们正在日以继夜、不屈不挠地向着这座小岛前进。这些超重核素居然比那些更接近铀元素的原子核更加稳定。它们的半衰期和周围的原子核相比简直不可同日而语，可能有几分钟或者几天，而一些乐观的核物理学家甚至预测它们的半衰期长达上百万年，这可真有着是天壤之别。有科学家预计稳

定岛会出现在 ^{300}Ubn 区域的附件。尽管不同的超重核理论对于超重核半衰期及其存在区域存在不同的预测，但有一点是相同的，那就是超重核可以存在，这一点必须一开始就加以强调。因此，对于超重核的寻找仍旧是对于现代核结构理论的预测能力的一个独特而又严格的检验。

稳定岛的概念首先是由Seaborg于20世纪60年代第一个提出来的。他猜测原子核和核外电子一样具有壳层结构。所谓壳层是指一组相近的量子能级，两个不同壳层的能级之间有相对较大的间距，所以当质子或中子填满整个壳层时，核子的单位结合能将会达到最大值，因此这一特定组态将会比他附近的未填满壳层核素拥有更长的半衰期，也即更加稳定。在不稳定核素组成的汪洋大海中，在某个填满的壳层附近会出现许多稳定的核素，这就好像是一个稳定的小岛。对于球型核，中子数 $N=184$ ，质子数 $Z=114, 120, 126$ ，在这附近可能存在着稳定核。然而最近的研究表明，大型原子核都是具有形变的核，这会导致幻数的改变， ^{270}Hs 现在被认为是具有双幻数的变形核，其变形幻数为 $N=162, Z=108$ 。目前，科学家们正通过人工合成超重元素，在自然界寻找超重元素，以及分析太空样品来探索原子核质量的上限，但时至今日还没有获得令人振奋的结果。虽然如此，寻找超重核稳定岛依然是一个对于核物理学界非常重要而有意义课题。这些新的元素可能具有不平常的化学性质，如果它们的同位素具有足够长的寿命的话，就可以有多种的实际应用可能。例如，稳定岛元素可以作为粒子加速器中的靶标成为轰击的对象，或者把它作为发射中子的中子源。如果哪一天超重核稳定岛能够被我们发现，那将是不亚于放射性发现的大事件。很多物理学的分支都将因此而发生改变，人们对于宇宙的认识也将更上一层楼。可以说那必将是一场新的物理学革命。

虽然超重核稳定岛理论早在上个世纪60年代就已经提出，但是时至今日这些相对稳定的超重核元素及其同位素的存在仍然还没有被证实。像其他的超重元素一样，稳定岛中的元素和其同位素从未在自然界中被发现。因而我们必须通过人工核反应来合成并研究它们。但是人工合成的难度非常高，迄今为止科学家们还没有找到一种进行这种合成稳定超重元素反应的可靠而有效的实验方法。目前LBNL、GSI以及JINR这三个实验室是最重要超重元素实验室。稳定超重核是很难在核反应中合成的，这是一件极其困难的事情。2010年，俄罗斯和美国科学家在俄罗斯杜布纳联合核子研究所JINR采用轰击裂变的方式合成了第117号元素[9]，这是目前为止我们能够合成的最重的核素。这一元素的合成使得人们在探索超重核的道路上又迈进了重要的一步。通过对新合成元素原子核特性的测量，科学家们发现对于超重原子核来说，从实验测量到的衰变特性表明对于111号以上的核

素，其稳定性随着中子数的增加而增加，这一结果与理论预言相一致[10,11]。这次实验的结果对于稳定岛的研究是十分理想的，对于最终证实超重核稳定岛的存在也是一个积极的信号。之所以超重核稳定岛如此受人关注，因为一旦发现它将能够检验现今的核结构理论，而且同时也对理解今日宇宙的形成和恒星的演化具有十分重要的意义。因此，无论关于超重稳定岛的理论研究还是通过实验来寻找稳定岛都是近年来核物理中的研究的热点问题之一。物理学就是在理论和实验这两只脚的不断向前迈步中前进的。对于稳定岛来说也同样如此。

1.1.2 远离 β 稳定线的原子核结构研究

在自然界中按照元素的稳定性可以将它们分为两类，一类不会发生核变化，另一类则会发生各种衰变。从元素周期表中我们就可以看出铀元素以上的元素全都是放射性元素，这似乎告诉我们，原子核越重越不稳定。任何的规律背后都隐藏着深刻的原理，我们要做的就是去解开这奥秘。而图像是一个很好的工具，很多的秘密都可以从图上获取。目前科学界已经发现的核素一共有2000多种，可以把它们都标注到核素图上，把所有已知稳定的和具有放射性的核素标注在图上，并用颜色区别它们衰变的类型，我们便可以得到一张核素衰变图，如图1-2所示。从图1-2中我们便可以清楚地看出，自然界中稳定核素的中子数都局限在一定的范围内，中间黑色小点构成的狭长区域为稳定核素，其余为不稳定核素。图中所显示的特点可以概括如下：

- 1.所有不稳定核素在稳定核素的两侧形成一个区域
- 2.对于 Z 较小时，核素倾向于 $N=Z$
- 3.对于 Z 较大时，核素倾向于 $N>Z$

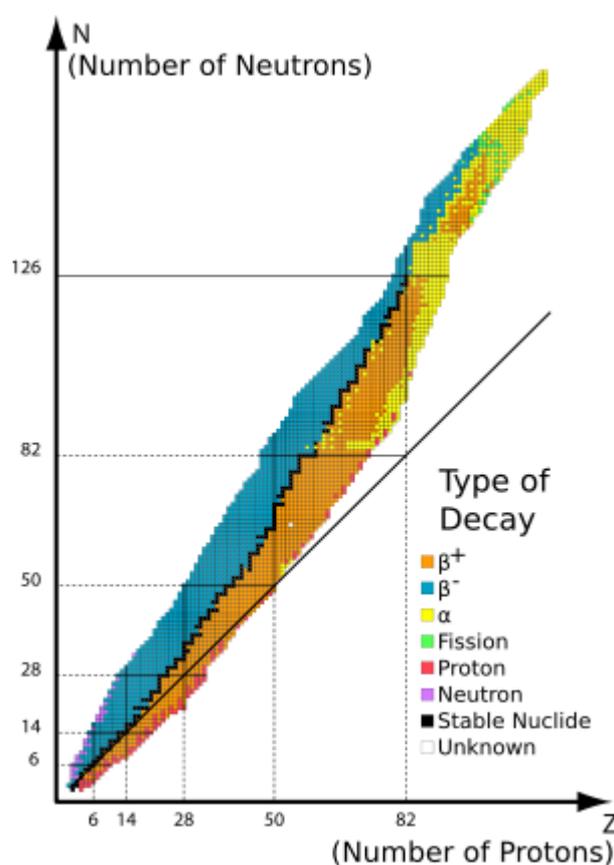


图1-2核素衰变图

所以稳定核素在核素图中形成了一片区域，这片区域的中心线称为 β 稳定线。当质量数 $A < 40$ 时，稳定线可以近似地认为是直线；而当 $A > 40$ 时， $N/Z > 1$ 。从整个核素图的颜色中可以看出，一共存在着三个部分。中间黑色近似直线的核素含有的质子中子大致相当，位于稳定核素左上方的区域含有大量的中子，位于右下方的核素含有大量的质子。位于不稳定核素区的元素都可以通过衰变回到稳定核素区中来。具体的方式为 β 衰变和 β^+ 衰变。

在原子核中中子的作用是非常特殊的，中子的增加会使得原子核远离 β 稳定线，让原子核变得不稳定，但是中子的增多也会改变原子核的能级，使得中子之间的作用加剧。如果壳层之间的相互作用增强，那么原子核能隙就会变大，从而产生新的幻数，反之则能隙变小，原有幻数也随之消失。此外，远离 β 稳定线的丰中子核和丰质子核在宇宙学中发挥着重要的作用，它们对于研究宇宙中元素合成的途径有着重要的意义。宇宙中各种元素的合成有不同的途径，我们发现其中主要有两种途径，其中一种我们称之为快质子俘获过程（rp过程），另一种我们称为

快中子俘获过程 (r 过程) [12-15]。在天体元素的合成过程中, β 衰变势必和 r 过程和 rp 过程产生竞争, 究竟哪一方占据了竞争的优势就会决定天体元素合成的路径, 而宇宙中各种元素的种类和丰度就是由它们竞争的结果所决定的。所以说, 对于远离 β 稳定线核素的研究将大大有助于我们了解宇宙大爆炸之后发生的元素合成和我们今日宇宙的组成, 同时也对宇宙的演化研究大有帮助。

时至今日, 核物理学家们已经合成了约3000多种新的核素, 但是还有更多的新的核素等着我们去合成与研究, 现在, 科学家又在向元素的未知领域进军。

1.1.3 同核异能态的研究

原子核同核异能态(isomer)是一种特殊的激发态。它既不同于普通的激发态, 也不同于原子核的基态, 而是一种亚稳态。所谓亚稳态说明这些激发态的半衰期相对是那些快速衰变原子核来说是非常长的, 它们的寿命可以是普通激发态的100到1000倍。通常, 这一术语只指那些半衰期在 10^{-9} 秒以上的状态, 一些学术文章中更是推荐以 5×10^{-9} 秒作为最短的半衰期。某些情况下, 这种状态可以持续数小时到数年, 也有非常极端的例子, 比如 ^{180}Ta 的半衰期就长到至今都没能观测到其衰变(推测至少有 1.2×10^{15} 年, 已经超过了宇宙已存在的时间)。

原子核同核异能态寿命非常长, 能量非常高, 这是它最显著的两个特点。所以甫一发现, 立即成为了核物理学研究的热点课题。同核异能态的长寿命是由于 γ 跃迁后原子核退激到基态时原子核的自旋要发生很大的改变, 高自旋的改变导致这些跃迁在规则上是所谓被禁止的。因此同核异能态发生跃迁的概率非常小, 它们寿命也就非常长。根据同核异能态和普通原子核的差别可以把同核异能态分为三类。第一类被称为形状同核异能态(shape isomer), 例如 ^{72}Kr , 其一激发态的形状为长椭球形, 而这个核的基态形状为扁椭球, 因此其激发态与基态之间跃迁几率很小。第二类被称为自旋同核异能态(spin isomer), 其同核异能态的自旋和普通能级间的差距非常大, 因此它们之间发生跃迁的概率也很小。除此之外还存在第三类同核异能态, K 同核异能态(K -isomer), 顾名思义这类同核异能态的 K 值很高, 与基态相比差别很大, 同理这样的激发态也是不利于发生跃迁的。

同核异能态中存储的能量很高可以达到MeV能级, 有人将其形象地比喻为核电池。数目庞大的原子核同核异能态中的能量总和将会是一个天文数字。比如 $^{178m2}\text{Hf}$ 自然衰变时会放出2.445MeV的能量[16-19], 也就是说1g的 $^{178m2}\text{Hf}$ 内含有的能量相当于315kg的TNT, 而且它可以以很高的功率输出能量。目前, 科学家们正

