

申请上海交通大学博士学位论文

双重味重子弱衰变的唯象学研究

论文作者: 赵 振 兴  
学 号: 015072910026  
导 师: 王 伟 特别研究员  
专 业: 粒子物理与核物理  
答辩日期: 2019 年 7 月



Submitted in total fulfillment of the requirements for the degree of Doctor  
in Particle and Nuclear Physics

# Phenomenological Study on Weak Decays of Doubly Heavy Baryons

ZHEN-XING ZHAO

Advisor

Prof. WEI WANG

SCHOOL OF PHYSICS AND ASTRONOMY

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

SHANGHAI, P.R.CHINA

Jul., 2019



# 上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：\_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日



# 上海交通大学 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

保 密 ，在 \_\_\_\_\_ 年解密后适用本授权书。

不保密 。

(请在以上方框内打√)

学位论文作者签名： \_\_\_\_\_

指导教师签名： \_\_\_\_\_

日 期： \_\_\_\_\_年 \_\_\_\_月 \_\_\_\_日

日 期： \_\_\_\_\_年 \_\_\_\_月 \_\_\_\_日





## 双重味重子弱衰变的唯象学研究

### 摘要

在过去几十年中，重味强子弱衰变在抽取标准模型的 CKM 参数、理解 CP 破坏机制、理解强相互作用动力学以及因子化定理中扮演了很重要的角色。然而这仅仅是利用了单重味介子或重子的弱衰变，我们期望双重味重子的弱衰变也可以提供同样重要的信息。

2017 年，LHCb 合作组宣布在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态发现了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$ 。接下来，实验家将研究  $\Xi_{cc}^{++}$  的其它衰变模式和其它双重味重子。这样双重味重子弱衰变的理论研究变得十分重要而迫切。尽管过去的一些文献已经作了一些尝试，而本文的目的是提供综合性的研究。为了实现这个目的，我们首先在光前夸克模型框架下研究了双重味重子弱衰变自旋 1/2 到 1/2 过程，1/2 到 3/2 过程，以及味道改变中性流过程；为了使双重味重子弱衰变的预言更加可靠，随后我们又借助从 QCD 出发的求和规则计算了双重味重子的“衰变常数”并在此基础上计算了自旋 1/2  $\rightarrow$  1/2 过程的形状因子。

在光前夸克模型框架下，本文采用夸克-diquark 图像计算了由  $c \rightarrow d/s$  和  $b \rightarrow u/c$  诱导的自旋为 1/2 的双重味重子到自旋 1/2 和 3/2 重子的跃迁形状因子，计算中既包含了标量 diquark 也包含了轴矢量 diquark 的贡献。采用计算得到的形状因子，我们研究了双重味重子半轻和非轻衰变过程，预言了分宽度、极化等物理量，并讨论了半轻衰变过程中的 SU(3) 味道对称性及其破缺程度。根据计算结果，我们挑选出可以用来探测双重味重子的黄金衰变道，尤其是我们预言：

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+) &= 6.18 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^+) &= 4.33 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^* \pi^+) &= 8.70 \times 10^{-3}. \end{aligned}$$

其中  $\Xi_c'^*$  可以衰变为  $\Xi_c^0 \pi^+$ ，而  $\Xi_c^0$  又可以进一步衰变为带电末态。LHCb 合作组在 2018 年已经通过上述第一个过程确认了  $\Xi_{cc}^{++}$  的存在，因此可以预期后两个衰变道也会对双重味重子的研究起到重要作用。

味道改变中性流过程是精确检验标准模型和寻找新物理的理想场所，而双重味重子的发现又提供了一个新的研究平台。在夸克层次上，重子的稀有衰变也是由  $b \rightarrow d/s l^+ l^-$  诱导，预期会像介子情形的味道改变中性流过程一样重要，不论从理论上还是从实验上，都值得仔细关注。通过计算，我们发现  $b \rightarrow s l^+ l^-$  过程的大部分衰变分支比在  $10^{-8} \sim 10^{-7}$  量级；而  $b \rightarrow d l^+ l^-$  过程的分支比大约在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  量级。它们都比相应的介子的味道改变中性流过程小了一个数量级，这是因为双重味重子的寿命比  $B$  介子寿命小一个量级。

为了更加可靠地研究衰变矩阵元中的理论误差，我们进一步在 QCD 求和规则框架下

计算了双重味重子  $\Xi_{cc}, \Omega_{cc}, \Xi_{bb}, \Omega_{bb}, \Xi_{bc}$  和  $\Omega_{bc}$  的“衰变常数”。计算中既考虑了正宇称重子的贡献也包含了负宇称重子的贡献，我们指出来自  $1/2^-$  重子的“污染”并不严重。这些结果是研究双重味重子弱衰变矩阵元和其它性质的基本前提。在双重味重子衰变到单重味重子形状因子的研究中，我们计算了 QCD 求和规则框架下微扰项和夸克凝聚、夸克胶子混合凝聚的贡献，并估算了来自胶子-胶子凝聚的部分贡献，指出这些贡献可以忽略不计。

未来的实验测量可以检验这些理论预言，以及检验光前夸克模型和 QCD 求和规则应用于双重味重子的合理性。

**关键词：**形状因子，双重味重子，弱衰变，光前夸克模型，QCD 求和规则

# PHENOMENOLOGICAL STUDY ON WEAK DECAYS OF DOUBLY HEAVY BARYONS

## ABSTRACT

In the past decades, heavy quark decays have played a very important role in extracting the CKM parameters in the standard model (SM), understanding the mechanism for CP violation, deepening our understanding of dynamics in strong interactions and factorization theorem, and constraining the new physics scenarios beyond SM. This, however, has only made limited use of weak decays of heavy mesons/baryons with a single heavy quark. It is anticipated that weak decays of other heavy hadrons like doubly-heavy baryons will provide equally important information.

In 2017, LHCb collaboration has announced the observation of the doubly charmed baryon  $\Xi_{cc}^{++}$  in the  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  decay mode. After this observation, the experimental investigations are being conducted in a number of other decay channels and other doubly heavy baryons. Thus from this viewpoint theoretical studies on weak decays of doubly heavy baryons, not only  $\Xi_{cc}^{++}$ , will be of great importance and are highly demanded. Some attempts have been made in some literature, but the aim of this thesis is to provide a comprehensive study. In doing it, we first investigate the  $1/2 \rightarrow 1/2$  decays (here the  $1/2$  refer to the spin of the initial and final baryons),  $1/2 \rightarrow 3/2$  case and flavor-changing-neutral-current induced process. In order to investigate the model dependences, we choose two theoretical approaches: the light-front quark model and QCD sum rules.

In the light-front approach, we adopt a quark-diquark picture to calculate the transition form factors. We first consider the  $1/2 \rightarrow 1/2$  transitions, and then the  $1/2 \rightarrow 3/2$  case, which at the quark level are induced by the weak decays of  $c \rightarrow d/sl^+\nu$  or  $b \rightarrow u/cl^-\bar{\nu}$ . We derive the analytic results for the form factors and consider both scalar and axial-vector diquarks. The obtained form factors are then applied to predict the partial widths for the semi-leptonic and non-leptonic decays of doubly heavy baryons. We find that a number of branching ratios are sizable and can be examined in future at experimental facilities like LHC, Belle II and CEPC. These results are also useful for a cross-check of  $\Xi_{cc}^{++}$  and the search for other doubly-heavy baryons. In particular, we obtain the branching fractions:

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+) &= 6.18 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^+) &= 4.33 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{*+} \pi^+) &= 8.70 \times 10^{-3}.\end{aligned}$$

In 2018 the LHCb collaboration has confirmed the existence of  $\Xi_{cc}^{++}$  through the first channel in the above. Thus it is expected that the latter two channels could also be observed and more information on  $\Xi_{cc}^{++}$  decays can be probed. In addition, the flavor SU(3) symmetry and symmetry breaking effects in semi-leptonic decays of doubly-heavy baryons are explored.

Flavor-changing-neutral-current induced processes are considered as an ideal platform to search for new physics. Baryonic rare decay modes, which are induced by  $b \rightarrow d/s l^+ l^-$  at the quark level, are also important as its mesonic counterparts. Using the form factors we obtained, we analyze the corresponding FCNC induced decay channels, and we find that most of the branching ratios for the  $b \rightarrow s$  processes are  $10^{-8} \sim 10^{-7}$ , while those for the  $b \rightarrow d$  processes are  $10^{-9} \sim 10^{-8}$ . These results are roughly one order of magnitude smaller than those in mesonic sector. This is because the lifetime of the doubly heavy baryon is roughly one order of magnitude smaller than that of  $B$  meson.

In the framework of QCD sum rules, we first calculate the “decay constants” of doubly heavy baryons  $\Xi_{cc}$ ,  $\Omega_{cc}$ ,  $\Xi_{bb}$ ,  $\Omega_{bb}$ ,  $\Xi_{bc}$  and  $\Omega_{bc}$ . In the analysis we include both the positive and negative parity baryons, and find a less severe  $1/2^-$  contamination. Results for decay constants are ingredients for the study of weak decays and other properties of doubly heavy baryons. Then we present a QCD sum rules analysis of the form factors of doubly heavy baryons to singly heavy baryons. We include the perturbative contribution and condensation contributions up to dimension 5. We also evaluate part of contributions from the gluon-gluon condensate, and find that these contributions are negligible. These form factors are then used to study the semi-leptonic and non-leptonic decays.

Future experimental measurements can examine these predictions and test the validity of applying the light-front approach and QCD sum rules to doubly heavy baryons. It is anticipated that better understanding on doubly-heavy baryons can be achieved in future.

**KEY WORDS:** form factors, doubly heavy baryons, weak decays, light-front quark model, QCD sum rules

## 目 录

插图索引	VIII
表格索引	XI
第一章 绪论	1
第二章 理论模型简介	5
2.1 光前夸克模型简介	5
2.2 QCD 求和规则简介	7
2.2.1 真空凝聚的确定	7
2.2.2 固定点规范	8
2.2.3 QCD 求和规则应用举例	9
第三章 光前夸克模型下的双重味重子弱衰变	11
3.1 自旋 1/2 的双重味重子到自旋 1/2 重子的衰变过程	11
3.1.1 质量谱和寿命	12
3.1.2 用光前夸克模型方法计算形状因子	13
3.1.3 半轻衰变	21
3.1.4 非轻衰变	26
3.2 自旋 1/2 的双重味重子到自旋 3/2 重子的衰变过程	35
3.2.1 理论框架	36
3.2.2 数值结果与讨论	38
3.3 味道改变中性流过程	50
3.3.1 理论框架	51
3.3.2 数值结果与讨论	57
3.4 小结	65
第四章 QCD 求和规则方法下的双重味重子弱衰变	67
4.1 双重味重子的衰变常数	67
4.1.1 QCD 求和规则研究	68
4.1.2 数值结果	72
4.2 双重味重子到单重味重子跃迁的形状因子	78
4.2.1 用 QCD 求和规则计算形状因子	78
4.2.2 数值结果	85

4.2.3 唯象应用 . . . . .	92
4.3 小结 . . . . .	94
<b>第五章 总结与展望</b>	<b>101</b>
<b>附录 A 螺旋度振幅计算简介</b>	<b>103</b>
<b>参考文献</b>	<b>107</b>
<b>致 谢</b>	<b>117</b>
<b>攻读学位期间发表以及完成的学术论文</b>	<b>119</b>

## 插图索引

1-1	粒子物理标准模型中的基本粒子。 . . . . .	2
1-2	单粲重子反三重态 (a) 和六重态 (b)。单底重子也有类似分类。这些重子的总自旋是 1/2, 另外还有一个自旋为 3/2 的六重态。 . . . . .	3
3-1	diquark 图像下, 重子到重子跃迁形状因子的费曼图。 $P^{(l)}$ 是初态 (末态) 重子的动量, $p_1^{(l)}$ 是初态 (末态) 夸克动量, $p_2$ 是 diquark 动量, “x”代表弱相互作用顶点。 . . . . .	15
3-2	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ 过程的主要费曼图。 . . . . .	35
3-3	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$ 过程的微分分支比 $d\mathcal{B}/dq^2$ 以及微分 FBA $d\bar{A}_{FB}/dq^2$ , 其中 $l = e, \mu, \tau$ 。实线、虚线以及点虚线分别对应 $l = e, \mu, \tau$ 情形。这里没有考虑共振态贡献。 . . . . .	61
4-1	$\Xi_{cc}, \Omega_{cc}$ (上面两个图), $\Xi_{bb}, \Omega_{bb}$ (中间两个图) 以及 $\Xi_{bc}, \Omega_{bc}$ (下面两个图) 的质量对 $M^2$ 的依赖。我们采用了 (4-17) 式中的求和规则。输入参数取作: $m_c = 1.35 \text{ GeV}$ , $m_b = 4.60 \text{ GeV}$ , $m_s = 0.12 \text{ GeV}$ , 凝聚参数的能标取在 $\mu = 1 \text{ GeV}$ 处。 . . . . .	73
4-2	与图 4-1 相同, 但是这里采用了 (4-32) 式中的求和规则。 . . . . .	74
4-3	$\Xi_{cc}, \Omega_{cc}$ (上面两个图), $\Xi_{bb}, \Omega_{bb}$ (中间两个图) 以及 $\Xi_{bc}, \Omega_{bc}$ (下面两个图) 的衰变常数对 $M^2$ 的依赖。连续统极限分别取作: $\sqrt{s_0} = 4.0 \sim 4.2 \text{ GeV}$ , $\sqrt{s_0} = 4.1 \sim 4.3 \text{ GeV}$ , $\sqrt{s_0} = 10.5 \sim 10.7 \text{ GeV}$ , $\sqrt{s_0} = 10.7 \sim 10.9 \text{ GeV}$ , $\sqrt{s_0} = 7.3 \sim 7.5 \text{ GeV}$ 以及 $\sqrt{s_0} = 7.4 \sim 7.6 \text{ GeV}$ 。我们采用了 (4-17) 式中的求和规则。 . . . . .	76
4-4	与图 4-3 相同, 但是这里采用了式 (4-32) 中的求和规则。 . . . . .	77
4-5	半轻衰变的费曼图。轻子部分可以借助微扰论计算, 而强子部分参数化成形状因子的形式。 . . . . .	79
4-6	跃迁形状因子的微扰贡献。这里双实线对应重夸克, 而普通实线对应轻夸克。 . . . . .	82
4-7	轻夸克凝聚图。重夸克不形成凝聚, 这样只有两个轻夸克传播子给出凝聚贡献。 . . . . .	83
4-8	夸克-胶子混合凝聚图。 . . . . .	83
4-9	QCD 真空中的夸克传播子。 $x$ 和 $y$ 是空时坐标, $i$ 和 $j$ 是颜色指标, $p_i, k$ 和 $k_i$ 是动量。 . . . . .	84
4-10	一个胶子-胶子凝聚图。 . . . . .	85

4-11 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$ 跃迁中形状因子 $f_{1,2,3}(q^2 = 0)$ 的各定域算符贡献对 <b>Borel</b> 参数的依赖。图中，实线、虚线、点虚线分别对应微扰、夸克凝聚以及混合凝聚贡献的大小。 . . . . .	87
4-12 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$ 跃迁中形状因子 $f_{1,2,3}(q^2)$ 的各定域算符贡献对 $q^2$ 的依赖，其中 <b>Borel</b> 参数固定为 $T_1^2 = 5.8 \text{ GeV}^2$ 。图中，实线、虚线、点虚线分别对应微扰、夸克凝聚以及混合凝聚贡献的大小。 . . . . .	90



## 表格索引

1-1	双重味重子基态的量子数与夸克组分。 $S_h^\pi$ 代表两个重夸克构成的系统的自旋和宇称。轻夸克 $q$ 相应于 $u, d$ 夸克。 . . . . .	3
3-1	双重味重子的质量（以 GeV 为单位）和寿命（以 fs 为单位）。我们采用了文献 [15, 17, 67, 77, 79, 85] 中的结果。 . . . . .	13
3-2	双重味重子弱衰变跃迁过程的重叠因子。以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$ 为例，物理的跃迁矩阵元可以通过下式计算： $\langle \Lambda_c^+   (V - A)_\mu   \Xi_{cc}^{++} \rangle = c_S \langle d[cu]_S   (V - A)_\mu   c[cu]_S \rangle + c_A \langle d[cu]_A   (V - A)_\mu   c[cu]_A \rangle$ ，其中 $c_S = c_A = \sqrt{6}/4$ 。 . . . . .	18
3-3	高斯型波函数 (3-15) 式中的 $\beta$ 参数以及末态重子质量。 . . . . .	19
3-4	双粲重子的跃迁形状因子。表格的左、右半边分别对应初末态只包含 $0^+, 1^+$ diquark 情形。对于带星号的数据，拟合公式采用 (3-33) 式，不带星号的数据，拟合公式采用 (3-32) 式。 . . . . .	20
3-5	与表 3-4 类似，但是这里是双底重子情形。 . . . . .	21
3-6	与表 3-4 类似，但是这里是底-粲重子粲衰变情形。 . . . . .	22
3-7	与表 3-4 类似，但是这里是底-粲重子底衰变情形。 . . . . .	22
3-8	半轻衰变的衰变宽度、分支比以及 $\Gamma_L/\Gamma_T$ 。我们忽略了轻子质量。我们假定 $m_{B'_i} = m_{B_i}$ 以及 $\tau_{B'_i} = \tau_{B_i}$ ，即，我们假定 $B'_i \rightarrow B_f$ 和 $B_i \rightarrow B_f$ 两个过程唯一的不同在于混合系数。 . . . . .	23
3-9	双粲重子寿命的理论预言，以 $10^{-13}\text{s}$ 为单位。 . . . . .	26
3-10	双粲重子非轻衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	27
3-11	$\Xi_{bb}$ 非轻衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	28
3-12	$\Omega_{bb}$ 非轻衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	29
3-13	$\mathcal{B}_{bc}$ 非轻粲衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	31
3-14	$\mathcal{B}'_{bc}$ 非轻粲衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	32
3-15	$\mathcal{B}_{bc}$ 非轻底衰变的分宽度和分支比。 . . . . .	33
3-16	$\mathcal{B}'_{bc}$ 非轻底衰变的衰变宽度和分支比。我们假定 $\mathcal{B}'_{bc}$ 和 $\mathcal{B}_{bc}$ 有相同的质量和寿命，这意味着 $B'_i \rightarrow B_f$ 和 $B_i \rightarrow B_f$ 唯一的不同在于混合系数。 . . . . .	34
3-17	味道-自旋空间重叠因子。 . . . . .	38
3-18	末态重子的质量（单位：GeV）。 . . . . .	39
3-19	$cc$ 和 $bb$ 部分形状因子在 $q^2 = 0$ 处的值。我们将采用 (3-62) 式中的单极点假定，对 $c \rightarrow d/s$ 过程， $m_{\text{pole}} = 1.87 \text{ GeV}$ ，对 $b \rightarrow q$ 过程， $m_{\text{pole}} = 5.28 \text{ GeV}$ ，对 $b \rightarrow c$ 过程， $m_{\text{pole}} = 6.28 \text{ GeV}$ 。 . . . . .	40
3-20	$bc^{(\prime)}$ 部分 $c$ 夸克或 $b$ 夸克衰变的形状因子，具体参看表 3-19。 . . . . .	41

3-21	半轻衰变的数值结果。 . . . . .	43
3-22	非轻衰变: $cc$ 部分。 . . . . .	43
3-23	非轻衰变: $bb$ 部分。 . . . . .	44
3-24	非轻衰变: $c$ 夸克衰变的 $bc$ 部分。 . . . . .	45
3-25	非轻衰变: $b$ 夸克衰变的 $bc$ 部分。 . . . . .	46
3-26	非轻衰变: $c$ 夸克衰变的 $bc'$ 部分。 . . . . .	47
3-27	非轻衰变: $b$ 夸克衰变的 $bc'$ 部分。 . . . . .	48
3-28	半轻衰变 $SU(3)$ 对称性破坏的定量预言: $cc$ 部分和 $bb$ 部分。 . . . . .	49
3-29	在领头对数近似下计算的 Wilson 系数 $C_i(m_b)$ , 这里 $m_W = 80.4 \text{ GeV}$ , $\mu = m_{b,\text{pole}}^{[95]}$ . . . . .	52
3-30	$b \rightarrow s$ 和 $b \rightarrow d$ 过程味道-自旋空间的叠加因子。以 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$ 为例, 物理的跃迁矩阵元计算如下: $\langle \Xi_b^0   \Gamma_\mu   \Xi_{bb}^0 \rangle = c_S \langle s[di]   \Gamma_\mu   b[di] \rangle + c_A \langle s\{di\}   \Gamma_\mu   b\{di\} \rangle$ , 其中 $c_S = \sqrt{6}/4$ 以及 $c_A = \sqrt{6}/4$ 。这里 $[di]$ 和 $\{di\}$ 分别代表一个标量和一个轴矢量 diquark。 . . . . .	54
3-31	$b \rightarrow s$ 过程的形状因子 $f_i, g_i, f_i^T, g_i^T$ 在 $q^2 = 0$ 处的值。表的左(右)半边相应于初末态包含标量(轴矢量) diquark 的情形。 $f_1^T$ 和 $g_1^T$ 分别由 (3-87) 式和 (3-88) 式得到。 . . . . .	58
3-32	与表 3-31 类似, 但是这里是对 $b \rightarrow d$ 过程。 . . . . .	59
3-33	$bb$ 部分 $b \rightarrow s$ 和 $b \rightarrow d$ 过程的衰变宽度和分支比。 . . . . .	61
3-34	$bc$ 部分 $b \rightarrow s$ 和 $b \rightarrow d$ 过程的衰变宽度和分支比。 . . . . .	62
3-35	$bc'$ 部分 $b \rightarrow s$ 和 $b \rightarrow d$ 过程的衰变宽度和分支比。 . . . . .	62
3-36	$b \rightarrow s/dl^+l^-(l = e/\mu)$ 过程 $d\bar{A}_{FB}/dq^2$ 的零点以及 (3-110) 式和 (3-111) 式中定义的 $\mathcal{R}$ 的值。 . . . . .	63
3-37	$bb, bc$ 以及 $bc'$ 部分 $b \rightarrow s$ 过程 $SU(3)$ 对称性破缺的定量预言。 . . . . .	64
3-38	以 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$ 过程为例, 估计形状因子引起的误差。第一个数字是中心值, 后面三个误差分别来自 $\beta_i = \beta_{\Xi_{bb}^0}, \beta_f = \beta_{\Xi_b^0}$ 以及 $m_{di} = m_{(bu)}$ 。这三个参数都在中心值附近浮动 10%。 . . . . .	65
4-1	双重味重子质量的理论预言 (以 GeV 为单位)。“This work #1”和“This work #2”的结果分别借助了 (4-17) 式和 (4-32) 式中的求和规则。我们考虑了相关参数, 包括 $M^2, s_0$ , 夸克质量以及凝聚参数的误差。作为对比, 我们还罗列出文献 [69] 和 [122] 中 QCDSR 的计算结果, 以及文献 [77] 中格点 QCD 的结果。我们的结果与文献 [122] 和 [77] 一致, 但是与文献 [69] 有些不同。 . . . . .	72
4-2	双重味重子的衰变常数 $\lambda_H$ (以 $\text{GeV}^3$ 为单位)。“This work #1”和“This work #2”的结果分别对应 (4-17) 式和 (4-32) 式中的求和规则。我们考虑了相关参数, 包括 $M^2, s_0$ , 夸克质量, 凝聚参数以及重子质量的误差。作为对比, 我们还罗列出文献 [122] 中 QCDSR 的计算结果。 . . . . .	75

4-3	初末态重子的衰变常数。粲、底重子的结果取自文献 [138, 139]，而对于双重味重子，我们更新了文献 [136] 中的结果，新的输入参数为 $m_b = 4.7 \pm 0.1 \text{ GeV}$ , $m_s = 0.14 \pm 0.01 \text{ GeV}$ , $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = 0.012 \pm 0.004 \text{ GeV}^4$ 。因子 $\sqrt{2}$ 来自插入流约定的不同。 . . . . .	86
4-4	双粲重子的形状因子。 $\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c$ 代表 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$ 。 $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$ 需要乘以因子 $\sqrt{2}$ 。 . . . . .	88
4-5	双底重子的形状因子。 $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b$ 代表 $\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$ 。 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$ 需要乘以因子 $\sqrt{2}$ 。 . . . . .	88
4-6	$bc$ 重子的形状因子。 $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b$ 和 $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c$ 代表 $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$ 和 $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$ 。 $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$ 和 $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}$ 需要乘以因子 $\sqrt{2}$ 。 . . . . .	89
4-7	对于 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$ 跃迁， <b>dim-0 + dim-3 + dim-5</b> 贡献与图 4-10 中胶子-胶子凝聚贡献的对比。 . . . . .	91
4-8	$\Xi_{cc}$ 衰变形状因子结果与光前夸克模型 (LFQM) <sup>[94]</sup> 、非相对论性夸克模型 (NRQM) 以及 MIT 口袋模型 (MBM) 结果的对比 <sup>[141]</sup> 。 . . . . .	92
4-9	与其它工作的对比： $bb$ 和 $bc$ 部分。我们对比了本文中的结果与光前夸克模型 (LFQM) <sup>[94]</sup> 的结果。 . . . . .	93
4-10	半轻衰变的结果： $cc$ 部分。用于计算分支比的初态重子的寿命见表 3-1。这里 $l = e/\mu$ 。 . . . . .	93
4-11	与表 4-10 类似，但是这里是对 $bb$ 部分。 . . . . .	94
4-12	与表 4-10 类似，但是这里是对底-粲重子。 . . . . .	95
4-13	与其它工作的对比：半轻衰变的衰变宽度（以 GeV 为单位）。我们的结果与光前夸克模型 (LFQM) <sup>[94]</sup> ，重夸克自旋对称性 (HQSS) <sup>[143]</sup> ，非相对论性夸克模型 (NRQM) 以及 MIT 口袋模型 (MBM) <sup>[141]</sup> 的结果作对比。 . . . . .	96
4-14	非轻衰变的结果： $cc$ 部分。用于计算分支比的初态粒子的寿命见表 3-1。 . . . . .	96
4-15	与表 4-14 类似，但是这里是对 $bb$ 部分。 . . . . .	97
4-16	与表 4-14 类似，但是这里是对 $c$ 夸克衰变的 $bc$ 部分。 . . . . .	98
4-17	与表 4-14 类似，但是这里是对 $b$ 夸克衰变的 $bc$ 部分。 . . . . .	99
4-18	与其它工作的对比：非轻衰变的衰变宽度（以 GeV 为单位）。这里的结果与光前夸克模型 (LFQM) <sup>[94]</sup> 的结果作对比。 . . . . .	100



## 第一章 绪论

粒子物理，又称高能物理，是物理学的一个重要分支，它的研究对象是物质的基本结构和基本相互作用<sup>[1]</sup>。按照目前的认识，构成物质世界的基本粒子包括夸克、轻子、规范玻色子以及希格斯粒子，见图1-1。描述粒子物理的基本理论称为“标准模型”(standard model)，它描述了这些基本粒子之间的相互作用，容纳了除引力之外其它三种力：强力、弱力和电磁力。

按照电荷、电子数、缪子数和陶子数进行分类，轻子有六种：电子、电子中微子、缪子、缪子中微子、陶子以及陶子中微子，它们被划分为三代。加上反粒子，总共有 12 种轻子。按照电荷、奇异数、粲数、美数 ( $B$ ) 和真数 ( $T$ ) 分类，夸克也有六种：上夸克、下夸克、奇异夸克、粲夸克、底夸克 (又叫美夸克)、顶夸克 (又叫真夸克)，也被分为三代。另外夸克还有三种“颜色”：红、绿、蓝。再考虑到反粒子，夸克总共有  $6 \times 3 \times 2 = 36$  种。规范玻色子有 12 种，它们分别是：光子 (电磁相互作用)、 $W^\pm$  和  $Z^0$  (弱相互作用)、8 种胶子 (强相互作用)。最后还有希格斯粒子。因此标准模型总共有 61 种基本粒子。

粒子物理学的发展以实验为基础。宇宙线、高能加速器和粒子探测器是高能物理实验的主要手段<sup>[2]</sup>。由于宇宙线高能粒子束流强度太低，而且不稳定，所以目前高能物理实验最主要还是依靠高能加速器。世界上几个著名的加速器实验包括<sup>[2]</sup>：

- 美国在 SLAC 加速器中心建造的对撞机 PEP II 和 BaBar 探测器、日本在 KEK 建造的对撞机 KEKB 和 Belle 探测器。这两个  $B$  工厂在 1999 年 6 月投入运行，到它们停止运行时收集了大约  $1500 \times 10^6$  个  $B$  介子产生和衰变事例，发现了  $B$  介子系统的 CP 破坏<sup>[3,4]</sup>，测量了 100 多个  $B$  介子的各类衰变道。
- 欧洲大型强子对撞机 (LHC)。LHC 于 2008 年 9 月开始运行，是目前世界上规模最大、能量最高的粒子加速器。在 LHC 上工作的有 4 套探测装置/实验组：ATLAS、AMS、ALICE 和 LHCb，其中 LHCb 主要以  $B$  物理为主。2012 年，ATLAS<sup>[5]</sup> 和 CMS<sup>[6]</sup> 合作组宣布发现了标准模型的最后一块拼图-希格斯粒子。
- 日本超级  $B$  工厂 Belle II。Belle II 已经从 2018 年初开始取数，预计它收集的数据将是其前代探测器的 50 倍左右。

六种夸克按照质量从小到大排列，依次是上 (up)、下 (down)、奇异 (strange)、粲 (charm)、底 (bottom) 和顶 (top)。其中上下夸克的质量在几个 MeV 量级，奇异夸克质量为几十个 MeV，由于它们的质量都远远小于 1 GeV，因此被称为轻夸克。粲夸克和底夸克质量大约为几个 GeV，它们被称为重夸克。粲夸克和底夸克组成的强子是抽取 CKM 参数、研究 CP 破坏、检验标准模型和寻找新物理的理想场所。研究重味夸克和重味强子性质的学科称作重味物理。顶夸克的质量大于 100GeV，在实验室中一旦产生就立即衰变，不能形成束缚态。因此，顶夸克物理通常不构成重味物理研究的主要内容。

组分夸克模型预言了介子和重子多重态的存在<sup>[7]</sup>。介子由一个夸克和一个反夸克组成，

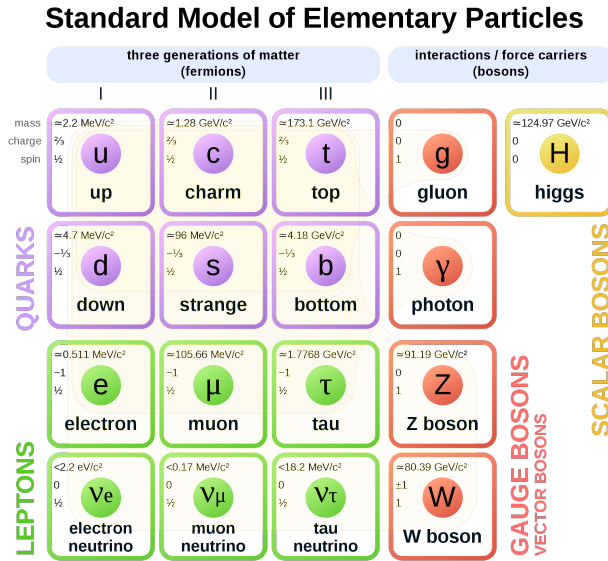


图 1-1 粒子物理标准模型中的基本粒子。

Figure 1-1 Elementary particles in the standard model.

而重子由三个夸克组成。当考虑了  $u, d, s, c, b$  五种味道时，重子基态（也就是没有轨道或者径向激发的态）由  $J^P = 1/2^+$  的 40 重态和  $J^P = 3/2^+$  的 35 重态组成。所有这些不包含重夸克或者只包含一个重夸克的重子都已经在实验上发现了<sup>[8]</sup>。

在过去的十几年中，寻找双重味重子一直都是一个悬而未决的问题。2017 年以前实验上唯一的证据是 SELEX 合作组宣称发现了夸克组分为  $ccd$  的  $\Xi_{cc}^{+}$ <sup>[9, 10]</sup>。然而这一发现没有得到任何其它实验的支持<sup>[11-14]</sup>。2017 年，LHCb 合作组宣布通过  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态发现了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$ ，它的质量为<sup>[15]</sup>：

$$m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14) \text{ MeV}. \quad (1-1)$$

可以预期这个发现将对强子谱的研究产生重大影响，并且毫无疑问将会激发这个领域中更多的研究兴趣。另一方面，在发现  $\Xi_{cc}^{++}$  以后实验家将继续寻找双粲重子的其它一些衰变模式以及其它双重味重子<sup>[16]</sup>。最近 LHCb 合作组又报道了双粲重子寿命的首次测量<sup>[17]</sup> 以及新的衰变模式  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$  的发现<sup>[18]</sup>。由此，双重味重子弱衰变的理论研究变得十分重要而迫切。文献 [19-30] 在这方面作了一些努力，而本文的目的是为了提供一个综合性的研究。为了实现这个目的，我们将计算跃迁形状因子，然后将形状因子用于唯象可观测量的预言。

双重味重子的量子数列在表 1-1 中。在各种双粲重子中，只有三种可以发生弱衰变，它们分别是同位旋二重态  $\Xi_{cc}^{++}$ ，以及同位旋单态  $\Omega_{cc}^+$ 。类似地也存在三种只能弱衰变的双底重子。对于底-粲重子，存在两组 SU(3) 三重态，它们分别是  $\Xi_{bc}, \Omega_{bc}$  和  $\Xi'_{bc}, \Omega'_{bc}$ 。这两种三重态中由  $b, c$  夸克组成重夸克系统有不同的总自旋。但是在真实的物理态中，二者很可能有混合。只有较轻的物理态的弱衰变分支比较大。这两种三重态之间的混合方案暂时

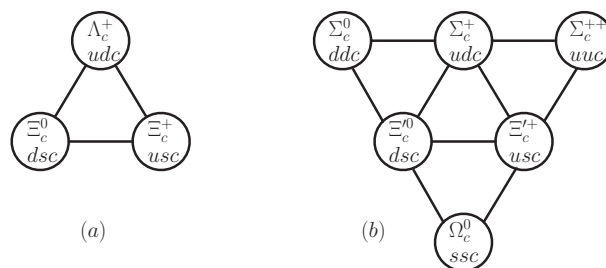


图 1-2 单粲重子反三重态 (a) 和六重态 (b)。单底重子也有类似分类。这些重子的总自旋是  $1/2$ ，另外还有一个自旋为  $3/2$  的六重态。

Figure 1-2 Anti-triplets (panel a) and sextets (panel b) of charmed baryons with one charm quark and two light quarks. It is similar for the baryons with a bottom quark. The total spin of these baryons is  $1/2$ , while another sextets have spin  $3/2$ .

还不清楚，本文只限于考虑之前提及的两种自旋本征态。所有弱衰变的重子自旋都是  $1/2$ 。自旋为  $3/2$  的重子可能会辐射衰变到较低能态的重子，也可能会衰变到较低能态的重子加一个  $\pi$  介子，视其质量而定。

表 1-1 双重味重子基态的量子数与夸克组分。 $S_h^\pi$  代表两个重夸克构成的系统的自旋和宇称。轻夸克  $q$  相应于  $u, d$  夸克。

Table 1-1 Quantum numbers and quark content for the ground state of doubly heavy baryons. The  $S_h^\pi$  denotes the spin of the heavy quark system. The light quark  $q$  corresponds to  $u, d$  quark.

Baryon	Quark Content	$S_h^\pi$	$J^P$	Baryon	Quark Content	$S_h^\pi$	$J^P$
$\Xi_{cc}$	$\{cc\}q$	$1^+$	$1/2^+$	$\Xi_{bb}$	$\{bb\}q$	$1^+$	$1/2^+$
$\Xi_{cc}^*$	$\{cc\}q$	$1^+$	$3/2^+$	$\Xi_{bb}^*$	$\{bb\}q$	$1^+$	$3/2^+$
$\Omega_{cc}$	$\{cc\}s$	$1^+$	$1/2^+$	$\Omega_{bb}$	$\{bb\}s$	$1^+$	$1/2^+$
$\Omega_{cc}^*$	$\{cc\}s$	$1^+$	$3/2^+$	$\Omega_{bb}^*$	$\{bb\}s$	$1^+$	$3/2^+$
$\Xi'_{bc}$	$\{bc\}q$	$0^+$	$1/2^+$	$\Omega'_{bc}$	$\{bc\}s$	$0^+$	$1/2^+$
$\Xi_{bc}$	$\{bc\}q$	$1^+$	$1/2^+$	$\Omega_{bc}$	$\{bc\}s$	$1^+$	$1/2^+$
$\Xi_{bc}^*$	$\{bc\}q$	$1^+$	$3/2^+$	$\Omega_{bc}^*$	$\{bc\}s$	$1^+$	$3/2^+$

$\Xi_{cc}$  和  $\Omega_{cc}$  的衰变末态可能包含单粲重子，这些重子构成反三重态和六重态，如图 1-2 所示。对于单底重子，也是如此。图 1-2 中，所有重子的自旋都是  $1/2$ ，另外还存在一个自旋  $3/2$  的六重态。

计算强子矩阵元是重味强子弱衰变中的核心理论问题。由于强子矩阵元的非微扰本质，我们通常采用一些非微扰方法进行计算，包括势模型、夸克模型、QCD 求和规则、格点 QCD 等。本文主要采用光前夸克模型方法 (LFQM) 和 QCD 求和规则方法 (QCDSR)。在 LFQM 中，我们首先构造包含坐标（或者等价地，动量）、味道、自旋、颜色四种量子数的强子波函数： $\psi = \psi_{\text{space}} \times \psi_{\text{flavor}} \times \psi_{\text{spin}} \times \psi_{\text{color}}$ 。对于基态重子， $\psi_{\text{space}}$  是对称的， $\psi_{\text{color}}$  是反对称的，这就要求  $\psi_{\text{flavor}} \times \psi_{\text{spin}}$  是对称的。构造出强子波函数后，把初末态代入强子矩

阵元，再对比强子矩阵元用形状因子参数化后的形式，进而抽取出形状因子。QCDSR 需要首先构造关联函数，然后分别在强子层次和夸克层次进行计算。在强子层次上，插入强子态的完备集，得到包含物理可观测量的表达式；夸克层次上采用微扰论计算微扰和凝聚的贡献。最后令强子层次和夸克层次的计算结果相等，再利用夸克-强子对偶减除连续谱的贡献，同时借助 Borel 变换改善 OPE 的收敛性，从而抽取出我们感兴趣的物理量。

实验上发现  $\Xi_{cc}^{++}$  通过多体末态过程  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ ，这可能有多种来源，其中一个很可能来自自旋 1/2 到 3/2 过程的贡献。因此本文除了主要阐述自旋 1/2 到 1/2 过程的弱衰变外，也涵盖了部分自旋 1/2 到 3/2 过程的讨论。

味道改变中性流过程是精确检验标准模型 (SM) 和寻找新物理 (NP) 的理想场所，而双重味重子的发现又为我们提供了一个新的平台。 $b \rightarrow d/s l^+ l^-$  过程在标准模型中通过圈图发生，因此衰变宽度很小。新物理效应通过两种方式呈现：一种是通过加强 Wilson 系数，另一种是通过引进标准模型中不存在的有效算符。重介子味道改变中性流过程分支比的典型值大约是  $10^{-6}$ ，而如此小的分支比可以通过  $B$  工厂中极高的亮度进行补偿。重子的稀有衰变，在夸克层次上也是通过  $b \rightarrow d/s l^+ l^-$  诱导，也会像介子情形的 FCNC 过程一样重要。不论从理论上还是从实验上，都值得仔细关注。

本文其余部分安排如下。第二章将简单介绍 LFQM 和 QCDSR。在第三章中，我们借助 LFQM 方法分别计算双重味重子弱衰变的自旋 1/2 到 1/2 过程、自旋 1/2 到 3/2 过程以及味道改变中性流过程。第四章将采用 QCDSR 方法首先计算双重味重子的衰变常数，然后以此计算的结果作为输入之一，再次分析双重味重子弱衰变的自旋 1/2 到 1/2 过程。最后一章是总结与展望。



## 第二章 理论模型简介

### 2.1 光前夸克模型简介

光前夸克模型曾被广泛应用于各种介子跃迁<sup>[31-48]</sup>, 其中比较早期的工作见 [32, 33], 文献 [49-51] 将该方法应用于重子情形。以下我们以赝标介子衰变常数为例, 简要介绍传统 (conventional) 光前夸克模型方法, 更多细节读者可参阅文献 [35]。

在传统光前夸克模型方法中, 由一个夸克  $q_1$  和一个反夸克  $\bar{q}_2$  组成、动量为  $P$ 、自旋为  $J$  的介子束缚态可以写作

$$|M(P, {}^{2S+1}L_J, J_z)\rangle = \int \{d^3 p_1\} \{d^3 p_2\} 2(2\pi)^3 \delta^3(\tilde{P} - \tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) \times \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi_{LS}^{JJ_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) |q_1(p_1, \lambda_1) \bar{q}_2(p_2, \lambda_2)\rangle, \quad (2-1)$$

这里  $p_1$  和  $p_2$  是在壳的光前动量, 运动学变量等约定为:

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= (p^+, p_\perp), \quad p_\perp = (p^1, p^2), \quad p^- = \frac{m^2 + p_\perp^2}{p^+}, \quad \{d^3 p\} \equiv \frac{dp^+ d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3}, \\ |q_1(p_1, \lambda_1) \bar{q}_2(p_2, \lambda_2)\rangle &= b_{\lambda_1}^\dagger(p_1) d_{\lambda_2}^\dagger(p_2) |0\rangle, \\ \{b_{\lambda'}(p'), b_\lambda^\dagger(p)\} &= \{d_{\lambda'}(p'), d_\lambda^\dagger(p)\} = 2(2\pi)^3 \delta^3(\tilde{p}' - \tilde{p}) \delta_{\lambda' \lambda}. \end{aligned} \quad (2-2)$$

为了方便计算, 我们可以定义光前相对动量变量  $(x, p_\perp)$ :

$$\begin{aligned} p_1^+ &= x_1 P^+, \quad p_2^+ = x_2 P^+, \quad x_1 + x_2 = 1, \\ p_{1\perp} &= x_1 P_\perp + p_\perp, \quad p_{2\perp} = x_2 P_\perp - p_\perp. \end{aligned} \quad (2-3)$$

${}^{2S+1}L_J$  介子动量空间波函数  $\Psi_{LS}^{JJ_z}$  可以表示为

$$\Psi_{LS}^{JJ_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{\sqrt{N_c}} \langle LS; L_z S_z | LS; J J_z \rangle R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp) \varphi_{LL_z}(x, p_\perp), \quad (2-4)$$

其中  $\varphi_{LL_z}(x, p_\perp)$  描述组分夸克的动量分布,  $\langle LS; L_z S_z | LS; J J_z \rangle$  是自旋-轨道耦合的克莱布希-高登系数,  $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp)$  从光前螺旋度本征态  $(\lambda_1, \lambda_2)$  构建确定自旋  $(S, S_z)$  的态。  $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp)$  的具体形式为

$$\begin{aligned} R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp) &= \sum_{s_1 s_2} \langle \lambda_1 | \mathcal{R}_M^\dagger(1-x, p_\perp, m_1) | s_1 \rangle \langle \lambda_2 | \mathcal{R}_M^\dagger(x, -p_\perp, m_2) | s_2 \rangle \\ &\times \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2}; s_1 s_2 | \frac{1}{2} \frac{1}{2}; S S_z \rangle, \end{aligned} \quad (2-5)$$

这里  $|s_i\rangle$  是通常的 Pauli 旋量,  $\mathcal{R}_M$  是 Melosh 变换算符:

$$\langle s | \mathcal{R}_M(x, p_\perp, m_i) | \lambda \rangle = \frac{\bar{u}_D(p_i, s) u(p_i, \lambda)}{2m_i} = -\frac{\bar{v}(p_i, \lambda) v_D(p_i, s)}{2m_i}$$

$$= \frac{m_i + x_i M_0 + i \vec{\sigma}_{s\lambda} \cdot \vec{p}_\perp \times \vec{n}}{\sqrt{(m_i + x_i M_0)^2 + p_\perp^2}}, \quad (2-6)$$

其中  $u_{(D)}$  是光前（瞬时）形式的 Dirac 旋量， $\vec{n} = (0, 0, 1)$  是  $z$  方向的单位矢量，以及

$$M_0^2 = \frac{m_1^2 + p_\perp^2}{x_1} + \frac{m_2^2 + p_\perp^2}{x_2}. \quad (2-7)$$

实际应用中，使用  $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp)$  的协变形式更加方便：

$$R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp) = \frac{1}{\sqrt{2} \tilde{M}_0 (M_0 + m_1 + m_2)} \bar{u}(p_1, \lambda_1) (\bar{\not{P}} + M_0) \Gamma v(p_2, \lambda_2), \quad (2-8)$$

其中

$$\tilde{M}_0 = \sqrt{M_0^2 - (m_1 - m_2)^2}, \quad \bar{P} = p_1 + p_2.$$

对于赝标介子，我们有<sup>[35]</sup>

$$\Gamma_P = \gamma_5. \quad (2-9)$$

介子态的正交归一关系为：

$$\langle M(P', J', J'_z) | M(P, J, J_z) \rangle = 2(2\pi)^3 P^+ \delta^3(\tilde{P}' - \tilde{P}) \delta_{J'J} \delta_{J'_z J_z}, \quad (2-10)$$

这要求光前波函数  $\varphi_{LL_z}(x, p_\perp)$  满足下面的约束

$$\int \frac{dx d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3} \varphi_{L'L'_z}^*(x, p_\perp) \varphi_{LL_z}(x, p_\perp) = \delta_{L'L} \delta_{L'_z L_z}. \quad (2-11)$$

将上面的公式体系用于计算赝标介子的衰变常数，我们可以得到：

$$\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma_\mu \gamma_5 q_1 | P(P) \rangle = \int \frac{dx d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3} \sqrt{N_c} \varphi_{00}(x, p_\perp) \frac{1}{\sqrt{2} \tilde{M}_0} \frac{1}{\sqrt{x_1 x_2}} 4(m_1 p_{2\mu} + m_2 p_{1\mu}). \quad (2-12)$$

再结合赝标介子衰变常数的定义

$$\langle 0 | A_\mu | P(P) \rangle = f_P P_\mu, \quad (2-13)$$

并取 Lorentz 指标的“+”分量，我们可以抽取赝标介子的衰变常数为

$$f_P = \frac{\sqrt{2N_c}}{(2\pi)^3} \int dx d^2 p_\perp \varphi_{00}(x, p_\perp) \frac{1}{\tilde{M}_0 \sqrt{x_1 x_2}} (m_1 x_2 + m_2 x_1). \quad (2-14)$$

上式中， $\varphi_{00}(x, p_\perp)$  是  $s$  波介子的光前动量分布振幅，通常采用高斯分布的形式：

$$\varphi_{00}(x, p_\perp) = 4 \left( \frac{\pi}{\beta^2} \right)^{3/4} \sqrt{\frac{e_1 e_2}{x_1 x_2 M_0}} \exp \left( -\frac{p_z^2 + p_\perp^2}{2\beta^2} \right). \quad (2-15)$$

## 2.2 QCD 求和规则简介

QCD 在应用于高能过程中取得了极大的成功，这是由于在高能极限下，强子中的夸克和胶子可以看作自由粒子，从而微扰论适用。此外在低能情况下，QCD 也包含了复杂的物理内容，如夸克紧闭等。上世纪六十年代发展起来的流代数和轴矢流部分守恒 (PCAC) 表明夸克真空期望值不等于零，当考虑了低能效应后，会出现一系列真空凝聚。这表明 QCD 物理真空有别于 QCD 微扰真空。背景场的观点认为夸克和胶子是在充满夸克-反夸克对以及胶子的物理真空中传播，并与之不断发生相互作用。

QCD 求和规则由 Shifman、Vainshtein 和 Zakharov 提出<sup>[52]</sup>，已被广泛应用于研究强子质量、衰变常数、跃迁形状因子以及  $K$  介子和  $B$  介子系统的混合矩阵元等<sup>[53-62]</sup>。在这种方法中，强子由相应的夸克算符插入，而包含这些算符的关联函数可以通过算符乘积展开 (OPE) 进行处理，其中短距离的 Wilson 系数和长距离的夸克-胶子相互作用被分离。前者可以通过 QCD 微扰论进行计算，而后者可以通过真空凝聚进行参数化。然后 QCD 的结果通过色散关系匹配到强子态的可观测物理量上。

下面将扼要地介绍 QCD 求和规则的理论基础，并给出一个简单应用。

### 2.2.1 真空凝聚的确定

本小节将给出几个最低质量量纲真空凝聚的确定，包括夸克凝聚 (质量量纲 3)，胶子凝聚 (质量量纲 4) 和夸克胶子混合凝聚 (质量量纲 5)。基本思路为这些凝聚参量是 Lorentz 空间和颜色空间的标量。本小节约定， $i, j = 1, 2, 3$  是夸克场颜色指标， $a, b = 1, 2, \dots, 8$  是胶子场颜色指标， $\alpha, \beta$  是旋量指标， $\mu, \nu, \rho, \sigma$  是 Lorentz 指标。

夸克凝聚的参数化形式为：

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^i \psi_\beta^j | 0 \rangle = \frac{1}{12} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \delta^{ij} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2-16)$$

其中  $\psi = u, d$ ，凝聚参量  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  的抽取可以参考文献 [63]，结果为：

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = -\frac{f_\pi^2 m_\pi^2}{m_u + m_d} \approx -((240 \pm 10) \text{MeV})^3. \quad (2-17)$$

同理可以证明，胶子凝聚和夸克-胶子混合凝聚的参数化为：

$$\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b | 0 \rangle = \frac{1}{96} \langle GG \rangle \delta^{ab} (g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}), \quad (2-18)$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^i \psi_\beta^j G_{\mu\nu}^a | 0 \rangle = \frac{1}{192} \langle \bar{\psi} \sigma G \psi \rangle (\sigma_{\mu\nu})_{\beta\alpha} (T^a)^{ji}. \quad (2-19)$$

其中， $\langle GG \rangle \equiv \langle 0 | G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} | 0 \rangle$ ， $\langle \bar{\psi} \sigma G \psi \rangle \equiv \langle \bar{\psi}_\alpha^i (\sigma^{\mu\nu})_{\alpha\beta} G_{\mu\nu}^a (T^a)^{ij} \psi_\beta^j \rangle$ 。通过拟合可以得到胶子凝聚参量的数值：

$$\langle \frac{\alpha_s}{\pi} GG \rangle = 0.012 \text{ GeV}^4, \quad (2-20)$$

$$\langle \bar{\psi} g_s \sigma G \psi \rangle = (0.8 \text{ GeV}^2) \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \quad (2-21)$$

更多凝聚参数的确定可参考文献 [63]。

## 2.2.2 固定点规范

为了方便实际的计算，我们可以选固定点规范，此时

$$x^\mu A_\mu^a(x) = 0. \quad (2-22)$$

从以下恒等式出发：

$$A_\mu(y) = \frac{\partial}{\partial y^\mu} (A_\rho(y) y^\rho) - y^\rho \frac{\partial A_\rho(y)}{\partial y^\mu}, \quad (2-23)$$

由固定点规范 (2-22) 式，上式第一项为 0，而第二项可重新写作

$$- y^\rho G_{\mu\rho}(y) - y^\rho \frac{\partial A_\mu(y)}{\partial y^\rho}. \quad (2-24)$$

综合以上两式，我们有

$$A_\mu(y) + y^\rho \frac{\partial A_\mu(y)}{\partial y^\rho} = y^\rho G_{\rho\mu}(y). \quad (2-25)$$

令  $y = \alpha x$ ，可以看出上式左侧是全导数  $(d/d\alpha)(\alpha A_\mu(\alpha x))$ 。上式两端对  $\alpha$  从 0 到 1 积分，就可得到胶子场  $A_\mu^a(x)$  用胶子场强张量表示的形式

$$A_\mu^a(x) = \int_0^1 d\alpha \alpha G_{\rho\mu}^a(\alpha x) x^\rho. \quad (2-26)$$

将固定点规范 (2-22) 式中的胶子场作泰勒展开：对于任意的  $x$ ，我们有

$$x^\mu [A_\mu^a(0) + x^{\alpha_1} \partial_{\alpha_1} A_\mu^a(0) + \frac{1}{2} x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} \partial_{\alpha_1} \partial_{\alpha_2} A_\mu^a(0) + \dots] = 0, \quad (2-27)$$

从而

$$\begin{aligned} x^\mu A_\mu^a(0) &= 0, \\ x^\mu x^{\alpha_1} \partial_{\alpha_1} A_\mu^a(0) &= 0, \\ x^\mu x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} \partial_{\alpha_1} \partial_{\alpha_2} A_\mu^a(0) &= 0, \\ &\vdots \end{aligned}$$

由此可推出

$$\begin{aligned} x^{\alpha_1} \partial_{\alpha_1} G_{\rho\mu}^a(0) &= x^{\alpha_1} D_{\alpha_1} G_{\rho\mu}^a(0), \\ x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} \partial_{\alpha_1} \partial_{\alpha_2} G_{\rho\mu}^a(0) &= x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} \partial_{\alpha_1} D_{\alpha_2} G_{\rho\mu}^a(0), \\ &= x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} D_{\alpha_1} D_{\alpha_2} G_{\rho\mu}^a(0), \\ &\vdots \end{aligned}$$

以此类推，我们得到

$$x^{\alpha_1} \dots x^{\alpha_n} [\partial_{\alpha_1} \dots \partial_{\alpha_n} G_{\rho\mu}]_{x=0} = x^{\alpha_1} \dots x^{\alpha_n} [D_{\alpha_1} \dots D_{\alpha_n} G_{\rho\mu}]_{x=0}. \quad (2-28)$$

将 (2-26) 式中的  $G(\alpha x)$  按照  $\alpha$  展开, 然后应用 (2-28) 式, 再对  $\alpha$  积分, 最后我们得到胶子场如下规范协变的展开形式

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2 \cdot 0!} x^\rho G_{\rho\mu}(0) + \frac{1}{3 \cdot 1!} x^\alpha x^\rho (D_\alpha G_{\rho\mu}(0)) + \frac{1}{4 \cdot 2!} x^\alpha x^\beta x^\rho (D_\alpha D_\beta G_{\rho\mu}(0)) + \dots \quad (2-29)$$

夸克场规范协变的展开形式也可类似地得到

$$\psi(x) = \psi(0) + x^{\alpha_1} D_{\alpha_1} \psi(0) + \frac{1}{2} x^{\alpha_1} x^{\alpha_2} D_{\alpha_1} D_{\alpha_2} \psi(0) + \dots \quad (2-30)$$

本文第四章将分别用到胶子场展开 (2-29) 式和夸克场展开 (2-30) 式的领头项。例如, 胶子场展开式的领头项在动量空间中为:

$$\tilde{A}_\mu^a(k) = -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\alpha\mu}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_\alpha} \delta^4(k). \quad (2-31)$$

### 2.2.3 QCD 求和规则应用举例

下面以计算  $B$  介子质量为例, 介绍 QCD 求和规则方法。

首先定义关联函数:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ J_5(x) J_5^\dagger(0) \} | 0 \rangle, \quad (2-32)$$

其中

$$J_5(x) = \bar{b}(x) i \gamma_5 q(x). \quad (2-33)$$

在强子层次, 在关联函数 (2-32) 式中插入态的完备集  $1 = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} |\bar{B}\rangle \langle \bar{B}| + \dots$ , 再利用衰变常数的定义:

$$\langle 0 | J_5(0) | \bar{B} \rangle = m_B f_B, \quad (2-34)$$

我们有

$$\Pi^{\text{phen}}(q^2) = \frac{m_B^2 f_B^2}{m_B^2 - q^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\rho^{\text{cont}}(s)}{s - q^2}, \quad (2-35)$$

其中  $f_B$  和  $m_B$  分别是  $B$  介子的衰变常数和质量,  $\rho^{\text{cont}}$  是连续谱的谱函数,  $s_0$  是连续谱的阈值。在 (2-35) 式中, 我们已经借助色散关系将强子层次的关联函数表示成了“单极点 + 连续谱”的形式。

在 QCD 层次, 根据算符乘积展开 (OPE)

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T \{ J_5(x) J_5^\dagger(0) \} = \sum_d C_d(q) \hat{O}_d, \quad (2-36)$$

再考虑到关联函数的定义 (2-32) 式, 我们有

$$\Pi(q) = \sum_d C_d(q) \langle 0 | \hat{O}_d | 0 \rangle. \quad (2-37)$$

上式中反映长程行为的矩阵元  $\langle 0 | \hat{O}_d | 0 \rangle$  可通过拟合实验数据等方式确定, 而反映短程效应的 Wilson 系数  $C_d(q)$  需要借助微扰 QCD 进行计算。具体地,

- 在  $d = 0$  时,  $\hat{O}_0 = I$ ,  $C_0(q^2) = \Pi^{\text{pert}}(q^2)$ ;
- 不存在  $\hat{O}_d$ , 其中  $d = 1, 2$ ;
- $d = 3$  时,  $\hat{O}_3 = \bar{\psi}_\alpha^i \psi_\beta^j$ , 相应的夸克凝聚参量  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  见 (2-17) 式;
- $d = 4$  时,  $\hat{O}_4 = G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b$ , 相应的胶子凝聚参量  $\langle \frac{\alpha_s}{\pi} GG \rangle$  见 (2-20) 式;
- $d = 5$  时,  $\hat{O}_5 = \bar{\psi}_\alpha^i \psi_\beta^j G_{\mu\nu}^a$ , 相应的混合凝聚参量  $\langle \bar{\psi} g_s \sigma G \psi \rangle$  见 (2-21) 式。

一旦在 OPE 层次得到关联函数的表达式, 然后再次利用色散关系可将关联函数写为:

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{OPE}}(q^2) &= \int_0^\infty ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2} \\ &= \int_0^{s_0} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2} + \int_{s_0}^\infty ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2}, \end{aligned} \quad (2-38)$$

其中  $\int_0^{s_0} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2}$  被称作极点贡献 (pole contribution)。令强子层次的关联函数 (2-35) 式与 OPE 层次的关联函数 (2-38) 式相等, 再借助夸克-强子对偶假定

$$\int_{s_0}^\infty ds \frac{\rho^{\text{cont}}(s)}{s - q^2} = \int_{s_0}^\infty ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2}, \quad (2-39)$$

减除连续谱的贡献, 我们得到

$$\frac{m_B^2 f_B^2}{m_B^2 - q^2} = \int_0^{s_0} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s - q^2}. \quad (2-40)$$

引入 Borel 变换以改善 OPE 的收敛性, 其中 Borel 变换定义为:

$$\Pi(M^2) = \mathcal{B}[\Pi(q^2)] = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{n+1}}{n!} \left( \frac{d}{dq^2} \right)^n \Pi(q^2). \quad (2-41)$$

将 Borel 变换作用于 (2-40) 式两边, 即令  $\Pi^{\text{phen}}(M^2) = \Pi^{\text{OPE}}(M^2)$ , 我们有

$$m_B^2 f_B^2 e^{-m_B^2/M^2} = \int_0^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}}(s) e^{-s/M^2}. \quad (2-42)$$

最后上式两端分别对  $-1/M^2$  求导, 得到  $B$  介子质量的表达式:

$$m_B^2 = \frac{\int_0^{s_0} ds s \rho^{\text{OPE}}(s) e^{-s/M^2}}{\int_0^{s_0} ds \rho^{\text{OPE}}(s) e^{-s/M^2}}. \quad (2-43)$$

$\sqrt{s_0}$  对应连续谱阈值, 通常取比我们感兴趣的极点质量大 0.5 GeV 左右。此外, Borel 变换将关联函数对  $q^2$  的依赖变成对 Borel 参数  $M^2$  的依赖, 这样虽然改善了 OPE 收敛性, 但是同时也引进了新的参数。对于 Borel 参数的限制, 可以考虑以下几个方面:

- 在所选的 Borel 参数区间内, 物理量变化不明显。
- OPE 收敛性。由此可确定 Borel 参数的下限。
- 极点贡献比连续谱贡献大。由此可确定 Borel 参数的上限。

### 第三章 光前夸克模型下的双重味重子弱衰变

在过去的几十年中，重夸克衰变在抽取标准模型的 CKM 参数、理解 CP 破坏机制、理解强相互作用动力学以及因子化定理方面扮演了非常重要的角色。然而这仅仅是利用了单重味介子或重子基态的弱衰变。我们期望双重味重子的弱衰变也会提供同样重要的信息。

最近 LHCb 合作组在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态观察到了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++[15]}$ 。这个重大发现毫无疑问将会促进对重子谱以及双重味重子弱衰变的研究。受此启发，我们研究了自旋 1/2 的双重味重子  $\Xi_{cc}^{++}, \Xi_{cc}^+, \Omega_{cc}^+, \Xi_{bc}^{(+)}, \Xi_{bc}^{(0)}, \Omega_{bc}^{(0)}, \Xi_{bb}^0, \Xi_{bb}^-$  和  $\Omega_{bb}^-$  到自旋 1/2 重子、自旋 3/2 重子的衰变以及味道改变中性流过程。

上一章简单介绍了传统的光前夸克模型方法 (conventional light-front quark model)，本章将应用此方法研究双重味重子的弱衰变。光前夸克模型方法曾被广泛应用于计算介子衰变过程<sup>[31-48]</sup>，而文献<sup>[49-51]</sup> 将该方法推广到重子衰变过程。在跃迁形状因子的计算中，我们采用夸克-diquark 的图像，推导并计算了旁观者 diquark 是一个标量或一个轴矢量下形状因子。然后将得到的形状因子结果用于双重味重子半轻和非轻衰变过程分宽度的预言。这些结果对于寻找  $\Xi_{cc}^{++}$  的其它衰变过程、寻找其它双重味重子、精确检验标准模型以及寻找新物理等都是有帮助的。

#### 3.1 自旋 1/2 的双重味重子到自旋 1/2 重子的衰变过程

本节将考虑自旋 1/2 的双重味重子到自旋 1/2 重子的弱衰变过程，具体地，我们将研究：

- 双粲重子衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{cc}^{++}(ccu) &\rightarrow \Lambda_c^+(dcu)/\Sigma_c^+(dcu)/\Xi_c^+(scu)/\Xi_c^+(scu), \\ \Xi_{cc}^+(ccd) &\rightarrow \Sigma_c^0(dcd)/\Xi_c^0(scd)/\Xi_c^0(scd), \\ \Omega_{cc}^+(ccs) &\rightarrow \Xi_c^0(dcs)/\Xi_c^0(dcs)/\Omega_c^0(sc s),\end{aligned}$$

- 双底重子衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Sigma_b^+(ubu)/\Xi_{bc}^+(cbu)/\Xi_{bc}^+(cbu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Lambda_b^0(ubd)/\Sigma_b^0(ubd)/\Xi_{bc}^0(cbd)/\Xi_{bc}^0(cbd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b^0(ubs)/\Xi_b^0(ubs)/\Omega_{bc}^0(cbs)/\Omega_{bc}^0(cbs),\end{aligned}$$

- 底-粲重子衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+(cbu)/\Xi_{bc}^+(cbu) &\rightarrow \Lambda_b^0(dbu)/\Sigma_b^0(dbu)/\Xi_b^0(sbu)/\Xi_b^0(sbu), \\ \Xi_{bc}^0(cbd)/\Xi_{bc}^0(cbd) &\rightarrow \Sigma_b^-(dbd)/\Xi_b^-(sbd)/\Xi_b^-(sbd), \\ \Omega_{bc}^0(cbs)/\Omega_{bc}^0(cbs) &\rightarrow \Xi_b^-(dbs)/\Xi_b^-(dbs)/\Omega_b^-(sbs),\end{aligned}$$

- 底-粲重子底衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+(bcu)/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Sigma_c^{++}(ucu)/\Xi_{cc}^{++}(ccu), \\ \Xi_{bc}^0(bcd)/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Lambda_c^+(ucd)/\Sigma_c^+(ucd)/\Xi_{cc}^+(ccd), \\ \Omega_{bc}^0(bcs)/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c^+(ucs)/\Xi_c'^+(ucs)/\Omega_{cc}^+(ccs).\end{aligned}$$

在上面列出的衰变模式中，已经明确给出初末态的夸克组分，括号中的第一个夸克参与弱相互作用，另外两个夸克作为旁观者。

本节的剩余部分安排如下。3.1.1小节将简单介绍双重味重子的质量谱和寿命。3.1.2小节将致力于用光前夸克模型计算跃迁形状因子。3.1.3和3.1.4小节把形状因子的结果应用于计算半轻、非轻衰变过程的分宽度。

### 3.1.1 质量谱和寿命

双重味重子包含两个重夸克和一个轻夸克，夸克组分为  $Q_1Q_2q$ ，其中  $Q_{1,2} = b, c$ ， $q = u, d, s$ ，表格1-1给出了它们的夸克组分与量子数。历史上已经有多种理论方法，包括夸克模型<sup>[64-67]</sup>、口袋模型 (the bag model)<sup>[68]</sup>、QCD 求和规则<sup>[69-73]</sup>、重夸克自旋对称性<sup>[74]</sup>、格点量子色动力学<sup>[75-77]</sup> 等，计算了双重味重子的质量谱等性质。对于  $\Xi_{cc}$ ，大部分理论模型预言其质量在 3.5 GeV 到 3.7 GeV 之间。例如格点量子色动力学的计算结果给出  $m_{\Xi_{cc}} = 3.610$  GeV<sup>[77]</sup>，这非常接近 LHCb 的实验测量结果： $m_{\Xi_{cc}} = 3.621$  GeV<sup>[15]</sup>。因此在下面衰变形状因子的研究中，除  $\Xi_{cc}$  的质量取实验值外，我们统一采用文献 [77] 中的质量谱结果，具体数值参见表格3-1。

对于包含一个粲夸克和一个底夸克的双重味重子，实验上可以观测到的是质量本征态，它们是两个重夸克子系统自旋本征态的混合：

$$\begin{pmatrix} \Xi_{bc}^{(1)} \\ \Xi_{bc}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\Xi} & \sin \theta_{\Xi} \\ -\sin \theta_{\Xi} & \cos \theta_{\Xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Xi_{bc} \\ \Xi_{bc}' \end{pmatrix}, \quad (3-1)$$

$$\begin{pmatrix} \Omega_{bc}^{(1)} \\ \Omega_{bc}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\Omega} & \sin \theta_{\Omega} \\ -\sin \theta_{\Omega} & \cos \theta_{\Omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_{bc} \\ \Omega_{bc}' \end{pmatrix}. \quad (3-2)$$

目前还没有有效的方式确定上式中的混合角，我们将分别计算  $\Xi_{bc}$  和  $\Xi_{bc}'$  的衰变。必须指出，一旦混合方案确定，只有一组质量本征态可以有较大的弱衰变分支比，而质量较大的态将通过电磁相互作用辐射衰变到质量较小的态。

理论上双重味重子的寿命可以采用光学定理计算向前散射振幅 (forward-scattering amplitude) 的吸收部分得到。文献 [67, 78-83] 按照算符乘积展开方法研究了双重味重子的寿命，但是计算结果差别很大。例如  $\Xi_{cc}^{++}$  重子寿命的预言从 200 fs 到 700 fs。最近文献 [84-86] 考虑了算符乘积展开中质量量纲为 7 的算符贡献，结果为：

$$\tau_{\Xi_{cc}^{++}} = 298 \text{ fs}, \quad \tau_{\Xi_{cc}^+} = 44 \text{ fs}, \quad \tau_{\Omega_{cc}^+} = 206 \text{ fs},$$



$$\begin{aligned}\tau_{\Xi_{bb}^0} &= 687 \text{ fs}, & \tau_{\Xi_{bb}^-} &= 865 \text{ fs}, & \tau_{\Omega_{bb}^-} &= 868 \text{ fs}, \\ \tau_{\Xi_{bc}^+} &= 409 \sim 607 \text{ fs}, & \tau_{\Xi_{bc}^0} &= 93 \sim 118 \text{ fs}, & \tau_{\Omega_{bc}^0} &= 168 \sim 370 \text{ fs}.\end{aligned}\quad (3-3)$$

下面计算中用到的双重味重子的寿命参见表3-1。其中， $\Xi_{cc}^{++}$  的寿命取实验值<sup>[17]</sup>， $\Xi_{cc}^+$  和  $\Omega_{cc}^+$  的寿命采用文献 [85] 中的结果，其它重子寿命采用文献 [67, 79] 中的结果。

表 3-1 双重味重子的质量（以 GeV 为单位）和寿命（以 fs 为单位）。我们采用了文献 [15, 17, 67, 77, 79, 85] 中的结果。

Table 3-1 Masses (in units of GeV) and lifetimes (in units of fs) of doubly heavy baryons. We have quoted the results from Refs. [15, 17, 67, 77, 79, 85].