在研究如何诱发同核异能态 γ 辐射的方式,并取得了一定的进展。可以想象,如果我们能把蕴藏在同核异能态中的巨大能量可控地释放出来,并且加以利用,那么人类利用核能的步伐又会向前跨出一大步,其应用前景将是不可限量的。同核异能态发生退激释放出能量之后,就不再具有放射性,从而避免了发生核泄漏的风险,相当于是一个不产生核废料的核反应堆,因此它是一个清洁的能源。有一种设计是把放射性材料放在PN结上,放射材料产生的电离辐射便会在结中产生电子空穴,而同核异能态可以用于替代这些放射性材料,并且随着科技发展,我们可能能够控制使用同核异能态的核电池的开关。研究认为,若是能够掌握在这一系列能级之间的跃迁条件,我们就能够生产出比现有的化学电池的能量密度高 10^6 倍的储能设备。只要我们能够发现一种安全可靠的触发原子核同核异能态稳定辐射的方法,那可以说我们又有了一种取之不尽用之不竭的新能源。所以这就激发了我们对同核异能态更大的研究热情。

现今的人类正在面临寻找新的可持续的清洁能源问题,如果我们能够对原子核同核异能态中的能量加以利用,那么对人类来时无疑是新的福音。针对原子核同核异能态的研究不仅对原子核结构的认识、核能的开发利用非常关键,而且对核天体物理的研究同样具有十分重要的意义。

1.2 超重核能谱的实验方法

如前所述,核物理学界对于超重核稳定的岛的预言已经由来已久。但是时至今日,我们还没有找到其具体位置,或者合成其中的元素。这一问题需要通过实验物理来进行解决。对于超重核的研究给实验物理带来了一系列的挑战。首先遇到的最为明显的一个障碍就是元素的产生机制。目前我们可以在核反应堆中合成Fm以下的重核,但是质子数大于100的超重核需要由两个重核离子聚合而成。但不幸的是,这些聚合而成的复合原子核已经超过了裂变势垒,因此即使合成了这样的核,它也会容易发生裂变而不是通过退激辐射形成超重核。过去通常使用两种方法来解决,一个是冷核聚变,一个是热核聚变。但是这些方法带来了一个问题,一方面为了能谱研究我们需要足够的激发能使得原子核占据一定的激发态,而另一方面能量越大合成原子核的稳定性就越差,存活率越低。

1.2.1 In-beam 能谱

目前,在形变核 ^{254}No 附近最为行之有效的实验方法之一就是 in-beam 能谱方法[20]。In-beam 方法大致原理是,光束入射照在目标上,它的周围是一个光谱仪,用以探测即时辐射,探测器通常是一个球形 γ 射线锗探测器。然后受到撞击的重核反应产物进入一个反冲分离器,和未参加反应的光束,无关的反应产物一起分离开来。然后进入一个位于焦平面上的对位置敏感的高像素探测器中。粒子通过分离器的同时,可以对其进行同步辐射的测量。如果原子核发生 α 衰变,其发射的 α 粒子也可以在探测器中被测到。有着高特征性的 α 衰变能可以用来识别合成的原子核。

1.2.2 同核异能态能谱

同核异能态能谱也是超重核能谱实验中重要的方法。如果反冲原子核进入了同核异能态中,并且其寿命比它飞行的时间长或相当,那么当它进入焦平面探测器时也处于同核异能态之中。同核异能态的衰变通常伴随着 γ 射线,低 X 射线,俄歇电子的大量产生。这些能量向我们提供了一个信号,表明同核异能态已经发生了衰变。然后原子核又会经历 α 衰变,在探测器的同一位置留下信号。因此同核异能态的衰变就像一个三明治,通过实验的结果,我们还能确定同核异能态的寿命时间。

同时,我们还可以选择观察特定的 γ 能量,因此在目标位置探测到的能量必定是从占据同核异能态的核子上释放出来的。这样我们就可以测定同核异能态的各能级图谱。

1.2.3 衰变能谱

α 衰变能谱是核研究的重要工具,尤其是对于奇质量原子核,因为 α 衰变在衰变前后对结构很敏感,衰变前后的原子核倾向于具有相同的结构。这通常就意味着,衰变前原子核的基态会变成衰变后原子核的激发态,因此就可以通过研究这些态的衰变来探究能谱结构。一旦原子核的衰变路径被确定,衰变前后的原子核质量差就能被测定。

1.3 本文研究意义及主要内容

本文主要在分析当前核结构和核物理研究前沿热点课题的基础上, 结合最新的实验数据, 对超重核 ^{256}Rf 及其同位素进行了理论计算。我们利用原子核投影壳模型对 ^{256}Rf 的转动性质做了系统而彻底的研究。通过具体的计算, 我们试图对已有实验数据做理论验证, 并对临近元素做出一些相对应的预言。

对于超重核旋转特性的研究将有助于我们寻找定位稳定岛, 并对新幻数的出现做出预测。稳定岛的具体位置和新幻数有着密切的关系, 这些都是核物理学中最受人关注的课题。在实验上, 人们正在尝试合成超重核素, 不断朝稳定岛前进。而通过对超重核的理论计算将有助于我们进一步了解它的结构和性质, 为进一步的研究提供有价值的信息。

同时本文的研究对于远离 β 稳定线的元素以及同核异能态的研究也有重要的意义。同核异能态是核物理中最新的前沿热点, 科学家们发现了不同于基态的稳定态, 其寿命甚至可以大于宇宙的年龄。同核异能态对于原子核内部特殊结构的研究具有重大意义。它的高激发能也为实际应用留下了广阔空间。

超重核 ^{256}Rf 是核物理中最新发现的实验成果[21], 我们对其和它的几个同位素进行了计算, 着重研究了核的旋转特性, 揭示了转动惯量的变化规律, 分析了单粒子结构对其的影响, 这对超重核稳定岛的研究大有帮助。对于还没有实验数据的领域, 我们也给出了相应的结果, 可以为后来的实验或理论研究作参考。

本论文各章内容安排如下: 第二章将是对各种理论模型的简介, 第三章具体介绍我们采用的模型的理论框架, 第四章对超重核 ^{256}Rf 的转动性质进行计算分析, 第五章写出对今后研究的期望和结论。

第二章 原子核结构模型

自从人们发现原子具有核式结构以来，原子核内部的结构一直是核物理学研究的重点。经过一代又一代的科学家们艰苦不懈的探索，我们对原子核的认识已经上升到了一个新的高度。原子核的神秘面纱正一点一点地被人类揭开，虽然我们不知道原子核还有很多的未解之谜，但是可以说我们正走在一条正确的道路上，只要我们继续坚持不懈地走下去，那么核物理的奥秘终将被我们掌握。核力是短程吸引力，和粒子所带电荷无关，具有饱和性，但是由于核力的具体形式尚不清楚，以及原子核是量子多体体系，都给我们的研究带来了莫大的困难。如前所述，中子的存在起着稳定原子核的作用，似乎中子越多原子核就越稳定，如果真是这样，问题就显得太过简单了。可惜的是，事实并非完全如此。从核素图中就可以发现，对于给定数目的质子，要形成一个稳定的原子核，中子数目既不能太多也不能太少。为了克服原子核结构研究中遇到的困难，科学家们提出了各种原子核模型假设，从早期的葡萄干蛋糕模型，到液滴模型，壳模型等。虽然这些核结构模型理论大多数是唯象理论，但它们对我们认识原子核的结构和性质起了不可替代的作用。下面将对核结构研究史上出现的主要理论模型作一简要介绍。

2.1 液滴模型

从实验中我们已经了解了很多核子之间相互作用的信息。证据表明，这种相互作用很强烈，而且是短程相互作用。然而要想描述这些相互作用是一件非常困难的事情，我们只知道核子相互作用是和自旋相关的。如果把它作为一个整体那么它既有中心项又有非中心项。许多的核模型被用来模拟这样特点。液滴模型就是其中之一。

液滴模型是一个半经验模型，它把原子核结合能描述为中子数和质子数的函数。这是一种有效的方法来研究不同核素之间的相对稳定性。这个模型部分基于和液滴性质的类比，同时考虑了静电学基础和经验观察。这一类比参考了分子之间相互作用的范德瓦尔斯力，它让液滴能够聚在一起，并且它也是一个短程相互作用。但是我们不能把这一类比肆意扩大，试图通过和液滴中相互作用的类比来理解强相互作用的所有性质。液滴模型把原子核结合能表达为几项之和，每项都代表了不同因素对结合能的贡献。它假设原子核是球形对称的，这在大多数情况

下是一个良好的近似。进一步假设原子核的体积和核子数目直接相关。

体积项(**Volume term**), 这一项源于核子和与它最近的相邻核子之间的相互作用。由于核子之间的相互作用是非常短程的, 我们可以认为这一项是对原子核总结能的最主要的贡献。如果原子核含有 A 个核子(我们在这里并不区分中子和质子), 其相应的结合能正比于原子核的体积, 可以表达为:

$$B_V = a_V A \quad (2-1)$$

其中 a_V 一个常数, 它可以通过和实验数据的对比来确定。

这一项的形式和核力的短程性质相一致。在一些长程相互作用的案例中, 例如库仑相互作用, 核子会和除它之外的每一个核子发生作用, 因而结合能就会正比于 $A(A-1)$ 。总的来说, (2-1) 给出的结合能会大于实际的数值, 因为还存在着其他的相互作用会使得原子核不稳定, 因此会降低总结能。

表面项(**Surface Term**), 在原子核中的所有原子并不都是等同的。那些处于原子核表面的核子会比处于核内部的核子受到更少相邻核子的包围。处于原子核表面的核子由于一侧没有核子相邻, 它的结合能就比中间的核子来的小, 所以表面积越大的原子核其结合能也应该越小。对于球形原子核, 它的表面积和体积的关系为 $S \propto V^{2/3}$, 所以这一项对于结合能的贡献可以表达为:

$$B_S = -a_S A^{2/3} \quad (2-2)$$

其中的负号表示这项减弱了原子核总体的稳定性。同样地, 式中的系数可以通过和实验数据的对比来确定。

库仑项(**Coulomb Term**), 原子核中质子之间的库仑斥力会进一步降低原子核的结合能。由静电学理论可以得知, 球形均匀分布的含有 Z 个电荷的电势能正比于 $Z(Z-1)/r$, 整个这项的结合能的形式可写为:

$$B_C = -a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (2-3)$$

系数 a_C 可以通过分析计算得到, 其数值为 0.72MeV 。我们可以暂且把它当作一个自由参数, 因为在原子核边缘的电荷分布并不是均匀的。

对称项(**Symmetry Term**), 如同我们在核素图1-1中看到的那样, 对于核子数 A 较小的稳定核, 倾向于 $N=Z$ 。对于 A 较大的核, N 倾向于比 Z 大一点。上面一开始讨论的前两项中, 并没有对原子核中的质子和中子的相对数目加以限制。库仑项在中子很多质子很少的原子核中变得很大, 但这显然和实验观察到的不相符。而对称项在 $N=Z$ 时会达到最大, 但当 A 变大时, 这一趋势又会减弱。所以这一项的形式通常可以写为:

$$B_{sym} = -a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} \quad (2-4)$$

其中系数 a_{sym} 在分析中是一个自由参数。我们注意到 $A-2Z=N-Z$ ，它是对 $N=Z$ 偏离程度的一种测量。

配对项(Pairing Term)，实验发现，在所有原子核中，根据它们的稳定性，可以分为三类，偶偶核，奇A核（偶奇核，奇偶核），奇奇核。这三类原子核的稳定性和结合能与他们奇偶性之间的关系可以表示为：

$$B_p = -a_p A^{-3/4} \quad (2-5)$$

其中参数 a_p 在奇奇核时取正号，表明减弱了原子核稳定性，在偶偶核时取负号，表明增强了原子核稳定性，在奇A核时等于零。

将上面的逐项累加，得到一个原子核的总结合能，将它除以核子数A，就可以得到单位核子的结合能：

$$\frac{B}{A} = a_v - \frac{a_s}{A^{1/3}} - \frac{a_c Z(Z-1)}{A^{4/3}} - \frac{a_{sym}(A-2Z)^2}{A^2} - \frac{a_p}{A^{7/4}} \quad (2-6)$$