Baryon	$\Xi_{cc}^{++}$	$\Xi_{cc}^+$	$\Omega_{cc}^+$	$\Xi_{bc}^+$	$\Xi_{bc}^0$	$\Omega_{bc}^0$	$\Xi_{bb}^0$	$\Xi_{bb}^-$	$\Omega_{bb}^-$
Mass	3.621 <sup>[15]</sup>	3.621 <sup>[15]</sup>	3.738 <sup>[77]</sup>	6.943 <sup>[77]</sup>	6.943 <sup>[77]</sup>	6.998 <sup>[77]</sup>	10.143 <sup>[77]</sup>	10.143 <sup>[77]</sup>	10.273 <sup>[77]</sup>
Lifetime	256 <sup>[17]</sup>	44 <sup>[85]</sup>	206 <sup>[85]</sup>	244 <sup>[67]</sup>	93 <sup>[67]</sup>	220 <sup>[79]</sup>	370 <sup>[67]</sup>	370 <sup>[67]</sup>	800 <sup>[79]</sup>

### 3.1.2 用光前夸克模型方法计算形状因子

#### 3.1.2.1 光前夸克模型方法

光前夸克模型通常采用光锥坐标系，将动量分解为： $p = (p^-, p^+, p_\perp)$ ，其中  $p^\pm = p^0 \pm p^3$ ， $p_\perp = (p^1, p^2)$ ，从而  $p^2 = p^- p^+ - p_\perp^2$ 。总动量为  $P$ 、自旋  $S = 1/2$ 、diquark 是标量或者轴矢量的重子态可以展开为：

$$\begin{aligned}|B(P, S, S_z)\rangle &= \int \{d^3 p_1\} \{d^3 p_2\} 2(2\pi)^3 \delta^3(\tilde{P} - \tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) \\ &\quad \times \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi^{SS_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) |q_1(p_1, \lambda_1)(di)(p_2, \lambda_2)\rangle,\end{aligned}\quad (3-4)$$

这里  $p_1$  和  $p_2$  分别是夸克  $q_1$  和 diquark ( $di$ ) 的动量，其中

$$\tilde{p} = (p^+, p_\perp), \quad \{d^3 p\} \equiv \frac{dp^+ d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3}, \quad \delta^3(\tilde{p}) = \delta(p^+) \delta^2(p_\perp).\quad (3-5)$$

重子、夸克  $q_1$ 、diquark ( $di$ ) 质量分别记为  $M$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 。动量的“ $-$ ”分量可以通过在壳条件决定

$$p^- = \frac{p_\perp^2 + m^2}{p^+}.\quad (3-6)$$

为了方便计算，我们定义夸克  $q_1$  和 diquark ( $di$ ) 的动量分数  $x_{1,2}$ ：

$$p_1^+ = x_1 P^+, \quad p_2^+ = x_2 P^+, \quad x_1 + x_2 = 1.\quad (3-7)$$

引入记号  $x \equiv x_2$ ， $x_1 = 1 - x$ ， $\bar{P} \equiv p_1 + p_2$ ， $M_0^2 \equiv \bar{P}^2$ 。在  $\bar{P}$  静止系，用  $e_{1,2}$  分别表示  $q_1$  和 ( $di$ ) 的能量， $\vec{k} = (k_\perp, k_z)$  表示 ( $di$ ) 的三动量。 $M_0$  可以表示为“内部变量”(internal variables)  $x$  和  $k_\perp$  的函数：

$$M_0^2 = \frac{k_\perp^2 + m_1^2}{x_1} + \frac{k_\perp^2 + m_2^2}{x_2}.\quad (3-8)$$

利用  $e_1 + e_2 = M_0$  以及  $q_1$  和  $(di)$  的在壳条件, 我们可以得到:

$$e_i = \frac{x_i M_0}{2} + \frac{m_i^2 + k_\perp^2}{2x_i M_0}, \quad k_z = \frac{x M_0}{2} - \frac{m_2^2 + k_\perp^2}{2x M_0}. \quad (3-9)$$

其中  $e_i$  和  $k_z$  已经写成了内部变量  $x$  和  $k_\perp$  的函数。

动量空间波函数  $\Psi^{SS_z}$  表示为<sup>[35]</sup>:

$$\begin{aligned} \Psi^{SS_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) &= \sum_{s_1, s_2} \langle \lambda_1 | \mathcal{R}_M^\dagger(x_1, -k_\perp, m_1) | s_1 \rangle \langle \lambda_2 | \mathcal{R}_M^\dagger(x_2, k_\perp, m_2) | s_2 \rangle \\ &\times \langle \frac{1}{2} s_1; s_{(di)} s_2 | \frac{1}{2} S_z \rangle \varphi(x, k_\perp), \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中  $\varphi(x, k_\perp)$  是描述束缚态中组分动量分布的光前波函数;  $\langle \frac{1}{2} s_1; s_{(di)} s_2 | \frac{1}{2} S_z \rangle$  是克莱布希-高登系数; 对于标量 **diquark**,  $s_{(di)} = s_2 = 0$ , 对轴矢量 **diquark**,  $s_{(di)} = 1, s_2 = 0, \pm 1$ ;  $\langle \lambda_1 | \mathcal{R}_M^\dagger(x_1, -k_\perp, m_1) | s_1 \rangle$  是将自旋态从传统的瞬时形式转换到光前螺旋度本征态的 Melosh 变换矩阵元。可以证明<sup>[35]</sup>:

$$\begin{aligned} &\sum_{s_1, s_2} \langle \lambda_1 | \mathcal{R}_M^\dagger(1-x, -k_\perp, m_1) | s_1 \rangle \langle \lambda_2 | \mathcal{R}_M^\dagger(x, k_\perp, m_2) | s_2 \rangle \langle \frac{1}{2} s_1; s_{[di]} s_2 | \frac{1}{2} S_z \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2(p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)}} \bar{u}(p_1, \lambda_1) \Gamma u(\bar{P}, S_z), \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中如果 **diquark** 是一个标量,  $\Gamma = 1$ ; 对轴矢量 **diquark** 情形,  $\Gamma = -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 \not{\epsilon}^*(p_2, \lambda_2)$ <sup>[51]</sup>。光前波函数由下式给出

$$\varphi(x, k_\perp) = A \phi(x, k_\perp), \quad (3-12)$$

对标量 **diquark** 情形,  $A = 1$ , 对轴矢量 **diquark** 情形,  $A = \sqrt{\frac{3(M_0 m_1 + p_1 \cdot \bar{P})}{3M_0 m_1 + p_1 \cdot P + (2p_1 \cdot p_2 p_2 \cdot \bar{P})/m_2^2}}$ 。由重子态的归一化条件

$$\langle B(P', S', S'_z) | B(P, S, S_z) \rangle = 2(2\pi)^3 P^+ \delta^3(\tilde{P}' - \tilde{P}) \delta_{S' S} \delta_{S'_z S_z}, \quad (3-13)$$

光前波函数  $\phi(x, k_\perp)$  应当满足下面的归一化条件:

$$\int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} |\phi(x, k_\perp)|^2 = 1. \quad (3-14)$$

实际计算通常使用高斯型的分布形式:

$$\phi(x, k_\perp) = N \sqrt{\frac{\partial k_z}{\partial x_2}} \exp\left(\frac{-\vec{k}^2}{2\beta^2}\right), \quad (3-15)$$

其中

$$N = 4 \left(\frac{\pi}{\beta^2}\right)^{3/4}, \quad \frac{\partial k_z}{\partial x_2} = \frac{e_1 e_2}{x_1 x_2 M_0}, \quad (3-16)$$

参数  $\beta$  在强子化尺度, 可以通过拟合实验数据得到。

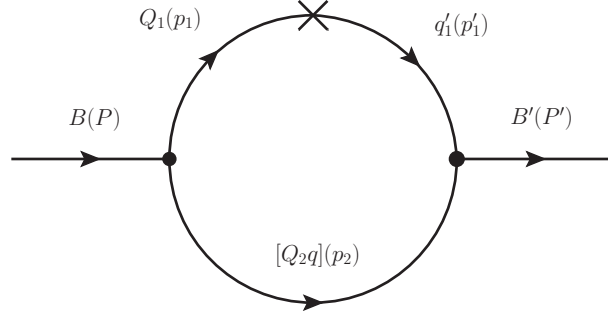


图 3-1 diquark 图像下，重子到重子跃迁形状因子的费曼图。 $P^{(\prime)}$  是初态（末态）重子的动量， $p_1^{(\prime)}$  是初态（末态）夸克动量， $p_2$  是 diquark 动量，“x”代表弱相互作用顶点。

Figure 3-1 Feynman diagrams for baryon-baryon transitions in the diquark picture.  $P^{(\prime)}$  is the momentum of the incoming (outgoing) baryon,  $p_1^{(\prime)}$  is the quark momentum,  $p_2$  is the diquark momentum and the cross mark denotes the corresponding vertex of weak interaction.

### 3.1.2.2 标量 diquark 旁观者的跃迁形状因子

在 diquark 图像下，重子到重子衰变转移形状因子的费曼图见图 3-1，弱衰变矩阵元可以通过形状因子刻画

$$\begin{aligned} \langle B'(P', S'_z) | (V - A)_\mu | B(P, S_z) \rangle = & \bar{u}(P', S'_z) \left[ \gamma_\mu f_1(q^2) + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M} f_3(q^2) \right] u(P, S_z), \\ & - \bar{u}(P', S'_z) \left[ \gamma_\mu g_1(q^2) + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} g_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M} g_3(q^2) \right] \gamma_5 u(P, S_z), \end{aligned} \quad (3-17)$$

其中  $(V - A)_\mu$  是弱相互作用的流算符， $P$  和  $P'$  分别是初末态重子的动量， $q = P - P'$ ， $M$  代表母粒子的质量。将重子与夸克-diquark 耦合形式代入，上面等式左侧的矩阵元可表示为

$$\begin{aligned} \langle B'(P', S'_z) | (V - A)_\mu | B(P, S_z) \rangle = & \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+} (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')} \\ & \times \bar{u}(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}'(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \Gamma u(\bar{P}, S_z), \end{aligned} \quad (3-18)$$

其中初末态只包含标量 diquark，因此

$$\bar{\Gamma}' = \gamma_0 \Gamma^\dagger \gamma_0 = \Gamma = 1, \quad (3-19)$$

$m_1$ 、 $m'_1$ 、 $m_2$  分别是初态夸克、末态夸克和 diquark 的质量， $p_1$ 、 $p'_1$ 、 $p_2$  分别是它们的动量。 $\bar{P}$  和  $\bar{P}'$  分别定义为  $\bar{P} = p_1 + p_2$ ， $\bar{P}' = p'_1 + p_2$ 。

利用关系式

$$\langle B'(P', S'_z) | V^+ | B(P, S_z) \rangle = 2\sqrt{P^+ P'^+} \left[ f_1(q^2) \delta_{S'_z S_z} + \frac{f_2(q^2)}{M} (\vec{\sigma} \cdot \vec{q}_\perp \sigma^3)_{S'_z S_z} \right],$$

$$\langle B'(P', S'_z) | A^+ | B(P, S_z) \rangle = 2\sqrt{P^+ P'^+} \left[ g_1(q^2) (\sigma^3)_{S'_z S_z} + \frac{g_2(q^2)}{M} (\vec{\sigma} \cdot \vec{q}_\perp)_{S'_z S_z} \right], \quad (3-20)$$

我们可以得到形状因子<sup>[49]</sup>

$$\begin{aligned} f_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+ P'^+} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\ &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \gamma^+ (\bar{\not{P}}' + M'_0) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ (\not{p}_1 + m_1)], \\ g_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+ P'^+} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\ &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \gamma^+ \gamma_5 (\bar{\not{P}}' + M'_0) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1)], \\ \frac{f_2(q^2)}{M} &= - \sum_{j=1}^2 \frac{i q_\perp^j}{8P^+ P'^+ q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\ &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \sigma^{j+} (\bar{\not{P}}' + M'_0) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ (\not{p}_1 + m_1)], \\ \frac{g_2(q^2)}{M} &= \sum_{j=1}^2 \frac{i q_\perp^j}{8P^+ P'^+ q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\ &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \sigma^{j+} \gamma_5 (\bar{\not{P}}' + M'_0) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1)]. \end{aligned} \quad (3-21)$$

将上式中的 Lorentz 结构化简，我们可以得到

$$\begin{aligned} f_1(q^2) &= \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [k_\perp \cdot k'_\perp + (x_1 M_0 + m_1)(x'_1 M'_0 + m'_1)]}{\sqrt{[(m_1 + x_1 M_0)^2 + k_\perp^2] [(m'_1 + x'_1 M'_0)^2 + k_\perp'^2]}}, \\ g_1(q^2) &= \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-k_\perp \cdot k'_\perp + (x_1 M_0 + m_1)(x'_1 M'_0 + m'_1)]}{\sqrt{[(m_1 + x_1 M_0)^2 + k_\perp^2] [(m'_1 + x'_1 M'_0)^2 + k_\perp'^2]}}, \\ \frac{f_2(q^2)}{M} &= \frac{1}{q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-(m_1 + x_1 M_0) k'_\perp \cdot q_\perp + (m'_1 + x'_1 M'_0) k_\perp \cdot q_\perp]}{\sqrt{[(m_1 + x_1 M_0)^2 + k_\perp^2] [(m'_1 + x'_1 M'_0)^2 + k_\perp'^2]}}, \\ \frac{g_2(q^2)}{M} &= \frac{1}{q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-(m_1 + x_1 M_0) k'_\perp \cdot q_\perp - (m'_1 + x'_1 M'_0) k_\perp \cdot q_\perp]}{\sqrt{[(m_1 + x_1 M_0)^2 + k_\perp^2] [(m'_1 + x'_1 M'_0)^2 + k_\perp'^2]}}, \end{aligned} \quad (3-22)$$

在  $q^+ = 0$  的参考系中， $x' = x$ ， $x'_1 = x_1 = 1 - x$  以及  $k'_\perp = k_\perp + x_2 q_\perp$ 。

### 3.1.2.3 轴矢量 diquark 旁观者的跃迁形状因子

如果旁观者是轴矢量 diquark，计算过程与上一小节类似，但是需要将顶点函数替换为  $\Gamma = -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 \not{\epsilon}^*(p_2, \lambda_2)$ ，这时形状因子的表达式为：

$$\begin{aligned} f_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+ P'^+} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{6\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\ &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \gamma^+ (\bar{\not{P}}' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ (\not{p}_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+P'^+} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \gamma^+ \gamma_5 (\bar{\not{P}}' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right), \\
 \frac{f_2(q^2)}{M} &= -\frac{1}{8P^+P'^+} \frac{iq_\perp^i}{q_\perp^2} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \sigma^{i+} (\bar{\not{P}}' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ (\not{p}_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right), \\
 \frac{g_2(q^2)}{M} &= \frac{1}{8P^+P'^+} \frac{iq_\perp^i}{q_\perp^2} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \cdot \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(\bar{\not{P}} + M_0) \sigma^{i+} \gamma_5 (\bar{\not{P}}' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^+ \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right).
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

将上式中的 Lorentz 结构化简，就可以得到与 (3-22) 类似的表达式，限于篇幅，本文不再给出。

### 3.1.2.4 跃迁形状因子的混合

应当指出，上一子小节的计算分别考虑了标量、轴矢量旁观者 **diquark**，而实际的强子矩阵元是这两种跃迁矩阵元的线性组合：

$$\langle B' | (V - A)_\mu | B \rangle = c_S \langle q_1 (Q_2 q)_S | (V - A)_\mu | Q_1 (Q_2 q)_S \rangle + c_A \langle q_1 (Q_2 q)_A | (V - A)_\mu | Q_1 (Q_2 q)_A \rangle, \tag{3-24}$$

系数  $c_{S,A}$  由初末态的味道-自旋波函数决定。

双粲重子的味道-自旋空间的波函数为

$$\mathcal{B}_{cc} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} c^1 (c^2 q)_S + \frac{1}{2} c^1 (c^2 q)_A \right) + (c^1 \leftrightarrow c^2) \right], \tag{3-25}$$

其中  $q$  可以是  $u$ 、 $d$  或者  $s$  夸克。双底重子的波函数由替换  $c \rightarrow b$  得到。视  $bc$  构成标量或者轴矢量 **diquark** 的不同，底-粲重子存在两种态。对  $bc$  构成轴矢量 **diquark** 的底-粲重子，波函数为

$$\mathcal{B}_{bc} = -\frac{\sqrt{3}}{2} b(cq)_S + \frac{1}{2} b(cq)_A = -\frac{\sqrt{3}}{2} c(bq)_S + \frac{1}{2} c(bq)_A, \tag{3-26}$$

而对  $bc$  构成标量 **diquark** 的底-粲重子，波函数为

$$\mathcal{B}'_{bc} = -\frac{1}{2} b(cq)_S - \frac{\sqrt{3}}{2} b(cq)_A = \frac{1}{2} c(bq)_S + \frac{\sqrt{3}}{2} c(bq)_A, \tag{3-27}$$

其中对  $\Xi_{bc}^{(\prime)0+}$ 、 $\Xi_{bc}^{(\prime)00}$ 、 $\Omega_{bc}^{(\prime)00}$ ， $q$  分别代表  $u$ 、 $d$  或者  $s$  夸克。文献 [77] 对  $\mathcal{B}_{bc}^{(\prime)}$  波函数的约定与上述公式相反。

表 3-2 双重味重子弱衰变跃迁过程的重叠因子。以  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$  为例，物理的跃迁矩阵元可以通过下式计算： $\langle \Lambda_c^+ | (V-A)_\mu | \Xi_{cc}^{++} \rangle = c_S \langle d[cu]_S | (V-A)_\mu | c[cu]_S \rangle + c_A \langle d[cu]_A | (V-A)_\mu | c[cu]_A \rangle$ ，其中  $c_S = c_A = \sqrt{6}/4$ 。

Table 3-2 Mixing coefficients of the transition matrix elements for the doubly heavy baryon decays. Taking the  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$  as an example, the physical transition matrix elements can be evaluated as follows.  $\langle \Lambda_c^+ | (V - A)_\mu | \Xi_{cc}^{++} \rangle = c_S \langle d[cu]_S | (V - A)_\mu | c[cu]_S \rangle + c_A \langle d[cu]_A | (V - A)_\mu | c[cu]_A \rangle$  with  $c_S = c_A = \sqrt{6}/4$ .

Process	$(c_S, c_A)$	Process	$(c_S, c_A)$	Process	$(c_S, c_A)$	Process	$(c_S, c_A)$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++}$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+}$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime0}$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^0$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0}$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^0$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{\prime0}$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime0}$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_c^+$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0$	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_{cc}^+$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
		$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime0}$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime-}$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
				$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^-$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime+}$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
				$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^-$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+$	$(\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
				$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-}$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^+$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
				$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
				$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime-}$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_{cc}^+$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
				$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$		
				$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^-$	$(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$		
				$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-}$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$		
				$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^-$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$		

表 3-3 高斯型波函数 (3-15) 式中的  $\beta$  参数以及末态重子质量。

 Table 3-3 The shape parameters  $\beta$ 's in the Gaussian-type wave functions Eq. (3-15) and the masses (in units of GeV) of the singly heavy baryons.

$\beta_{u[cq]}$	$\beta_{d[cq]}$	$\beta_{s[cq]}$	$\beta_{c[cq]}$	$\beta_{b[cq]}$	$\beta_{u[bq]}$	$\beta_{d[bq]}$	$\beta_{s[bq]}$	$\beta_{c[bq]}$	$\beta_{b[bq]}$
0.470	0.470	0.535	0.753	0.886	0.562	0.562	0.623	0.886	1.472
$m_{\Lambda_c^+}$	$m_{\Xi_c^+}$	$m_{\Xi_c^0}$	$m_{\Sigma_c^{++}}$	$m_{\Sigma_c^+}$	$m_{\Sigma_c^0}$	$m_{\Xi_c'^+}$	$m_{\Xi_c'^0}$	$m_{\Omega_c^0}$	
2.286	2.468	2.471	2.454	2.453	2.454	2.576	2.578	2.695	
$m_{\Lambda_b^0}$	$m_{\Xi_b^0}$	$m_{\Xi_b^-}$	$m_{\Sigma_b^+}$	$m_{\Sigma_b^0}$	$m_{\Sigma_b^-}$	$m_{\Xi_b'^0}$	$m_{\Xi_b'^-}$	$m_{\Omega_b^-}$	
5.620	5.793	5.795	5.811	5.814	5.816	5.935	5.935	6.046	

反三重态单粲重子的波函数为

$$\begin{aligned}
 \Lambda_c^+ &= -\frac{1}{2}d(cu)_S + \frac{\sqrt{3}}{2}d(cu)_A = \frac{1}{2}u(cd)_S - \frac{\sqrt{3}}{2}u(cd)_A, \\
 \Xi_c^+ &= -\frac{1}{2}s(cu)_S + \frac{\sqrt{3}}{2}s(cu)_A = \frac{1}{2}u(cs)_S - \frac{\sqrt{3}}{2}u(cs)_A, \\
 \Xi_c^0 &= -\frac{1}{2}s(cd)_S + \frac{\sqrt{3}}{2}s(cd)_A = \frac{1}{2}d(cs)_S - \frac{\sqrt{3}}{2}d(cs)_A.
 \end{aligned} \tag{3-28}$$

六重态单粲重子的波函数可以选择为

$$\begin{aligned}
 \Sigma_c^{++} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}u^1(cu^2)_S + \frac{1}{2}u^1(cu^2)_A + (u^1 \leftrightarrow u^2) \right], \\
 \Sigma_c^+ &= \frac{\sqrt{3}}{2}d(cu)_S + \frac{1}{2}d(cu)_A = \frac{\sqrt{3}}{2}u(cd)_S + \frac{1}{2}u(cd)_A, \\
 \Sigma_c^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}d^1(cd^2)_S + \frac{1}{2}d^1(cd^2)_A + (d^1 \leftrightarrow d^2) \right], \\
 \Xi_c'^+ &= \frac{\sqrt{3}}{2}s(cu)_S + \frac{1}{2}s(cu)_A = \frac{\sqrt{3}}{2}u(cs)_S + \frac{1}{2}u(cs)_A, \\
 \Xi_c'^0 &= \frac{\sqrt{3}}{2}s(cd)_S + \frac{1}{2}s(cd)_A = \frac{\sqrt{3}}{2}d(cs)_S + \frac{1}{2}d(cs)_A, \\
 \Omega_c^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}s^2(cs^1)_S + \frac{1}{2}s^2(cs^1)_A + (s^1 \leftrightarrow s^2) \right].
 \end{aligned} \tag{3-29}$$

单底重子的波函数可以通过替换  $c \rightarrow b$  得到。

给定了上述波函数，我们就可以确定跃迁过程的重叠因子 (overlap factor)，结果在表3-2中给出。

### 3.1.2.5 数值结果

数值计算中采用组分夸克质量 (以 GeV 为单位)<sup>[40-48]</sup>:

$$m_u = m_d = 0.25, \quad m_s = 0.37, \quad m_c = 1.4, \quad m_b = 4.8. \tag{3-30}$$

表 3-4 双粲重子的跃迁形状因子。表格的左、右半边分别对应初末态只包含  $0^+$ 、 $1^+$  diquark 情形。对于带星号的数据，拟合公式采用 (3-33) 式，不带星号的数据，拟合公式采用 (3-32) 式。

Table 3-4 Transition form factors of doubly charmed baryon decays. The left and right halves correspond to the  $0^+$  and  $1^+$  diquark involved case, respectively. The formula of (3-33) is adopted for the ones with asterisk, and that of (3-32) for all the others.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.653	1.72	0.27	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.739	1.56	0.32	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.637	1.49	0.37	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.726	1.53	0.32
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.533	2.03	0.38	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.053	1.12	1.10	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.167	1.99	0.23	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.028*	2.03*	2.62*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.653	1.72	0.27	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.739	1.56	0.32	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.637	1.49	0.37	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.726	1.53	0.32
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.533	2.03	0.38	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.053	1.12	1.10	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.167	1.99	0.23	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.028*	2.03*	2.62*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.754	1.84	0.25	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.783	1.67	0.30	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.739	1.58	0.36	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.802	1.62	0.31
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.620	2.16	0.35	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.080	1.29	0.52	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.198	2.10	0.21	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.019*	1.62*	1.37*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	0.754	1.84	0.25	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	-0.783	1.67	0.30	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	0.739	1.58	0.36	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	0.802	1.62	0.31
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	0.620	2.16	0.35	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	-0.080	1.29	0.52	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	-0.198	2.10	0.21	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}}$	-0.019*	1.62*	1.37*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	0.653	1.72	0.27	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	-0.739	1.56	0.32	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	0.637	1.49	0.37	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	0.726	1.53	0.32
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	0.533	2.03	0.38	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	-0.053	1.12	1.10	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	-0.167	1.99	0.23	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^0}$	-0.028*	2.03*	2.62*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.754	1.84	0.25	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.783	1.67	0.30	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.739	1.58	0.36	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.802	1.62	0.31
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.620	2.16	0.35	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.080	1.29	0.52	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.198	2.10	0.21	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.019*	1.62*	1.37*
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.754	1.84	0.25	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.783	1.67	0.30	$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.739	1.58	0.36	$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.802	1.62	0.31
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.620	2.16	0.35	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.080	1.29	0.52	$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.198	2.10	0.21	$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.019*	1.62*	1.37*
$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.646	1.68	0.28	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.752	1.54	0.33	$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.632	1.47	0.38	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.717	1.52	0.33
$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.528	1.99	0.40	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.059	1.12	1.02	$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.165	1.97	0.27	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.030*	2.32*	3.92*
$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.646	1.68	0.28	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.752	1.54	0.33	$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.632	1.47	0.38	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.717	1.52	0.33
$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.528	1.99	0.40	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.059	1.12	1.02	$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.165	1.97	0.27	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.030*	2.32*	3.92*
$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.748	1.80	0.27	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.799	1.64	0.32	$f_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.735	1.57	0.37	$f_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.793	1.61	0.32
$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.615	2.11	0.36	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.086	1.28	0.52	$g_1^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.196	2.08	0.24	$g_2^{\Omega_{cc}^{++} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.021*	1.79*	1.77*

diquark 质量  $m_{(ci)}$  和  $m_{(bj)}$  分别近似为  $m_c + m_i$  和  $m_b + m_j$ ，其中  $i, j = u, d, s$ 。

双重味或者单重重子波函数中的形状参数近似取为相应介子的形状参数。以  $\Xi_{cc}^{++}$  为例，我们取  $\beta_{c[ci]} \approx \beta_{c\bar{c}}$ ，而后者为  $\eta_c$  的形状参数。实际计算中，我们采用如下衰变常数抽取形状参数<sup>[87-89]</sup>：

$$f_D = 207.4\text{MeV}, \quad f_{D_s} = 247.2\text{GeV}, \quad f_{\eta_c} = 387\text{MeV}, \quad f_{\Upsilon} = 715\text{MeV}. \quad (3-31)$$

形状参数的具体数值罗列在表 3-3 中<sup>[48]</sup>。单重味重子的质量也罗列在表 3-3 中<sup>[8, 90]</sup>。

有了上面的输入参数，我们可以计算标量或者轴矢量旁观者 diquark 的跃迁形状因子（见式 (3-22) 和 (3-23)）。为了得到形状因子对  $q^2$  的依赖性，我们采用下面的参数化形式

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left( \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}, \quad (3-32)$$

其中  $F(0)$  是形状因子在  $q^2 = 0$  处的值， $m_{\text{fit}}$  和  $\delta$  需要通过数值拟合而确定。对于形状因子  $g_2$ ，上面的拟合公式可能会导致一个纯虚的  $m_{\text{fit}}$ ，在这种情况下，我们采用参数化公式：

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 + \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left( \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}. \quad (3-33)$$



表 3-5 与表3-4类似，但是这里是双底重子情形。

Table 3-5 Same as Table 3-4 but for the doubly bottom baryon decays.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	0.084	3.11	0.80	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	-0.108	3.03	0.88	$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	0.083	2.99	0.97	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	0.107	3.03	0.88
$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	0.078	3.24	0.80	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	0.007	5.65	4.89	$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	-0.019	3.38	0.75	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+}$	-0.027	3.27	0.86
$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	0.419	3.76	0.56	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	-0.402	3.61	0.60	$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	0.414	3.52	0.64	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	0.456	3.59	0.60
$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	0.392	3.91	0.57	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	0.009*	12.20*	41.70*	$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	-0.116	4.05	0.55	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+}$	-0.064	3.90	0.60
$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	0.419	3.76	0.56	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	-0.402	3.61	0.60	$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	0.414	3.52	0.64	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	0.456	3.59	0.60
$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	0.392	3.91	0.57	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	0.009*	12.20*	41.70*	$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	-0.116	4.05	0.55	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{'+}}$	-0.064	3.90	0.60
$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.084	3.11	0.80	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.108	3.03	0.88	$f_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.083	2.99	0.97	$f_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.107	3.03	0.88
$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.078	3.24	0.80	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.007	5.65	4.89	$g_1^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.019	3.38	0.75	$g_2^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.027	3.27	0.86
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.084	3.11	0.80	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.108	3.03	0.88	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.083	2.99	0.97	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.107	3.03	0.88
$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.078	3.24	0.80	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.007	5.65	4.89	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.019	3.38	0.75	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.027	3.27	0.86
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	0.419	3.76	0.56	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	-0.402	3.61	0.60	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	0.414	3.52	0.64	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	0.456	3.59	0.60
$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	0.392	3.91	0.57	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	0.009*	12.20*	41.70*	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	-0.116	4.05	0.55	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0}$	-0.065	3.90	0.60
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	0.419	3.76	0.56	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	-0.402	3.61	0.60	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	0.414	3.52	0.64	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	0.456	3.59	0.60
$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	0.392	3.91	0.57	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	0.009*	12.20*	41.70*	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	-0.116	4.05	0.55	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{0'}}$	-0.065	3.90	0.60
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.082	3.09	0.82	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.107	3.02	0.90	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.080	2.98	0.99	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.105	3.02	0.90
$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.076	3.22	0.81	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.007	5.85	5.79	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.018	3.36	0.76	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.026	3.25	0.88
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	0.082	3.09	0.82	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	-0.107	3.02	0.90	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	0.080	2.98	0.99	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	0.105	3.02	0.90
$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	0.076	3.22	0.81	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	0.007	5.85	5.79	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	-0.018	3.36	0.76	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{0'}}$	-0.026	3.25	0.88
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	0.414	3.73	0.57	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	-0.405	3.59	0.61	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	0.410	3.50	0.65	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	0.454	3.57	0.61
$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	0.387	3.88	0.57	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	0.007*	5.31*	2.84*	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	-0.115	4.02	0.55	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0}$	-0.064	3.88	0.61
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	0.414	3.73	0.57	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	-0.405	3.59	0.61	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	0.410	3.50	0.65	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	0.454	3.57	0.61
$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	0.387	3.88	0.57	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	0.007*	5.31*	2.84*	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	-0.115	4.02	0.55	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{0'}}$	-0.064	3.88	0.61

对于标量和轴矢量旁观者 diquark 的跃迁形状因子，结果分别在表3-4、3-5、3-6以及3-7中给出，物理的形状因子可以由 (3-24) 式得到。

### 3.1.3 半轻衰变

这一小节将应用形状因子结果研究双重味重子的半轻衰变过程。我们将采用螺旋度振幅方法推导衰变的微分宽度，附录A给出了该方法的简介。

#### 3.1.3.1 $B \rightarrow B'\ell\nu$ 的衰变宽度

半轻衰变过程的电弱有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left( V_{cs}^* [\bar{s}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c] [\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)l] + V_{cd}^* [\bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c] [\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)l] \right) + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left( V_{cb} [\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)b] [\bar{l}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu] + V_{ub} [\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)b] [\bar{l}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu] \right), \quad (3-34)$$

其中  $G_F$  是费米常数， $V_{cs,cd,ub,cb}$  是 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵元。轻子部分可以采用微扰论进行计算，而强子部分由形状因子进行刻画。

表 3-6 与表 3-4 类似, 但是这里是底-粲重子衰变情形。

Table 3-6 Same as Table 3-4 but for the charm decays of bottom-charm baryons.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.639	1.52	0.41	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	-1.707	1.47	0.43	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.637	1.44	0.45	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	1.023	1.47	0.43
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.499	1.84	0.56	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.232	1.12	0.71	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.160	1.89	0.54	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.006*	0.28*	0.08*
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.639	1.52	0.41	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-1.707	1.47	0.43	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.637	1.44	0.45	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	1.023	1.47	0.43
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.499	1.84	0.56	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.232	1.12	0.71	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.160	1.89	0.54	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.006*	0.28*	0.08*
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	0.725	1.60	0.40	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	-1.801	1.54	0.42	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	0.723	1.52	0.44	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	1.106	1.55	0.42
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	0.571	1.92	0.52	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.269	1.20	0.57	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.185	1.96	0.50	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0}$	0.019	0.21	-0.06
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.725	1.60	0.40	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-1.801	1.54	0.42	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.723	1.52	0.44	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	1.106	1.55	0.42
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.571	1.92	0.52	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.269	1.20	0.57	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.185	1.96	0.50	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.019	0.21	-0.06
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.639	1.52	0.41	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	-1.707	1.47	0.43	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.637	1.44	0.45	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	1.023	1.47	0.43
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.499	1.84	0.56	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.232	1.12	0.71	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.160	1.89	0.54	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.006*	0.28*	0.08*
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.725	1.60	0.40	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-1.801	1.54	0.42	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.723	1.52	0.44	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	1.106	1.55	0.42
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.571	1.92	0.52	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.269	1.20	0.57	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.185	1.96	0.50	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.019	0.21	-0.06
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.725	1.60	0.40	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-1.801	1.54	0.42	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.723	1.52	0.44	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	1.106	1.55	0.42
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.571	1.92	0.52	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-0.269	1.20	0.57	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-0.185	1.96	0.50	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.019	0.21	-0.06
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.638	1.51	0.42	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-1.766	1.46	0.44	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.636	1.44	0.46	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	1.048	1.47	0.43
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.498	1.83	0.56	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.243	1.12	0.71	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.160	1.88	0.54	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-}$	0.008	0.31	-0.13
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.638	1.51	0.42	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-1.766	1.46	0.44	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.636	1.44	0.46	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	1.048	1.47	0.43
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.498	1.83	0.56	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-0.243	1.12	0.71	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	-0.160	1.88	0.54	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -}}$	0.008	0.31	-0.13
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	0.723	1.60	0.40	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	-1.864	1.54	0.42	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	0.721	1.51	0.44	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	1.134	1.54	0.42
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	0.570	1.91	0.52	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.281	1.20	0.57	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.185	1.95	0.50	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-}$	0.022	0.32	-0.23

表 3-7 与表 3-4 类似, 但是这里是底-粲重子底衰变情形。

Table 3-7 Same as Table 3-4 but for the bottom decays of bottom-charm baryons.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	0.136	3.48	0.58	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	-0.081	3.25	0.64	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	0.125	3.11	0.79	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	0.150	3.20	0.65
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	0.130	3.59	0.59	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	-0.009	2.95	0.98	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	-0.022	4.18	0.58	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}}$	-0.039	3.50	0.66
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	0.550	4.45	0.43	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	-0.229	4.07	0.47	$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	0.527	3.78	0.55	$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	0.523	3.91	0.48
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	0.530	4.57	0.44	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	-0.043	3.90	0.48	$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	-0.146	4.76	0.38	$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{++}}$	-0.060	4.50	0.51
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.136	3.48	0.58	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.081	3.25	0.64	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.125	3.11	0.79	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.150	3.20	0.65
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.130	3.59	0.59	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.009	2.95	0.98	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.022	4.18	0.58	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.039	3.50	0.66
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.136	3.48	0.58	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.081	3.25	0.64	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.125	3.11	0.79	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.150	3.20	0.65
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.130	3.59	0.59	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.009	2.95	0.98	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.022	4.18	0.58	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.039	3.50	0.66
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.550	4.45	0.43	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.229	4.07	0.47	$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.527	3.78	0.55	$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.523	3.91	0.48
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.530	4.57	0.44	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.043	3.90	0.48	$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.146	4.76	0.38	$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.060	4.50	0.51
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.123	3.39	0.61	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.078	3.19	0.69	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.114	3.07	0.83	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.140	3.14	0.69
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	0.118	3.49	0.63	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.009	2.92	1.06	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.020	4.07	0.64	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.037	3.40	0.69
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	0.123	3.39	0.61	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	-0.078	3.19	0.69	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	0.114	3.07	0.83	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	0.140	3.14	0.69
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	0.118	3.49	0.63	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	-0.009	2.92	1.06	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	-0.020	4.07	0.64	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +}}$	-0.037	3.40	0.69
$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	0.531	4.33	0.45	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	-0.236	3.98	0.49	$f_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	0.511	3.72	0.57	$f_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	0.519	3.84	0.50
$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	0.511	4.44	0.46	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	-0.046	3.81	0.51	$g_1^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	-0.141	4.66	0.42	$g_2^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^+}$	-0.063	4.31	0.51

表 3-8 半轻衰变的衰变宽度、分支比以及  $\Gamma_L/\Gamma_T$ 。我们忽略了轻子质量。我们假定  $m_{B'_i} = m_{B_i}$  以及  $\tau_{B'_i} = \tau_{B_i}$ ，即，我们假定  $B'_i \rightarrow B_f$  和  $B_i \rightarrow B_f$  两个过程唯一的不同在于混合系数。

Table 3-8 The  $bc$  sector with the  $c$  quark decay and a scalar  $bc$  diquark in the initial state: decay widths, branching ratios and  $\Gamma_L/\Gamma_T$ 's for semi-leptonic decays, with lepton mass neglected. We have assumed  $m_{B'_i} = m_{B_i}$  and  $\tau_{B'_i} = \tau_{B_i}$ , i.e. the only difference between  $B'_i \rightarrow B_f$  and  $B_i \rightarrow B_f$  is the mixing coefficients.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$	channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$	$1.08 \times 10^{-14}$	$4.21 \times 10^{-3}$	8.50	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}_l$	$7.59 \times 10^{-17}$	$4.27 \times 10^{-5}$	1.36
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	$9.88 \times 10^{-15}$	$3.84 \times 10^{-3}$	1.27	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	$4.61 \times 10^{-14}$	$2.59 \times 10^{-2}$	2.27
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$	$1.18 \times 10^{-13}$	$4.60 \times 10^{-2}$	9.98	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}'^+ l^- \bar{\nu}_l$	$2.04 \times 10^{-14}$	$1.15 \times 10^{-2}$	0.89
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ l^+ \nu_l$	$1.32 \times 10^{-13}$	$5.13 \times 10^{-2}$	1.41	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$1.81 \times 10^{-17}$	$1.02 \times 10^{-5}$	9.06
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$	$1.97 \times 10^{-14}$	$1.32 \times 10^{-3}$	1.27	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$3.80 \times 10^{-17}$	$2.14 \times 10^{-5}$	1.36
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	$1.17 \times 10^{-13}$	$7.79 \times 10^{-3}$	9.98	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	$4.65 \times 10^{-14}$	$2.61 \times 10^{-2}$	2.27
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu_l$	$1.31 \times 10^{-13}$	$8.76 \times 10^{-3}$	1.42	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}'^0 l^- \bar{\nu}_l$	$2.06 \times 10^{-14}$	$1.16 \times 10^{-2}$	0.89
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	$5.42 \times 10^{-15}$	$1.69 \times 10^{-3}$	9.14	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$1.64 \times 10^{-17}$	$2.00 \times 10^{-5}$	9.22
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu_l$	$6.07 \times 10^{-15}$	$1.90 \times 10^{-3}$	1.34	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^0 l^- \bar{\nu}_l$	$3.53 \times 10^{-17}$	$4.30 \times 10^{-5}$	1.38
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 l^+ \nu_l$	$1.62 \times 10^{-13}$	$5.07 \times 10^{-2}$	1.46	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	$3.95 \times 10^{-14}$	$4.80 \times 10^{-2}$	2.30
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	$6.02 \times 10^{-15}$	$2.23 \times 10^{-3}$	10.5	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$9.21 \times 10^{-17}$	$3.42 \times 10^{-5}$	1.15
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$4.00 \times 10^{-15}$	$1.48 \times 10^{-3}$	1.39	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$4.25 \times 10^{-14}$	$1.58 \times 10^{-2}$	2.49
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	$6.20 \times 10^{-14}$	$2.30 \times 10^{-2}$	11.7	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.79 \times 10^{-17}$	$2.53 \times 10^{-6}$	5.92
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^0 l^+ \nu_l$	$5.02 \times 10^{-14}$	$1.86 \times 10^{-2}$	1.50	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$4.61 \times 10^{-17}$	$6.52 \times 10^{-6}$	1.15
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu_l$	$7.93 \times 10^{-15}$	$1.12 \times 10^{-3}$	1.39	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	$4.25 \times 10^{-14}$	$6.01 \times 10^{-3}$	2.49
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$6.13 \times 10^{-14}$	$8.67 \times 10^{-3}$	11.8	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.50 \times 10^{-17}$	$5.03 \times 10^{-6}$	6.60
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu_l$	$5.02 \times 10^{-14}$	$7.10 \times 10^{-3}$	1.50	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ l^- \bar{\nu}_l$	$3.94 \times 10^{-17}$	$1.32 \times 10^{-5}$	1.21
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$7.50 \times 10^{-15}$	$2.51 \times 10^{-3}$	9.67	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	$5.60 \times 10^{-14}$	$1.87 \times 10^{-2}$	2.42
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu_l$	$6.62 \times 10^{-15}$	$2.21 \times 10^{-3}$	1.32				
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu_l$	$1.79 \times 10^{-13}$	$6.00 \times 10^{-2}$	1.44				
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	$4.70 \times 10^{-15}$	$1.74 \times 10^{-3}$	1.82	$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$3.19 \times 10^{-17}$	$1.18 \times 10^{-5}$	5.83
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$2.41 \times 10^{-15}$	$8.93 \times 10^{-4}$	11.5	$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$1.80 \times 10^{-14}$	$6.69 \times 10^{-3}$	0.96
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	$4.91 \times 10^{-14}$	$1.82 \times 10^{-2}$	2.04	$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.66 \times 10^{-17}$	$2.35 \times 10^{-6}$	0.793
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_b'^0 l^+ \nu_l$	$3.01 \times 10^{-14}$	$1.12 \times 10^{-2}$	11.6	$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.60 \times 10^{-17}$	$2.26 \times 10^{-6}$	5.83
$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu_l$	$4.77 \times 10^{-15}$	$6.74 \times 10^{-4}$	11.5	$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.80 \times 10^{-14}$	$2.55 \times 10^{-3}$	0.96
$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$4.85 \times 10^{-14}$	$6.86 \times 10^{-3}$	2.05	$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.37 \times 10^{-17}$	$4.57 \times 10^{-6}$	0.83
$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu_l$	$3.01 \times 10^{-14}$	$4.25 \times 10^{-3}$	11.6	$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c'^+ l^- \bar{\nu}_l$	$1.40 \times 10^{-17}$	$4.69 \times 10^{-6}$	6.51
$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$5.98 \times 10^{-15}$	$2.00 \times 10^{-3}$	1.67	$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	$2.42 \times 10^{-14}$	$8.08 \times 10^{-3}$	0.92
$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu_l$	$3.95 \times 10^{-15}$	$1.32 \times 10^{-3}$	11.0				
$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu_l$	$1.07 \times 10^{-13}$	$3.58 \times 10^{-2}$	11.8				

矢量流和轴矢流的螺旋度振幅可以表示为：

$$\begin{aligned} H_{\frac{1}{2},0}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M')f_1 - \frac{q^2}{M}f_2 \right), & H_{\frac{1}{2},0}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M')g_1 + \frac{q^2}{M}g_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2},1}^V &= i \sqrt{2Q_-} \left( -f_1 + \frac{M + M'}{M}f_2 \right), & H_{\frac{1}{2},1}^A &= i \sqrt{2Q_+} \left( -g_1 - \frac{M - M'}{M}g_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2},t}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M')f_1 + \frac{q^2}{M}f_3 \right), & H_{\frac{1}{2},t}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M')g_1 - \frac{q^2}{M}g_3 \right), \end{aligned} \quad (3-35)$$

其中  $Q_{\pm} = (M \pm M')^2 - q^2$ ,  $M^{(i)}$  是初态（末态）重子的质量。相反螺旋度的振幅为：

$$H_{-\lambda', -\lambda_W}^V = H_{\lambda', \lambda_W}^V, \quad H_{-\lambda', -\lambda_W}^A = -H_{\lambda', \lambda_W}^A, \quad (3-36)$$

$\lambda'$  和  $\lambda_W$  分别是末态重子和中间  $W$  玻色子的极化。 $V - A$  流的螺旋度振幅为：

$$H_{\lambda', \lambda_W} = H_{\lambda', \lambda_W}^V - H_{\lambda', \lambda_W}^A. \quad (3-37)$$

$B \rightarrow B'l\nu$  衰变过程中纵向极化和横向极化的微分衰变宽度为

$$\frac{d\Gamma_L}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 p (1 - \hat{m}_l^2)^2}{384\pi^3 M^2} \left( (2 + \hat{m}_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}|^2) + 3\hat{m}_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}|^2) \right), \quad (3-38)$$

$$\frac{d\Gamma_T}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 p (1 - \hat{m}_l^2)^2 (2 + \hat{m}_l^2)}{384\pi^3 M^2} (|H_{\frac{1}{2},1}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}|^2), \quad (3-39)$$

其中  $\hat{m}_l \equiv m_l/\sqrt{q^2}$ ,  $p = \sqrt{Q_+ Q_-}/(2M)$  是  $B'$  在  $B$  静止系中三动量的大小。积出转移动量平方  $q^2$ , 就可以得到该衰变过程的分宽度：

$$\Gamma = \int_{m_l^2}^{(M-M')^2} dq^2 \frac{d\Gamma}{dq^2} = \int_{m_l^2}^{(M-M')^2} dq^2 \left( \frac{d\Gamma_L}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T}{dq^2} \right). \quad (3-40)$$

### 3.1.3.2 数值结果

数值计算采用费米常数与 CKM 矩阵元<sup>[8]</sup>：

$$\begin{aligned} G_F &= 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}, \\ |V_{ud}| &= 0.974, \quad |V_{us}| = 0.225, \quad |V_{ub}| = 0.00357, \\ |V_{cd}| &= 0.225, \quad |V_{cs}| = 0.974, \quad |V_{cb}| = 0.0411. \end{aligned} \quad (3-41)$$

表3-8给出了双重味重子半轻衰变过程的分宽度、分支比以及  $\Gamma_L/\Gamma_T$  的结果。我们讨论如下：

- 在呈现分支比的数值结果时，我们采用了文献 [67, 79, 85] 中计算的双重味重子寿命的结果。但应当指出的是，不同的文献对寿命的理论预言存在很大的不确定性，见表3-9<sup>[85]</sup>，因此表3-8也给出了衰变宽度的结果。

- 在夸克层次  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$  和  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ l^+ \nu_l$  都是由  $c \rightarrow s l^+ \nu$  诱导。它们的分支比都是百分之几的量级，预期与  $D \rightarrow K e^+ \nu_e$  的分支比接近。但是这两个衰变道都被上一节提到的混合系数压低了  $2 \sim 4$  倍。
- $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$  的分支比受到 CKM 矩阵元  $V_{cd} \sim 0.2$  的压低，与  $D \rightarrow \pi e^+ \nu_e$  的分支比接近。
- $b \rightarrow c l^- \bar{\nu}$  衰变过程的分支比通常在  $10^{-2}$  到  $10^{-3}$  量级，然而由于  $V_{ub} \sim 0.004$ ， $b \rightarrow u l^- \bar{\nu}$  衰变过程被高度压低。
- 由表3-8可以看到，半轻衰变宽度满足下面的味道 SU(3) 对称性关系：  
双粲重子衰变

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu) &= \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu) = \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu) = \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu) &= 2\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 l^+ \nu),
 \end{aligned}$$

双底重子衰变

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}'^+ l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}'^0 l^- \bar{\nu}) = \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}) &= 2\Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}) = 2\Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^0 l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^0 l^- \bar{\nu}),
 \end{aligned}$$

底-粲重子衰变

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}) = \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu) = \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^0 l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu) = \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu) &= 2\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- l^+ \nu) &= \frac{1}{2}\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu).\end{aligned}$$

 表 3-9 双粲重子寿命的理论预言，以  $10^{-13}\text{s}$  为单位。

 Table 3-9 Predicted lifetimes of doubly charmed baryons in units of  $10^{-13}\text{s}$ .

	Kiselev et al. <sup>[81]</sup>	Kiselev et al. <sup>[79]</sup>	Guberina et al. <sup>[80]</sup>	Chang et al. <sup>[82]</sup>	Karliner et al. <sup>[67]</sup>
$\Xi_{cc}^{++}$	$4.3 \pm 1.1$	$4.6 \pm 0.5$	15.5	6.7	1.85
$\Xi_{cc}^+$	$1.1 \pm 0.3$	$1.6 \pm 0.5$	2.2	2.5	0.53
$\Omega_{cc}^+$		$2.7 \pm 0.6$	2.5	2.1	

### 3.1.4 非轻衰变

本小节将研究双重味重子的两体非轻衰变  $B \rightarrow B'M$  过程，其中  $M$  可以是赝标、矢量或者轴矢量介子，这里只考虑有效哈密顿量中的树图的流-流算符。以  $c$  夸克衰变为例，电弱有效哈密顿量为：

$$\mathcal{H}_W = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{uq_1} V_{cq_2}^* (C_1 O_1 + C_2 O_2), \quad (3-42)$$

其中  $O_1 = (\bar{q}_2 c)_{V-A} (\bar{u} q_1)_{V-A}$ ， $O_2 = (\bar{u} c)_{V-A} (\bar{q}_2 q_1)_{V-A}$ ， $C_i(\mu)$  表示相应的 Wilson 系数， $q_{1,2} = d/s$ 。  $B \rightarrow B'M$  的衰变振幅可以写作

$$\begin{aligned}\mathcal{M}(B \rightarrow B'P) &= i\bar{u}_{B'}(A + B\gamma_5)u_B, \\ \mathcal{M}(B \rightarrow B'V(A)) &= \epsilon^{*\mu}\bar{u}_{B'} \left( A_1\gamma_\mu\gamma_5 + A_2\frac{P'_\mu}{M}\gamma_5 + B_1\gamma_\mu + B_2\frac{P'_\mu}{M} \right) u_B,\end{aligned} \quad (3-43)$$

其中  $\epsilon^\mu$  是末态矢量或者轴矢量介子的极化矢量。当因子化成立时，上面的衰变振幅可以分解成衰变常数与形状因子乘积的形式：

$$\begin{aligned}A &= -\lambda f_P \left( (M - M')f_1(m^2) + \frac{m^2}{M_1}f_3(m^2) \right), \quad B = -\lambda f_P \left( (M + M')g_1(m^2) - \frac{m^2}{M}g_3(m^2) \right), \\ A_1 &= -\lambda f_V m \left[ g_1(m^2) + g_2(m^2)\frac{M - M'}{M} \right], \quad A_2 = -2\lambda f_V m g_2(m^2), \\ B_1 &= \lambda f_V m \left[ f_1(m^2) - f_2(m^2)\frac{M + M'}{M} \right], \quad B_2 = 2\lambda f_V m f_2(m^2).\end{aligned} \quad (3-44)$$

其中  $\lambda = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{uq_1} V_{cq_2}^* a_1$ ，其中  $a_1 = C_1(\mu_c) + C_2(\mu_c)/3 = 1.07^{[91]}$ 。  $M$  ( $M'$ ) 是初态（末态）重子的质量， $m$  是末态介子的质量。如果末态包含轴矢量介子，公式(3-44)中的  $f_V$  应当被替换为  $-f_A$ 。  $f_{P,V,A}$  分别是赝标、矢量、轴矢量介子的衰变常数：

$$\langle P(P)|A_\mu|0\rangle = -if_P P_\mu, \quad \langle V(P, \epsilon)|V_\mu|0\rangle = f_V M_V \epsilon_\mu^*, \quad \langle A(P, \epsilon)|A_\mu|0\rangle = f_A M_A \epsilon_\mu^*. \quad (3-45)$$

表 3-10 双粲重子非轻衰变的分宽度和分支比。

Table 3-10 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic decays of the doubly charmed baryons.

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^+$	$8.97 \times 10^{-15}$	$3.49 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^+$	$2.36 \times 10^{-14}$	$9.13 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ a_1^+$	$1.09 \times 10^{-14}$	$4.24 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^+$	$7.89 \times 10^{-16}$	$3.07 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^{*+}$	$1.12 \times 10^{-15}$	$4.34 \times 10^{-4}$			
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^+$	$5.82 \times 10^{-15}$	$2.27 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^+$	$2.51 \times 10^{-14}$	$9.81 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^{*+}$	$1.30 \times 10^{-15}$	$5.08 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^+$	$4.28 \times 10^{-16}$	$1.66 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$	$1.59 \times 10^{-13}$	$6.18 \times 10^{-2}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \rho^+$	$3.10 \times 10^{-13}$	$1.21 \times 10^{-1}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^{*+}$	$1.23 \times 10^{-14}$	$4.80 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^+$	$1.33 \times 10^{-14}$	$5.17 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^+$	$1.11 \times 10^{-13}$	$4.33 \times 10^{-2}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \rho^+$	$4.21 \times 10^{-13}$	$1.64 \times 10^{-1}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ K^{*+}$	$1.93 \times 10^{-14}$	$7.50 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ K^+$	$7.62 \times 10^{-15}$	$2.97 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 \pi^+$	$1.16 \times 10^{-14}$	$7.79 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 \rho^+$	$5.01 \times 10^{-14}$	$3.35 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 K^{*+}$	$2.60 \times 10^{-15}$	$1.74 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 K^+$	$8.54 \times 10^{-16}$	$5.72 \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$1.58 \times 10^{-13}$	$1.06 \times 10^{-2}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$3.07 \times 10^{-13}$	$2.05 \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$1.21 \times 10^{-14}$	$8.10 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$1.32 \times 10^{-14}$	$8.80 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 \pi^+$	$1.11 \times 10^{-13}$	$7.39 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 \rho^+$	$4.18 \times 10^{-13}$	$2.79 \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 K^{*+}$	$1.91 \times 10^{-14}$	$1.28 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 K^+$	$7.58 \times 10^{-15}$	$5.06 \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$6.51 \times 10^{-15}$	$2.04 \times 10^{-3}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$1.42 \times 10^{-14}$	$4.44 \times 10^{-3}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$5.93 \times 10^{-16}$	$1.85 \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$5.61 \times 10^{-16}$	$1.75 \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 \pi^+$	$4.56 \times 10^{-15}$	$1.43 \times 10^{-3}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 \rho^+$	$1.88 \times 10^{-14}$	$5.90 \times 10^{-3}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 K^{*+}$	$9.04 \times 10^{-16}$	$2.83 \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 K^+$	$3.23 \times 10^{-16}$	$1.01 \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 \pi^+$	$1.72 \times 10^{-13}$	$5.38 \times 10^{-2}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 \rho^+$	$5.91 \times 10^{-13}$	$1.85 \times 10^{-1}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 K^{*+}$	$2.11 \times 10^{-14}$	$6.61 \times 10^{-3}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 K^+$	$1.11 \times 10^{-14}$	$3.48 \times 10^{-3}$

表 3-11  $\Xi_{bb}$  非轻衰变的分宽度和分支比。Table 3-11 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic decays of  $\Xi_{bb}^0$  and  $\Xi_{bb}^-$ .

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \pi^-$	$2.59 \times 10^{-18}$	$1.45 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \rho^-$	$8.43 \times 10^{-18}$	$4.74 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ a_1^-$	$1.30 \times 10^{-17}$	$7.32 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ K^-$	$2.14 \times 10^{-19}$	$1.20 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ K^{*-}$	$4.49 \times 10^{-19}$	$2.52 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D^-$	$4.92 \times 10^{-19}$	$2.77 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D^{*-}$	$9.70 \times 10^{-19}$	$5.46 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D_s^-$	$1.33 \times 10^{-17}$	$7.50 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D_s^{*-}$	$2.42 \times 10^{-17}$	$1.36 \times 10^{-5}$			
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ \pi^-$	$3.78 \times 10^{-15}$	$2.13 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ \rho^-$	$1.10 \times 10^{-14}$	$6.17 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ a_1^-$	$1.45 \times 10^{-14}$	$8.13 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ K^-$	$3.08 \times 10^{-16}$	$1.73 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ K^{*-}$	$5.64 \times 10^{-16}$	$3.17 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ D^-$	$6.19 \times 10^{-16}$	$3.48 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ D^{*-}$	$7.73 \times 10^{-16}$	$4.35 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ D_s^-$	$1.67 \times 10^{-14}$	$9.38 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ D_s^{*-}$	$1.86 \times 10^{-14}$	$1.04 \times 10^{-2}$			
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} \pi^-$	$7.47 \times 10^{-16}$	$4.20 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} \rho^-$	$2.47 \times 10^{-15}$	$1.39 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} a_1^-$	$3.83 \times 10^{-15}$	$2.15 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} K^-$	$5.99 \times 10^{-17}$	$3.37 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} K^{*-}$	$1.32 \times 10^{-16}$	$7.41 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} D^-$	$9.03 \times 10^{-17}$	$5.08 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} D^{*-}$	$2.89 \times 10^{-16}$	$1.62 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} D_s^-$	$2.34 \times 10^{-15}$	$1.32 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime+} D_s^{*-}$	$7.28 \times 10^{-15}$	$4.09 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^-$	$1.44 \times 10^{-18}$	$8.08 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^-$	$4.31 \times 10^{-18}$	$2.42 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 a_1^-$	$5.91 \times 10^{-18}$	$3.32 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 K^-$	$1.20 \times 10^{-19}$	$6.75 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 K^{*-}$	$2.23 \times 10^{-19}$	$1.26 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D^-$	$3.03 \times 10^{-19}$	$1.70 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D^{*-}$	$3.19 \times 10^{-19}$	$1.80 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D_s^-$	$8.22 \times 10^{-18}$	$4.62 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D_s^{*-}$	$7.54 \times 10^{-18}$	$4.24 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^-$	$1.29 \times 10^{-18}$	$7.28 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^-$	$4.22 \times 10^{-18}$	$2.37 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 a_1^-$	$6.51 \times 10^{-18}$	$3.66 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 K^-$	$1.07 \times 10^{-19}$	$6.02 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 K^{*-}$	$2.25 \times 10^{-19}$	$1.26 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D^-$	$2.46 \times 10^{-19}$	$1.38 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D^{*-}$	$4.86 \times 10^{-19}$	$2.73 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D_s^-$	$6.68 \times 10^{-18}$	$3.75 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D_s^{*-}$	$1.21 \times 10^{-17}$	$6.82 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 \pi^-$	$3.79 \times 10^{-15}$	$2.13 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 \rho^-$	$1.10 \times 10^{-14}$	$6.20 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 a_1^-$	$1.45 \times 10^{-14}$	$8.16 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 K^-$	$3.10 \times 10^{-16}$	$1.74 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 K^{*-}$	$5.66 \times 10^{-16}$	$3.18 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 D^-$	$6.22 \times 10^{-16}$	$3.50 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 D^{*-}$	$7.77 \times 10^{-16}$	$4.37 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 D_s^-$	$1.68 \times 10^{-14}$	$9.43 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 D_s^{*-}$	$1.87 \times 10^{-14}$	$1.05 \times 10^{-2}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} \pi^-$	$7.49 \times 10^{-16}$	$4.22 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} \rho^-$	$2.48 \times 10^{-15}$	$1.39 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} a_1^-$	$3.84 \times 10^{-15}$	$2.16 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} K^-$	$6.02 \times 10^{-17}$	$3.38 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} K^{*-}$	$1.32 \times 10^{-16}$	$7.44 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} D^-$	$9.08 \times 10^{-17}$	$5.11 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} D^{*-}$	$2.90 \times 10^{-16}$	$1.63 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} D_s^-$	$2.35 \times 10^{-15}$	$1.32 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{\prime0} D_s^{*-}$	$7.31 \times 10^{-15}$	$4.11 \times 10^{-3}$			



表 3-12  $\Omega_{bb}$  非轻衰变的分宽度和分支比。

 Table 3-12 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic decays of  $\Omega_{bb}^-$ .

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 \pi^-$	$1.35 \times 10^{-18}$	$1.64 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 \rho^-$	$4.04 \times 10^{-18}$	$4.92 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 a_1^-$	$5.54 \times 10^{-18}$	$6.74 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 K^-$	$1.13 \times 10^{-19}$	$1.37 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 K^{*-}$	$2.10 \times 10^{-19}$	$2.55 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D^-$	$2.83 \times 10^{-19}$	$3.44 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D^{*-}$	$2.96 \times 10^{-19}$	$3.60 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D_s^-$	$7.65 \times 10^{-18}$	$9.30 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D_s^{*-}$	$6.96 \times 10^{-18}$	$8.47 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \pi^-$	$1.24 \times 10^{-18}$	$1.51 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \rho^-$	$4.06 \times 10^{-18}$	$4.93 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} a_1^-$	$6.27 \times 10^{-18}$	$7.62 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^-$	$1.03 \times 10^{-19}$	$1.25 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^{*-}$	$2.16 \times 10^{-19}$	$2.63 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D^-$	$2.37 \times 10^{-19}$	$2.88 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D^{*-}$	$4.65 \times 10^{-19}$	$5.65 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D_s^-$	$6.41 \times 10^{-18}$	$7.80 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D_s^{*-}$	$1.16 \times 10^{-17}$	$1.41 \times 10^{-5}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 \pi^-$	$3.49 \times 10^{-15}$	$4.24 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 \rho^-$	$1.01 \times 10^{-14}$	$1.23 \times 10^{-2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 a_1^-$	$1.33 \times 10^{-14}$	$1.62 \times 10^{-2}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 K^-$	$2.85 \times 10^{-16}$	$3.46 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 K^{*-}$	$5.20 \times 10^{-16}$	$6.33 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 D^-$	$5.65 \times 10^{-16}$	$6.87 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 D^{*-}$	$7.04 \times 10^{-16}$	$8.56 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 D_s^-$	$1.52 \times 10^{-14}$	$1.85 \times 10^{-2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 D_s^{*-}$	$1.68 \times 10^{-14}$	$2.05 \times 10^{-2}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} \pi^-$	$6.90 \times 10^{-16}$	$8.39 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} \rho^-$	$2.29 \times 10^{-15}$	$2.79 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} a_1^-$	$3.57 \times 10^{-15}$	$4.34 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} K^-$	$5.53 \times 10^{-17}$	$6.72 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} K^{*-}$	$1.22 \times 10^{-16}$	$1.49 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} D^-$	$8.10 \times 10^{-17}$	$9.85 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} D^{*-}$	$2.69 \times 10^{-16}$	$3.27 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} D_s^-$	$2.09 \times 10^{-15}$	$2.54 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{\prime 0} D_s^{*-}$	$6.77 \times 10^{-15}$	$8.23 \times 10^{-3}$			

$B \rightarrow B'P$  的衰变分宽度可以表示为

$$\Gamma = \frac{p}{8\pi} \left( \frac{(M + M')^2 - m^2}{M^2} |A|^2 + \frac{(M - M')^2 - m^2}{M^2} |B|^2 \right), \quad (3-46)$$

而对于  $B \rightarrow B'V(A)$  过程，衰变分宽度为

$$\Gamma = \frac{p(E' + M')}{4\pi M} \left( 2(|S|^2 + |P_2|^2) + \frac{E^2}{m^2} (|S + D|^2 + |P_1|^2) \right). \quad (3-47)$$

其中  $p$  是末态粒子在初态粒子静止系中三动量的大小， $E$  ( $E'$ ) 是末态介子 (重子) 的能量，

$$\begin{aligned} S &= -A_1, & P_1 &= -\frac{p}{E} \left( \frac{M_1 + M_2}{E_2 + M_2} B_1 + B_2 \right), \\ P_2 &= \frac{p}{E_2 + M_2} B_1, & D &= -\frac{p^2}{E(E_2 + M_2)} (A_1 - A_2). \end{aligned} \quad (3-48)$$

数值计算中采用衰变常数<sup>[35, 48, 87]</sup>:

$$\begin{aligned} f_\pi &= 130.4\text{MeV}, & f_\rho &= 216\text{MeV}, & f_{a_1} &= 238\text{MeV}, & f_K &= 160\text{MeV}, & f_{K^*} &= 210\text{MeV}, \\ f_D &= 207.4\text{MeV}, & f_{D^*} &= 220\text{MeV}, & f_{D_s} &= 247.2\text{MeV}, & f_{D_s^*} &= 247.2\text{MeV}. \end{aligned} \quad (3-49)$$

双重味重子两体非轻衰变的分宽度和分支比在表3-10, 3-11, 3-12, 3-13, 3-14, 3-15, 3-16中给出。

对于非轻衰变模式，我们讨论如下：

- 如前文所述，双重味重子寿命的理论预言存在很大的不确定性，尤其是含粲夸克的双重味重子，这是由于在粲夸克标度上存在显著的非微扰贡献。因此上述表格中给出了不依赖于双重味重子寿命的衰变宽度值。分支比可由这些衰变宽度结果和表3-1中给出的寿命得到。
- 在双粲重子和底-粲重子的粲衰变中，Cabibbo 允许的 (Cabibbo-favored)、单 Cabibbo 压低的 (singly Cabibbo suppressed) 以及双 Cabibbo 压低的 (doubly Cabibbo suppressed) 的衰变过程的分支比分别在  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  和  $10^{-4}$  量级，与粲介子衰变和单粲重子衰变的情形类似<sup>[1]</sup>。
- 在双底重子和底-粲重子的底衰变中， $b \rightarrow c$  诱导衰变的分支比在  $10^{-4} \sim 10^{-3}$  量级，而  $b \rightarrow u$  诱导衰变被 CKM 矩阵元  $|V_{ub}|$  压低。
- 对于底-粲重子，不论  $bc$  构成标量还是轴矢量 diquark，只有质量较轻的粒子有较大的弱衰变分支比。鉴于目前还不清楚哪一种态的质量较轻，我们假定两种自旋本征态的质量和寿命完全相同，即  $m_{B'_i} = m_{B_i}$  以及  $\tau_{B'_i} = \tau_{B_i}$ 。因此在计算中  $B'_i \rightarrow B_f$  和  $B_i \rightarrow B_f$  唯一的不同在于表3-2中给出的混合系数不同。
- 计算中忽略了形状因子  $f_3$  和  $g_3$  的贡献。对于末态包含一个赝标介子衰变过程，在重夸克极限下，与  $f_3$  或者  $g_3$  有关的项正比于  $m_P^2/M^2$ ，其中  $M$  是初态重子的质量， $m_P$  是末态赝标介子质量。对于末态赝标介子  $\pi$  或  $K$ ，该项贡献很小；在底夸克衰

表 3-13  $\mathcal{B}_{bc}$  非轻强衰变的分宽度和分支比。

 Table 3-13 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic charm decays of  $\mathcal{B}_{bc}$ .

channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^+$	$5.40 \times 10^{-15}$	$2.00 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^+$	$1.42 \times 10^{-14}$	$5.26 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 a_1^+$	$3.88 \times 10^{-15}$	$1.44 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 K^+$	$4.88 \times 10^{-16}$	$1.81 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 K^{*+}$	$6.55 \times 10^{-16}$	$2.43 \times 10^{-4}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^+$	$2.86 \times 10^{-15}$	$1.06 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^+$	$1.18 \times 10^{-14}$	$4.39 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 K^{*+}$	$5.79 \times 10^{-16}$	$2.15 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 K^+$	$2.13 \times 10^{-16}$	$7.91 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \pi^+$	$8.77 \times 10^{-14}$	$3.25 \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \rho^+$	$1.68 \times 10^{-13}$	$6.24 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^{*+}$	$6.36 \times 10^{-15}$	$2.36 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^+$	$7.55 \times 10^{-15}$	$2.80 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \pi^+$	$5.03 \times 10^{-14}$	$1.87 \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \rho^+$	$1.78 \times 10^{-13}$	$6.61 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^{*+}$	$7.00 \times 10^{-15}$	$2.60 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^+$	$3.45 \times 10^{-15}$	$1.28 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- \pi^+$	$5.69 \times 10^{-15}$	$8.05 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- \rho^+$	$2.35 \times 10^{-14}$	$3.32 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- K^{*+}$	$1.15 \times 10^{-15}$	$1.62 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- K^+$	$4.24 \times 10^{-16}$	$5.99 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$8.73 \times 10^{-14}$	$1.23 \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$1.67 \times 10^{-13}$	$2.36 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$6.28 \times 10^{-15}$	$8.87 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$7.51 \times 10^{-15}$	$1.06 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} \pi^+$	$5.03 \times 10^{-14}$	$7.11 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} \rho^+$	$1.78 \times 10^{-13}$	$2.52 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} K^{*+}$	$7.00 \times 10^{-15}$	$9.90 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} K^+$	$3.45 \times 10^{-15}$	$4.88 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$5.98 \times 10^{-15}$	$2.00 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$1.65 \times 10^{-14}$	$5.53 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- a_1^+$	$7.24 \times 10^{-15}$	$2.42 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$5.44 \times 10^{-16}$	$1.82 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$7.87 \times 10^{-16}$	$2.63 \times 10^{-4}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} \pi^+$	$3.66 \times 10^{-15}$	$1.23 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} \rho^+$	$1.60 \times 10^{-14}$	$5.36 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} K^{*+}$	$8.42 \times 10^{-16}$	$2.81 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} K^+$	$2.84 \times 10^{-16}$	$9.51 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- \pi^+$	$1.37 \times 10^{-13}$	$4.57 \times 10^{-2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- \rho^+$	$5.38 \times 10^{-13}$	$1.80 \times 10^{-1}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- K^{*+}$	$2.58 \times 10^{-14}$	$8.64 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- K^+$	$9.98 \times 10^{-15}$	$3.34 \times 10^{-3}$

表 3-14  $\mathcal{B}'_{bc}$  非轻粲衰变的分宽度和分支比。Table 3-14 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic charm decays of  $\mathcal{B}'_{bc}$ .

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^+$	$2.64 \times 10^{-15}$	$9.80 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^+$	$9.86 \times 10^{-15}$	$3.66 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0 a_1^+$	$6.78 \times 10^{-15}$	$2.51 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0 K^+$	$2.28 \times 10^{-16}$	$8.44 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_b^0 K^{*+}$	$5.12 \times 10^{-16}$	$1.90 \times 10^{-4}$			
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^+$	$3.46 \times 10^{-15}$	$1.28 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^+$	$6.66 \times 10^{-15}$	$2.47 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^0 K^{*+}$	$2.46 \times 10^{-16}$	$9.11 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^0 K^+$	$3.02 \times 10^{-16}$	$1.12 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^0 \pi^+$	$4.34 \times 10^{-14}$	$1.61 \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^0 \rho^+$	$1.37 \times 10^{-13}$	$5.09 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^0 K^{*+}$	$6.39 \times 10^{-15}$	$2.37 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^0 K^+$	$3.51 \times 10^{-15}$	$1.30 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{\prime0} \pi^+$	$6.03 \times 10^{-14}$	$2.23 \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{\prime0} \rho^+$	$7.64 \times 10^{-14}$	$2.83 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{\prime0} K^{*+}$	$1.81 \times 10^{-15}$	$6.73 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{\prime0} K^+$	$4.98 \times 10^{-15}$	$1.85 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^- \pi^+$	$6.89 \times 10^{-15}$	$9.74 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^- \rho^+$	$1.32 \times 10^{-14}$	$1.87 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^- K^{*+}$	$4.85 \times 10^{-16}$	$6.85 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^- K^+$	$6.02 \times 10^{-16}$	$8.50 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$4.32 \times 10^{-14}$	$6.11 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$1.36 \times 10^{-13}$	$1.93 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$6.34 \times 10^{-15}$	$8.96 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$3.49 \times 10^{-15}$	$4.93 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} \pi^+$	$6.03 \times 10^{-14}$	$8.52 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} \rho^+$	$7.64 \times 10^{-14}$	$1.08 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} K^{*+}$	$1.81 \times 10^{-15}$	$2.57 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} K^+$	$4.98 \times 10^{-15}$	$7.04 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$2.93 \times 10^{-15}$	$9.79 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$1.12 \times 10^{-14}$	$3.76 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- a_1^+$	$1.02 \times 10^{-14}$	$3.40 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$2.55 \times 10^{-16}$	$8.51 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$5.94 \times 10^{-16}$	$1.99 \times 10^{-4}$			
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} \pi^+$	$4.43 \times 10^{-15}$	$1.48 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} \rho^+$	$1.03 \times 10^{-14}$	$3.45 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} K^{*+}$	$4.40 \times 10^{-16}$	$1.47 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{\prime-} K^+$	$3.95 \times 10^{-16}$	$1.32 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^- \pi^+$	$1.63 \times 10^{-13}$	$5.46 \times 10^{-2}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^- \rho^+$	$2.93 \times 10^{-13}$	$9.79 \times 10^{-2}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^- K^{*+}$	$1.04 \times 10^{-14}$	$3.49 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^- K^+$	$1.40 \times 10^{-14}$	$4.67 \times 10^{-3}$

表 3-15  $\mathcal{B}_{bc}$  非轻底衰变的分宽度和分支比。Table 3-15 Partial decay widths and branching ratios for non-leptonic decays of  $\mathcal{B}_{bc}$  with the  $b$  quark decay.