上式中的各参数都可以通过和实验数据的对比来得到最佳的拟合数值。

式(2-6)称为原子核质量半经验公式，它是按照液滴模型的基本假设逐项推导总结出来的，经过和实验对比，其准确度相当高，原子核的表面振动可以通过此公式进行说明解释。液滴模型最为经典的应用是他成功地将核裂变的原理解释清楚，这个是它最大的优点。但是其缺点也是非常明显的，它只考虑了核子之间总的效应，而对原子核性质变化的周期性规律显得无能为力。任何的模型一开始提出总是比较简单的，能够解决的问题也比较少，应用范围相对较窄，但是通过纠正错误可以不断完善。此后，液滴模型也在不断地发展，其应用范围也不断扩大。不断地有新的自由度添加到模型中来，比质子和中子不再被等同视之，而加以区别对待，核子在自旋取向上的差别也被用来创造新的自由度，使之成为一种新的流体，后来更把流体力学中的力学性质也被添加到模型之中来，使得液滴模型越来越复杂，其相应的使用范围也进一步扩大。后来的原子核的集体运动模型[22]就是在液滴模型的基础之上由Bohr和Mottelson建立起来的。液滴模型对于原子质量和其他一些原子核效应给出了一个良好的近似，但是它不能解释质子和中子幻数出现的原因，以及由幻数带来的结合能的增加与原子核稳定性的增大。所以新的更加能够描述原子核本质的核结构模型的创立势在必行。

2.2 原子核壳模型

在核物理学中，原子核壳模型和原子壳模型一样，之所以会出现能级结构，都是因为利用了泡利不相容原理来描述其行为的缘故。原子核壳模型部分类似于原子壳模型。原子壳模型描述了核外电子的排布情况，在原子壳模型中一个填满的壳层会导致更大的稳定性。而在原子核领域中也有相似的情况。当我们不断地向原子核中增加核子时，我们会发现在某些特定的点上，新添加的核子的结合能会比上一个的结合能显著地减小。我们把这些特定的数字称为核子幻数(magic number)，典型的核子幻数为 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126。当原子核处于幻数时，其中的核子就比不是幻数时结合得更加紧密，所有这些事实表明，原子核具有壳层结构。

根据泡利不相容原理，质子和中子在各自的壳层中运动互不相干。所以幻数对于质子和中子是相互独立的，它们有各自的幻数。幻数原子核的性质十分地与众不同，特别地当中子和质子都是幻数时，原子核所表现出来的特殊性质就显得尤其明显：

1. 幻数核的结合能在相邻原子核中取最大值
2. 幻数核的原子核半径在相邻原子核中取最小值
3. 对于质子数是幻数的元素，其稳定同位素数量特别多
4. 幻数核的第一激发态的激发能相对其它核显得特别大。

这些证据都有力地表明了，原子核具有和核外电子相似的壳层结构。于是人们仿照研究核外电子的方法，尝试建立原子核壳模型，试图重现幻数，甚至预言更高数值的幻数。但是核内核外的情况可谓天壤之别，原子中之所以存在壳结构，是因为原子核带正电，它周围的电子就像行星围绕太阳公转一样，绕着原子核旋转。但是原子核中的核子都是平等的，并不存在什么中心，另外由于核力的不可知性，原子核内部的势场函数也不能确定。因此，核壳模型必须建立在一些基本的假设之上，至于这些假设到底是否正确，我们只能够事后通过实验去检验它们。假设主要有两点，第一，原子核如同核外电子一样，在一个有心势场里运动，这个势场是其他核子作用的总和。第二，根据泡利不相容原理，每个核子都占据属于它们自己的轨道，不可能和其他的核子发生碰撞。以上两点，就是核壳模型的基本假设思想。

为了找到这些幻数，我们首先必须确定一个介于无限方势阱和球谐振子势之间的平均势场。然后求解薛定谔方程，得到能量本征值。再用计算结果来确定相

应的幻数，并和实验数值相比较。如果计算数值和实验数据不相符，那么就要修改势能函数，然后再次计算。一个更加接近实际情况但很复杂的势场是 Woods-Saxon 势。但无论如何修正势函数，我们只能再现最低的三个幻数，对更高的幻数无能为力。直到上个世纪 50 年代 Mayer 和 Jensen 等人[23-26]，在势函数中加入了自旋-轨道相互作用项，才解决了高值幻数的再现，从而给出了完整的原子核能级结构。Mayer 和 Jensen 也因为在核物理上的突出贡献分享了 1965 年的诺贝尔物理学奖。

壳模型直接利用量子力学基本原理，通过求解薛定谔方程，得到能量本征值来解决核结构的问题，从理论上说应该是最精确的模型。随着现代计算机计算的发展，壳模型理论也在不断焕发出新的生命力。组态空间巨大的计算得以进行，大型的壳模型计算程序也被开发出来。可以说原子核壳模型前途方兴未艾，将大有可为。

2.3 平均场理论

在物理学中，平均场理论是一种十分有效的近似方法。每当我们遇到的问题太过复杂处理不便时，我们就会对它进行适当的近似，只要最后的结果符合实际，那么就说明近似是成功的。平均场理论就是这样，它考虑了系统大量的个体组成部分的相互作用。所有其他单体对给定的个体的总效应可以被近似为一个单一的平均效应。因而就将一个多体问题降格为一个单体问题进行处理。这样做既考虑了多体相互作用的效果，又使得研究的问题得到了相应的简化，让我们研究更加方便。我们考虑一个由多粒子组成的量子多体系统，其哈密尔顿量为：

$$H = \sum_{i=1}^A [T_i + U_0(r_i)] + \frac{1}{2} \sum_{ij} v(r_i, r_j) \quad (2-7)$$

其中 U_0 是一个存在中心的平均势场， $v(r_i, r_j)$ 是二体相互作用势，前面的 $\frac{1}{2}$ 系数避免了二体相互作用的重复计算，此项被称为剩余相互作用。如果忽略剩余相互作用，那么哈密尔顿方程变为：

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_0(r) \right] \psi_i(r) = E_i \psi_i(r) \quad (2-8)$$

平均场理论的主要思想可以用下式表达出来：

$$H = T + V = (T + U) + (V - U) = H_0 + H' \quad (2-9)$$

其中 U_0 是所有粒子的总动能， V 是所有粒子间的相互作用能。

其中 $U = \sum_i u(\vec{r}_i)$ 就是平均场。

总的波函数就可以写为：

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_0(r) + U_1(r) \right] \psi_i(r) = E_i \psi_i(r) \quad (2-10)$$

如果要确定平均场的形式，我们必须首先了解核子所处的状态。换句话说，单体薛定谔方程如果要知道它的形式，必须首先知道该方程的解的信息。这在数学上就是一个求解方程的问题。数学上把它叫做迭代求解法。所谓迭代求解就是预先给定一个初始解，然后代入方程，通过构造求出方程的解。然后把新得到的解再次代入方程中，循环往复，不断重复之一过程，直到得到的解满足条件为止。中止条件就是得到的解稳定不再变化，初始的构造解和最后得到的解趋向一致，这个过程就被称为自洽迭代。自洽场方法指的就是这种求解薛定谔方程的数学方法。迭代中止的条件即为自洽。Hartree-Fock 方法就可以用来解决平均场的求解问题。Hartree-Fock 方法简单地取自于变分法。总的波函数考虑全同粒子反对称性的要求，本征值波函数是一系列单粒子波函数 φ_i 组成的 Slater 行列式：

$$\Phi(r_1, r_2, \dots, r_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(r_1) & \varphi_1(r_2) & \dots & \varphi_1(r_A) \\ \varphi_2(r_1) & \varphi_2(r_2) & \dots & \varphi_2(r_A) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_A(r_1) & \varphi_A(r_2) & \dots & \varphi_A(r_A) \end{vmatrix} \quad (2-11)$$

Hartree-Fock 方法通过变分法来得到 φ_i 以及平均场 U ：

$$\delta \langle \Phi | H | \Phi \rangle = 0 \quad (2-12)$$

平均场理论的关键在于选择一个能够良好近似实际情况的平均场 U ，使得其符合总势场之后的剩余相互作用尽可能的小，小到可以用量子微扰论来处理。剩余相互作用的大小直接决定了平均场方法的好坏，要想使得平均场方法的近似程度提高，就必须让剩余相互作用尽可能的小。对核多体系统作相应的变换，在相对论条件下也该也适用。作为一个相互作用量子场体系，可以将 Hartree-Fock 平均场理论移植到相对论情况，则称之为相对论平均场理论 (Relativistic Mean Field Theory, RMFT)。RMFT 理论认为每个核子在 Dirac 场中和运动，如果核子之间要发生相互作用，那么它们必须通过交换介子来完成，也就是说每个核子处于介子场中，并与之发生相互作用[27]。

平均场理论的应用非常广泛，通过选择不同的平均场形式，就可以将其推广

到不同的应用领域中去。但是无论平均场如何选择，总和实际情况存在着差距，如果弥补这种差距，就成为人们思考的对象。此外，对于具有形变的原子核来说，它所求出的平均场也是形变的，这样就使得原本具有的旋转对称性遭到破坏，从而角动量也不再守恒。但是角动量是核物理中的一个非常重要的物理量，我们必须采取新的方法使得遭到破坏的角动量守恒得到恢复。

2.4 投影壳模型的产生

壳模型方法是成功，它完美地解释了液滴模型所不能解释的原子核性质的周期性变化规律。然而事实却是，核素图中的绝大部分原子核都是具有形变的原子核，这是普通壳模型很难解决的一个问题，让其应用受到了很大的限制。所以必须对壳模型进行必要的升级改造，使得它能够处理更多的原子核，还有在高自旋状态下的原子核问题。投影壳模型正是在这样背景下应运而生。

如果想用标准的球型壳模型来处理形变的重核，那将是一个不可能完成的任务。因为这需要巨大的组态空间。即使现在的超级计算机能够完成这恒河沙数般的计算，也是毫无意义的蛮干。因为即使有人能够用这种方式再现实验数据，他也不可能从浩如烟海的计算机输出结果中发现其中隐藏的物理意义。所以沿着原来的道路已经走不通了，必须寻找一种新的方法，它既能简化问题使得计算方便快捷，还能保留重要的物理意义，只有满足了这两个条件，我们才能对形变核进行研究。

原子核壳模型使用的完完全全是量子力学的办法，所以可以说它是最为精确的方法。然而，它也有一些缺点。首先，它要求基态必须对应好角动量，这在处理多核子体系时变得复杂而又费时费力，因此它所能处理的最大核子数受到极大地限制。再者，原子核壳模型遇到形变核时就显得捉襟见肘了，形变越大它越无能为力，因为描述其基态的基矢远远超出我们可接受的范围。综上所述，我们必须从一开始就采用新的基矢，来解决一般的壳模型遇到的问题。