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \pi^-$	$2.20 \times 10^{-18}$	$8.16 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \rho^-$	$6.95 \times 10^{-18}$	$2.58 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} a_1^-$	$1.03 \times 10^{-17}$	$3.83 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} K^-$	$1.80 \times 10^{-19}$	$6.68 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} K^{*-}$	$3.66 \times 10^{-19}$	$1.36 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D^-$	$3.84 \times 10^{-19}$	$1.43 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D^{*-}$	$7.56 \times 10^{-19}$	$2.81 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D_s^-$	$1.05 \times 10^{-17}$	$3.88 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D_s^{*-}$	$1.91 \times 10^{-17}$	$7.09 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} \pi^-$	$4.53 \times 10^{-15}$	$1.68 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} \rho^-$	$1.28 \times 10^{-14}$	$4.74 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} a_1^-$	$1.61 \times 10^{-14}$	$5.97 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} K^-$	$3.65 \times 10^{-16}$	$1.36 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} K^{*-}$	$6.50 \times 10^{-16}$	$2.41 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} D^-$	$6.33 \times 10^{-16}$	$2.35 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} D^{*-}$	$7.71 \times 10^{-16}$	$2.86 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} D_s^-$	$1.68 \times 10^{-14}$	$6.23 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} D_s^{*-}$	$1.82 \times 10^{-14}$	$6.75 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-$	$1.11 \times 10^{-18}$	$1.57 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^-$	$3.26 \times 10^{-18}$	$4.60 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ a_1^-$	$4.34 \times 10^{-18}$	$6.14 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ K^-$	$9.21 \times 10^{-20}$	$1.30 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ K^{*-}$	$1.68 \times 10^{-19}$	$2.37 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D^-$	$2.23 \times 10^{-19}$	$3.16 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D^{*-}$	$2.37 \times 10^{-19}$	$3.36 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D_s^-$	$6.12 \times 10^{-18}$	$8.65 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D_s^{*-}$	$5.70 \times 10^{-18}$	$8.06 \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^-$	$1.10 \times 10^{-18}$	$1.56 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^-$	$3.48 \times 10^{-18}$	$4.91 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ a_1^-$	$5.16 \times 10^{-18}$	$7.30 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ K^-$	$9.01 \times 10^{-20}$	$1.27 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ K^{*-}$	$1.83 \times 10^{-19}$	$2.59 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D^-$	$1.92 \times 10^{-19}$	$2.72 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D^{*-}$	$3.78 \times 10^{-19}$	$5.35 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D_s^-$	$5.24 \times 10^{-18}$	$7.40 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D_s^{*-}$	$9.57 \times 10^{-18}$	$1.35 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ \pi^-$	$4.53 \times 10^{-15}$	$6.40 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ \rho^-$	$1.28 \times 10^{-14}$	$1.81 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ a_1^-$	$1.61 \times 10^{-14}$	$2.28 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ K^-$	$3.65 \times 10^{-16}$	$5.17 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ K^{*-}$	$6.50 \times 10^{-16}$	$9.20 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ D^-$	$6.33 \times 10^{-16}$	$8.94 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ D^{*-}$	$7.71 \times 10^{-16}$	$1.09 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ D_s^-$	$1.68 \times 10^{-14}$	$2.37 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ D_s^{*-}$	$1.82 \times 10^{-14}$	$2.57 \times 10^{-3}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ \pi^-$	$9.81 \times 10^{-19}$	$3.28 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ \rho^-$	$2.89 \times 10^{-18}$	$9.65 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ a_1^-$	$3.87 \times 10^{-18}$	$1.29 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ K^-$	$8.14 \times 10^{-20}$	$2.72 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ K^{*-}$	$1.49 \times 10^{-19}$	$4.98 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D^-$	$2.00 \times 10^{-19}$	$6.69 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D^{*-}$	$2.12 \times 10^{-19}$	$7.09 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D_s^-$	$5.47 \times 10^{-18}$	$1.83 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D_s^{*-}$	$5.08 \times 10^{-18}$	$1.70 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^-$	$9.80 \times 10^{-19}$	$3.28 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ \rho^-$	$3.11 \times 10^{-18}$	$1.04 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ a_1^-$	$4.65 \times 10^{-18}$	$1.56 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ K^-$	$8.04 \times 10^{-20}$	$2.69 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ K^{*-}$	$1.64 \times 10^{-19}$	$5.49 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D^-$	$1.77 \times 10^{-19}$	$5.93 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D^{*-}$	$3.45 \times 10^{-19}$	$1.15 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D_s^-$	$4.84 \times 10^{-18}$	$1.62 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D_s^{*-}$	$8.73 \times 10^{-18}$	$2.92 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ \pi^-$	$4.91 \times 10^{-15}$	$1.64 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ \rho^-$	$1.40 \times 10^{-14}$	$4.67 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ a_1^-$	$1.78 \times 10^{-14}$	$5.96 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ K^-$	$3.98 \times 10^{-16}$	$1.33 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ K^{*-}$	$7.13 \times 10^{-16}$	$2.38 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ D^-$	$7.27 \times 10^{-16}$	$2.43 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ D^{*-}$	$8.91 \times 10^{-16}$	$2.98 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ D_s^-$	$1.94 \times 10^{-14}$	$6.50 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ D_s^{*-}$	$2.12 \times 10^{-14}$	$7.10 \times 10^{-3}$			

表 3-16  $B'_{bc}$  非轻底衰变的衰变宽度和分支比。我们假定  $B'_{bc}$  和  $B_{bc}$  有相同的质量和寿命，这意味着  $B'_i \rightarrow B_f$  和  $B_i \rightarrow B_f$  唯一的不同在于混合系数。

Table 3-16 Partial decay widths and branching ratios for the non-leptonic decays of  $B'_{bc}$  with the  $b$  quark decay. We have assumed that  $B'_{bc}$  has the same mass and lifetime as those of  $B_{bc}$ , which imply that the only difference between  $B'_i \rightarrow B_f$  and  $B_i \rightarrow B_f$  is the mixing coefficients.

channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}\pi^-$	$2.10 \times 10^{-18}$	$7.79 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}\rho^-$	$6.14 \times 10^{-18}$	$2.28 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}a_1^-$	$8.15 \times 10^{-18}$	$3.02 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}K^-$	$1.74 \times 10^{-19}$	$6.45 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}K^{*-}$	$3.16 \times 10^{-19}$	$1.17 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}D^-$	$4.19 \times 10^{-19}$	$1.55 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}D^{*-}$	$4.39 \times 10^{-19}$	$1.63 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}D_s^-$	$1.15 \times 10^{-17}$	$4.25 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{++}D_s^{*-}$	$1.05 \times 10^{-17}$	$3.90 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}\pi^-$	$9.11 \times 10^{-16}$	$3.38 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}\rho^-$	$2.92 \times 10^{-15}$	$1.08 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}a_1^-$	$4.33 \times 10^{-15}$	$1.61 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}K^-$	$7.23 \times 10^{-17}$	$2.68 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}K^{*-}$	$1.54 \times 10^{-16}$	$5.73 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}D^-$	$9.38 \times 10^{-17}$	$3.48 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}D^{*-}$	$2.92 \times 10^{-16}$	$1.08 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}D_s^-$	$2.39 \times 10^{-15}$	$8.85 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{++}D_s^{*-}$	$7.24 \times 10^{-15}$	$2.68 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+\pi^-$	$4.44 \times 10^{-19}$	$6.28 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+\rho^-$	$1.39 \times 10^{-18}$	$1.96 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+a_1^-$	$2.02 \times 10^{-18}$	$2.86 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+K^-$	$3.68 \times 10^{-20}$	$5.20 \times 10^{-9}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+K^{*-}$	$7.29 \times 10^{-20}$	$1.03 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+D^-$	$8.62 \times 10^{-20}$	$1.22 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+D^{*-}$	$1.36 \times 10^{-19}$	$1.92 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+D_s^-$	$2.33 \times 10^{-18}$	$3.30 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Lambda_c^+D_s^{*-}$	$3.37 \times 10^{-18}$	$4.76 \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+\pi^-$	$1.05 \times 10^{-18}$	$1.49 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+\rho^-$	$3.07 \times 10^{-18}$	$4.34 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+a_1^-$	$4.08 \times 10^{-18}$	$5.76 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+K^-$	$8.70 \times 10^{-20}$	$1.23 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+K^{*-}$	$1.58 \times 10^{-19}$	$2.23 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+D^-$	$2.09 \times 10^{-19}$	$2.96 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+D^{*-}$	$2.20 \times 10^{-19}$	$3.11 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+D_s^-$	$5.74 \times 10^{-18}$	$8.11 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^+D_s^{*-}$	$5.27 \times 10^{-18}$	$7.44 \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+\pi^-$	$9.11 \times 10^{-16}$	$1.29 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+\rho^-$	$2.92 \times 10^{-15}$	$4.13 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+a_1^-$	$4.33 \times 10^{-15}$	$6.13 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+K^-$	$7.23 \times 10^{-17}$	$1.02 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+K^{*-}$	$1.54 \times 10^{-16}$	$2.18 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+D^-$	$9.38 \times 10^{-17}$	$1.33 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+D^{*-}$	$2.92 \times 10^{-16}$	$4.13 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+D_s^-$	$2.39 \times 10^{-15}$	$3.37 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^+D_s^{*-}$	$7.24 \times 10^{-15}$	$1.02 \times 10^{-3}$			
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+\pi^-$	$3.97 \times 10^{-19}$	$1.33 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+\rho^-$	$1.24 \times 10^{-18}$	$4.16 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+a_1^-$	$1.82 \times 10^{-18}$	$6.09 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+K^-$	$3.29 \times 10^{-20}$	$1.10 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+K^{*-}$	$6.55 \times 10^{-20}$	$2.19 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+D^-$	$7.71 \times 10^{-20}$	$2.58 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+D^{*-}$	$1.22 \times 10^{-19}$	$4.09 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+D_s^-$	$2.08 \times 10^{-18}$	$6.95 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^+D_s^{*-}$	$3.03 \times 10^{-18}$	$1.01 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}\pi^-$	$9.46 \times 10^{-19}$	$3.16 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}\rho^-$	$2.78 \times 10^{-18}$	$9.29 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}a_1^-$	$3.72 \times 10^{-18}$	$1.24 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}K^-$	$7.84 \times 10^{-20}$	$2.62 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}K^{*-}$	$1.43 \times 10^{-19}$	$4.79 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}D^-$	$1.92 \times 10^{-19}$	$6.42 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}D^{*-}$	$2.02 \times 10^{-19}$	$6.74 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}D_s^-$	$5.25 \times 10^{-18}$	$1.76 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}D_s^{*-}$	$4.83 \times 10^{-18}$	$1.61 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+\pi^-$	$9.85 \times 10^{-16}$	$3.29 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+\rho^-$	$3.15 \times 10^{-15}$	$1.05 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+a_1^-$	$4.67 \times 10^{-15}$	$1.56 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+K^-$	$7.86 \times 10^{-17}$	$2.63 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+K^{*-}$	$1.66 \times 10^{-16}$	$5.56 \times 10^{-5}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+D^-$	$1.12 \times 10^{-16}$	$3.73 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+D^{*-}$	$3.21 \times 10^{-16}$	$1.07 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+D_s^-$	$2.88 \times 10^{-15}$	$9.63 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^+D_s^{*-}$	$8.00 \times 10^{-15}$	$2.67 \times 10^{-3}$			

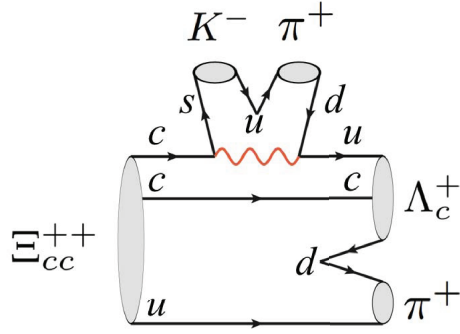

 图 3-2  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  过程的主要费曼图。

 Figure 3-2 Dominant diagram of  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ .

变过程中，即使产生较重的  $D$  或  $D_s$  介子，这部分贡献也小于 10%。如果末态包含矢量或者轴矢量介子，根据横向条件  $q \cdot \epsilon^* = 0$  可以看出  $f_3$  和  $g_3$  都对衰变宽度无贡献。

- 最近 LHCb 合作组在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态发现了  $\Xi_{cc}^{++}$ ，其显著性达到  $12\sigma$ <sup>[15]</sup>。粲重子的多体非轻衰变通常由共振态的贡献主导，这是由于在粲夸克标度存在很多共振态。 $W$  向外发射图的贡献 (external  $W$ -emission contributions) 为： $\Xi_{cc}^{++}$  先衰变到夸克组分为  $(csu)$  的态和一个带电的  $\pi$  介子，随后  $(csu)$  碎裂为  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+$ 。 $W$  向内发射的振幅 (internal  $W$ -emission amplitudes) 对四体衰变  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  的贡献更为重要<sup>[30]</sup>，参见图3-2。存在很多低能级 (low-lying) 共振态的贡献，例如对于  $\Lambda_c^+ \pi^+$  有  $\Sigma_c^{++}(2455)$ 、 $\Sigma_c^{++}(2520)$ ，对  $K^- \pi^+$  有  $\bar{K}^{*0}$  和  $(K\pi)_{S\text{-wave}}$ 。我们可以简单地估计这些贡献。此时  $W$  向内发射图的振幅，不像  $B$  介子衰变中不可因子化的贡献那样是色压低的从而可以忽略，粲夸克衰变中不可因子化的贡献由于末态相互作用而被显著增强。经验上来讲，在  $D$  介子和  $\Lambda_c^+$  衰变中，式 (3-44) 中的有效 Wilson 系数  $|a_2^{\text{eff}}(\mu_c)| \sim 0.7$ 。由此我们可以得到  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{++}(2455) \bar{K}^{*0} = 4.1\%$ ，这在实验上非常有希望找到。如果再考虑到其它共振态，比如  $\Sigma_c^{++}(2520) \bar{K}^{*0}$ 、 $\Sigma_c^{++}(2455) (K\pi)_{S\text{-wave}}$  和  $\Sigma_c^{++}(2520) (K\pi)_{S\text{-wave}}$  的贡献， $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  过程的分支比有可能达到 10% 的量级。因此， $W$  向内发射图的贡献对于理解 LHCb 合作组通过  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  过程发现  $\Xi_{cc}^{++}$  是本质的。

### 3.2 自旋 1/2 的双重味重子到自旋 3/2 重子的衰变过程

实验上 LHCb 合作组通过多体末态过程  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  发现了  $\Xi_{cc}^{++}$ <sup>[15]</sup>，这可能有多种来源，其中一个很可能来自 1/2 到 3/2 过程的衰变。本节将研究这些过程，具体包含以下双重味重子的衰变模式：

- 双粲重子衰变

$$\Xi_{cc}^{++}(ccu) \rightarrow \Sigma_c^{*+}(dcu)/\Xi_c^{*+}(scu),$$

$$\Xi_{cc}^+(ccd) \rightarrow \Sigma_c^{*0}(dcd)/\Xi_c'^{*0}(scd),$$

$$\Omega_{cc}^+(ccs) \rightarrow \Xi_c'^{*0}(dcs)/\Omega_c^{*0}(scs),$$

- 双底重子衰变

$$\Xi_{bb}^0(bbu) \rightarrow \Sigma_b^{*+}(ubu)/\Xi_{bc}^{*+}(cbu),$$

$$\Xi_{bb}^-(bbd) \rightarrow \Sigma_b^{*0}(ubd)/\Xi_{bc}^{*0}(cbd),$$

$$\Omega_{bb}^-(bbs) \rightarrow \Xi_b'^{*0}(ubs)/\Omega_{bc}^{*0}(cbs),$$

- 底-粲重子粲衰变

$$\Xi_{bc}^+(cbu)/\Xi_{bc}'^+(cbu) \rightarrow \Sigma_b^{*0}(dbu)/\Xi_b'^{*0}(sbu),$$

$$\Xi_{bc}^0(cbd)/\Xi_{bc}'^0(cbd) \rightarrow \Sigma_b^{*-}(dbd)/\Xi_b'^{*-}(sbd),$$

$$\Omega_{bc}^0(cbs)/\Omega_{bc}'^0(cbs) \rightarrow \Xi_b'^{*-}(dbs)/\Omega_b^{*-}(sbs),$$

- 底-粲重子底衰变

$$\Xi_{bc}^+(bcu)/\Xi_{bc}'^+(bcu) \rightarrow \Sigma_c^{*++}(ucu)/\Xi_{cc}^{*++}(ccu),$$

$$\Xi_{bc}^0(bcd)/\Xi_{bc}'^0(bcd) \rightarrow \Sigma_c^{*+}(ucd)/\Xi_{cc}^{*+}(ccd),$$

$$\Omega_{bc}^0(bcs)/\Omega_{bc}'^0(bcs) \rightarrow \Xi_c'^{*+}(ucs)/\Omega_{cc}^{*+}(ccs).$$

在上面列出的衰变模式中，已经明确给出初末态的夸克组分，括号中的第一个夸克参与弱相互作用，另外两个夸克作为旁观者。

我们将继续采用光前夸克模型方法处理衰变中的动力学。在初态夸克到末态夸克的弱衰变过程中，两个旁观者夸克将被看作一个 **diquark**，此时该 **diquark** 系统类似于介子情形的反夸克。对于自旋 1/2 到自旋 3/2 的跃迁过程，两个旁观者夸克构成一个  $1^+$  的 **diquark** 系统。

文献 [92] 借助味道 **SU(3)** 对称性研究了双重味重子的弱衰变。基于可用的实验数据，**SU(3)** 味道对称性分析可以对很多半轻衰变和多体非轻衰变衰变给出预言。然而，在粲夸克衰变中 **SU(3)** 对称性破缺可能比较明显，因此我们将在光前夸克模型的框架下定量研究 **SU(3)** 对称性破缺。

本节的剩余部分安排如下。3.2.1 小节将简要地呈现在 **diquark** 图像下光前夸克模型方法的理论框架以及味道-自旋波函数。3.2.2 小节将给出形状因子、半轻和非轻衰变分宽度、**SU(3)** 对称性定量分析、误差估计等数值结果。

### 3.2.1 理论框架

#### 3.2.1.1 光前夸克模型方法

$3/2^+$  重子的态矢量可仿照 (3-4) 式写出，但此时动量空间波函数  $\Psi^{SS_z}$  为

$$\Psi^{SS_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{A'}{\sqrt{2(p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)}} \bar{u}(p_1, \lambda_1) \epsilon^{\alpha*}(p_2, \lambda_2) u_\alpha(\bar{P}, S_z) \phi(x, k_\perp), \quad (3-50)$$



其中

$$A' = \sqrt{\frac{3m_2^2 M_0^2}{2m_2^2 M_0^2 + (p_2 \cdot \bar{P})^2}}. \quad (3-51)$$

借助 (3-4) 式、(3-10) 式以及 (3-50) 式，我们可以得到  $1/2 \rightarrow 3/2$  过程的跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}_f(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Q | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \left[ \epsilon^\alpha(\lambda_2) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 \not{\epsilon}^*(\lambda_2) \right) \right] u(\bar{P}, S_z), \end{aligned} \quad (3-52)$$

其中

$$m_1 = m_Q, \quad m'_1 = m_q, \quad m_2 = m_{\{di\}},$$

以及  $\varphi^{(\prime)} = A^{(\prime)} \phi^{(\prime)}$ ,  $Q(q)$  代表初态 (末态) 夸克  $b/c$  ( $u/d/s/c$ ),  $p_1$  ( $p'_1$ ) 代表它的四动量,  $P$  ( $P'$ ) 表示  $\mathcal{B}_i$  ( $\mathcal{B}_f$ ) 的四动量。自旋  $1/2 \rightarrow 3/2$  跃迁过程的形状因子参数化为

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{B}_f(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q} \gamma^\mu Q | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle &= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[ \gamma^\mu P^\alpha \frac{f_1(q^2)}{M} + \frac{f_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu \right. \\ & \left. + \frac{f_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + f_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 u(P, S_z), \end{aligned} \quad (3-53)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{B}_f(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 Q | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle &= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[ \gamma^\mu P^\alpha \frac{g_1(q^2)}{M} + \frac{g_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu \right. \\ & \left. + \frac{g_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + g_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] u(P, S_z). \end{aligned} \quad (3-54)$$

这里  $q = P - P'$ ,  $f_i, g_i$  是形状因子。 $f_i$  和  $g_i$  可以通过下面的方式抽取。式 (3-52) 分别乘以  $\bar{u}(P, S_z) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i u_\beta(P', S'_z)$ , 其中  $(\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu P^\beta, P'^\mu P^\beta, P^\mu P^\beta, g^{\mu\beta}\} \gamma_5$ , 在积分号内取近似  $P^{(\prime)} \rightarrow \bar{P}^{(\prime)}$ , 然后对初末态极化求和, 最后我们得到

$$\begin{aligned} F_i &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \sum_{S'_z S_z \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}, S_z) \right. \\ & \left. \times \epsilon^\alpha(\lambda_2) (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 \not{\epsilon}^*(\lambda_2) \right) u(\bar{P}, S_z) \bar{u}(\bar{P}, S_z) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\}, \end{aligned} \quad (3-55)$$

其中  $(\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}'^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, g^{\mu\beta}\} \gamma_5$ 。

(3-53) 式和 (3-54) 式的差值乘以上述相同因子, 并且对初末态极化求和, 我们得到

$$F_i = \text{Tr} \left\{ u_\beta(P', S'_z) \bar{u}_\alpha(P, S_z) \left[ \gamma^\mu P^\alpha \frac{f_1(q^2)}{M} + \frac{f_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{f_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + f_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 \right\}$$

表 3-17 味道-自旋空间重叠因子。

Table 3-17 Flavor-spin overlap factors.

Process	$C_A$	Process	$C_A$
$\Xi_{cc}^{++}(ccu) \rightarrow \Sigma_c^{*+}(dcu)/\Xi_c^{\prime*+}(scu)$ ,	$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{bb}^0(bbu) \rightarrow \Sigma_b^{*+}(ubu)/\Xi_{bc}^{\prime*+}(cbu)$ ,	$1, \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{cc}^+(ccd) \rightarrow \Sigma_c^{*0}(dcd)/\Xi_c^{\prime*0}(scd)$ ,	$1, \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{bb}^-(bbd) \rightarrow \Sigma_b^{*0}(ubd)/\Xi_{bc}^{\prime*0}(cbd)$ ,	$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Omega_{cc}^+(ccs) \rightarrow \Xi_c^{\prime*0}(dcs)/\Omega_c^{*0}(scs)$ ,	$\frac{1}{\sqrt{2}}, 1$	$\Omega_{bb}^-(bbs) \rightarrow \Xi_b^{\prime*0}(ubs)/\Omega_{bc}^{\prime*0}(cbs)$ ,	$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bc}^+(cbu) \rightarrow \Sigma_b^{*0}(dbu)/\Xi_b^{\prime*0}(sbu)$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^+(bcu) \rightarrow \Sigma_c^{*++}(ucu)/\Xi_{cc}^{\prime*++}(ccu)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bc}^0(cbd) \rightarrow \Sigma_b^{*-}(dbd)/\Xi_b^{\prime*-}(sbd)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^0(bcd) \rightarrow \Sigma_c^{*+}(ucd)/\Xi_{cc}^{\prime*+}(ccd)$	$\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Omega_{bc}^0(cbs) \rightarrow \Xi_b^{\prime*-}(dbs)/\Omega_b^{*-}(sbs)$	$\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\Omega_{bc}^0(bcs) \rightarrow \Xi_c^{\prime*+}(ucs)/\Omega_{cc}^{\prime*+}(ccs)$	$\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bc}^{\prime+}(cbu) \rightarrow \Sigma_b^{*0}(dbu)/\Xi_b^{\prime*0}(sbu)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^{\prime+}(bcu) \rightarrow \Sigma_c^{*++}(ucu)/\Xi_{cc}^{\prime*++}(ccu)$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Xi_{bc}^{\prime0}(cbd) \rightarrow \Sigma_b^{*-}(dbd)/\Xi_b^{\prime*-}(sbd)$	$\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^{\prime0}(bcd) \rightarrow \Sigma_c^{*+}(ucd)/\Xi_{cc}^{\prime*+}(ccd)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Omega_{bc}^{\prime0}(cbs) \rightarrow \Xi_b^{\prime*-}(dbs)/\Omega_b^{\prime*-}(sbs)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}$	$\Omega_{bc}^{\prime0}(bcs) \rightarrow \Xi_c^{\prime*+}(ucs)/\Omega_{cc}^{\prime*+}(ccs)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\times u(P, S_z)\bar{u}(P, S_z)(\Gamma_5^{\mu\beta})_i \Big\}. \quad (3-56)$$

形状因子  $f_i$  可以通过令 (3-55) 式和 (3-56) 式相等得到。采用相同的方法，我们可以抽取形状因子  $g_i$ 。

### 3.2.1.2 味道-自旋空间波函数

初态双重味重子味道-自旋空间的波函数见3.1.2.4子小节。末态自旋 3/2、夸克组分为  $Qqq'$  重子的波函数为

$$\mathcal{B}_{Qqq'}^* = q(Qq')_A = q'(Qq)_A, \quad (3-57)$$

$Qqq$  重子的波函数需要乘以一个额外的因子  $\sqrt{2}$ 。自旋 3/2、夸克组分为  $QQ'q$  重子的波函数为

$$\mathcal{B}_{QQ'q}^* = Q(Q'q)_A = Q'(Qq)_A, \quad (3-58)$$

$QQq$  重子的波函数需要乘以一个额外的因子  $\sqrt{2}$ 。这里星号代表该重子自旋为 3/2， $Q^{(\prime)} = b, c$ ， $q^{(\prime)} = u, d, s$ 。

给定了上述波函数，我们就可以得到跃迁过程的重叠因子 (overlap factor)  $C_A$ ，结果在表3-17中给出。

### 3.2.2 数值结果与讨论

引入变量  $\omega$

$$\omega \equiv v \cdot v' = \frac{P \cdot P'}{MM'}, \quad (3-59)$$

$\omega$  可以很容易地转换成转移动量平方  $q^2$  的函数，反之亦然。

表 3-18 末态重子的质量 (单位: GeV)。

 Table 3-18 The masses (in units of GeV) of baryons in the final states<sup>[8, 77]</sup>.

$\Sigma_c^{*++}$	$\Sigma_c^{*+}$	$\Sigma_c^{*0}$	$\Xi_c^{*+}$	$\Xi_c^{*0}$	$\Omega_c^{*0}$	$\Xi_{cc}^{*++}$	$\Xi_{cc}^{*+}$	$\Omega_{cc}^{*+}$
2.518	2.518	2.518	2.646	2.646	2.766	3.692	3.692	3.822
$\Sigma_b^{*+}$	$\Sigma_b^{*0}$	$\Sigma_b^{*-}$	$\Xi_b^{*0}$	$\Xi_b^{*-}$	$\Omega_b^{*-}$	$\Xi_{bc}^{*+}$	$\Xi_{bc}^{*0}$	$\Omega_{bc}^{*0}$
5.832	5.833	5.835	5.949	5.955	6.085	6.985	6.985	7.059

自旋 3/2 重子的矢量旋量由下式给出

$$u^\alpha = (\epsilon^\alpha - \frac{1}{3}(\gamma^\alpha + v^\alpha)\not{v})u, \quad (3-60)$$

其中  $v^\alpha = p^\alpha/m$ , 而矢量旋量的螺旋度本征态参见文献 [93] 的公式 (20):

$$u^\alpha(p, \lambda) = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \langle \frac{1}{2}, \lambda_1, 1, \lambda_2 | \frac{3}{2}, \lambda \rangle \times u(p, \lambda_1) \epsilon^\alpha(p, \lambda_2). \quad (3-61)$$

### 3.2.2.1 输入参数

数值计算中采用的组分夸克质量见 (3-30) 式。轴矢量 diquark 的质量近似取作  $m_{\{Qq\}} = m_Q + m_q$ 。式 (3-15) 中的形状参数  $\beta$  取值见表 3-3。双重味重子的质量和寿命见表 3-1, 并且我们继续将  $\mathcal{B}_{bc}$  和  $\mathcal{B}'_{bc}$  的质量和寿命都取作相同。末态重子的质量见表 3-18<sup>[8, 77]</sup>。费米常数与 CKM 矩阵元见 (3-41) 式。

非轻衰变数值计算中用到的衰变常数见 (3-49) 式。Wilson 系数  $a_1 = C_1(\mu_c) + C_2(\mu_c)/3 = 1.07^{[91]}$ 。

### 3.2.2.2 形状因子的结果

为了得到形状因子对  $q^2$  的依赖性, 我们采用下面的单极点结构:

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{pole}}^2}}, \quad (3-62)$$

其中  $F(0)$  是形状因子在  $q^2 = 0$  处的值。光前夸克模型预言的数值结果在表 3-19 和 3-20 中给出。对于  $c \rightarrow d/s$  衰变,  $m_{\text{pole}}$  取 1.87 GeV; 而对  $b \rightarrow u/c$  衰变,  $m_{\text{pole}}$  分别取 5.28 GeV 和 6.28 GeV。实际上, 这些值分别是  $D, B$  和  $B_c$  介子的质量。关于这个假定合理性, 可以参考文献 [48]。物理的形状因子由 (3-62) 式乘以相应的叠加因子得到。

### 3.2.2.3 半轻衰变的结果

矢量流和轴矢流的螺旋度振幅分别定义为  $H_{\lambda', \lambda_W}^V \equiv \langle \mathcal{B}_f^*(\lambda') | \bar{q} \gamma^\mu Q | \mathcal{B}_i(\lambda) \rangle \epsilon_{W\mu}^*(\lambda_W)$  和  $H_{\lambda', \lambda_W}^A \equiv \langle \mathcal{B}_f^*(\lambda') | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 Q | \mathcal{B}_i(\lambda) \rangle \epsilon_{W\mu}^*(\lambda_W)$ , 其中  $\lambda = \lambda_W - \lambda'$ ,  $\lambda^{(i)}$  和  $\lambda_W$  分别是初 (末) 态

表 3-19  $cc$  和  $bb$  部分形状因子在  $q^2 = 0$  处的值。我们将采用 (3-62) 式中的单极点假定, 对  $c \rightarrow d/s$  过程,  $m_{\text{pole}} = 1.87 \text{ GeV}$ , 对  $b \rightarrow q$  过程,  $m_{\text{pole}} = 5.28 \text{ GeV}$ , 对  $b \rightarrow c$  过程,  $m_{\text{pole}} = 6.28 \text{ GeV}$ 。

Table 3-19 Values of form factors at  $q^2 = 0$  for the  $cc$  and  $bb$  sectors. Single pole assumption in Eq. (??) will be adopted, where  $m_{\text{pole}} = 1.87 \text{ GeV}$  for the  $c \rightarrow d/s$  process,  $m_{\text{pole}} = 5.28 \text{ GeV}$  for the  $b \rightarrow q$  process and  $m_{\text{pole}} = 6.28 \text{ GeV}$  for  $b \rightarrow c$  process.

$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-1.121	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-8.292	$f_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-0.183	$g_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-0.219
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	1.764	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.156	$f_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.230	$g_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.089
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-3.793	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	7.427	$f_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-0.153	$g_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.118
$f_4^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-1.827	$g_4^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.295	$f_4^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-0.328	$g_4^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.087
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	-1.318	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	-14.180	$f_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	-0.791	$g_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	-3.044
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	1.494	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	-0.882	$f_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	1.284	$g_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	-0.441
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	-5.251	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	13.600	$f_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	-1.287	$g_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	3.170
$f_4^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	-2.147	$g_4^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c^*}$	0.294	$f_4^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	-1.439	$g_4^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}^*}$	0.342
$f_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	-1.154	$g_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	-8.801	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	-0.178	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	-0.207
$f_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	2.227	$g_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	-0.118	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	0.225	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	0.092
$f_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	-4.244	$g_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	7.915	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	-0.148	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	0.104
$f_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	-1.896	$g_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0}}$	0.298	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	-0.321	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0}}$	0.086
$f_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-1.339	$g_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-14.470	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-0.759	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-2.555
$f_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	1.939	$g_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-0.811	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	1.122	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-0.272
$f_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-5.575	$g_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	13.850	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-1.089	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	2.520
$f_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-2.204	$g_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	0.314	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-1.390	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	0.366

表 3-20  $bc^{(\prime)}$  部分  $c$  夸克或  $b$  夸克衰变的形状因子, 具体参看表 3-19。

 Table 3-20 Same as Table 3-19 but for the  $bc^{(\prime)}$  sector with the  $c$  or  $b$  quark decay.