投影壳模型的基本思想可以概括为，首先必须使用内禀态基矢，将其引入到本体坐标系中描述波函数，然后为了使得角动量重新守恒，我们将角动量投影算符作用到这些内禀基矢上，我们就得到了一组新的基矢，这就是投影壳模型的基矢，它让角动量重新守恒。接下来就只有按照量子力学的常规步骤将哈密尔顿量对角化，求出本征值和本征函数即可。

自从上个世纪 90 年代 Hara 和孙扬[28]创建投影壳模型以来，对应的计算程序

也被编写出来，而且还不断地进行了改进和完善，扩大了其具体应用范围。与传统壳模型相比，投影壳模型在计算中所选取的组态空间维数小，运行速度快，即使在普通的 PC 计算机上也不需要很长时间就能得出运算结果。而且其运算过程又保留了重要的物理意义，因此投影壳模型刚一创立，就体现了它不可替代的理论优越性。

早期投影壳模型主要用来研究形变核的晕带结构，所谓晕带即每个角动量下具有最低能量的能级所形成的结构带。另一个研究热点问题是原子核高自旋时的回弯现象。投影壳模型利用带交叉的图象成功地解释了回弯现象。由它得到的在回弯前后的转到惯量数据与实验数据相符。

此外，投影壳模型的应用还在不断扩大，在准粒子激发态领域中也出现了投影壳模型的身影。投影壳模型对于超重核的研究特别地合适，因为超重核的形变不会剧烈变化显得比较稳定。近年来投影壳模型的应用领域还在不断扩大，在稀土元素，超重，超形变领域中都有应用。其在天体物理中也有重要应用。在了解宇宙元素的合成，演化，以及我们今日宇宙元素分布的研究中扮演了越来越重要的角色。在下一章中我将详细叙述我们所使用的投影壳模型建立的理论，然后简介一下它的发展情况。

第三章 投影壳模型理论介绍

投影壳模型(Projected Shell Model, 简称 PSM), 是为了研究普通壳模型无能为力形变核结构而建立起来的壳模型理论。投影壳模型的最大特点是加入了角动量投影算符, 使得遭到破坏的角动量守恒得以恢复。这一突破性的创新克服了之前的壳模型的缺点, 使得其应用范围大大增加, 运算速度大幅提升。由于投影算符恢复了系统的对称性, 这也使得包含在计算之中的物理可以被人所探究。得出的结果不再是简单的数值, 我们可以从中揭示出潜藏于数据之下的物理本质。

投影壳模型的基础是 Nilsson+BCS 平均场理论, 构造了一组基于形变势场下的准粒子内禀基矢。然后将角动量投影算符作用于哈密尔顿量上, 求解薛定谔方程, 得到能量本征值和本征函数。在这一章里, 我将介绍基础的 Nilsson 模型和 BCS 理论, 哈密尔顿量的选择等投影壳模型的主要理论框架。

3.1 形变的准粒子基

一些原子核在基态下会发生形变, 壳模型所运用的中心势场也不再具有球形对称性。Nilsson 首先发展了这样的形变势, 并把它运用到了单粒子的哈密尔顿量中, 计算出了带有形变的单粒子能级。下面我们首先介绍一下 Nilsson 模型。

3.1.1 形变 Nilsson 单粒子态

在 Nilsson 模型中[29], 具有轴对称形变特性的单粒子哈密尔顿量可以表示为如下形式:

$$H = H_0 + C\vec{l} \cdot \vec{s} + D\vec{l}^2 \quad (3-1)$$

其中, H_0 为轴对称各向异性谐振子哈密尔顿量, $\vec{l} \cdot \vec{s}$ 为自旋轨道相互作用项, \vec{l}^2 为谐振子修正项, 该项是为了修正单粒子势, 使之更为接近于真实势场。 C , D 是参数, 可以根据实验数据调整其数值。 H_0 一般可写成如下形式:

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (3-2)$$

如果考虑轴对称情况则有:

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{m}{2}\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \frac{m}{2}\omega_z^2 z^2 \quad (3-3)$$

其中:

$$\begin{aligned} \omega_{\perp}^2 &= \omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2(1 + \frac{2}{3}\delta), \\ \omega_z^2 &= \omega_0^2(1 - \frac{4}{3}\delta) \end{aligned} \quad (3-4)$$

其中 δ 为形变参数, ω_0 由形变时原子核体积保持不变的要求决定。

根据原子核体积守恒的关系有:

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 \quad (3-5)$$

其中 $\bar{\omega}_0$ 是形变参数 $\delta=0$ 时 ω_0 的值。

因此由式(3-4)和(3-5)可得:

$$\omega_0 = \bar{\omega}_0(1 - \frac{4}{3}\delta^2 - \frac{16}{27}\delta^3)^{-1/6} \quad (3-6)$$

这样我们得到了只含单一参数 δ 的哈密顿量, 因此可以将轴对称哈密顿量拆分成两项, 一项是具有球对称性质的项, 另一项 H_{δ} 则可以表示成形变参数 δ 的函数,

$$H_0 = \dot{H}_0 + H_{\delta} \quad (3-7)$$

其中:

$$\dot{H}_0 = \hbar\omega_0 \frac{1}{2}[-\Delta + r^2] \quad (3-8)$$

$$H_{\delta} = -\delta\hbar\omega_0 \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}r^2 Y_{20} \quad (3-9)$$

将(3-1)式中参数 C , D 用 Nilsson 参数 κ, μ 表示

$$C = -2\hbar\bar{\omega}_0\kappa \quad D = -\hbar\bar{\omega}_0\kappa\mu \quad (3-10)$$

最后根据式(3-1)和(3-7)我们可以将 Nilsson 模型中的哈密顿量表示为:

$$H = \dot{H}_0 + H_{\delta} - 2\hbar\bar{\omega}_0\kappa\vec{l} \cdot \vec{s} - \hbar\bar{\omega}_0\kappa\mu\vec{l}^2 \quad (3-11)$$

从以上的理论模型中可以看出, 决定 Nilsson 能级的主要是参数 κ, μ 。不同的参数 κ, μ 对应于不同的量子态, 一旦给定 Nilsson 参数 κ, μ , 将哈密顿量在球形谐振子的本征态 $[N, l, j, \Omega]$ 组成的基矢下对角化, 都可以得到一组形变 Nilsson 单粒子能级。对于给定的主壳, 我们可以给出单粒子能量随着形变参数 δ 变化的图像,

即著名的 Nilsson 单粒子能级图。我们在进行核物理研究时，经常要用到 Nilsson 单粒子能级图。在 Nilsson 单粒子能级图上各单粒子能级还经常地被标记为 $[N, n_z, m_l, \Omega]$ ，其中 N ， n_z ， m_l ，是三个主要量子数， Ω 是 z 轴上投影的分量。 Ω 是严格的好量子数，宇称 π 也是严格的好量子数。因此，Nilsson 单粒子态的常用标记为 $\Omega^\pi [N, n_z, m_l]$ 。不过，在实际的投影壳模型计算中，Nilsson 单粒子哈密顿量都是在球形谐振子的本征态 $[N, l, j, \Omega]$ 组成的基矢下对角化的。

Nilsson 参数可以通过大量拟合实验数据得到，普遍适用于重核的 Nilsson 参数首先由 Nilsson 本人确定，后来 T. Bengtsson 和 I. Ragnarsson 修改 Nilsson 参数[30] 后将它推广到较轻的原子核区域。

3.1.2 对力的处理方法

原子核的稳定性与原子核的奇偶性密切相关。从已知的原子核中我们就可以总结出这样的规律。自然界中各元素的丰度也是因为这个原因和原子核的奇偶性发生了关联。这个事实告诉我们，核子之间存在着对关联相互作用（也叫对力）。如前所述，我们在处理核子运动时假释它在一个平均场里运动。但是这个平均场只是我们的假设而已，真实的情况并非如此。我们选取的平均场和真实的情况总是存在着差距的，这差距被叫做剩余相互作用。其中同类核子间的作用又被称为对关联相互作用。

因为对关联相互作用的存在，实验中观察到了许多特别的现象。这些现象也呈现出典型的奇偶特性。这说明对关联相互作用是切实存在的，要拆开它们必须付出额外的能量，所以我们必须用适当的形式将它考虑在内。

在投影壳模型中我们使用了 BCS 方法来处理对力。BCS 方法[31]是由 Bardeen, Cooper 和 Schrieffer 三人于 1957 年提出的，所以被称为 BCS 方法。他们三人也于 1972 年获得了诺贝尔物理学奖。BCS 方法一开始是用来解决凝聚态物理中超导现象的，后来才被引入到核物理中，用来描述原子核中的核子之间的对关联相互作用，并且成功地解释了偶偶核低激发能谱中存在的能隙现象，以及原子核性质变化的奇偶特点。BCS 方法通过变分和准粒子变换来处理原子核的对关联。在我们处理的形变原子核中，对力的哈密顿量取为：

$$\begin{aligned} H &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} (a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}) - G \sum_{\mu, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\nu} a_{\bar{\nu}} \\ &= \sum_{\mu} \varepsilon_{\mu} n_{\mu} - G \sum_{\mu, \nu > 0} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu} \end{aligned} \quad (3-12)$$

其中 ε_μ 为具有形变的 Nilsson 单粒子能级, G 为对力平均强度, $a_\mu^\dagger a_\mu^\dagger = S_\mu^\dagger$ 为粒子对产生算符, $a_\nu a_\nu = S_\nu$ 为粒子对湮灭算符, $a_\mu^\dagger a_\mu + a_\mu^\dagger a_\mu = n_\mu$ 为粒子数算符。上式中的第一项代表 Nilsson 平均场中独立运动的粒子, 第二项则代表对力。

我们可以取试探波函数:

$$|BCS\rangle = \prod_{\nu} (u_{\nu} + v_{\nu} S_{\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (3-13)$$

其中 u_{ν} 与 v_{ν} 为待定变分参数, $|0\rangle$ 为准粒子真空态, 波函数 $|BCS\rangle$ 满足归一化条件:

$$u_{\nu}^2 + v_{\nu}^2 = 1 \quad (3-14)$$

因为 $v_{\nu}^2 = \langle BCS | a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} | BCS \rangle$, 所以 v_{ν}^2 代表 Nilsson 能级 ε_{ν} 被粒子对占据的概率, 而 u_{ν}^2 代表 ε_{ν} 没有被粒子对占据的概率。将(3-13)式中的连乘展开, 会得到含有不同数目粒子产生算符的项, 所以 BCS 方法粒子数不守恒, 因此试探波函数 $|BCS\rangle$ 不是粒子数的本征态。另外, 展开式中每一项所含的产生算符个数都是偶数, 因此 $|BCS\rangle$ 波函数只能作为偶偶核的试探波函数。

因为 $|BCS\rangle$ 没有确定的粒子数, 我们只能要求它给出的平均粒子数等于实际的系统粒子数 $\bar{n} = n_0$, 通过改变参数 u_{ν} 与 v_{ν} 的值, 求解对力的哈密顿量的问题就成为了解决了一个求条件极值的问题:

$$\delta \bar{H} - \lambda \delta \bar{n} = 0 \quad (3-15)$$

其中 \bar{H} 代表能量平均值。求解此方程中 \bar{H} 和 n 可得准粒子能级能量:

$$E_{\mu} = \sqrt{(\varepsilon_{\mu} - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (3-16)$$

其中 Δ 为能隙。

在投影壳模型中, 当没有对关联相互作用时 ($G=0, \Delta=0$), 核内粒子只填充到费米面以下, 费米面以上全是空穴。当有对关联相互作用时 ($G \neq 0, \Delta \neq 0$), 部分核子就会填充到费米面之上, 就会在费米面下形成空穴, 费米面附近的粒子能级分布就出现了很大的变化。准粒子概念的引入就产生了粒子占据与空缺的分界线不再是完整的费米面, 而是由概率决定的分布线。

3.2 角动量投影

角动量投影是我们理论框架中最为重要的一步。角动量投影解决了普通壳模型所遇到的困难, 角动量这个重要的物理量重新守恒了。角动量投影算符是投影算符的一种, 下面我要介绍角动量投影算符。

我们可以用一组欧拉角 $\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$, $\alpha, \gamma \in [0, 2\pi], \beta \in [0, \pi]$, 来表示转动算符:

$$\hat{R}(\Omega) = e^{-i\alpha\hat{j}_z} e^{-i\beta\hat{j}_y} e^{-i\gamma\hat{j}_x} \quad (3-17)$$

其中 \hat{j} 为角动量算符, 其单位化表达为:

$$\langle \mu I M | \hat{R}(\Omega) | \nu J K \rangle = \delta_{\mu\nu} \delta_{IJ} D_{MK}^{I*}(\Omega) \quad (3-18)$$

式中 $D_{MK}^{I*}(\Omega)$ 为 D 函数的复共轭。对于 $|\mu I M\rangle$ 态, 其中 I, M 分别代表总角动量及总角动量在 z 轴上的投影, μ 确定量子态唯一性的另一组量子数。根据算符的封闭性:

$$\sum_{\mu I M} |\mu I M\rangle \langle \mu I M| = 1 \quad (3-19)$$

我们不必写出 $|\mu I M\rangle$ 态的具体形式, 我们只需要知道它是希尔伯特空间中的一组完备标准正交向量组。从式(3-18)和(3-19)可得:

$$R(\Omega) | \nu I K \rangle = \sum_M | \nu I M \rangle D_{MK}^{I*}(\Omega) \quad (3-20)$$

用式(3-20)和 D 函数的正交性质, 我们得到:

$$\int d\Omega D_{MK}^{I*}(\Omega) D_{M'K'}^I(\Omega) = \frac{8\pi^2}{2I+1} \delta_{II'} \delta_{MM'} \delta_{KK'} \quad (3-21)$$

我们得到了如下关系式:

$$\hat{P}_{MK}^I | \nu I' K' \rangle = \delta_{II'} \delta_{KK'} | \nu I M \rangle \quad (3-22)$$

其中的算符 \hat{P}_{MK}^I 被定义为:

$$\hat{P}_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega D_{MK}^I(\Omega) \hat{R}(\Omega) \quad (3-23)$$

上式中的算符就是角动量投影算符。

由式(3-19)和(3-22)可以得到角动量投影算符在 I 表象下的表达式及求和规则:

$$\hat{P}_{MK}^I = \sum_{\nu} | \nu I M \rangle \langle \nu I K |, \quad \sum_{IM} \hat{P}_{MM}^I = 1 \quad (3-24)$$

采用上述表示, 我们可以轻松地推得角动量投影算符具有如下性质:

$$\hat{P}_{MK}^{I\dagger} = \hat{P}_{KM}^I, \quad \hat{P}_{KM}^I \hat{P}_{M\bar{K}}^I = \delta_{II'} \hat{P}_M \quad (3-25)$$

由于内禀基矢的引入导致了角动量不再守恒, 旋转对称性被破坏。我们通过角动量投影算符将转动坐标系转换到了到空间固定坐标系, 即实验室坐标系, 恢复了被破坏的角动量守恒, 从而可以得到确定的角动量和波函数。角动量投影能够很好地描绘空间的几何性质对激发谱所起的限制作用。除了角动量投影, 还存

在着粒子数投影算符，限于本文研究的内容，我们没有采用粒子数投影，所以在这也就不做介绍了。

3.3 投影壳模型框架

投影壳模型是以壳模型为基础，使用形变基矢和投影方法来进行计算的原子核模型。形变单粒子态处于自体参考系中，其旋转对称性遭到破坏。为了恢复对称性，我们采用角动量投影。然后按照标准的量子力学方法进行对角化运算，得到本征值和本征函数。

具体来说，投影壳模型首先用形变Nilsson单粒子态构建基矢，对关联相互作用通过BCS方法整合进Nilsson态。Nilsson-BCS方法定义了一组准粒子基矢和一个准粒子真空态 $|0\rangle$ 。对于偶偶核多准粒子组态有：

$$|0\rangle, \quad a_{\nu 1}^\dagger a_{\nu 2}^\dagger |0\rangle, \quad a_{\pi 1}^\dagger a_{\pi 2}^\dagger |0\rangle, \quad a_{\nu 1}^\dagger a_{\nu 2}^\dagger a_{\pi 1}^\dagger a_{\pi 2}^\dagger |0\rangle \quad (3-26)$$

其中， ν 和 π 分别表示中子和质子的 Nilsson 单粒子态的量子数。假设我们选择了这样一组多准粒子态，我们用 $|\Phi_\kappa\rangle$ 来标记上述准粒子态。我们要做的就是将这些基矢在壳模型组态空间下投影到好角动量 I 上。一旦准粒子基准备完毕，我们将在由 $\hat{P}_{MK}^I |\Phi(\kappa)\rangle$ 张成的壳模型空间中把哈密顿量对角化，这就引出了本征方程：

$$\sum_{\kappa'K'} \{H_{\kappa\kappa'K'}^I - EN_{\kappa\kappa'K'}^I\} F_{\kappa'K}^I = 0 \quad (3-27)$$

归一化条件为：

$$\sum_{\kappa\kappa'K'} F_{\kappa\kappa'}^I N_{\kappa\kappa'K'}^I F_{\kappa'K}^I = 1 \quad (3-28)$$

哈密顿量和标准矩阵元分别定义为：

$$H_{\kappa\kappa'K'}^I = \langle \Phi_\kappa | \hat{H} \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad N_{\kappa\kappa'K'}^I = \langle \Phi_\kappa | \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-29)$$

在轴对称并且忽略粒子数投影的情况下，可以简化方程的形式和数值计算。尤其是在轴对称的情况下，量子数 κ 隐含了总的内禀磁量子数 K 。因此对于这样的系统，我们可以在振幅 $F_{\kappa K}^I$ 中省略 K 。此外，既然对于一个给定的 κ 求和只有一个特定的 K 有贡献，那么对于 K 的求和也可以省略。于是我们可得：

$$\sum_{\kappa'} \{H_{\kappa\kappa'}^I - EN_{\kappa\kappa'}^I\} F_{\kappa'}^I = 0 \quad (3-30)$$

$$\sum_{\kappa\kappa'} F_{\kappa\kappa'}^I N_{\kappa\kappa'}^I F_{\kappa'}^I = 1 \quad (3-31)$$

$$H_{\kappa\kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \hat{H} \hat{P}_{\kappa\kappa'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad N_{\kappa\kappa'}^I = \langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{\kappa\kappa'}^I | \Phi_{\kappa'} \rangle \quad (3-32)$$

所以在轴对称的情况下，求解本征方程，归一化后的本质态可以表示为：

$$|\Psi_{IM}\rangle = \sum_{\kappa\kappa'} F_{\kappa\kappa'}^I \hat{P}_{\kappa\kappa'}^I | \Phi_{\kappa} \rangle \quad (3-33)$$

一个转动带 κ 的能量为：

$$E_{\kappa}(I) = \frac{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{H} \hat{P}_{\kappa\kappa}^I | \Phi_{\kappa} \rangle}{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{\kappa\kappa}^I | \Phi_{\kappa} \rangle} = \frac{H_{\kappa\kappa}}{N_{\kappa\kappa}} \quad (3-34)$$

我们通常称上式中的能量为转动能。

到目前为止，从 Nilsson BCS 方法到角动量投影算符，再到投影壳模型的数学模型，我们已经详细介绍了投影壳模型的基本理论框架。它是下一步实施具体计算的基础。在下一小节中我们将介绍哈密尔顿量的具体形式。

3.4 哈密尔顿量的选择

我们现在来描述在我们工作中使用的哈密尔顿量。如前所述，我们的相互作用由一些主要的力组成，例如四极四极相互作用，单极对力，四极对力。这些力代表了核子之间不同种类的特征关联性。我们现有模型总的哈密尔顿量具有如下形式：

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\chi}{2} \sum_{\mu} \hat{Q}_{\mu}^{\dagger} \hat{Q}_{\mu} - G_M \hat{P}^{\dagger} \hat{P} - G_Q \hat{P}_{\mu}^{\dagger} \hat{P}_{\mu} \quad (3-35)$$

其中第一项代表了谐振子单粒子哈密尔顿量：

$$\hat{H}_0 = \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} \varepsilon_{\alpha} c_{\alpha} \quad (\varepsilon_{\alpha} \equiv \hbar \omega \{N - \kappa [2\vec{j} \cdot \vec{s} + \mu(\vec{l}^2 - \langle \vec{l}^2 \rangle)]_{Nj}\}) \quad (3-36)$$

其中 c_{α}^{\dagger} 和 c_{α} 分别是单粒子产生和湮灭算符，它们由一组球谐振子量子数 $\alpha = \{N, j, m\}$ 来标记。我们注意到当 N 和 j 固定时， l 就是已知的。我们为活跃核子在重核区域选择了三个主要壳层， $N=5, 6, 7$ 对于中子， $N=4, 5, 6$ 对于质子。

式(3-35)中对于每一种核子的单体算符定义为：

$$\hat{Q}_{\mu} = \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^{\dagger} Q_{\mu\alpha\beta} c_{\beta} \quad \hat{P}^{\dagger} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\bar{\alpha}}^{\dagger} \quad \hat{P}_{\mu}^{\dagger} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^{\dagger} Q_{\mu\alpha\beta} c_{\bar{\beta}}^{\dagger} \quad (3-37)$$

其中 $\bar{\alpha}$ 代表 α 的时间反演，而 SU(3)四极产生算符矩阵元可表示为：

$$Q_{\mu\alpha\alpha} = \delta_{NN'} \langle N j \eta | Q | N' j' m' \rangle \quad (3-38)$$

当 $N = N'$ 时，其矩阵元是无量纲四极算符：

$$\sqrt{\frac{4\pi}{5}} \left(\frac{r}{b}\right)^2 Y_{2\mu} \quad (3-39)$$

当 $N \neq N'$ 时，矩阵元为零。其中， b 是谐振子长度， $b^2 = \frac{\hbar}{m\omega}$ 。

注意到矩阵元的对称性质：

$$Q_{\bar{\mu}\alpha\beta} \equiv Q_{\mu\bar{\alpha}\bar{\beta}} = Q_{\mu\beta\alpha} = (-)^{\mu} Q_{-\mu\alpha\beta} \quad (3-40)$$

这保证了如下关系成立： $\hat{Q}_{\bar{\mu}} \equiv \hat{T}\hat{Q}_{\mu}\hat{T}^{\dagger} = \hat{Q}_{\mu}^{\dagger} = (-)^{\mu} \hat{Q}_{-\mu}$ 。

由(3-35)式得到的 HFB 单粒子哈密顿量为：

$$\hat{H}_{HFB} = \hat{H}_0 - \chi \sum_{\mu} \langle \hat{Q}_{\mu} \rangle \hat{Q}_{\mu} - G_M (\hat{P} + \hat{P}^{\dagger}) P - \sum_{\mu} G (\hat{p}_{\mu}^{\dagger} \hat{p}_{\mu}) \quad (3-41)$$