$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-1.761	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-16.100	$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.114	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.024
$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	6.031	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	4.483	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.040	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.062
$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-8.228	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	10.280	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.030	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.069
$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-3.253	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.530	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.239	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.156
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	-2.026	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	-29.930	$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	-0.497	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	-0.446
$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	5.134	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	3.772	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	0.265	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	0.118
$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	-9.413	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	24.170	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	-0.011	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	0.117
$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	-3.741	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0}}$	0.546	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	-0.969	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}^*}$	0.539
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-1.768	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-16.360	$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	-0.112	$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	-0.028
$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	6.140	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	4.451	$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	0.043	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	0.061
$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-8.360	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	10.570	$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	0.025	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	-0.059
$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-3.264	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	0.527	$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	-0.231	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+}}$	0.140
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-2.052	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-31.380	$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	-0.519	$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	-0.614
$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	5.597	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	3.552	$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	0.314	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	0.061
$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-10.010	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	25.820	$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	-0.059	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	0.356
$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-3.785	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	0.535	$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	-1.003	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}}$	0.497
$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-2.043	$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-27.570				
$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	11.110	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	3.368				
$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-14.160	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	22.720				
$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	-3.740	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-}}$	0.440				
$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	-2.465	$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	-57.090				
$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	14.850	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	0.132				
$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	-21.280	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	54.650				
$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	-4.494	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*-}}$	0.386				

重子和中间  $W$  玻色子的极化。螺旋度振幅可以通过形状因子表示为：

$$H_{3/2,1}^{V,A} = \mp i \sqrt{2MM'(\omega \mp 1)} f_4^{V,A}, \quad (3-63)$$

$$H_{1/2,1}^{V,A} = i \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{MM'(\omega \mp 1)} \left[ f_4^{V,A} - 2(\omega \pm 1) f_1^{V,A} \right], \quad (3-64)$$

$$H_{1/2,0}^{V,A} = \pm i \frac{1}{\sqrt{q^2}} \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{MM'(\omega \mp 1)} \left[ (M\omega - M') f_4^{V,A} \mp (M \mp M')(\omega \pm 1) f_1^{V,A} \right. \\ \left. + M'(\omega^2 - 1) f_2^{V,A} + M(\omega^2 - 1) f_3^{V,A} \right], \quad (3-65)$$

其中上（下）面的符号对应矢量流（轴矢流）， $f_i^V = f_i$  ( $f_i^A = g_i$ )， $\omega$  在 (3-59) 式中定义， $M$  ( $M'$ ) 是初（末）态重子的质量。相反螺旋度的振幅为：

$$H_{-\lambda', -\lambda_W}^{V,A} = \mp H_{\lambda', \lambda_W}^{V,A}. \quad (3-66)$$

纵向极化和横向极化的微分衰变宽度为

$$\frac{d\Gamma_T}{d\omega} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} |V_{CKM}|^2 \frac{q^2 M'^2 \sqrt{\omega^2 - 1}}{12M} [|H_{1/2,1}|^2 + |H_{-1/2,-1}|^2 + |H_{3/2,1}|^2 + |H_{-3/2,-1}|^2], \quad (3-67)$$

$$\frac{d\Gamma_L}{d\omega} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} |V_{CKM}|^2 \frac{q^2 M'^2 \sqrt{\omega^2 - 1}}{12M} [|H_{1/2,0}|^2 + |H_{-1/2,0}|^2]. \quad (3-68)$$

表3-21给出了衰变分宽度、分支比和  $\Gamma_L/\Gamma_T$  的结果。子小节3.2.2.6中将给出一些讨论。

### 3.2.2.4 非轻衰变的结果

本子小节将仅限于考虑  $W$  玻色子向外发射的非轻衰变过程。末态包含赝标介子的两体非轻衰变的衰变宽度为

$$\Gamma = |\lambda|^2 f_P^2 \frac{M |\vec{P}'|^3}{6\pi M'} [(\omega - 1)(B^2 - 2AB) + 2A^2\omega], \quad (3-69)$$

其中

$$\lambda \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{q_1 q_2}^* a_1, \quad (3-70)$$

$$A = (M - M') \frac{g_1}{M} + \frac{g_2}{M^2} (P \cdot q) + \frac{g_3}{MM'} (P' \cdot q) + g_4, \quad (3-71)$$

$$B = -(M + M') \frac{f_1}{M} + \frac{f_2}{M^2} (P \cdot q) + \frac{f_3}{MM'} (P' \cdot q) + f_4. \quad (3-72)$$

其中  $a_1 \equiv C_1 + C_2/3$ 。而对于末态包含矢量介子的两体非轻衰变，衰变宽度为

$$\Gamma = |\lambda|^2 f_V^2 m^2 \frac{|\vec{P}'|}{16\pi M^2} [|H_{1/2,1}|^2 + |H_{-1/2,-1}|^2 + |H_{3/2,1}|^2 + |H_{-3/2,-1}|^2 \\ + |H_{1/2,0}|^2 + |H_{-1/2,0}|^2]. \quad (3-73)$$

在上式中， $q^2 = m^2$ ，其中  $m$  是介子质量。

相应的结果在表3-22, 3-23, 3-24, 3-25, 3-26以及3-27中给出。子小节3.2.2.6中将给出一些讨论。

表 3-21 半轻衰变的数值结果。

Table 3-21 Numerical results for semi-leptonic decays.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$	Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^+ \nu_e$	$1.26 \times 10^{-15}$	$4.89 \times 10^{-4}$	0.85	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} e^- \bar{\nu}_e$	$3.88 \times 10^{-17}$	$2.18 \times 10^{-5}$	0.85
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} e^+ \nu_e$	$2.51 \times 10^{-15}$	$1.68 \times 10^{-4}$	0.85	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} e^- \bar{\nu}_e$	$1.94 \times 10^{-17}$	$1.09 \times 10^{-5}$	0.85
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} e^+ \nu_e$	$1.19 \times 10^{-15}$	$3.75 \times 10^{-4}$	0.87	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} e^- \bar{\nu}_e$	$1.90 \times 10^{-17}$	$2.32 \times 10^{-5}$	0.84
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} e^+ \nu_e$	$1.61 \times 10^{-14}$	$6.26 \times 10^{-3}$	0.99	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$6.37 \times 10^{-15}$	$3.58 \times 10^{-3}$	1.43
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} e^+ \nu_e$	$1.61 \times 10^{-14}$	$1.08 \times 10^{-3}$	0.99	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{/'*0} e^- \bar{\nu}_e$	$6.37 \times 10^{-15}$	$3.58 \times 10^{-3}$	1.43
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{/'*0} e^+ \nu_e$	$3.20 \times 10^{-14}$	$1.00 \times 10^{-2}$	0.99	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{/'*0} e^- \bar{\nu}_e$	$7.03 \times 10^{-15}$	$8.55 \times 10^{-3}$	1.31
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} e^+ \nu_e$	$1.10 \times 10^{-15}$	$4.07 \times 10^{-4}$	0.69	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} e^- \bar{\nu}_e$	$3.32 \times 10^{-17}$	$1.23 \times 10^{-5}$	0.81
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} e^+ \nu_e$	$2.17 \times 10^{-15}$	$3.06 \times 10^{-4}$	0.69	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^- \bar{\nu}_e$	$1.66 \times 10^{-17}$	$2.35 \times 10^{-6}$	0.81
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$6.98 \times 10^{-16}$	$2.33 \times 10^{-4}$	0.80	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$1.26 \times 10^{-17}$	$4.23 \times 10^{-6}$	0.84
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{/'*0} e^+ \nu_e$	$1.33 \times 10^{-14}$	$4.95 \times 10^{-3}$	0.77	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$8.96 \times 10^{-15}$	$3.32 \times 10^{-3}$	1.18
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$1.27 \times 10^{-14}$	$1.80 \times 10^{-3}$	0.78	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{/'*0} e^- \bar{\nu}_e$	$8.96 \times 10^{-15}$	$1.27 \times 10^{-3}$	1.18
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$1.47 \times 10^{-14}$	$4.91 \times 10^{-3}$	0.97	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$7.53 \times 10^{-15}$	$2.52 \times 10^{-3}$	1.28
$\Xi_{bc}^{/'*+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} e^+ \nu_e$	$3.30 \times 10^{-15}$	$1.22 \times 10^{-3}$	0.69	$\Xi_{bc}^{/'*+} \rightarrow \Sigma_c^{*++} e^- \bar{\nu}_e$	$9.97 \times 10^{-17}$	$3.70 \times 10^{-5}$	0.81
$\Xi_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} e^+ \nu_e$	$6.50 \times 10^{-15}$	$9.18 \times 10^{-4}$	0.69	$\Xi_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^- \bar{\nu}_e$	$4.99 \times 10^{-17}$	$7.05 \times 10^{-6}$	0.81
$\Omega_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$2.09 \times 10^{-15}$	$7.00 \times 10^{-4}$	0.80	$\Omega_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$3.79 \times 10^{-17}$	$1.27 \times 10^{-5}$	0.84
$\Xi_{bc}^{/'*+} \rightarrow \Xi_b^{/'*0} e^+ \nu_e$	$4.00 \times 10^{-14}$	$1.48 \times 10^{-2}$	0.77	$\Xi_{bc}^{/'*+} \rightarrow \Xi_{cc}^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$2.69 \times 10^{-14}$	$9.97 \times 10^{-3}$	1.18
$\Xi_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Xi_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$3.82 \times 10^{-14}$	$5.40 \times 10^{-3}$	0.78	$\Xi_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Xi_{cc}^{/'*0} e^- \bar{\nu}_e$	$2.69 \times 10^{-14}$	$3.80 \times 10^{-3}$	1.18
$\Omega_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Omega_b^{/'*-} e^+ \nu_e$	$4.40 \times 10^{-14}$	$1.47 \times 10^{-2}$	0.97	$\Omega_{bc}^{/'*0} \rightarrow \Omega_{cc}^{/'*+} e^- \bar{\nu}_e$	$2.26 \times 10^{-14}$	$7.55 \times 10^{-3}$	1.28

 表 3-22 非轻衰变:  $cc$  部分。

 Table 3-22 Nonleptonic decays for the  $cc$  sector.

channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} \pi^+$	$1.16 \times 10^{-15}$	$4.51 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} \rho^+$	$3.78 \times 10^{-15}$	$1.48 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^{*+}$	$1.60 \times 10^{-16}$	$6.24 \times 10^{-5}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^+$	$4.97 \times 10^{-17}$	$1.94 \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} \pi^+$	$2.24 \times 10^{-14}$	$8.70 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} \rho^+$	$4.85 \times 10^{-14}$	$1.89 \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} K^{*+}$	$1.32 \times 10^{-15}$	$5.15 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{/'*+} K^+$	$7.05 \times 10^{-16}$	$2.74 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} \pi^+$	$2.32 \times 10^{-15}$	$1.55 \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} \rho^+$	$7.57 \times 10^{-15}$	$5.06 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} K^{*+}$	$3.21 \times 10^{-16}$	$2.14 \times 10^{-5}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} K^+$	$9.95 \times 10^{-17}$	$6.64 \times 10^{-6}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} \pi^+$	$2.24 \times 10^{-14}$	$1.50 \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} \rho^+$	$4.85 \times 10^{-14}$	$3.24 \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} K^{*+}$	$1.32 \times 10^{-15}$	$8.84 \times 10^{-5}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} K^+$	$7.05 \times 10^{-16}$	$4.71 \times 10^{-5}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} \pi^+$	$1.10 \times 10^{-15}$	$3.46 \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} \rho^+$	$3.64 \times 10^{-15}$	$1.14 \times 10^{-3}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} K^{*+}$	$1.53 \times 10^{-16}$	$4.78 \times 10^{-5}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{/'*0} K^+$	$4.74 \times 10^{-17}$	$1.48 \times 10^{-5}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{/'*0} \pi^+$	$4.26 \times 10^{-14}$	$1.33 \times 10^{-2}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{/'*0} \rho^+$	$9.88 \times 10^{-14}$	$3.09 \times 10^{-2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{/'*0} K^{*+}$	$2.79 \times 10^{-15}$	$8.73 \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{/'*0} K^+$	$1.38 \times 10^{-15}$	$4.33 \times 10^{-4}$

表 3-23 非轻衰变:  $bb$  部分。Table 3-23 Nonleptonic decays for the  $bb$  sector.

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} \pi^-$	$1.26 \times 10^{-18}$	$7.06 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} \rho^-$	$3.24 \times 10^{-18}$	$1.82 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} a_1^-$	$4.38 \times 10^{-18}$	$2.47 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} K^-$	$9.99 \times 10^{-20}$	$5.62 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} K^{*-}$	$1.67 \times 10^{-19}$	$9.41 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} D^-$	$1.44 \times 10^{-19}$	$8.12 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} D^{*-}$	$2.58 \times 10^{-19}$	$1.45 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} D_s^-$	$3.77 \times 10^{-18}$	$2.12 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} D_s^{*-}$	$6.34 \times 10^{-18}$	$3.57 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} \pi^-$	$8.21 \times 10^{-16}$	$4.62 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} \rho^-$	$2.19 \times 10^{-15}$	$1.23 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} a_1^-$	$2.76 \times 10^{-15}$	$1.55 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} K^-$	$6.28 \times 10^{-17}$	$3.53 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} K^{*-}$	$1.12 \times 10^{-16}$	$6.28 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} D^-$	$4.50 \times 10^{-17}$	$2.53 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} D^{*-}$	$1.26 \times 10^{-16}$	$7.11 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} D_s^-$	$1.06 \times 10^{-15}$	$5.97 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} D_s^{*-}$	$2.95 \times 10^{-15}$	$1.66 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} \pi^-$	$6.28 \times 10^{-19}$	$3.53 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} \rho^-$	$1.62 \times 10^{-18}$	$9.11 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} a_1^-$	$2.19 \times 10^{-18}$	$1.23 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^-$	$5.00 \times 10^{-20}$	$2.81 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^{*-}$	$8.37 \times 10^{-20}$	$4.71 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} D^-$	$7.21 \times 10^{-20}$	$4.06 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} D^{*-}$	$1.29 \times 10^{-19}$	$7.26 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} D_s^-$	$1.88 \times 10^{-18}$	$1.06 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} D_s^{*-}$	$3.17 \times 10^{-18}$	$1.78 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} \pi^-$	$8.21 \times 10^{-16}$	$4.62 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} \rho^-$	$2.19 \times 10^{-15}$	$1.23 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} a_1^-$	$2.76 \times 10^{-15}$	$1.55 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} K^-$	$6.28 \times 10^{-17}$	$3.53 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} K^{*-}$	$1.12 \times 10^{-16}$	$6.28 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} D^-$	$4.50 \times 10^{-17}$	$2.53 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} D^{*-}$	$1.26 \times 10^{-16}$	$7.11 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} D_s^-$	$1.06 \times 10^{-15}$	$5.97 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} D_s^{*-}$	$2.95 \times 10^{-15}$	$1.66 \times 10^{-3}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} \pi^-$	$5.85 \times 10^{-19}$	$7.11 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} \rho^-$	$1.52 \times 10^{-18}$	$1.85 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} a_1^-$	$2.06 \times 10^{-18}$	$2.51 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} K^-$	$4.66 \times 10^{-20}$	$5.67 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} K^{*-}$	$7.85 \times 10^{-20}$	$9.55 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} D^-$	$6.82 \times 10^{-20}$	$8.29 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} D^{*-}$	$1.23 \times 10^{-19}$	$1.49 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} D_s^-$	$1.78 \times 10^{-18}$	$2.17 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{/'*0} D_s^{*-}$	$3.02 \times 10^{-18}$	$3.67 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} \pi^-$	$7.77 \times 10^{-16}$	$9.45 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} \rho^-$	$2.11 \times 10^{-15}$	$2.57 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} a_1^-$	$2.73 \times 10^{-15}$	$3.32 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} K^-$	$5.98 \times 10^{-17}$	$7.27 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} K^{*-}$	$1.08 \times 10^{-16}$	$1.32 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} D^-$	$4.76 \times 10^{-17}$	$5.79 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} D^{*-}$	$1.34 \times 10^{-16}$	$1.62 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} D_s^-$	$1.14 \times 10^{-15}$	$1.39 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} D_s^{*-}$	$3.15 \times 10^{-15}$	$3.83 \times 10^{-3}$			



表 3-24 非轻衰变:  $c$  夸克衰变的  $bc$  部分。

 Table 3-24 Nonleptonic decays for the  $bc$  sector with the  $c$  quark decay.

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} \pi^+$	$3.80 \times 10^{-16}$	$1.41 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} \rho^+$	$3.24 \times 10^{-15}$	$1.20 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^{*+}$	$1.77 \times 10^{-16}$	$6.57 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^+$	$2.32 \times 10^{-17}$	$8.60 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} \pi^+$	$7.63 \times 10^{-15}$	$2.83 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} \rho^+$	$5.06 \times 10^{-14}$	$1.88 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} K^{*+}$	$2.20 \times 10^{-15}$	$8.18 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} K^+$	$3.69 \times 10^{-16}$	$1.37 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} \pi^+$	$7.60 \times 10^{-16}$	$1.07 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} \rho^+$	$6.43 \times 10^{-15}$	$9.09 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} K^{*+}$	$3.50 \times 10^{-16}$	$4.95 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} K^+$	$4.62 \times 10^{-17}$	$6.53 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} \pi^+$	$7.67 \times 10^{-15}$	$1.08 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} \rho^+$	$4.85 \times 10^{-14}$	$6.86 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} K^{*+}$	$2.05 \times 10^{-15}$	$2.90 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} K^+$	$3.62 \times 10^{-16}$	$5.11 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} \pi^+$	$4.12 \times 10^{-16}$	$1.38 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} \rho^+$	$2.38 \times 10^{-15}$	$7.97 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} K^{*+}$	$1.10 \times 10^{-16}$	$3.67 \times 10^{-5}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} K^+$	$2.07 \times 10^{-17}$	$6.91 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-} \pi^+$	$1.68 \times 10^{-14}$	$5.61 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-} \rho^+$	$4.85 \times 10^{-14}$	$1.62 \times 10^{-2}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-} K^{*+}$	$9.07 \times 10^{-16}$	$3.03 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-} K^+$	$5.48 \times 10^{-16}$	$1.83 \times 10^{-4}$

### 3.2.2.5 半轻衰变的 SU(3) 对称性

由表3-17可以看到, 半轻衰变宽度满足下面的味道 SU(3) 对称性关系:

- 双粲重子衰变

$$\begin{aligned} & \frac{\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} l^+ \nu)}{2|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} \\ & = \frac{\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^{*+} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c'^{*0} l^+ \nu)}{2|V_{cs}|^2}, \end{aligned} \quad (3-74)$$

- 双底重子衰变

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} l^- \bar{\nu}) &= 2\Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^- \bar{\nu}) = 2\Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{*0} l^- \bar{\nu}), \\ \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} l^- \bar{\nu}) = \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} l^- \bar{\nu}), \end{aligned} \quad (3-75)$$

- 底-粲重子衰变

$$\begin{aligned} & \frac{\Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} l^+ \nu)}{2|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} \\ & = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b'^{-} l^+ \nu)}{2|V_{cs}|^2}, \\ & \frac{\Gamma(\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} l^+ \nu)}{2|V_{cd}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} l^+ \nu)}{|V_{cd}|^2} \\ & = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_b'^{*0} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_b'^{-} l^+ \nu)}{|V_{cs}|^2} = \frac{\Gamma(\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Omega_b'^{-} l^+ \nu)}{2|V_{cs}|^2}, \end{aligned} \quad (3-76)$$

表 3-25 非轻衰变:  $b$  夸克衰变的  $bc$  部分。Table 3-25 Nonleptonic decays for the  $bc$  sector with the  $b$  quark decay.

channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} \pi^-$	$8.19 \times 10^{-19}$	$3.04 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} \rho^-$	$1.85 \times 10^{-18}$	$6.87 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} a_1^-$	$2.63 \times 10^{-18}$	$9.76 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} K^-$	$6.60 \times 10^{-20}$	$2.45 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} K^{*-}$	$9.68 \times 10^{-20}$	$3.59 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D^-$	$1.14 \times 10^{-19}$	$4.22 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D^{*-}$	$1.70 \times 10^{-19}$	$6.32 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D_s^-$	$3.03 \times 10^{-18}$	$1.12 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D_s^{*-}$	$4.23 \times 10^{-18}$	$1.57 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} \pi^-$	$8.44 \times 10^{-16}$	$3.13 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} \rho^-$	$2.21 \times 10^{-15}$	$8.20 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} a_1^-$	$2.98 \times 10^{-15}$	$1.10 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} K^-$	$6.59 \times 10^{-17}$	$2.44 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} K^{*-}$	$1.14 \times 10^{-16}$	$4.24 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D^-$	$6.55 \times 10^{-17}$	$2.43 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D^{*-}$	$1.61 \times 10^{-16}$	$5.98 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D_s^-$	$1.62 \times 10^{-15}$	$6.00 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D_s^{*-}$	$3.87 \times 10^{-15}$	$1.44 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} \pi^-$	$4.09 \times 10^{-19}$	$5.79 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} \rho^-$	$9.26 \times 10^{-19}$	$1.31 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} a_1^-$	$1.32 \times 10^{-18}$	$1.86 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^-$	$3.30 \times 10^{-20}$	$4.66 \times 10^{-9}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^{*-}$	$4.84 \times 10^{-20}$	$6.84 \times 10^{-9}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D^-$	$5.69 \times 10^{-20}$	$8.05 \times 10^{-9}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D^{*-}$	$8.52 \times 10^{-20}$	$1.20 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D_s^-$	$1.52 \times 10^{-18}$	$2.14 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D_s^{*-}$	$2.12 \times 10^{-18}$	$2.99 \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} \pi^-$	$8.44 \times 10^{-16}$	$1.19 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} \rho^-$	$2.21 \times 10^{-15}$	$3.13 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} a_1^-$	$2.98 \times 10^{-15}$	$4.21 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} K^-$	$6.59 \times 10^{-17}$	$9.31 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} K^{*-}$	$1.14 \times 10^{-16}$	$1.62 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D^-$	$6.55 \times 10^{-17}$	$9.26 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D^{*-}$	$1.61 \times 10^{-16}$	$2.28 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D_s^-$	$1.62 \times 10^{-15}$	$2.29 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D_s^{*-}$	$3.87 \times 10^{-15}$	$5.47 \times 10^{-4}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} \pi^-$	$3.54 \times 10^{-19}$	$1.19 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} \rho^-$	$8.10 \times 10^{-19}$	$2.71 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} a_1^-$	$1.14 \times 10^{-18}$	$3.81 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} K^-$	$2.85 \times 10^{-20}$	$9.53 \times 10^{-9}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} K^{*-}$	$4.22 \times 10^{-20}$	$1.41 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} D^-$	$4.76 \times 10^{-20}$	$1.59 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} D^{*-}$	$7.24 \times 10^{-20}$	$2.42 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} D_s^-$	$1.26 \times 10^{-18}$	$4.22 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{/'*+} D_s^{*-}$	$1.79 \times 10^{-18}$	$6.00 \times 10^{-7}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} \pi^-$	$8.33 \times 10^{-16}$	$2.79 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} \rho^-$	$2.16 \times 10^{-15}$	$7.22 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} a_1^-$	$2.83 \times 10^{-15}$	$9.46 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} K^-$	$6.46 \times 10^{-17}$	$2.16 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} K^{*-}$	$1.11 \times 10^{-16}$	$3.71 \times 10^{-5}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D^-$	$5.81 \times 10^{-17}$	$1.94 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D^{*-}$	$1.44 \times 10^{-16}$	$4.82 \times 10^{-5}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D_s^-$	$1.41 \times 10^{-15}$	$4.72 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D_s^{*-}$	$3.43 \times 10^{-15}$	$1.15 \times 10^{-3}$			

表 3-26 非轻衰变:  $c$  夸克衰变的  $bc'$  部分。

 Table 3-26 Nonleptonic decays for the  $bc'$  sector with the  $c$  quark decay.

channels	$\Gamma$ / GeV	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma$ / GeV	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} \pi^+$	$1.14 \times 10^{-15}$	$4.22 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} \rho^+$	$9.73 \times 10^{-15}$	$3.61 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^{*+}$	$5.32 \times 10^{-16}$	$1.97 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} K^+$	$6.95 \times 10^{-17}$	$2.58 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{*0} \pi^+$	$2.29 \times 10^{-14}$	$8.49 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{*0} \rho^+$	$1.52 \times 10^{-13}$	$5.63 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{*0} K^{*+}$	$6.61 \times 10^{-15}$	$2.45 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_b^{*0} K^+$	$1.11 \times 10^{-15}$	$4.10 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} \pi^+$	$2.28 \times 10^{-15}$	$3.22 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} \rho^+$	$1.93 \times 10^{-14}$	$2.73 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} K^{*+}$	$1.05 \times 10^{-15}$	$1.48 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} K^+$	$1.39 \times 10^{-16}$	$1.96 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} \pi^+$	$2.30 \times 10^{-14}$	$3.25 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} \rho^+$	$1.46 \times 10^{-13}$	$2.06 \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} K^{*+}$	$6.16 \times 10^{-15}$	$8.70 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} K^+$	$1.08 \times 10^{-15}$	$1.53 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} \pi^+$	$1.23 \times 10^{-15}$	$4.13 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} \rho^+$	$7.15 \times 10^{-15}$	$2.39 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} K^{*+}$	$3.29 \times 10^{-16}$	$1.10 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_b^{*-} K^+$	$6.20 \times 10^{-17}$	$2.07 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^{*-} \pi^+$	$5.03 \times 10^{-14}$	$1.68 \times 10^{-2}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^{*-} \rho^+$	$1.46 \times 10^{-13}$	$4.87 \times 10^{-2}$
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^{*-} K^{*+}$	$2.72 \times 10^{-15}$	$9.10 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_b^{*-} K^+$	$1.65 \times 10^{-15}$	$5.50 \times 10^{-4}$

• 底-粲重子底衰变

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} l^- \bar{\nu}) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+} l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}) = \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{*++} l^- \bar{\nu}) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{*+} l^- \bar{\nu}), \\
 \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}) = \Gamma(\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}). \quad (3-77)
 \end{aligned}$$

此外我们还以双粲和双底重子衰变为例, 借助光前夸克模型, 定量地预言了 SU(3) 对称性破缺, 结果见表3-28。下面给出一些讨论。

- 1/2 到 3/2 衰变过程满足的 SU(3) 对称性关系与 1/2 到 1/2 衰变过程满足的 SU(3) 对称性关系完全相同。这是因为自旋 3/2 重子的味道波函数与相应的自旋 1/2 重子的味道波函数相同。
- $bc$  和  $bc'$  两部分有完全相同的 SU(3) 关系, 这是因为相应的两个衰变道的末态相同, 并且初态的味道-自旋波函数形式相同, 参见 (3-26) 式和 (3-27) 式。
- 从表3-28可以看出,  $c \rightarrow dl^+\nu$  和  $c \rightarrow sl^+\nu$  诱导的衰变过程之间存在比较明显的 SU(3) 对称性破缺。当然, 这归因于  $d$  夸克和  $s$  夸克质量选取不同。
- 从表3-28可以看出,  $Qs$  diquark 作为旁观者的过程比  $Qu$  和  $Qd$  diquark 作为旁观者的过程的 SU(3) 破缺程度更严重, 其中  $Q = c/b$ 。对于双粲重子衰变和双底重子衰变, 光前夸克模型预言的 SU(3) 破缺程度分别是 6% 和 2%。此外我们看到,  $c$  夸克衰变过程的 SU(3) 对称性破缺程度通常比  $b$  夸克衰变过程更大。

表 3-27 非轻衰变:  $b$  夸克衰变的  $bc'$  部分。Table 3-27 Nonleptonic decays for the  $bc'$  sector with the  $b$  quark decay.

channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} \pi^-$	$2.46 \times 10^{-18}$	$9.11 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} \rho^-$	$5.55 \times 10^{-18}$	$2.06 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} a_1^-$	$7.90 \times 10^{-18}$	$2.93 \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} K^-$	$1.98 \times 10^{-19}$	$7.34 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} K^{*-}$	$2.90 \times 10^{-19}$	$1.08 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D^-$	$3.42 \times 10^{-19}$	$1.27 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D^{*-}$	$5.11 \times 10^{-19}$	$1.90 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D_s^-$	$9.10 \times 10^{-18}$	$3.37 \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*++} D_s^{*-}$	$1.27 \times 10^{-17}$	$4.71 \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} \pi^-$	$2.53 \times 10^{-15}$	$9.39 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} \rho^-$	$6.63 \times 10^{-15}$	$2.46 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} a_1^-$	$8.93 \times 10^{-15}$	$3.31 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} K^-$	$1.98 \times 10^{-16}$	$7.33 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} K^{*-}$	$3.43 \times 10^{-16}$	$1.27 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D^-$	$1.97 \times 10^{-16}$	$7.29 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D^{*-}$	$4.84 \times 10^{-16}$	$1.79 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D_s^-$	$4.85 \times 10^{-15}$	$1.80 \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*++} D_s^{*-}$	$1.16 \times 10^{-14}$	$4.31 \times 10^{-3}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} \pi^-$	$1.23 \times 10^{-18}$	$1.74 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} \rho^-$	$2.78 \times 10^{-18}$	$3.93 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} a_1^-$	$3.95 \times 10^{-18}$	$5.58 \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^-$	$9.90 \times 10^{-20}$	$1.40 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^{*-}$	$1.45 \times 10^{-19}$	$2.05 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D^-$	$1.71 \times 10^{-19}$	$2.42 \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D^{*-}$	$2.55 \times 10^{-19}$	$3.61 \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D_s^-$	$4.55 \times 10^{-18}$	$6.43 \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} D_s^{*-}$	$6.35 \times 10^{-18}$	$8.98 \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} \pi^-$	$2.53 \times 10^{-15}$	$3.58 \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} \rho^-$	$6.63 \times 10^{-15}$	$9.38 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} a_1^-$	$8.93 \times 10^{-15}$	$1.26 \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} K^-$	$1.98 \times 10^{-16}$	$2.79 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} K^{*-}$	$3.43 \times 10^{-16}$	$4.85 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D^-$	$1.97 \times 10^{-16}$	$2.78 \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D^{*-}$	$4.84 \times 10^{-16}$	$6.84 \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D_s^-$	$4.85 \times 10^{-15}$	$6.86 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} D_s^{*-}$	$1.16 \times 10^{-14}$	$1.64 \times 10^{-3}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} \pi^-$	$1.06 \times 10^{-18}$	$3.56 \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} \rho^-$	$2.43 \times 10^{-18}$	$8.12 \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} a_1^-$	$3.42 \times 10^{-18}$	$1.14 \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} K^-$	$8.55 \times 10^{-20}$	$2.86 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} K^{*-}$	$1.27 \times 10^{-19}$	$4.24 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} D^-$	$1.43 \times 10^{-19}$	$4.78 \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} D^{*-}$	$2.17 \times 10^{-19}$	$7.26 \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} D_s^-$	$3.79 \times 10^{-18}$	$1.27 \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} D_s^{*-}$	$5.38 \times 10^{-18}$	$1.80 \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} \pi^-$	$2.50 \times 10^{-15}$	$8.36 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} \rho^-$	$6.47 \times 10^{-15}$	$2.16 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} a_1^-$	$8.49 \times 10^{-15}$	$2.84 \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} K^-$	$1.94 \times 10^{-16}$	$6.48 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} K^{*-}$	$3.33 \times 10^{-16}$	$1.11 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D^-$	$1.74 \times 10^{-16}$	$5.83 \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D^{*-}$	$4.33 \times 10^{-16}$	$1.45 \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D_s^-$	$4.24 \times 10^{-15}$	$1.42 \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} D_s^{*-}$	$1.03 \times 10^{-14}$	$3.44 \times 10^{-3}$			

表 3-28 半轻衰变 SU(3) 对称性破坏的定量预言:  $cc$  部分和  $bb$  部分。

 Table 3-28 Quantitative predictions of SU(3) breaking for semi-leptonic decays: the  $cc$  and  $bb$  sector.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$ (LFQM)	$\Gamma/\text{GeV}$ (SU(3))	$ \text{LFQM} - \text{SU(3)} /\text{SU(3)}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^+ \nu_e$	$1.26 \times 10^{-15}$	$1.26 \times 10^{-15}$	--
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} e^+ \nu_e$	$2.51 \times 10^{-15}$	$2.52 \times 10^{-15}$	0%
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime*0} e^+ \nu_e$	$1.19 \times 10^{-15}$	$1.26 \times 10^{-15}$	6%
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime*+} e^+ \nu_e$	$1.61 \times 10^{-14}$	$2.36 \times 10^{-14}$	32%
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime*0} e^+ \nu_e$	$1.61 \times 10^{-14}$	$2.36 \times 10^{-14}$	32%
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{\prime*0} e^+ \nu_e$	$3.20 \times 10^{-14}$	$4.72 \times 10^{-14}$	32%
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} e^- \bar{\nu}_e$	$3.88 \times 10^{-17}$	$3.88 \times 10^{-17}$	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} e^- \bar{\nu}_e$	$1.94 \times 10^{-17}$	$1.94 \times 10^{-17}$	0%
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime*0} e^- \bar{\nu}_e$	$1.90 \times 10^{-17}$	$1.94 \times 10^{-17}$	2%
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} e^- \bar{\nu}_e$	$6.37 \times 10^{-15}$	$6.37 \times 10^{-15}$	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} e^- \bar{\nu}_e$	$6.37 \times 10^{-15}$	$6.37 \times 10^{-15}$	0%
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} e^- \bar{\nu}_e$	$7.03 \times 10^{-15}$	$6.37 \times 10^{-15}$	10%

### 3.2.2.6 对比

下面给出一些讨论。

- 因为对双重味重子寿命的理论预言存在很大的不确定性，所以上述表格也给出了衰变宽度的结果。
- 我们发现，除了  $\mathcal{B}'_{bc}$  部分，自旋 1/2 到 3/2 衰变过程的衰变分支比近似地比相应的 1/2 到 1/2 衰变过程小一个数量级。而对  $\mathcal{B}'_{bc}$  重子，无论是粲衰变还是底衰变，都与相应的 1/2 到 1/2 衰变过程的结果接近。
- 在文献 [94] 和 [48] 中， $\mathcal{B}(H_{bc} \rightarrow H_{bs} l^+ \nu) \sim 10^{-2}$ ， $\mathcal{B}(H_{bc} \rightarrow H_{bd} l^+ \nu) \sim 10^{-3}$ ，而在本文中，这两个分支比分别在  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  以及  $10^{-4}$  到  $10^{-3}$  量级。其中， $H_{qq'}$  代表包含夸克组分  $q$  和  $q'$  的强子。
- 在文献 [94] 和 [48] 中， $\mathcal{B}(H_{bc} \rightarrow H_{bs} \pi) \sim 10^{-2}$ ， $\mathcal{B}(H_{bc} \rightarrow H_{bd} \pi) \sim 10^{-3}$ ，而在本文中，这两个分支比分别在  $10^{-3}$  以及  $10^{-4}$  量级。

### 3.2.2.7 误差讨论

本子小节将以  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+}$  跃迁过程为例，讨论衰变宽度对模型参数的依赖性。diquark 质量  $m_{\{di\}}$ 、初态重子形状参数  $\beta_i$ 、末态重子形状参数  $\beta_f$ 、单极点近似中的参数  $m_{\text{pole}}$  分别改变 10%，相应的误差估计为：

$$\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^+ \nu_e) = (1.26 \pm 0.26 \pm 0.21 \pm 0.25 \pm 0.12) \times 10^{-15} \text{ GeV},$$

$$\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} \pi^+) = (1.16 \pm 0.08 \pm 0.32 \pm 0.04 \pm 0.00) \times 10^{-15} \text{ GeV},$$

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} \rho^+) &= (3.78 \pm 0.81 \pm 0.63 \pm 0.79 \pm 0.40) \times 10^{-15} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^+) &= (4.97 \pm 0.61 \pm 0.17 \pm 0.26 \pm 0.18) \times 10^{-17} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} K^{*+}) &= (1.60 \pm 0.44 \pm 0.59 \pm 0.49 \pm 0.25) \times 10^{-16} \text{ GeV}.
\end{aligned} \tag{3-78}$$

而与之对应的  $1/2$  到  $1/2$  跃迁过程  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  在相同参数选取下的结果为：

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ e^+ \nu_e) &= (1.04 \pm 0.04 \pm 0.02 \pm 0.11 \pm 0.15) \times 10^{-14} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^+) &= (5.75 \pm 0.19 \pm 0.35 \pm 0.88 \pm 0.02) \times 10^{-15} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^+) &= (2.61 \pm 0.08 \pm 0.08 \pm 0.29 \pm 0.27) \times 10^{-14} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^+) &= (4.28 \pm 0.15 \pm 0.25 \pm 0.66 \pm 0.16) \times 10^{-16} \text{ GeV}, \\
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^{*+}) &= (1.39 \pm 0.05 \pm 0.02 \pm 0.14 \pm 0.22) \times 10^{-15} \text{ GeV}.
\end{aligned} \tag{3-79}$$

值得指出的是，在得到 (3-79) 式时，我们采用了单极点形式的 (3-62) 式刻画形状因子，而在上一节  $1/2$  到  $1/2$  衰变过程的计算中，我们采用了下面双极点形式的拟合公式

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 \mp \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left( \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}. \tag{3-80}$$

然而我们发现，形状因子采用这两种不同的描述方式得到的衰变宽度，差别仅仅只有百分之几。

### 3.3 味道改变中性流过程

味道改变中性流过程是精确检验标准模型 (SM) 和寻找新物理 (NP) 的理想场所，而双重味重子的发现又为我们提供了一个新的平台。 $b \rightarrow d/s$  过程在标准模型中通过圈图发生，因此衰变宽度很小。新物理效应通过两种方式呈现。一种是通过增强 Wilson 系数，另一种是通过引进在标准模型中不存在的有效算符。重介子味道改变中性流过程分支比的典型值大约是  $10^{-6}$ ，而如此小的分支比可以通过  $B$  工厂中极高的亮度进行补偿。在夸克层次上，重子的稀有衰变也是通过  $b \rightarrow d/s l^+ l^-$  诱导，也会像介子情形的味道改变中性流过程一样重要。不论从理论上还是从实验上，都值得仔细关注。

我们将具体考虑以下  $b \rightarrow s l^+ l^-$  诱导的双重味重子的味道改变中性流过程：

- 双底重子衰变

$$\begin{aligned}
\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Xi_b^0(sbu)/\Xi_b^{\prime 0}(sbu), \\
\Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Xi_b^-(sbd)/\Xi_b^{\prime -}(sbd), \\
\Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Omega_b^-(sbs),
\end{aligned}$$

- 底-粲重子衰变

$$\Xi_{bc}^+(bcu)/\Xi_{bc}^{\prime +}(bcu) \rightarrow \Xi_c^+(scu)/\Xi_c^{\prime +}(scu),$$

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^0(bcd)/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Xi_c^0(scd)/\Xi_c'^0(scd), \\ \Omega_{bc}^0(bcs)/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Omega_c^0(scs).\end{aligned}$$

而对于  $b \rightarrow dl^+l^-$  衰变过程，我们将考虑：

- 双底重子衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Lambda_b^0(dbu)/\Sigma_b^0(dbu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Sigma_b^-(dbd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b^-(dbs)/\Xi_b'^-(dbs),\end{aligned}$$

- 底-粲重子衰变

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+(bcu)/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Lambda_c^+(dcu)/\Sigma_c^+(dcu), \\ \Xi_{bc}^0(bcd)/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Sigma_c^0(dcd), \\ \Omega_{bc}^0(bcs)/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c^0(dcs)/\Xi_c'^0(dcs).\end{aligned}$$

在上面列出的衰变模式中，已经明确给出初末态的夸克组分，括号中的第一个夸克参与弱相互作用，另外两个夸克作为旁观者。以底-粲重子  $b \rightarrow sl^+l^-$  诱导的衰变过程为例，末态重子  $\Xi_c^{+,0}$  属于  $\mathbf{3}$  表示，而  $\Xi_c'^{+,0}$  和  $\Omega_c^0$  属于  $\mathbf{6}$  表示，参见图1-2。

本节剩余部分安排如下。在3.3.1小节中，我们首先给出  $b \rightarrow d/sl^+l^-$  过程的有效哈密顿量，然后简要介绍 diquark 图像下光前夸克模型方法以及味道-自旋波函数，最后将讨论一些唯象可观测量。3.3.2小节将给出数值结果，包括形状因子、衰变宽度、前后不对称性 (forward-backward asymmetry)、SU(3) 对称性破缺定量预言以及误差估计。

### 3.3.1 理论框架

#### 3.3.1.1 有效哈密顿量

$b \rightarrow sl^+l^-$  过程的有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(b \rightarrow sl^+l^-) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_{i=1}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu).$$

其中  $O_i$  是四夸克算符或企鹅算符 [95]， $C_i$  是相应的 Wilson 系数，表格3-29给出领头对数近似下的 Wilson 系数数值<sup>[95]</sup>。 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}'l^+l^-$  的跃迁振幅为

$$\begin{aligned}\mathcal{M}(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}'l^+l^-) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi} \left\{ \left( C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right. \right. \\ \left. \left. - 2m_b C_7^{\text{eff}} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{q^2} (1 + \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \bar{l} \gamma^\mu l \right. \\ \left. + C_{10} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l \right\}. \quad (3-81)\end{aligned}$$

注意到  $C_7^{\text{eff}}$  前面的符号在不同的文献中可能会有所不同。我们的结果与文献 [96, 97] 一致，但是与文献 [98] 不同。(3-81) 式中  $C_7^{\text{eff}}$  和  $C_9^{\text{eff}}$  定义为<sup>[99]</sup>

$$\begin{aligned} C_7^{\text{eff}} &= C_7 - C_5/3 - C_6, \\ C_9^{\text{eff}}(q^2) &= C_9(\mu) + h(\hat{m}_c, \hat{s})C_0 - \frac{1}{2}h(1, \hat{s})(4C_3 + 4C_4 + 3C_5 + C_6) \\ &\quad - \frac{1}{2}h(0, \hat{s})(C_3 + 3C_4) + \frac{2}{9}(3C_3 + C_4 + 3C_5 + C_6), \end{aligned} \quad (3-82)$$

其中  $\hat{s} = q^2/m_b^2$ ,  $C_0 = C_1 + 3C_2 + 3C_3 + C_4 + 3C_5 + C_6$ ,  $\hat{m}_c = m_c/m_b$ 。3-82式中的辅助函数  $h$  为

$$\begin{aligned} h(z, \hat{s}) &= -\frac{8}{9} \ln \frac{m_b}{\mu} - \frac{8}{9} \ln z + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x \\ &\quad - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \times \begin{cases} \left( \ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi \right), & x \equiv \frac{4z^2}{\hat{s}} < 1 \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x \equiv \frac{4z^2}{\hat{s}} > 1 \end{cases}, \end{aligned} \quad (3-83)$$

$$h(0, \hat{s}) = -\frac{8}{9} \ln \frac{m_b}{\mu} - \frac{4}{9} \ln \hat{s} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}i\pi. \quad (3-84)$$

$b \rightarrow d$  过程的有效哈密顿量和跃迁振幅可类似地写出。

表 3-29 在领头对数近似下计算的 Wilson 系数  $C_i(m_b)$ ，这里  $m_W = 80.4 \text{ GeV}$ ,  $\mu = m_{b,\text{pole}}$ <sup>[95]</sup>。

Table 3-29 Wilson coefficients  $C_i(m_b)$  calculated in the leading logarithmic approximation, with  $m_W = 80.4 \text{ GeV}$  and  $\mu = m_{b,\text{pole}}$ <sup>[95]</sup>。

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7^{\text{eff}}$	$C_9$	$C_{10}$
1.107	-0.248	-0.011	-0.026	-0.007	-0.031	-0.313	4.344	-4.669

### 3.3.1.2 光前夸克模型方法

本子小节将简要介绍自旋 1/2 双重味重子到自旋 1/2 重子味道改变中性流过程的光前夸克模型计算中形状因子的抽取等内容，更多细节可参阅文献 [49, 100]。

矢量流矩阵元的参数化见 (3-17) 式，而张量流矩阵元  $\langle \mathcal{B}'(P', S'_z) | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu (1 + \gamma_5) b | \mathcal{B}(P, S_z) \rangle$  可采用完全类似的参数化形式：

$$\begin{aligned} &\langle \mathcal{B}'(P', S'_z) | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} b | \mathcal{B}(P, S_z) \rangle \\ &= \bar{u}(P', S'_z) \left[ \gamma_\mu f_1^T(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_2^T(q^2) + \frac{q_\mu}{M} f_3^T(q^2) \right] u(P, S_z), \\ &\langle \mathcal{B}'(P', S'_z) | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} \gamma_5 b | \mathcal{B}(P, S_z) \rangle \\ &= \bar{u}(P', S'_z) \left[ \gamma_\mu g_1^T(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} g_2^T(q^2) + \frac{q_\mu}{M} g_3^T(q^2) \right] \gamma_5 u(P, S_z). \end{aligned} \quad (3-85)$$



其中  $q = P - P'$ ,  $f_i^T, g_i^T$  是张量流的形状因子。

值得指出的是,  $f_1^T$  和  $f_3^T$  不是独立的。(3-85) 式第一个方程乘以  $q^\mu$  得到

$$0 = \bar{u}(P', S'_z) \left[ (M - M') f_1^T + \frac{q^2}{M} f_3^T \right] u(P, S_z), \quad (3-86)$$

由此推出

$$f_1^T = -\frac{q^2}{M(M - M')} f_3^T. \quad (3-87)$$

采用类似的方式, 我们可以从 (3-85) 式第二个方程得到

$$g_1^T = \frac{q^2}{M(M + M')} g_3^T. \quad (3-88)$$

以抽取矢量流形状因子  $f_i$  为例, 形状因子可以按照以下方式得到<sup>[100]</sup>。式 (3-17) 和 (3-18) 分别乘以  $\bar{u}(P, S_z)(\Gamma^\mu)_i u(P', S'_z)$ , 并且在积分号内取近似  $P^{(\prime)} \rightarrow \bar{P}^{(\prime)}$ , 然后对初末态极化求和, 我们得到

$$\begin{aligned} & \text{Tr} \left\{ (\Gamma^\mu)_i (\not{P}' + M') (\gamma_\mu f_1 + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_2 + \frac{q_\mu}{M} f_3) (\not{P} + M) \right\} \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\varphi'(x', k'_\perp) \varphi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+} (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left\{ (\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\not{P}}' + M_0') \bar{\Gamma}' (\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma(\bar{\not{P}} + M_0) \right\}, \end{aligned} \quad (3-89)$$

其中  $(\Gamma^\mu)_i = \{\gamma^\mu, P^\mu, P'^\mu\}$ ,  $(\bar{\Gamma}^\mu)_i = \{\gamma^\mu, \bar{P}^\mu, \bar{P}'^\mu\}$ 。  $f_i$  可以通过求解线性方程组得到, 轴矢流形状因子  $g_i$  也可通过类似的方式得到。张量流形状因子中, 只有  $f_{2,3}^T$  和  $g_{2,3}^T$  可以通过这种方式得到, 其中  $(\Gamma^\mu)_i = \{\gamma^\mu, P^\mu\}$ ,  $f_1^T$  和  $g_1^T$  则分别通过 (3-87) 式和 (3-88) 式得到。

### 3.3.1.3 味道-自旋空间波函数

初态双重味重子、末态反三重态或六重态单粲重子的味道-自旋波函数见3.1.2.4子小节。重叠因子可以通过取初末态味道-自旋波函数的内积得到。表3-30给出  $b \rightarrow s$  和  $b \rightarrow d$  两个过程的重叠因子结果。最后, 物理的形状因子通过下式得到:

$$F^{\text{phy}} = c_S F_S + c_A F_A, \quad (3-90)$$

其中  $F_{S(A)}$  代表标量 (轴矢量) diquark 旁观者的形状因子  $f_i, g_i, f_i^T$  或者  $g_i^T$ 。

### 3.3.1.4 唯象可观测量

螺旋度振幅的强子部分可以定义为:

$$H_{\lambda_V', \lambda_V}^{V, \lambda} \equiv \left( C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle - C_7^{\text{eff}} 2m_b \langle \mathcal{B}' | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{q^2} (1 + \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \epsilon_\mu^*(\lambda_V),$$

表 3-30  $b \rightarrow s$  和  $b \rightarrow d$  过程味道-自旋空间的叠加因子。以  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$  为例, 物理的跃迁矩阵元计算如下:  $\langle \Xi_b^0 | \Gamma_\mu | \Xi_{bb}^0 \rangle = c_S \langle s[di] | \Gamma_\mu | b[di] \rangle + c_A \langle s\{di\} | \Gamma_\mu | b\{di\} \rangle$ , 其中  $c_S = \sqrt{6}/4$  以及  $c_A = \sqrt{6}/4$ 。这里  $[di]$  和  $\{di\}$  分别代表一个标量和一个轴矢量 diquark。

Table 3-30 Flavor-spin space overlap factors for  $b \rightarrow s$  and  $b \rightarrow d$  processes. Taking the  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$  as an example, the physical transition matrix elements can be evaluated as:  $\langle \Xi_b^0 | \Gamma_\mu | \Xi_{bb}^0 \rangle = c_S \langle s[di] | \Gamma_\mu | b[di] \rangle + c_A \langle s\{di\} | \Gamma_\mu | b\{di\} \rangle$  with  $c_S = \sqrt{6}/4$  and  $c_A = \sqrt{6}/4$ . Here  $[di]$  and  $\{di\}$  denote a scalar and an axial-vector diquark, respectively.

$b \rightarrow s$ process	$(c_S, c_A)$	$b \rightarrow d$ process	$(c_S, c_A)$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-$	$(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b'^0$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^-$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-$	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^-$	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^-$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0$	$(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0$	$(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_c^+$	$(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$	$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Lambda_c^+$	$(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$
$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$	$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Xi_c'^+$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}'^+ \rightarrow \Sigma_c^+$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$
$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c'^0$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$	$\Xi_{bc}'^0 \rightarrow \Sigma_c^0$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Omega_c^0$	$(-\frac{\sqrt{6}}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$	$\Omega_{bc}'^0 \rightarrow \Xi_c'^0$	$(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$

$$H_{\lambda',t}^{V,\lambda} \equiv \left( C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \quad (3-91)$$

$$H_{\lambda',\lambda_V}^{A,\lambda} \equiv \left( C_{10} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \epsilon_\mu^*(\lambda_V),$$

$$H_{\lambda',t}^{A,\lambda} \equiv \left( C_{10} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \quad (3-92)$$

$\epsilon_\mu(q_\mu)$  是中间矢量粒子的极化矢量（四动量）， $\lambda_V$  代表它的极化， $\lambda^{(i)}$  代表初态（末态）重子的极化。这里以及以下，上标中的“V”（“A”）总是意味着与之对应的轻子部分是  $\bar{l} \gamma^\mu l$  ( $\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l$ )，注意不要与强子矩阵元中的矢量流（轴矢流）的记号相混淆。

注意到式 (3-17) 和 (3-85) 有相同的参数化形式，可以引入下面的定义：

$$\begin{aligned} F_i^V(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2) f_i(q^2) - C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b M}{q^2} f_i^T(q^2), \\ G_i^V(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2) g_i(q^2) + C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b M}{q^2} g_i^T(q^2), \\ F_i^A(q^2) &\equiv C_{10} f_i(q^2), \quad G_i^A(q^2) \equiv C_{10} g_i(q^2). \end{aligned} \quad (3-93)$$

方程 (3-91) 的  $\Gamma^\mu$  和  $\Gamma^\mu \gamma_5$  部分可分别通过计算得到：

$$\begin{aligned} HV_{\frac{1}{2},0}^{V,-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M') F_1^V - \frac{q^2}{M} F_2^V \right), \\ HV_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}} &= i \sqrt{2Q_-} \left( -F_1^V + \frac{M + M'}{M} F_2^V \right), \\ HA_{\frac{1}{2},0}^{V,-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M') G_1^V + \frac{q^2}{M} G_2^V \right), \\ HA_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}} &= i \sqrt{2Q_+} \left( -G_1^V - \frac{M - M'}{M} G_2^V \right), \\ HV_{-\lambda',-\lambda_V}^{V,-\lambda} &= HV_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda}, \quad HA_{-\lambda',-\lambda_V}^{V,-\lambda} = -HA_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda}. \end{aligned} \quad (3-94)$$

总的强子螺旋度振幅由下式给出：

$$H_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda} = HV_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda} - HA_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda}. \quad (3-95)$$

$H_{\lambda',\lambda_V}^{A,\lambda}$  与相应的  $H_{\lambda',\lambda_V}^{V,\lambda}$  形式上完全相同，但是需要作下面的替换：

$$F_i^V \rightarrow F_i^A, \quad G_i^V \rightarrow G_i^A. \quad (3-96)$$

此外我们还会用到  $H^A$  的类时极化：

$$\begin{aligned} HV_{-\frac{1}{2},t}^{A,\frac{1}{2}} &= HV_{\frac{1}{2},t}^{A,-\frac{1}{2}} = -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M') F_1^A + \frac{q^2}{M} F_3^A \right), \\ -HA_{-\frac{1}{2},t}^{A,\frac{1}{2}} &= HA_{\frac{1}{2},t}^{A,-\frac{1}{2}} = -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M') G_1^A - \frac{q^2}{M} G_3^A \right), \end{aligned}$$

$$H_{\lambda',t}^{A,\lambda} = HV_{\lambda',t}^{A,\lambda} - HA_{\lambda',t}^{A,\lambda}. \quad (3-97)$$

最后角分布由下面的表达式给出：

$$\frac{d^2\Gamma}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{|\vec{P}'||\vec{p}_1|}{16(2\pi)^3 M^2 \sqrt{q^2}} |\overline{\mathcal{M}}|^2. \quad (3-98)$$

这里的振幅模方为：

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{2} |\lambda|^2 (I_0 + I_1 \cos\theta + I_2 \cos 2\theta), \quad (3-99)$$

其中

$$\lambda \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\alpha_{em}}{2\pi}, \quad (3-100)$$

以及

$$\begin{aligned} I_0 &= (q^2 + 4m_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}^{V,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{V,-\frac{1}{2}}|^2) + (\frac{3}{2}q^2 + 2m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{V,-\frac{1}{2}}|^2) \\ &\quad + (q^2 - 4m_l^2)(\frac{3}{2}|H_{\frac{1}{2},1}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + \frac{3}{2}|H_{-\frac{1}{2},-1}^{A,-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},0}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{A,-\frac{1}{2}}|^2) \\ &\quad + 8m_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}^{A,-\frac{1}{2}}|^2), \\ I_1 &= 4\sqrt{q^2(q^2 - 4m_l^2)} \text{Re}(H_{\frac{1}{2},1}^{A,\frac{1}{2}*} H_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}} - H_{-\frac{1}{2},-1}^{A,-\frac{1}{2}*} H_{-\frac{1}{2},-1}^{V,-\frac{1}{2}}), \\ I_2 &= \frac{1}{2}(q^2 - 4m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{V,-\frac{1}{2}}|^2 - 2|H_{-\frac{1}{2},0}^{V,\frac{1}{2}}|^2 - 2|H_{\frac{1}{2},0}^{V,-\frac{1}{2}}|^2 \\ &\quad + |H_{\frac{1}{2},1}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{A,-\frac{1}{2}}|^2 - 2|H_{-\frac{1}{2},0}^{A,\frac{1}{2}}|^2 - 2|H_{\frac{1}{2},0}^{A,-\frac{1}{2}}|^2). \end{aligned} \quad (3-101)$$

微分衰变宽度为：

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{d\Gamma_L}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T}{dq^2}, \quad (3-102)$$

这里  $q^2$  是两个末态轻子的不变质量，纵向和横向极化的衰变宽度分别为：

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_L}{dq^2} &= |\lambda|^2 \frac{|\vec{P}'||\vec{p}_1|}{12(2\pi)^3 M^2 \sqrt{q^2}} \left\{ (q^2 + 2m_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}^{V,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{V,-\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad + (q^2 - 4m_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{A,-\frac{1}{2}}|^2) \\ &\quad \left. + 6m_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}^{A,-\frac{1}{2}}|^2) \right\}, \end{aligned} \quad (3-103)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_T}{dq^2} &= |\lambda|^2 \frac{|\vec{P}'||\vec{p}_1|}{12(2\pi)^3 M^2 \sqrt{q^2}} \left\{ (q^2 + 2m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{V,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{V,-\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad \left. + (q^2 - 4m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{A,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{A,-\frac{1}{2}}|^2) \right\}. \end{aligned} \quad (3-104)$$

归一化的微分前后不对称性 (forward-backward asymmetry) 定义为：

$$\frac{d\bar{A}_{FB}}{dq^2} \equiv \frac{(\int_0^1 - \int_{-1}^0) d\cos\theta \frac{d^2\Gamma}{dq^2 d\cos\theta}}{(\int_0^1 + \int_{-1}^0) d\cos\theta \frac{d^2\Gamma}{dq^2 d\cos\theta}}. \quad (3-105)$$

将式 (3-98) 和式 (3-99) 代入式 (3-105)，可以得到：

$$\frac{d\bar{A}_{FB}}{dq^2} = \frac{I_1}{2(I_0 - I_2/3)}. \quad (3-106)$$

### 3.3.2 数值结果与讨论

#### 3.3.2.1 输入

组分夸克质量取值见 (3-30) 式。标量和轴矢量 **diquark** 的质量近似为  $m_{[Qq]} = m_{\{Qq\}} = m_Q + m_q$ 。式 (3-15) 中的形状参数  $\beta$  见表3-3。双重味重子的质量和寿命见表3-1，末态重子的质量见表3-3。费米常数与 CKM 矩阵元取作<sup>[8]</sup>:

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2},$$

$$|V_{tb}| = 0.999, \quad |V_{ts}| = 0.0403, \quad |V_{td}| = 0.00875. \quad (3-107)$$

#### 3.3.2.2 形状因子的结果

我们采用单极点结构刻画形状因子对  $q^2$  的依赖关系，见 (3-62) 式。对于  $b \rightarrow s$  过程， $f_i^{(T)}$  和  $g_i^{(T)}$  的数值结果收集在表3-31中；对于  $b \rightarrow d$  过程，结果见表3-32。 $b \rightarrow s$  过程和  $b \rightarrow d$  过程的  $m_{\text{pole}}$  分别取 5.37 GeV 和 5.28 GeV，分别对应于  $B_s$  和  $B$  介子的质量。对这个假定合理性的讨论可以参考文献 [48]。物理的形状因子由 (3-90) 式和 (3-62) 式得到。

#### 3.3.2.3 一些唯象可观测量的结果

表3-33, 3-34以及3-35给出了  $b \rightarrow sl^+l^-$  和  $b \rightarrow dl^+l^-$  诱导的衰变过程的衰变宽度。下面给出一些讨论:

- 分支比的计算结果依赖于初态双重味重子的寿命，而后者在理论计算上存在较大的不确定性。
- 从这些表中可以看出， $l = e/\mu$  的衰变宽度结果非常接近，而相应  $l = \tau$  的结果小了一个数量级。这是因为后面一种情形的相空间比前面一种情形的相空间小很多。
- $b \rightarrow sl^+l^-$  诱导的大部分衰变过程的分支比在  $10^{-8} \sim 10^{-7}$  量级，而对  $b \rightarrow dl^+l^-$  诱导的衰变过程，分支比为  $10^{-9} \sim 10^{-8}$ 。这些分支比比相应的介子衰变过程的分支比小了大约一个量级。这是因为双重味重子的寿命比  $B$  介子寿命小大约一个量级。

$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$  ( $l = e, \mu, \tau$ ) 过程的微分衰变宽度见图3-3左图，这里没有考虑共振态的贡献。从图中可以看出， $l = e/\mu$  的曲线几乎完全重合，而  $l = \tau$  的曲线直观地反映出其对应衰变过程的相空间要比  $l = e/\mu$  衰变过程的相空间小很多。 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$  ( $l = e, \mu, \tau$ ) 的前后不对称性 (forward-backward asymmetry, FBA) 曲线见图3-3右图。由该图可以看出， $l = e/\mu$  的曲线与横轴的交点（以下简称零点）在  $q^2 = 2 \text{ GeV}^2$  附近。表3-36给出了其它  $b \rightarrow s$  过程和  $b \rightarrow d$  过程零点的计算结果。从该表可以看出，这些零点值基本都在 2 到 3  $\text{GeV}^2$  范围内。

仿照文献 [97]，我们分析 FBA 的零点  $s_0$ ，它们满足

$$\frac{d\bar{A}_{FB}}{dq^2} = \frac{I_1}{2(I_0 - I_2/3)} = 0 \quad (3-108)$$

表 3-31  $b \rightarrow s$  过程的形状因子  $f_i, g_i, f_i^T, g_i^T$  在  $q^2 = 0$  处的值。表的左(右)半边相应于初末态包含标量(轴矢量) diquark 的情形。 $f_1^T$  和  $g_1^T$  分别由 (3-87) 式和 (3-88) 式得到。

Table 3-31 Values of form factors  $f_i, g_i, f_i^T$  and  $g_i^T$  at  $q^2 = 0$  for the  $b \rightarrow s$  process. The left (right) half of the table corresponds to a scalar diquark (an axial-vector diquark) involved case.  $f_1^T$  and  $g_1^T$  are obtained by Eqs. (3-87) and (3-88) respectively.

$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.141	$g_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.122	$f_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.138	$g_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.030
$f_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.189	$g_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.056	$f_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.132	$g_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.055
$f_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.016	$g_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.406	$f_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.068	$g_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.261
$f_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.143	$g_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.130	$f_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.140	$g_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.031
$f_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.202	$g_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.024	$f_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.138	$g_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.048
$f_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.003	$g_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.316	$f_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.082	$g_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.249
$f_{1,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.139	$g_{1,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.125	$f_{1,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.136	$g_{1,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.030
$f_{2,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.198	$g_{2,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.028	$f_{2,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.134	$g_{2,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.048
$f_{3,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.003	$g_{3,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.332	$f_{3,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.079	$g_{3,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.250
$f_{2,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.108	$g_{2,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.128	$f_{2,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.066	$g_{2,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.049
$f_{3,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.091	$g_{3,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.156	$f_{3,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.134	$g_{3,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.032
$f_{2,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.117	$g_{2,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.127	$f_{2,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.068	$g_{2,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.049
$f_{3,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.091	$g_{3,S}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.198	$f_{3,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.134	$g_{3,A}^{T, \Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.026
$f_{2,S}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.112	$g_{2,S}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.123	$f_{2,A}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.065	$g_{2,A}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.047
$f_{3,S}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.088	$g_{3,S}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.186	$f_{3,A}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.130	$g_{3,A}^{T, \Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.027
$f_{1,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.203	$g_{1,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.167	$f_{1,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.185	$g_{1,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.033
$f_{2,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.079	$g_{2,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.097	$f_{2,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.203	$g_{2,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.068
$f_{3,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.015	$g_{3,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.329	$f_{3,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.109	$g_{3,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.166
$f_{1,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.204	$g_{1,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.174	$f_{1,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.186	$g_{1,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.035
$f_{2,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.090	$g_{2,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.074	$f_{2,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.205	$g_{2,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.063
$f_{3,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.007	$g_{3,S}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.300	$f_{3,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.116	$g_{3,A}^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.164
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.192	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.165	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.177	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.033
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.091	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.064	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.194	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.061
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.004	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.288	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.112	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.163
$f_{2,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.160	$g_{2,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.202	$f_{2,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.070	$g_{2,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.072
$f_{3,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.085	$g_{3,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	-0.021	$f_{3,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.172	$g_{3,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	0.068
$f_{2,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.169	$g_{2,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.200	$f_{2,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.071	$g_{2,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.072
$f_{3,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.083	$g_{3,S}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.006	$f_{3,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.170	$g_{3,A}^{T, \Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	0.068
$f_{2,S}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.159	$g_{2,S}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.188	$f_{2,A}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.070	$g_{2,A}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.069
$f_{3,S}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.081	$g_{3,S}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.001	$f_{3,A}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.163	$g_{3,A}^{T, \Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0}$	0.067

表 3-32 与表 3-31 类似, 但是这里是对  $b \rightarrow d$  过程。

 Table 3-32 Same as Table 3-31 but for the  $b \rightarrow d$  process.

$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.100	$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.087	$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.098	$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.020
$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.136	$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.041	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.099	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.043
$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.008	$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.298	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.057	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.191
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.102	$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.094	$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.100	$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.021
$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.150	$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.012	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.104	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.037
$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.004	$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.222	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.070	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.183
$f_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.098	$g_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.086	$f_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.095	$g_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.020
$f_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.137	$g_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.034	$f_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.098	$g_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.040
$f_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.004	$g_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.282	$f_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.059	$g_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.187
$f_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.099	$g_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.091	$f_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.097	$g_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.021
$f_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.147	$g_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.013	$f_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.102	$g_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.036
$f_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.005	$g_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.226	$f_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.068	$g_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.181
$f_{2,S}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.075	$g_{2,S}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.091	$f_{2,A}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.049	$g_{2,A}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.035
$f_{3,S}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.072	$g_{3,S}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.114	$f_{3,A}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.104	$g_{3,A}^{T,\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.028
$f_{2,S}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.083	$g_{2,S}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.090	$f_{2,A}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.051	$g_{2,A}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	-0.035
$f_{3,S}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.072	$g_{3,S}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.154	$f_{3,A}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.104	$g_{3,A}^{T,\Xi_{bb}^{0,-} \rightarrow \Sigma_b^{0,-}}$	0.023
$f_{2,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.074	$g_{2,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.088	$f_{2,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.048	$g_{2,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.034
$f_{3,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.069	$g_{3,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.119	$f_{3,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.100	$g_{3,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-}$	0.026
$f_{2,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.080	$g_{2,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.087	$f_{2,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.049	$g_{2,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	-0.034
$f_{3,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.069	$g_{3,S}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.148	$f_{3,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.101	$g_{3,A}^{T,\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-}}$	0.023
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.143	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.117	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.130	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.020
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.055	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.070	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.149	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.054
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.009	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.224	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.087	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.121
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.143	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.123	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.130	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.021
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.067	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.046	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.150	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.050
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.001	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.197	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.094	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.121
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.133	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.111	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.122	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.019
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.060	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.053	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.139	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.049
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.003	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.204	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.085	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.118
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.133	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.116	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.122	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.020
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.067	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.038	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.140	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.047
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.001	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.185	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.089	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.118
$f_{2,S}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.110	$g_{2,S}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.142	$f_{2,A}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.052	$g_{2,A}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.052
$f_{3,S}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.068	$g_{3,S}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.010	$f_{3,A}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.133	$g_{3,A}^{T,\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.055
$f_{2,S}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.119	$g_{2,S}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.140	$f_{2,A}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.053	$g_{2,A}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	-0.052
$f_{3,S}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.064	$g_{3,S}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.006	$f_{3,A}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.130	$g_{3,A}^{T,\Xi_{bc}^{+0} \rightarrow \Sigma_c^{+0}}$	0.055
$f_{2,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.105	$g_{2,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.131	$f_{2,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.050	$g_{2,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.049
$f_{3,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.064	$g_{3,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.001	$f_{3,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.124	$g_{3,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0}$	0.053
$f_{2,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.110	$g_{2,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.129	$f_{2,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.051	$g_{2,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	-0.049
$f_{3,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.062	$g_{3,S}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.010	$f_{3,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.123	$g_{3,A}^{T,\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0}}$	0.053

或者

$$\text{Re}(C_9^{\text{eff}}(s_0)) + 2\frac{m_b M}{s_0} C_7^{\text{eff}} \mathcal{R}(s_0) = 0. \quad (3-109)$$

这里  $\mathcal{R}$  定义为

$$\mathcal{R} \equiv \frac{AD - BC}{2AB}, \quad (3-110)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= Mf_1 - (M + M')f_2, & B &= Mg_1 + (M - M')g_2, \\ C &= Mf_1^T - (M + M')f_2^T, & D &= Mg_1^T + (M - M')g_2^T. \end{aligned} \quad (3-111)$$

$\mathcal{R}$  的含义可以通过  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda$  过程、借助重夸克对称性看得更清楚。在重夸克对称性极限下，所有强子流的矩阵元可以只借助两个独立的形状因子进行刻画<sup>[101]</sup>：

$$\langle \Lambda(p_\Lambda) | \bar{s} \Gamma b | \Lambda_b(p_{\Lambda_b}) \rangle = \bar{u}_\Lambda [F_1(q^2) + \not{v} F_2(q^2)] \Gamma u_{\Lambda_b}, \quad (3-112)$$

其中  $\Gamma$  是狄拉克矩阵的乘积， $v^\mu \equiv p_{\Lambda_b}^\mu / m_{\Lambda_b}$  是  $\Lambda_b$  的四速度。

在重夸克对称性下，

$$f_1, g_1, f_2^T, g_2^T \rightarrow F_1, \quad f_2, g_2 \rightarrow F_2, \quad f_1^T, g_1^T \rightarrow 0, \quad (3-113)$$

这时  $\mathcal{R}$  退化为下面的形式：

$$\mathcal{R} = \frac{F_1^2}{F_1^2 - F_2^2}, \quad (3-114)$$

这里我们还忽略了  $m_\Lambda / m_{\Lambda_b}$  的项。如果进一步考虑到对于  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda$  过程， $F_2 \ll F_1$ <sup>[102-104]</sup>，那么

$$\mathcal{R} \approx 1. \quad (3-115)$$

表3-36给出了双重味重子味道改变中性流过程的  $\mathcal{R}$  值。从这个表格可以看出，双底重子味道改变中性流过程的  $\mathcal{R}$  值大概在 0.3 到 0.4 的之间，而底-粲重子味道改变中性流过程的  $\mathcal{R}$  值位于区间 [0.6, 0.7] 内。

### 3.3.2.4 SU(3) 分析

根据味道 SU(3) 对称性，味道改变中性流过程的衰变宽度之间存在下面一些关系。这些关系也可以从表3-30中给出的重叠因子得到。对于  $b \rightarrow s l^+ l^-$  诱导的双底重子和底-粲重子的衰变过程，我们有：

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime -} l^+ l^-) = \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime +} l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime 0} l^+ l^-) = \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 l^+ l^-), \end{aligned} \quad (3-116)$$



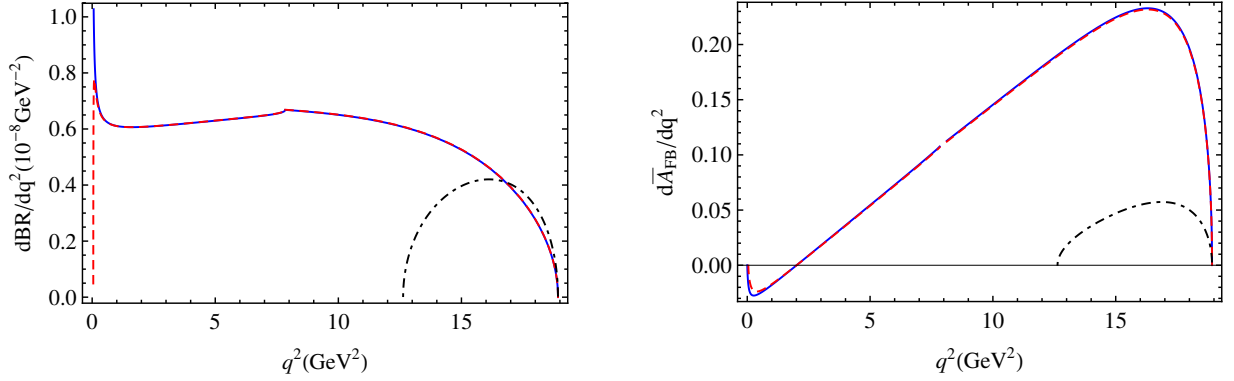


图 3-3  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$  过程的微分分支比  $d\mathcal{B}/dq^2$  以及微分 FBA  $d\bar{A}_{FB}/dq^2$ , 其中  $l = e, \mu, \tau$ 。实线、虚线以及点虚线分别对应  $l = e, \mu, \tau$  情形。这里没有考虑共振态贡献。

Figure 3-3  $d\mathcal{B}/dq^2$  for  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$  with  $l = e, \mu, \tau$ . The blue solid line, the red dashed line and the black dotdashed line correspond to the cases of  $l = e, \mu, \tau$ , respectively. Here the resonant contributions are not taken into account.

表 3-33  $bb$  部分  $b \rightarrow s$  和  $b \rightarrow d$  过程的衰变宽度和分支比。

Table 3-33 Decay widths and branching ratios for the  $b \rightarrow s$  and  $b \rightarrow d$  process in the  $bb$  sector.