在我们引入同位旋相关作用力之前，首先用常规谐振子参数来调整原子核尺寸：

$$\omega_{\tau} = \omega_0 a_{\tau}, \quad b_{\tau}^2 = \frac{b_0^2}{a_{\tau}}, \quad b_0^2 = \frac{\hbar}{m\omega_0}, \quad a_{\tau} \equiv \left\{1 \pm \frac{N-Z}{A}\right\}^{\frac{1}{3}} \quad (3-42)$$

其中当 τ 为 neutron 时取 + 号，当 τ = 质子时取 - 号。例如，如果我们取 $\hbar\omega$ 的值为 $\hbar\omega = 41.4678A^{-\frac{1}{3}} \text{MeV}$ ，那么我们发现， $b_0^2 = A^{\frac{1}{3}} \text{fm}^2$ ，这样就便于记忆，也很接近实际情况。

所有类型的对力假定只作用在同类核子之间。单极对力耦合常数可以写为如下形式：

$$G_M = \left(G_1 \mp G_2 \frac{N-Z}{A} \right) \frac{1}{A} \quad (3-43)$$

其中 - 代表 neutron，+ 代表 proton。 G_1 ， G_2 可以根据已知的奇偶质量差来调整确定。另一种形式的单极对力耦合常数可以写为： $G_M = G_{\tau}/A$ ，其中 τ 是 neutron 或 proton。为简单起见，对于四极对力我们假定其强度 G_Q 正比于单极对力 G_M ，总的比例系数为常数 γ ：

$$G_Q = \gamma G_M \quad (3-44)$$

根据我们的经验， γ 在稀土区的轻核部分大约取 0.18 到 0.20，在重核部分大约取 0.16 到 0.18。对于四极四极相互作用，式(3-41)的第二项可以确认为 Nilsson 势 $\frac{2}{3} \epsilon \hbar \omega \hat{Q}_0$ 。

现在让我们总结一下投影壳模型的理论框架。我们首先对于每一个核子的 Nilsson 哈密顿量进行对角化：

$$\hat{H}_0 - \frac{2}{3} \varepsilon \hbar \omega \hat{Q}_0 \quad (3-45)$$

对于每一个已知的形变参数 ε ，我们进行通常的 BCS 步骤将单极对力考虑在内。接着，我们引入角动量投影算符，角动量投影将被破坏的旋转对称性恢复，并且给出形变原子核基带的最基本特性。

第四章 超重核 Rf 同位素旋转性质的研究

稳定岛的出现是现代核物理的重大猜想之一。在核素图上它是一个远离稳定大陆的核区域，位于锕系元素之上。与此紧密相关的一个问题就是，下一个核子的封闭壳层的精确位置到底在哪里。我们已知的最大双幻数核是 ^{208}Pb ，它的质子数 $Z=82$ ，中子数 $N=126$ 。为了从实验上抵达这个稳定岛，人们在超重核元素的合成上下了很大的努力[32,33]。很重要的一点是我们必须意识到，超重核元素的出现是由于原子核壳层效应的因素导致的。因为根据宏观的液滴模型预测，不会出现如此重的元素，因为质子之间存在着巨大的电磁排斥力。新幻数的位置应该十分敏感地取决于单粒子结构。因此，在进行元素合成实验的同时，原子核能谱的研究也在同步进行着。一些实验对超铁元素的能谱进行了研究[34-37]，这已经到达了稳定岛的边缘。有建议称，通过研究超铁原子核，尤其是它们的激发态结构，我们可以在相关的单粒子态上得到有价值的信息[38-40]。

例如， ^{254}No 中的某些 2-qp 和 4-qp 结构已经被测量出来并且进行了讨论。这些态矢中的一些核都是具有长寿命的同核异能态，它们被认为是通往稳定岛的重要基石。下一个被观测到的超重核旋转带是偶偶核 ^{256}Rf 。可能的高 K 同核异能态也已经在 ^{256}Rf 中被观察到，但是对此学术界有着争议性的解释[41,42]。然而，这些针对 ^{256}Rf 的能谱实验是十分宝贵的，有助于我们进一步探究超重核原子结构。

在现有的理论研究中，电磁跃迁性质很少被讨论。在本文中，我们将投影壳模型计算应用到 ^{256}Rf 及其同位素 ^{258}Rf 和 ^{260}Rf 之中。在我们的形变基中考虑了四极形变和十六极形变，而更高极数的形变没有包括在内。但是，我们得到的本征态对角动量守恒，因此可以进一步计算 $B(E2)$ ， g 因子，并且从这些可测量物理量中提炼出相关的单粒子信息。

4.1 转动能带图及分析

超重核 ^{256}Rf 的转动带和多准粒子同核异能态最近已经被实验观察到。在本次计算中，所采用的形变基的四极形变和十六极形变参数见表4-1。投影基旋转带能量将可以表达为下式：

$$E_{\kappa}(I) = \frac{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{H} \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa} \rangle}{\langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{KK'}^I | \Phi_{\kappa} \rangle} \quad (4-1)$$

对于本章研究的超重核Rf同位素，我们为在重核区域活跃核子选择了三个主要壳层参与计算，三个壳层在费米面附近对于中子我们取 $N = 5, 6, 7$ 三个壳层；对于质子我们取 $N = 4, 5, 6$ 三个壳层。本计算采用的单极对力强度表达式为：

$$G_M = \left(G_1 \mp G_2 \frac{N-Z}{A} \right) \frac{1}{A} \quad (4-2)$$

其中 $G_1=21.24$ ， $G_2=13.86$ ，这里“-”号代表中子，“+”号代表质子。四极对力强度 G_Q 正比于单极对力 G_M ，总的比例系数为常数 γ ，我们取比例常数 $\gamma=0.12$ 。这样，在投影基(3-33)下，完成我们量子力学的常规动作对角化，就能得到结果。计算所得Rf同位素转动带如图4-1所示。我们的波函数是式(3-33)多种叠加态组成的，其中包含(3-26)中的各种准粒子态。

表 4-1 Rf 同位素计算中采用的形变参数 ε_2 , ε_4

Rf	256	258	260
ε_2	0.225	0.217	0.208
ε_4	0.027	0.033	0.040

^{256}Rf , ^{258}Rf , ^{260}Rf 的旋转性质可以从图4-1所示的转动带中进行讨论。在图中我们可以看到，每一个转动带 κ 的能量为纵坐标，核自旋 I 为横坐标。转动能量的值由(4-1)所示的投影矩阵的对角元定义。

在我们的模拟计算中，式(4-1)定义了一个转动带的能量。在式(3-40)中它表示为自旋 I 的函数。有了转动能带图，我们就可以轻松的分析原子核的转动性质，在转动图上，原子核的转动能和其自旋一一对应。而对于一个多准粒子态的 K 值，则是由各个组成成分的准粒子的Nilsson量子数 K 求和而得到。我们的波函数具有轴对称性，可以用来和其他的相比较。不同的自旋有不同的转动能谱，由能量最低的态组成的能带称为晕带。从转到能带图中我们观察到了能带交叉的现象，这是我们重点研究的对象。

在投影壳模型中，能带图反应了原子核转动的特性，通常将公式(3-33)中给出的每个 κ 所标记的纯的角动量投影组态的能量作为自旋 I 的函数描画在一张图中，此图被称为原子核的转动能带图。在能带图中，带交叉的发生必然是因为原子核的结构发生了巨大的变化。晕带是物理意义十分突出的物理图像，在原子核结构的研究中具有特殊的意义，通过研究能带图中晕带的特性，结果就清楚地摆在了我们面前。图4-1中菱形标记的曲线表示给定自旋下能量最低的态，即为晕带，它们都是通过哈密顿量对角化后得到的。这些点都是经过投影壳模型理论

计算得出的结果，并且和实验数据进行比较，实验数据也被画在了能带图上。

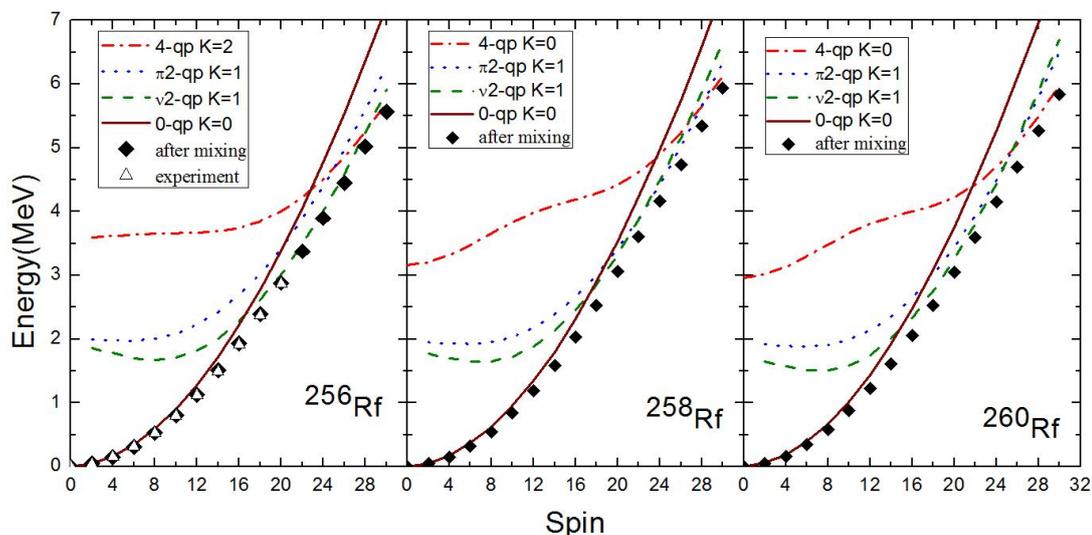


图 4-2 Rf 同位素转动能带图

从图 4-1 中我们可以明显地看到能带交叉的存在。利用一些特殊的方法，我们可以分析带交叉前后原子核的结构变化。在我们的计算中采用了中的 Nilsson 参数，之前在一些较轻同位素上的研究也采用了相同的参数。从图 4-1 中可以发现，二准粒子带的曲线的起始能量为大约 2MeV，之后随着自旋的上升其能量也逐渐增大。在较低的自旋区域中，基带是晕态的主要组成部分，二准粒子带的能量高于基带能量。但是，随着自旋的上升，二准粒子带在自旋 $I=16$ 附近穿越了基带，并且成为能量最低的能带，并且在所有的三个同位素中都是如此。再进一步的观察我们会发现三个同位素中的一些微妙的不同之处。在带交叉之后，在 ^{256}Rf 中的最低能带是 $j_{15/2}$ 中子二准粒子带（虚线所示），而在 ^{258}Rf 和 ^{260}Rf 中，中子和质子的二准粒子能带没有大的差距。在 ^{258}Rf 中， $i_{13/2}$ 质子二准粒子带在 $I=22$ 之后有了轻微的下降。在 ^{260}Rf 中，中子质子二准粒子带在高自旋区域几乎要重合在了一起。

上述所有的这些观察发现提示我们，在带交叉之前 0-qp 组态占据了主导地位，而在带交叉之后，二准粒子带转而占据了晕带中的主要地位。此外，Rf 同位素在高 j 中子和质子之间存在着旋转顺排的竞争。在 ^{256}Rf 带交叉之后，中子二准粒子顺排占了主导地位，而在 ^{258}Rf 和 ^{260}Rf 中，中子和质子的竞争导致了二者的混合态。

4.2 转动惯量

转动惯量是描述原子核转动行为的物理量。它可以被定义为：

$$J = \frac{2I-1}{E(I)-E(I-2)} \quad (4-3)$$

通过对转动惯量的研究，我们可以探究形变核的转动行为以及高自旋区域原子核偏离理想转子的程度。我们可以了解原子核沿晕带的转动性质。我们还可以通过与实验结果的比对来预言高自旋态的结构和性质。图 4-2 所示的是 Rf 同位素转动惯量的计算结果。从图中我们可以看出，这三个原子核的转动惯量在低自旋区域有很大的相似性，它们都随着自旋缓慢的上升。但是当自旋超过 16 时，转动惯量曲线陡然上升，这转动惯量图中导致了一个向上弯曲的图形。曲线向上弯曲发生的区域的自旋和图 4-1 中发生带交叉的区域的自旋相一致。这是旋转顺排所产生的现象。

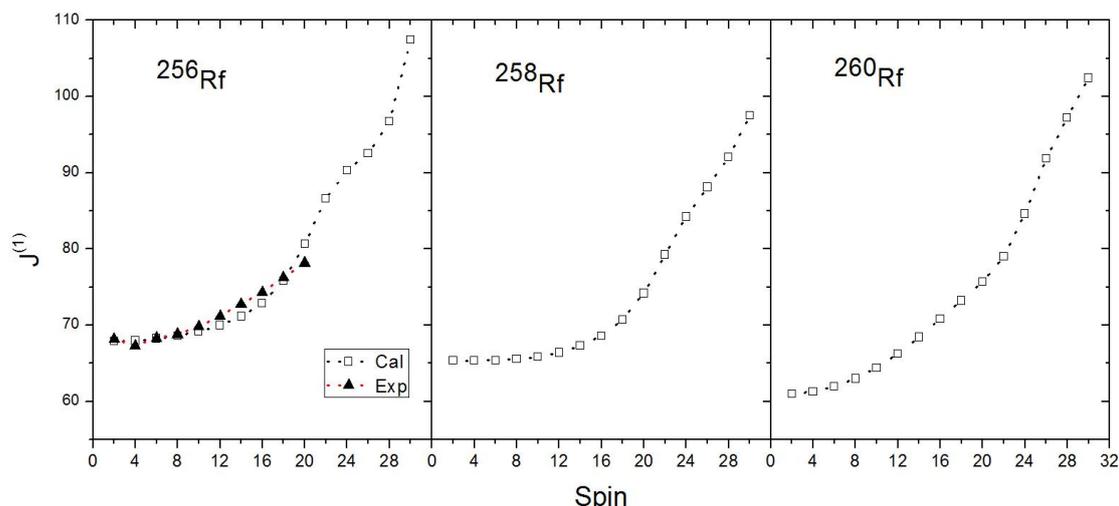


图 4-2 Rf 同位素晕带转动惯量图

如图 4-2 所示，现在只有 ^{256}Rf 有实验数据可以用来进行对比。高自旋区域转动惯量的快速上升要归因于二准粒子带的作用。从物理上分析，高 j 轨道的顺排核子对会使二准粒子带的能量下降。这就导致了二准粒子带和基带的带交叉。这一晕带中的结构变化引起了转动惯量在高自旋区域的快速上升。我们发现二准粒子带是导致转动惯量发生变化的主要组态。转动惯量的反常因当归因于转动顺排，我们知道在高 j 轨道上的一对核子能够受到原子核的转动的影响非常大，强大的科里奥利力可以把它们拆开来，它们的角动量沿着原子核集体转动轴的方向重新排列。这就是所谓的角动量顺排过程，我们可以看到发生在较小的转动频率范围

内。但是，我们对此现象的理论解释需要更多的实验数据来获得支持。图 4-2 中看到准粒子的顺排导致了原子核结构的变化，进而导致转动惯量也发生了巨大的变化。以前，投影壳模型计算曾经使用了相同的方法解释了一些壳层的原子核在实验上观测到的转动惯量反常现象。

4.3 电四极跃迁

有了式(3-33)中的波函数，我们可以用它来计算电磁跃迁概率，电四极跃迁概率可以用下式表示：

$$B(E2, I \rightarrow I-2) = \frac{1}{2I+1} \left| \langle \Psi^{I-2} | \hat{Q}_2 | \Psi^I \rangle \right|^2 \quad (4-4)$$

电四极跃迁概率表示了从初态 I 到末态 $I-2$ 的跃迁概率。能量的变化和波函数结构的改变都可以反应在晕带结构的变化上。而通过研究 $B(E2)$ 可以检验波函数结构的变化。在图 4-3 中，我们观察到计算的 $B(E2)$ 的值在自旋 $I=20$ 以下不断变大，但是在自旋 $I=22$ 附近，图形曲线有一个突然的下落。此处正对应于转动带带交叉的地方，一个是完全配对的组态，而另一个是有粒子顺排的组态。核子的顺排可以导致带交叉前后晕带结构的改变，因此也引起了 $B(E2)$ 在交叉自旋出发生下降。此外，仅仅从 $B(E2)$ 分析，我们不能得知究竟是中子还是质子的顺排导致了其数值的下降，因而需要研究更多的可观测物理量，也需要更多的实验数据来进行验证。目前，对于我们研究的原子核， $B(E2)$ 的实验资料还非常少。

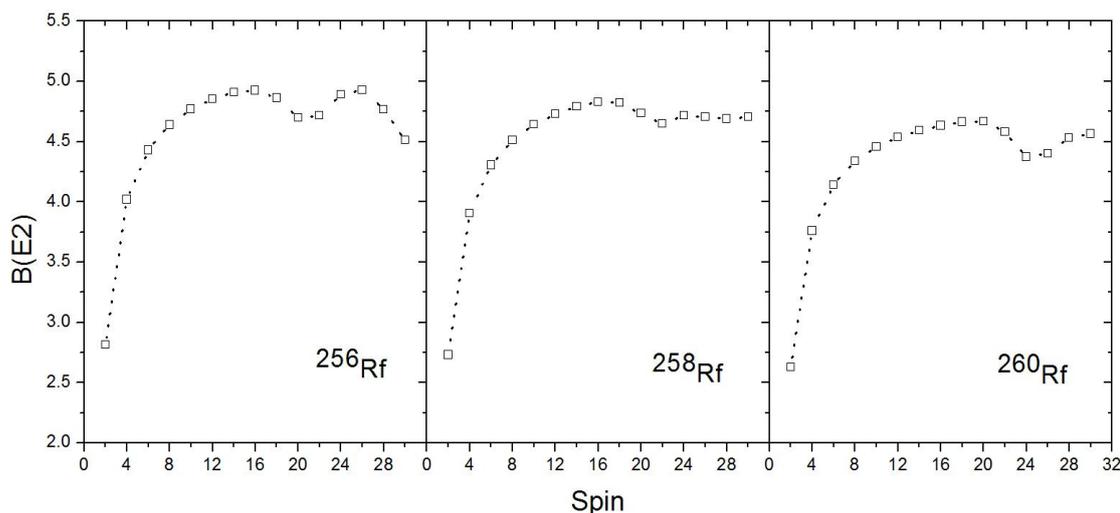


图 4-3 计算所得 Rf 同位素晕带 $B(E2)$ 数值图

4.4 g 因子研究

朗德因子即 g 因子，是核物理中一个非常重要的物理量。它对波函数的组成以及单粒子态十分敏感，因此可以用来对核结构进行有效的研究。在投影壳模型计算中，g 因子可以有如下的表达式：

$$g(I) = \frac{\mu(I)}{\mu_N I} = \frac{1}{\mu_N I} [\mu_\pi(I) + \mu_\nu(I)] \quad (4-5)$$

其中 $\mu_\tau(I)$ 为内禀态 $|\Psi^I\rangle$ 的磁矩， $\tau = \nu, \pi$ 分别表示中子和质子， $\mu_\tau(I)$ 的表达式为：

$$\begin{aligned} \mu_\tau(I) &= \langle \Psi^I | \hat{\mu}_z^\tau | \Psi^I \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{I(I+1)}} \langle \Psi^I | \hat{\mu}^\tau | \Psi^I \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{I(I+1)}} [g_l^\tau \langle \Psi^I | \hat{j}^\tau | \Psi^I \rangle + (g_s^\tau - g_l^\tau) \langle \Psi^I | \hat{s}^\tau | \Psi^I \rangle] \end{aligned} \quad (4-6)$$

实际计算中 g_l 和 g_s 分别取标准值：

$$\begin{aligned} g_l^\pi &= 1, & g_s^\pi &= 5.586 \times 0.75 \\ g_l^\nu &= 0, & g_s^\nu &= -3.826 \times 0.75 \end{aligned} \quad (4-7)$$

质子对 g 因子的贡献是提供一个大的、正的 g_s^π ，它使得 g 因子增加，而中子却提供小的负的 g_s^ν ，使得 g 因子减小。

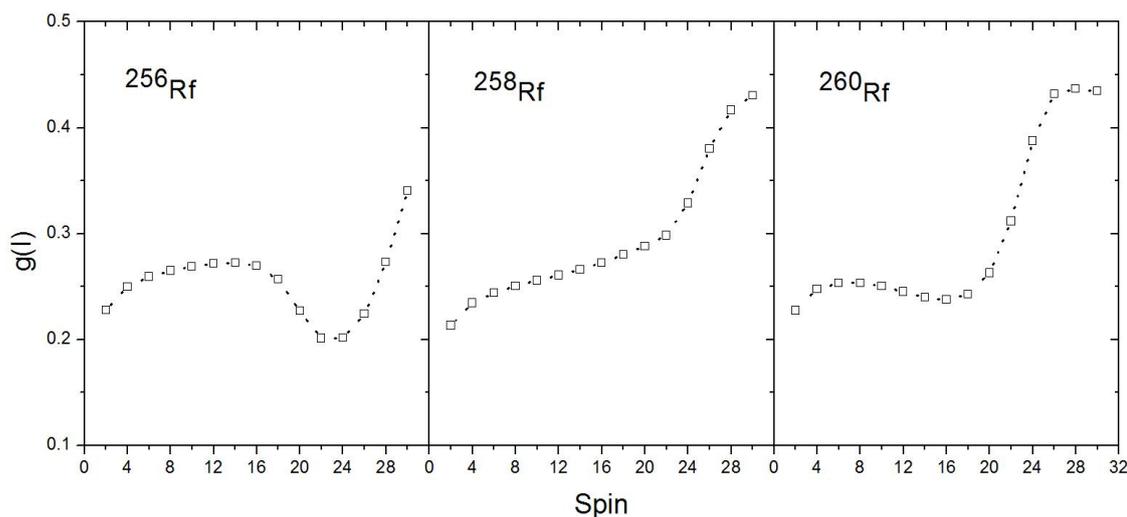


图 4-4 计算所得 Rf 同位素 g 因子图

通过研究 g 因子, 我们可以获得特定中子和质子轨道的信息。如图 4-4 所示, 在 g 因子的计算中我们观察到了三个同位素的共同特征, 在低自旋态时 g 因子缓慢上升, 而在高自旋区域中, g 因此快速上升。但是, 在自旋为中等大小时, $I=16-20$, g 因子在不同同位素中展现了不同性质。因为质子对 g 因子的贡献为正, 而中子对 g 因子的贡献为负, 我们可以从中解读出原子核的微观信息。对于 ^{256}Rf 其 g 因子在曲线中的下降对应于中子 $j_{15/2}$ 轨道。对于 ^{258}Rf 和 ^{260}Rf 来说, 中子的负贡献正好被质子的正效应所抵消, 因此在中等自旋区域 g 因子曲线要么快速上升要么几乎维持常数。我们需要更多的实验数据来验证我们我们预测, 并对更多的超重核做出研究计算。

第五章 总结展望

在本文的研究中使用投影壳模型，我们系统地研究了 Rf 同位素的旋转性质，其中 ^{256}Rf 的晕带数据不久前被实验所测得。我们计算所得的转动惯量和实验数据符合程度很高，我们也对相邻的同位素给出了相似的计算结果。转动惯量中表现出的快速上升，是由于在带交叉之后核子顺排造成的。需要指出的是，因为单粒子分布在不同原子核中的不同，自旋顺排现象也不尽相同。g 因子的可以敏感度很高地区分出波函数的内在区别。因此对于超重核 g 因子的测定变得十分有必要。

超重核 ^{256}Rf 是我们研究的对象，他的转到性质数据最近被实验所测得。利用我们的投影壳模型对其研究是恰到好处的。超重核的研究对于物理学的意义非常大。包括天体物理在内也存在它的身影。我们的投影壳模型理论计算结果与实验数据符合得非常好。事实证明，投影壳模型对于超重原子核的结构研究都是适合的。投影壳模型是建立在形变基上的一个模型，在第二章中我们已经分析了各种原子核模型的特点，以及他们的优点和缺点。我们说明了为什么要引入形变基。形变基的引入导致了旋转对称性的破坏，角动量不再守恒，但是我们通过角动量算符投影，使得被破坏的角动量得以恢复。解决问题必须抓住问题的本质和主要因素，虽然我们采用的相互总用十分的简单，但是它代表了问题的主要部分，能够描述我们面对的问题，从我们的计算结果来说，虽然也存在着可以改进的地方，但可以说我们所做的工作是相当成功的。由于 BCS 方法将对力哈密尔顿量，导致了体系的粒子数不守恒，但是对于偶偶核来说，有研究表明粒子数投影与否对最终结果的影响不大，所以我们并没有对其进行粒子数投影，而将其忽略，这对我们的最终结果的取得不产生问题。

我们在重核高自旋区域观察到的大部分现象都和准粒子的拆对顺排有关，所以我们以晕带转动能带为基础，对其组态结构进行了详细的计算和分析。从转动惯量， $B(E2)$ ，g 因子中得出的结论都趋向一致，那就是二准粒子在高自旋状态下发生了顺排，引起了核结构的一系列变化。虽然最终的结论还有待于新的实验数据来验证，但是我们相信，本文的研究成果是可靠而可供今后后续研究之用。本文只研究了轴对称的情况，但壳模型的应用不止局限于此，运用于三轴情形的投影壳模型也被开发出来，可以说投影壳模型还在不断地发展之中。实验上关于三轴形变核的数据也在不断地积累着，可以说投影壳模型的理论还在不断地发展和丰富之中，希望今后能有更多更大的创新，将投影壳模型推到新的高度。

总之，以 Nilsson+BCS 形变准粒子基为基础的投影壳模型理论是研究核结构的有效模型之一，自上世纪 80 年代发明以来经过数十年的发展验证，已经能对越来越多的原子核进行计算研究。而且，随着物理实验技术的不断提高，越来越多核的实验数据被测量出来，这为核物理的研究打开了一扇大门，通往更多未知的领域。投影壳模型理论也应紧跟时代，不断向前发展，为原子核物理做出更大的贡献。

参 考 文 献

- [1] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many Body Problem* (Springer- Verlag, New York, 1980)
- [2] W. Greiner, J. A. Maruhn, *Nuclear Models* (世界图书出版公司, 2004)
- [3] D. J. Rowe, *Nuclear Collective Motion* (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010)
- [4] G. Audi, A. H. Wapstra, The 1993 atomic mass evaluation: (I) Atomic masstable, *Nucl. Phys. A* 565 (1993) 1-65
- [5] G. Audi, A. H. Wapstra, The 1995 update to the atomic mass evaluation, *Nucl. Phys. A* 595 (1993) 409-480
- [6] G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault, The AME2003 atomic mass evaluation. (II). Tables, graphs and references, *Nucl. Phys. A* 729 (2003) 337-676
- [7] S. G. Nilsson, J. R. Nix, A. Sobiczewski, Z. Szymański, S. Wycech, C. Gustafson, P. Möller, On the spontaneous fission of nuclei with Z near 114 and N near 184, *Nucl. Phys. A* 115 (1968) 545-562
- [8] R. Smolańczuk, Properties of the hypothetical spherical superheavy nuclei, *Phys. Rev. C* 56 (1997) 812-824
- [9] Yu. Ts. Oganessian, F. Sh. Abdullin, P. D. Bailey, D. E. Benker, M. E. Bennett, S. N. Dmitriev, J. G. Ezold, J. H. Hamilton, R. A. Henderson, M. G. Itkis, Yu. V. Lobanov, A. N. Mezentsev, K. J. Moody, S. L. Nelson, A. N. Polyakov, C. E. Porter, A. V. Ramayya, F. D. Riley, J. B. Roberto, M. A. Ryabinin, K. P. Rykaczewski, R. N. Sagaidak, D. A. Shaughnessy, I. V. Shirokovsky, M. A. Stoyer, V. G. Subbotin, R. Sudowe, A. M. Sukhov, Yu. S. Tsyganov, V. K. Utyonkov, A. A. Voinov, G. K. Vostokin, and P. A. Wilk, Synthesis of a New Element with Atomic Number $Z=117$, *Phys. Rev. Lett.* 104 (2010) 142502
- [10] F. R. Xu, E. G. Zhao, R. Wyss, P. M. Walker, Enhanced stability of superheavy nuclei due to high-spin isomerism, *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004) 252501
- [11] S. Cwiok, P. H. Heenen, W. Nazarewicz, Shape coexistence and triaxiality in the superheavy nuclei, *Nature* 433 (2005) 705-709
- [12] J. J. Cowan, F. K. Thielemann, J. W. Truran, The r-process and nucleochronology, *Phys. Rep.* 208, 267 (1991)
- [13] Y. Z. Qian, The origin of the heavy elements: Recent progress in the understanding of the r-process, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 50, 153-199 (2003)

- [14] P. T. Hosmer, H. Schatz, A. Aprahamian et al, Half-life of the doubly magic r-process nucleus ^{78}Ni , Phys. Rev. Lett. 94, 112501 (2005)
- [15] M. Arnould, S. Goriely, K. Takahashi, The r-process of stellar nucleosynthesis: Astrophysics and nuclear physics achievements and mysteries, Phys. Rep. 450, 97 (2007)
- [16] Y. Sun, X. R. Zhou, G. L. Long, E. G. Zhao, P. M. Walker, Nuclear structure of ^{178}Hf related to the spin-16, 31-year isomer, Phys. Lett. B 589 (2004) 83
- [17] A. Aprahamian and Y. Sun, Long live isomer research, Nat. Phys. 1 (2005) 81
- [18] E. V. Tkalya, Induced decay of $^{178}\text{Hf}m2$: Theoretical analysis of experimental results, Phys. Rev. C 71 (2005) 024606
- [19] J. J. Carroll, S. A. Karamian, R. Propri, D. Gohlke, N. Caldwell, P. Ugorowski, T. Drummond, J. Lazich, H. Roberts, M. Helba, Z. Zhong, M. T. Tang, J. J. Lee, K. Liang, Search for low-energy induced depletion of $^{178}\text{Hf}m2$ at the SPring-8 synchrotron, Phys. Lett. B 679 (2009) 203-208
- [20] R.-D. Herzberg, P.T. Greenlees, In-beam and decay spectroscopy of transfermium nuclei, Progress in Particle and Nuclear Physics 61 (2008) 674–720
- [21] Greenlees PT, Rubert J, Piot J et al (2012) Shell-structure and pairing interaction in superheavy nuclei: rotational properties of the $Z = 104$ nucleus ^{256}Rf . Phys Rev Lett 109:012501
- [22] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin: Reading MA, 1953)
- [23] M. G. Mayer, On Closed Shells in Nuclei, Phys. Rev. 74 (1948) 235-239
- [24] M. G. Mayer, On Closed Shells in Nuclei. II, Phys. Rev. 75 (1949) 1969-1970
- [25] M. G. Mayer, Nuclear Configurations in the Spin-Orbit Coupling Model. I. Empirical Evidence, Phys. Rev. 78 (1950) 16-21
- [26] M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure (Wiley, New York, 1955)
- [27] 宁平治, 李磊, 闵德芬, 原子核物理基础-核子与核(高等教育出版社, 北京, 2003)
- [28] K. Hara and Y. Sun, Projected Shell Model and High Spin Spectroscopy, Int. J. Mod. Phys. E, 4 (1995) 637
- [29] S. G. Nilsson, Binding States of Individual Nucleons in Strongly Deformed Nuclei, Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 29 (no.16) (1955)
- [30] T. Bengtsson, I. Ragnarsson. Rotational bands and particle-hole excitations at very high spin. Nucl. Phys. A, 1985, 436: 14-82
- [31] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, Phys. Rev. 108 (1957) 1175-1204

- [32] Hofmann S, Muenzenberg G (2000) The discovery of the heaviest elements. *Rev Mod Phys* 72:733–767
- [33] Oganessian Y (2007) Synthesis and decay properties of heaviest nuclei with ^{48}Ca -induced reactions. *Nucl Phys A* 787:343–352
- [34] Stoyer MA (2006) Nuclear physics: island ahoy! *Nature* 442:876–877
- [35] Herzberg RD, Amzal N, Becker F et al (2001) Spectroscopy of transfermium nuclei: ^{252}No . *Phys Rev C* 65:014303
- [36] Greenlees PT (2007) Nuclear structure studies of transfermium nuclei. *Nucl Phys A* 787:507–515
- [37] Herzberg RD, Greenlees PT (2008) In-beam and decay spectroscopy of transfermium nuclei. *Prog Part Nucl Phys* 61:674–720
- [38] Al-Khudair F, Long GL, Sun Y (2009) Competition in rotational alignment between high- j neutrons and protons in transfermium nuclei. *Phys Rev C* 79:034320
- [39] Sun Y (2010) Extracting single-particle information for the superheavy mass region by studying excited structure in transfermium nuclei. *Nucl Phys A* 834:41
- [40] He XT, Ren ZZ, Liu SX et al (2009) Influence of high- j intruder orbitals in odd mass transfermium nuclei ^{253}No and ^{251}Md . *Nucl Phys A* 817:45–60
- [41] Jeppesen HB, Dragojevic I, Clark RM et al (2009) Multi-quasiparticle states in ^{256}Rf . *Phys Rev C* 79:031303 (R)
- [42] Robinson AP, Khoo TL, Seweryniak D et al (2011) Search for a 2-quasiparticle high- K isomer in ^{256}Rf . *Phys Rev C* 83:064311

致 谢

本文的顺利完成需要感谢的人有很多。

攻读硕士学位期间已发表或录用的论文

- [1] 第一作者 Description of rotational properties of the superheavy nucleus $^{256,258,260}\text{Rf}$ by projected shell model Chin. Sci. Bull. (2014) 59(29–30):3853–3857