Channel	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L / \Gamma_T$	Channel	$\Gamma / \text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L / \Gamma_T$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$	$1.98 \times 10^{-19}$	$1.11 \times 10^{-7}$	3.48	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 e^+ e^-$	$6.46 \times 10^{-21}$	$3.63 \times 10^{-9}$	3.22
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \mu^+ \mu^-$	$5.20 \times 10^{-19}$	$2.92 \times 10^{-7}$	0.70	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 e^+ e^-$	$1.60 \times 10^{-20}$	$9.00 \times 10^{-9}$	0.70
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	$1.97 \times 10^{-19}$	$1.11 \times 10^{-7}$	3.49	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- e^+ e^-$	$3.19 \times 10^{-20}$	$1.79 \times 10^{-8}$	0.70
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	$5.20 \times 10^{-19}$	$2.92 \times 10^{-7}$	0.70	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	$5.71 \times 10^{-21}$	$6.94 \times 10^{-9}$	3.36
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- e^+ e^-$	$1.02 \times 10^{-18}$	$1.25 \times 10^{-6}$	0.70	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	$1.54 \times 10^{-20}$	$1.88 \times 10^{-8}$	0.70
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \mu^+ \mu^-$	$1.92 \times 10^{-19}$	$1.08 \times 10^{-7}$	3.95	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 \mu^+ \mu^-$	$6.32 \times 10^{-21}$	$3.55 \times 10^{-9}$	3.51
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-$	$4.47 \times 10^{-19}$	$2.52 \times 10^{-7}$	0.91	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 \mu^+ \mu^-$	$1.41 \times 10^{-20}$	$7.94 \times 10^{-9}$	0.88
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	$1.91 \times 10^{-19}$	$1.08 \times 10^{-7}$	3.96	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- \mu^+ \mu^-$	$2.81 \times 10^{-20}$	$1.58 \times 10^{-8}$	0.88
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$4.47 \times 10^{-19}$	$2.52 \times 10^{-7}$	0.91	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	$5.58 \times 10^{-21}$	$6.78 \times 10^{-9}$	3.70
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \mu^+ \mu^-$	$8.85 \times 10^{-19}$	$1.08 \times 10^{-6}$	0.90	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$1.36 \times 10^{-20}$	$1.66 \times 10^{-8}$	0.87
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-$	$3.72 \times 10^{-20}$	$2.09 \times 10^{-8}$	6.17	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 \tau^+ \tau^-$	$1.75 \times 10^{-21}$	$9.86 \times 10^{-10}$	5.59
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-$	$4.87 \times 10^{-20}$	$2.74 \times 10^{-8}$	1.02	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 \tau^+ \tau^-$	$2.10 \times 10^{-21}$	$1.18 \times 10^{-9}$	1.01
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$3.69 \times 10^{-20}$	$2.07 \times 10^{-8}$	6.18	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- \tau^+ \tau^-$	$4.17 \times 10^{-21}$	$2.35 \times 10^{-9}$	1.01
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$4.87 \times 10^{-20}$	$2.74 \times 10^{-8}$	1.02	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$1.40 \times 10^{-21}$	$1.71 \times 10^{-9}$	5.80
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \tau^+ \tau^-$	$1.02 \times 10^{-19}$	$1.24 \times 10^{-7}$	1.00	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	$2.08 \times 10^{-21}$	$2.53 \times 10^{-9}$	1.01

表 3-34  $bc$  部分  $b \rightarrow s$  和  $b \rightarrow d$  过程的衰变宽度和分支比。Table 3-34 Decay widths and branching ratios for the  $b \rightarrow s$  and  $b \rightarrow d$  process in the  $bc$  sector.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$	Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	$1.46 \times 10^{-19}$	$5.43 \times 10^{-8}$	2.92	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ e^+ e^-$	$4.54 \times 10^{-21}$	$1.68 \times 10^{-9}$	2.72
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ e^+ e^-$	$4.54 \times 10^{-19}$	$1.69 \times 10^{-7}$	0.68	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ e^+ e^-$	$1.34 \times 10^{-20}$	$4.97 \times 10^{-9}$	0.68
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	$1.46 \times 10^{-19}$	$2.06 \times 10^{-8}$	2.93	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 e^+ e^-$	$2.67 \times 10^{-20}$	$3.78 \times 10^{-9}$	0.68
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 e^+ e^-$	$4.53 \times 10^{-19}$	$6.40 \times 10^{-8}$	0.68	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	$3.28 \times 10^{-21}$	$1.10 \times 10^{-9}$	3.10
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 e^+ e^-$	$7.42 \times 10^{-19}$	$2.48 \times 10^{-7}$	0.68	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 e^+ e^-$	$1.04 \times 10^{-20}$	$3.47 \times 10^{-9}$	0.68
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	$1.40 \times 10^{-19}$	$5.21 \times 10^{-8}$	3.44	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \mu^+ \mu^-$	$4.40 \times 10^{-21}$	$1.63 \times 10^{-9}$	3.05
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \mu^+ \mu^-$	$3.97 \times 10^{-19}$	$1.47 \times 10^{-7}$	0.86	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \mu^+ \mu^-$	$1.20 \times 10^{-20}$	$4.44 \times 10^{-9}$	0.83
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	$1.40 \times 10^{-19}$	$1.98 \times 10^{-8}$	3.45	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \mu^+ \mu^-$	$2.39 \times 10^{-20}$	$3.38 \times 10^{-9}$	0.83
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \mu^+ \mu^-$	$3.95 \times 10^{-19}$	$5.59 \times 10^{-8}$	0.86	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	$3.16 \times 10^{-21}$	$1.06 \times 10^{-9}$	3.58
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \mu^+ \mu^-$	$6.41 \times 10^{-19}$	$2.14 \times 10^{-7}$	0.88	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \mu^+ \mu^-$	$9.16 \times 10^{-21}$	$3.06 \times 10^{-9}$	0.85
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	$3.02 \times 10^{-20}$	$1.12 \times 10^{-8}$	4.19	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \tau^+ \tau^-$	$1.31 \times 10^{-21}$	$4.87 \times 10^{-10}$	3.86
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \tau^+ \tau^-$	$6.50 \times 10^{-20}$	$2.41 \times 10^{-8}$	0.99	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^+ \tau^-$	$2.54 \times 10^{-21}$	$9.43 \times 10^{-10}$	0.98
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	$2.98 \times 10^{-20}$	$4.22 \times 10^{-9}$	4.20	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \tau^+ \tau^-$	$5.06 \times 10^{-21}$	$7.16 \times 10^{-10}$	0.99
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \tau^+ \tau^-$	$6.45 \times 10^{-20}$	$9.12 \times 10^{-9}$	0.99	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	$7.46 \times 10^{-22}$	$2.49 \times 10^{-10}$	4.38
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \tau^+ \tau^-$	$9.12 \times 10^{-20}$	$3.05 \times 10^{-8}$	0.99	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \tau^+ \tau^-$	$1.70 \times 10^{-21}$	$5.70 \times 10^{-10}$	1.00

表 3-35  $bc'$  部分  $b \rightarrow s$  和  $b \rightarrow d$  过程的衰变宽度和分支比。Table 3-35 Decay widths and branching ratios for the  $b \rightarrow s$  and  $b \rightarrow d$  process in the  $bc'$  sector.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$	Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	$1.93 \times 10^{-19}$	$7.16 \times 10^{-8}$	0.58	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ e^+ e^-$	$6.61 \times 10^{-21}$	$2.45 \times 10^{-9}$	0.54
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ e^+ e^-$	$1.27 \times 10^{-19}$	$4.70 \times 10^{-8}$	3.16	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ e^+ e^-$	$3.55 \times 10^{-21}$	$1.32 \times 10^{-9}$	3.17
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	$1.92 \times 10^{-19}$	$2.72 \times 10^{-8}$	0.58	$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 e^+ e^-$	$7.09 \times 10^{-21}$	$1.00 \times 10^{-9}$	3.17
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 e^+ e^-$	$1.26 \times 10^{-19}$	$1.79 \times 10^{-8}$	3.16	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	$4.59 \times 10^{-21}$	$1.54 \times 10^{-9}$	0.55
$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Omega_c^0 e^+ e^-$	$2.11 \times 10^{-19}$	$7.05 \times 10^{-8}$	3.34	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 e^+ e^-$	$2.82 \times 10^{-21}$	$9.43 \times 10^{-10}$	3.39
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	$1.69 \times 10^{-19}$	$6.27 \times 10^{-8}$	0.71	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \mu^+ \mu^-$	$5.98 \times 10^{-21}$	$2.22 \times 10^{-9}$	0.63
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \mu^+ \mu^-$	$1.21 \times 10^{-19}$	$4.48 \times 10^{-8}$	3.87	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \mu^+ \mu^-$	$3.41 \times 10^{-21}$	$1.26 \times 10^{-9}$	3.74
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	$1.68 \times 10^{-19}$	$2.38 \times 10^{-8}$	0.71	$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \mu^+ \mu^-$	$6.81 \times 10^{-21}$	$9.62 \times 10^{-10}$	3.75
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \mu^+ \mu^-$	$1.20 \times 10^{-19}$	$1.70 \times 10^{-8}$	3.88	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	$4.06 \times 10^{-21}$	$1.36 \times 10^{-9}$	0.67
$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \mu^+ \mu^-$	$2.01 \times 10^{-19}$	$6.71 \times 10^{-8}$	4.15	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \mu^+ \mu^-$	$2.71 \times 10^{-21}$	$9.05 \times 10^{-10}$	4.06
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	$3.27 \times 10^{-20}$	$1.21 \times 10^{-8}$	0.71	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \tau^+ \tau^-$	$1.60 \times 10^{-21}$	$5.95 \times 10^{-10}$	0.65
$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \tau^+ \tau^-$	$2.03 \times 10^{-20}$	$7.53 \times 10^{-9}$	4.56	$\Xi_{bc'}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^+ \tau^-$	$7.32 \times 10^{-22}$	$2.71 \times 10^{-10}$	4.48
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	$3.23 \times 10^{-20}$	$4.57 \times 10^{-9}$	0.71	$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \tau^+ \tau^-$	$1.46 \times 10^{-21}$	$2.06 \times 10^{-10}$	4.48
$\Xi_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \tau^+ \tau^-$	$2.01 \times 10^{-20}$	$2.85 \times 10^{-9}$	4.56	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	$8.80 \times 10^{-22}$	$2.94 \times 10^{-10}$	0.68
$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \tau^+ \tau^-$	$2.91 \times 10^{-20}$	$9.74 \times 10^{-9}$	4.85	$\Omega_{bc'}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \tau^+ \tau^-$	$5.04 \times 10^{-22}$	$1.69 \times 10^{-10}$	4.81

表 3-36  $b \rightarrow s/dl^+l^-$  ( $l = e/\mu$ ) 过程  $d\bar{A}_{FB}/dq^2$  的零点以及 (3-110) 式和 (3-111) 式中定义的  $\mathcal{R}$  的值。

 Table 3-36 Zero-crossing points of  $d\bar{A}_{FB}/dq^2$  and  $\mathcal{R}$  defined in Eqs. (3-110) and (3-111) for the  $b \rightarrow sl^+l^-$  process with  $l = e/\mu$ .

Channel	$s_0/\text{GeV}^2$	$\mathcal{R}(s_0)$	Channel	$s_0/\text{GeV}^2$	$\mathcal{R}(s_0)$	Channel	$s_0/\text{GeV}^2$	$\mathcal{R}(s_0)$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$	2.01	0.30	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ l^+ l^-$	2.80	0.61	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_c^{\prime+} l^+ l^-$	3.12	0.68
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-$	2.01	0.30	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-$	2.80	0.61	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	3.12	0.68
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime0} l^+ l^-$	2.88	0.43	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime+} l^+ l^-$	3.02	0.66	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_c^{\prime+} l^+ l^-$	2.87	0.62
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-} l^+ l^-$	2.88	0.43	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	3.02	0.66	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	2.87	0.62
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- l^+ l^-$	2.88	0.42	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 l^+ l^-$	3.00	0.65	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_c^{\prime0} l^+ l^-$	2.80	0.60
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ l^-$	1.96	0.29	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ l^-$	2.81	0.61	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Lambda_c^{\prime+} l^+ l^-$	3.09	0.67
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-$	2.00	0.29	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-$	2.77	0.60	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	3.11	0.67
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ l^-$	2.88	0.43	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ l^-$	3.02	0.66	$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Sigma_c^{\prime+} l^+ l^-$	2.91	0.63
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- l^+ l^-$	2.88	0.43	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ l^-$	3.02	0.66	$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_c^{\prime0} l^+ l^-$	2.91	0.63
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime-} l^+ l^-$	2.88	0.42	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	3.01	0.65	$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-$	2.84	0.61

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime+} l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-) = \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_c^{\prime0} l^+ l^-). \end{aligned} \quad (3-117)$$

对于  $b \rightarrow dl^+l^-$  诱导的衰变过程，我们有：

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ l^-) &= \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ l^-) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- l^+ l^-) = \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ l^-) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ l^-) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ l^-) = \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^{\prime+} l^+ l^-) &= \Gamma(\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-), \\ \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{\prime+} l^+ l^-) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Sigma_c^{\prime0} l^+ l^-) = \Gamma(\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} l^+ l^-). \end{aligned} \quad (3-118)$$

对于  $b \rightarrow sl^+l^-$  诱导的衰变过程，表3-37给出了其 SU(3) 对称性破缺的定量估计。下面是一些讨论。

- $Qs$  diquark 作为旁观者的衰变过程与  $Qu/Qd$  diquark 作为旁观者的衰变过程相比，前者的 SU(3) 对称性破缺程度更大，其中  $Q = b, c$ 。
- $cq$  diquark 作为旁观者的衰变过程与  $bq$  diquark 作为旁观者的衰变过程相比，前者的 SU(3) 对称性破缺程度更大，其中  $q = u, d, s$ 。
- $l = \tau$  的衰变过程与  $l = e/\mu$  的衰变过程相比，前者的 SU(3) 对称性破缺程度更大。这是因为  $l = \tau$  的衰变过程的相空间更小，对初末态重子质量的变化更敏感。

### 3.3.2.5 误差估计

以  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-$  衰变过程为例，本子小节将讨论由模型参数和单极点假定引起的不确定性。形状因子的误差估计见表3-38，其中误差分别来自初态重子形状参数  $\beta_i$ 、末态重

表 3-37  $bb$ 、 $bc$  以及  $bc'$  部分  $b \rightarrow s$  过程 SU(3) 对称性破缺的定量预言。

 Table 3-37 Quantitative predictions of SU(3) symmetry breaking for the  $b \rightarrow s$  process in the  $bb$ ,  $bc$  and  $bc'$  sectors.

Channel	$\Gamma / \text{GeV (LFQM)}$	$\Gamma / \text{GeV (SU(3))}$	$ \text{LFQM} - \text{SU(3)} /\text{SU(3)}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b'^0 e^+ e^-$	$5.20 \times 10^{-19}$	$5.20 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^- e^+ e^-$	$5.20 \times 10^{-19}$	$5.20 \times 10^{-19}$	0%
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- e^+ e^-$	$1.02 \times 10^{-18}$	$1.04 \times 10^{-18}$	2%
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b'^0 \mu^+ \mu^-$	$4.47 \times 10^{-19}$	$4.47 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^- \mu^+ \mu^-$	$4.47 \times 10^{-19}$	$4.47 \times 10^{-19}$	0%
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \mu^+ \mu^-$	$8.85 \times 10^{-19}$	$8.94 \times 10^{-19}$	1%
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b'^0 \tau^+ \tau^-$	$4.87 \times 10^{-20}$	$4.87 \times 10^{-20}$	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^- \tau^+ \tau^-$	$4.87 \times 10^{-20}$	$4.87 \times 10^{-20}$	0%
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \tau^+ \tau^-$	$1.02 \times 10^{-19}$	$9.74 \times 10^{-20}$	5%
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ e^+ e^-$	$4.54 \times 10^{-19}$	$4.54 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 e^+ e^-$	$4.53 \times 10^{-19}$	$4.54 \times 10^{-19}$	0%
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 e^+ e^-$	$7.42 \times 10^{-19}$	$9.08 \times 10^{-19}$	18%
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \mu^+ \mu^-$	$3.97 \times 10^{-19}$	$3.97 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \mu^+ \mu^-$	$3.95 \times 10^{-19}$	$3.97 \times 10^{-19}$	1%
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \mu^+ \mu^-$	$6.41 \times 10^{-19}$	$7.94 \times 10^{-19}$	19%
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c'^+ \tau^+ \tau^-$	$6.50 \times 10^{-20}$	$6.50 \times 10^{-20}$	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^0 \tau^+ \tau^-$	$6.45 \times 10^{-20}$	$6.50 \times 10^{-20}$	1%
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \tau^+ \tau^-$	$9.12 \times 10^{-20}$	$1.30 \times 10^{-19}$	30%
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_c^{\prime+} e^+ e^-$	$1.27 \times 10^{-19}$	$1.27 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} e^+ e^-$	$1.26 \times 10^{-19}$	$1.27 \times 10^{-19}$	1%
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_c^{\prime0} e^+ e^-$	$2.11 \times 10^{-19}$	$2.54 \times 10^{-19}$	17%
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_c^{\prime+} \mu^+ \mu^-$	$1.21 \times 10^{-19}$	$1.21 \times 10^{-19}$	--
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} \mu^+ \mu^-$	$1.20 \times 10^{-19}$	$1.21 \times 10^{-19}$	1%
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_c^{\prime0} \mu^+ \mu^-$	$2.01 \times 10^{-19}$	$2.42 \times 10^{-19}$	17%
$\Xi_{bc}^{\prime+} \rightarrow \Xi_c^{\prime+} \tau^+ \tau^-$	$2.03 \times 10^{-20}$	$2.03 \times 10^{-20}$	--
$\Xi_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Xi_c^{\prime0} \tau^+ \tau^-$	$2.01 \times 10^{-20}$	$2.03 \times 10^{-20}$	1%
$\Omega_{bc}^{\prime0} \rightarrow \Omega_c^{\prime0} \tau^+ \tau^-$	$2.91 \times 10^{-20}$	$4.06 \times 10^{-20}$	28%

表 3-38 以  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$  过程为例, 估计形状因子引起的误差。第一个数字是中心值, 后面三个误差分别来自  $\beta_i = \beta_{\Xi_{bb}^0}$ ,  $\beta_f = \beta_{\Xi_b^0}$  以及  $m_{di} = m_{(bu)}$ 。这三个参数都在中心值附近浮动 10%。

Table 3-38 Error estimates for the form factors, taking  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$  as an example. The first number is the central value, and the following 3 errors come from  $\beta_i = \beta_{\Xi_{bb}^0}$ ,  $\beta_f = \beta_{\Xi_b^0}$  and  $m_{di} = m_{(bu)}$ , respectively. These parameters are all varied by 10%.

$F$	$F(0)$	$F$	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.141 \pm 0.018 \pm 0.036 \pm 0.002$	$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.138 \pm 0.018 \pm 0.035 \pm 0.002$
$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.189 \pm 0.039 \pm 0.037 \pm 0.014$	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.132 \pm 0.015 \pm 0.027 \pm 0.029$
$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.016 \pm 0.009 \pm 0.013 \pm 0.019$	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.068 \pm 0.006 \pm 0.007 \pm 0.022$
$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.122 \pm 0.020 \pm 0.025 \pm 0.007$	$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.030 \pm 0.004 \pm 0.007 \pm 0.001$
$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.056 \pm 0.016 \pm 0.045 \pm 0.030$	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.055 \pm 0.004 \pm 0.017 \pm 0.006$
$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.406 \pm 0.088 \pm 0.225 \pm 0.120$	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.261 \pm 0.019 \pm 0.078 \pm 0.022$
$f_{2,S}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.108 \pm 0.016 \pm 0.023 \pm 0.020$	$f_{2,A}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.066 \pm 0.013 \pm 0.013 \pm 0.010$
$f_{3,S}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.091 \pm 0.018 \pm 0.018 \pm 0.013$	$f_{3,A}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.134 \pm 0.024 \pm 0.026 \pm 0.011$
$g_{2,S}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.128 \pm 0.012 \pm 0.036 \pm 0.002$	$g_{2,A}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$-0.049 \pm 0.005 \pm 0.012 \pm 0.001$
$g_{3,S}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.156 \pm 0.122 \pm 0.020 \pm 0.012$	$g_{3,A}^{T, \Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0}$	$0.032 \pm 0.010 \pm 0.012 \pm 0.002$

子形状参数  $\beta_f$ 、diquark 质量  $m_{di}$ 。衰变宽度的误差为:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-) &= (1.98 \pm 0.49 \pm 1.21 \pm 0.13 \pm 0.26) \times 10^{-19} \text{ GeV}, \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \mu^+ \mu^-) &= (1.92 \pm 0.48 \pm 1.18 \pm 0.14 \pm 0.26) \times 10^{-19} \text{ GeV}, \\
 \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-) &= (3.72 \pm 0.96 \pm 2.52 \pm 0.51 \pm 1.28) \times 10^{-20} \text{ GeV},
 \end{aligned} \tag{3-120}$$

这里误差分别来自  $\beta_i$ 、 $\beta_f$ 、 $m_{di}$  以及单极点近似中的参数  $m_{\text{pole}}$ 。前三个模型参数被改变了 10%，而  $m_{\text{pole}}$  被改变了 5%。从表 3-38 和 (3-120) 式可以看出, 由这些参数引起的不确定性在有些情况下会比较大。

### 3.4 小结

2017 年, LHCb 合作组在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态发现了  $\Xi_{cc}^{++}$ 。这个重大发现毫无疑问将会促进对重子谱以及双重味重子弱衰变的研究。受此启发, 我们首先在本章第一节研究了双重味重子 1/2 到 1/2 的弱衰变过程。实验上通过多体末态过程发现了  $\Xi_{cc}^{++}$ , 这可能有多种来源, 其中一个很可能来自 1/2 到 3/2 过程的衰变。因此本章第二节又考虑了双重味重子 1/2 到 3/2 的衰变过程。我们采用 diquark 图像下的光前夸克模型方法抽取形状因子。借助计算得到的形状因子, 我们研究了双重味重子半轻和非轻衰变过程, 预言了分宽度、极化等物理量, 并讨论了半轻衰变过程中的 SU(3) 味道对称性及其破缺程度。我们发现, 大部分 1/2 到 3/2 衰变过程的结果大约比相应的 1/2 到 1/2 衰变过程小一个数量级。

我们预期在今后几年,越来越多的  $\Xi_{cc}^{++}$  的衰变模式将会被发现。根据计算结果,我们挑选出可以用来探测双重味重子的衰变道,尤其是我们预言:

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+) &= 6.18 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^+) &= 4.33 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^* \pi^+) &= 8.70 \times 10^{-3}.\end{aligned}$$

其中  $\Xi_c'^*$  可以衰变为  $\Xi_c^0 \pi^+$ , 而  $\Xi_c^0$  又可以进一步衰变为带电末态。LHCb 合作组在 2018 年已经通过上述第一个过程确认了  $\Xi_{cc}^{++}$  的存在<sup>[18]</sup>, 因此可以预期后两个衰变道也会对双重味重子的研究起到重要作用。

味道改变中性流过程是精确检验标准模型和寻找新物理的理想场所, 而双重味重子的发现又提供了一个新的研究平台。本章第三节研究了双重味重子弱衰变的味道改变中性流过程。我们继续采用 diquark 图像下的光前夸克模型方法抽取形状因子。借助计算得到的形状因子, 我们研究了这些衰变过程中的一些可观测量。我们发现,  $b \rightarrow s l^+ l^-$  诱导的衰变过程的分支比大多在  $10^{-8} \sim 10^{-7}$  量级, 而  $b \rightarrow d l^+ l^-$  诱导的衰变过程的分支比大多在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  量级。它们比相应的介子的味道改变中性流过程小大约一个数量级, 这是因为双重味重子的寿命比  $B$  介子寿命小大约一个量级。此外, 我们还讨论了这些衰变过程的 SU(3) 对称性及其破缺, 研究了理论误差来源。

## 第四章 QCD 求和规则方法下的双重味重子弱衰变

2017 年, LHCb 合作组在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态发现了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$ , 它的质量为<sup>[15]</sup>:

$$m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14) \text{ MeV}. \quad (4-1)$$

为了理解双重味重子的内部本质, 以及揭示跃迁背后的动力学, 还需要更多双重味重子产生和衰变方面的实验测量。同时双重味重子弱衰变方面进一步的理论研究<sup>[29, 30, 73, 92, 94, 105-121]</sup>, 尤其是比较可靠的 QCD 分析将变得十分重要。

上一章采用光前夸克模型分析了双重味重子的形状因子。计算中采用了 diquark 图像, 即两个不参与弱相互作用的旁观者夸克被看作一个弱束缚的系统。这个近似极大地简化了计算, 并且得到了很多有用的唯象结果。但是同时, 由于没有考虑 diquark 中的动力学, 这种近似也引进了一些不可控制的系统误差。本章将利用 QCD 求和规则方法弥补这个缺陷, 首先计算双重味重子的衰变常数, 然后在此基础上研究自旋 1/2 的双重味重子衰变到自旋 1/2 的单重味重子的形状因子。

QCDSR 已被广泛应用于研究强子的质量和衰变常数、强子矩阵元的跃迁形状因子以及  $K$ -介子和  $B$ -介子系统的混合矩阵元等<sup>[53-62]</sup>。在这种方法中, 强子由相应的夸克算符插入。这些算符的关联函数可以通过算符乘积展开 (OPE) 进行处理, 其中短距离的系数和长距离的夸克-胶子相互作用被分离。前者可以通过 QCD 微扰论进行计算, 而后者可以通过真空凝聚进行参数化。最后 QCD 的结果通过色散关系匹配到强子态的可观测物理量上。

本章考虑的双重味重子包括  $\Xi_{cc}(ccq), \Omega_{cc}(ccs), \Xi_{bb}(bbq), \Omega_{bb}(bbs)$  以及  $\Xi_{bc}(bcq), \Omega_{bc}(bcs)$ , 其中  $q = u, d$ 。  $\Xi_{QQ'}$  和  $\Omega_{QQ'}$  构成 SU(3) 三重态。另外, 这里考虑的  $\Xi_{bc}$  和  $\Omega_{bc}$  中的两个重夸克在味道空间是对称的。可以预期反对称的情形将会发生强衰变或者电磁衰变, 不需要考虑弱衰变。表1-1给出了双重味重子的量子数。末态重子包含一个重夸克和两个轻夸克, 它们构成 SU(3) 反三重态  $\Lambda_Q, \Xi_Q$  或者 SU(3) 六重态  $\Sigma_Q, \Xi'_Q, \Omega_Q$ , 其中  $Q = b, c$ , 见图1-2。

### 4.1 双重味重子的衰变常数

由于存在多种优势, QCDSR 已经被文献<sup>[69, 73, 116, 122-126]</sup> 应用于计算双重味重子的质量。本节旨在使用 QCDSR 研究双重味重子的“衰变常数”。由插入流定义的“衰变常数”对于研究双重味重子的其它性质, 比如重到轻的跃迁形状因子, 都是必不可少的输入。

本节剩余部分安排如下。在4.1.1小节, 我们将呈现关联函数的 QCDSR 计算, 给出谱函数的表达式。我们将考虑  $J^P = 1/2^+$  重子的贡献和来自  $J^P = 1/2^-$  重子的污染。4.1.2小节给出数值结果。

#### 4.1.1 QCD 求和规则研究

双重味重子由两个重夸克和一个轻夸克组成，其中基态双重味重子的量子数和夸克组分已在表1-1中给出。本节将研究只发生弱衰变的  $J^P = 1/2^+$  的重子。

##### 4.1.1.1 只考虑正宇称重子的求和规则

$\Xi_{QQ}$  和  $\Omega_{QQ}$  的插入流取作

$$J_{\Xi_{QQ}} = \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \quad J_{\Omega_{QQ}} = \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c, \quad (4-2)$$

其中  $Q = c$  或者  $Q = b$ 。对于  $\Xi_{bc}$  和  $\Omega_{bc}$ ，我们选择

$$\begin{aligned} J_{\Xi_{bc}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \\ J_{\Omega_{bc}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c. \end{aligned} \quad (4-3)$$

这里我们只考虑两个重夸克组成的系统自旋宇称为  $1^+$  的双重味重子。

QCDSR 分析从两点关联函数的定义开始：

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T [J(x), \bar{J}(0)] | 0 \rangle, \quad (4-4)$$

其中插入流已经在上面给出， $\bar{J}$  定义为

$$\bar{J} = J^\dagger \gamma^0. \quad (4-5)$$

Lorentz 结构分析表明，两点关联函数有以下形式：

$$\Pi(q) = \not{q} \Pi_1(q^2) + \Pi_2(q^2). \quad (4-6)$$

将强子态的完备集插入，关联函数可以表示为对物理的谱函数的色散积分：

$$\Pi(q) = \lambda_H^2 \frac{\not{q} + m_H}{m_H^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s - q^2}, \quad (4-7)$$

这里  $H$  表示基态双重味重子， $m_H$  代表它的质量。在得到4-7时，我们用到了对旋量的自旋求和：

$$\sum_s u(q, s) \bar{u}(q, s) = \not{q} + m_H. \quad (4-8)$$

极点留数  $\lambda_H$  定义为

$$\langle 0 | J_H | H(q, s) \rangle = \lambda_H u(q, s). \quad (4-9)$$

$\lambda_H$  的质量量纲为 3。类比介子情形，可以定义以下“衰变常数”：

$$\langle 0 | J_H | H(q, s) \rangle = f_H m_H^2 u(q, s). \quad (4-10)$$



在 OPE 层次，我们将计算  $\alpha_s$  的领头阶，并且包含直到质量量纲为 6 的凝聚项的贡献。完整的双重夸克传播子由下式给出

$$S_{ij}^Q(x) = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \left[ \frac{\delta_{ij}}{k - m_Q} - \frac{g_s G_{\alpha\beta}^a t_{ij}^a}{4} \frac{\sigma^{\alpha\beta}(k + m_Q) + (k + m_Q)\sigma^{\alpha\beta}}{(k^2 - m_Q^2)^2} + \frac{g_s D_\alpha G_{\beta\lambda}^n t_{ij}^n (f^{\lambda\beta\alpha} + f^{\lambda\alpha\beta})}{3(k^2 - m_Q^2)^4} - \frac{g_s^2 (t^a t^b)_{ij} G_{\alpha\beta}^a G_{\mu\nu}^b (f^{\alpha\beta\mu\nu} + f^{\alpha\mu\beta\nu} + f^{\alpha\mu\nu\beta})}{4(k^2 - m_Q^2)^5} \right], \quad (4-11)$$

其中

$$f^{\lambda\alpha\beta} = (k + m_Q)\gamma^\lambda(k + m_Q)\gamma^\alpha(k + m_Q)\gamma^\beta(k + m_Q), \quad (4-12)$$

$$f^{\alpha\beta\mu\nu} = (k + m_Q)\gamma^\alpha(k + m_Q)\gamma^\beta(k + m_Q)\gamma^\mu(k + m_Q)\gamma^\nu(k + m_Q), \quad (4-13)$$

这里  $t^n = \lambda^n/2$ ， $\lambda^n$  是盖尔曼矩阵， $i, j$  是颜色指标。轻夸克的完整传播子由下式给出：

$$S_{ij}(x) = \frac{i\delta_{ij}\not{x}}{2\pi^2 x^4} - \frac{\delta_{ij}}{12} \langle \bar{q}q \rangle - \frac{\delta_{ij}x^2 \langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle}{192} + \frac{i\delta_{ij}x^2 \not{x} \langle \bar{s}g_s\sigma Gs \rangle m_q}{1152} - \frac{ig_s G_{\alpha\beta}^a t_{ij}^a (\not{x}\sigma^{\alpha\beta} + \sigma^{\alpha\beta}\not{x})}{32\pi^2 x^2}. \quad (4-14)$$

利用上述夸克传播子，我们可以将关联函数表示为色散积分的形式：

$$\Pi_i(q^2) = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{\infty} ds \frac{\rho_i(s)}{s - q^2}, \quad i = 1, 2, \quad (4-15)$$

这里谱密度由关联函数的虚部给出：

$$\rho_i(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_i^{\text{OPE}}(s). \quad (4-16)$$

令强子层次和 OPE 层次的  $\Pi(q^2)$  相等，采用夸克-强子对偶，再做 Borel 变换，我们得到以下求和规则：

$$\lambda_H^2 e^{-m_H^2/M^2} = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{-s/M^2}, \quad (4-17)$$

$$\lambda_H^2 m_H e^{-m_H^2/M^2} = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{s_0} ds \rho_2(s) e^{-s/M^2}. \quad (4-18)$$

谱函数  $\rho_1$  和  $\rho_2$  由下面的式子给出：

$$\rho_1^{\text{pert}}(s) = \frac{6}{(2\pi)^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left( [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2]^2 + (1 - \alpha - \beta) m_Q m_{Q'} [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2] \right), \quad (4-19)$$

$$\rho_1(s) = \rho_1^{\text{pert}}(s) + \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{72} \left( m_Q^2 \frac{\partial^3}{(\partial m_Q^2)^3} + m_{Q'}^2 \frac{\partial^3}{(\partial m_{Q'}^2)^3} \right) \rho_1^{\text{pert}}(s) + \frac{4m_Q m_{Q'} \langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4}$$

$$\begin{aligned} & \times \left( \frac{\partial^2}{(\partial m_Q^2)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial m_{Q'}^2)^2} \right) \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} (1-\alpha-\beta)(\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2) \\ & + \frac{2\langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4} \left( \frac{\partial}{\partial m_Q^2} + \frac{\partial}{\partial m_{Q'}^2} \right) \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} d\beta (3\alpha m_Q^2 + 3\beta m_{Q'}^2 - m_Q m_{Q'} - 4\alpha\beta s), \end{aligned} \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} \rho_2(s) = & -\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{2\pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha (3\alpha(1-\alpha)s - 2\alpha m_Q^2 - 2(1-\alpha)m_{Q'}^2 + 2m_Q m_{Q'}) \\ & - \frac{\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle}{8\pi^2} \left( 1 + \frac{s}{M^2} \right) A(s) - \frac{2\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle}{(4\pi)^2} \left( (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2s(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})} [\alpha_{\max}(1-\alpha_{\max})s + \alpha_{\min}(1-\alpha_{\min})s + 4m_Q m_{Q'}] \right), \end{aligned} \quad (4-21)$$

其中

$$A(s) = \frac{-s^3 + (m_Q^2 + m_{Q'}^2)s^2 + (m_Q^2 - 4m_Q m_{Q'} + m_{Q'}^2)[s(m_Q^2 + m_{Q'}^2) - (m_Q^2 - m_{Q'}^2)^2]}{2s^2 \sqrt{(s + m_Q^2 - m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}}, \quad (4-22)$$

积分限  $\alpha_{\min} = [s - m_Q^2 + m_{Q'}^2 - \sqrt{(s - m_Q^2 + m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}]/(2s)$ ,  $\alpha_{\max} = [s - m_Q^2 + m_{Q'}^2 + \sqrt{(s - m_Q^2 + m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}]/(2s)$ ,  $\beta_{\min} = \alpha m_Q^2 / (s\alpha - m_{Q'}^2)$ 。对于  $\Omega_{QQ'}$ , 积分下限  $(m_Q + m_{Q'})^2$  应当替换为  $(m_Q + m_{Q'} + m_s)^2$ , 凝聚参数也需要作相应替换。

文献 [69] 得到了谱函数  $\rho_1(s)$  的表达式如下:

$$\begin{aligned} \rho_1(s) = & -\frac{3}{2^4 \pi^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2]^2 \\ & + \frac{3}{2^2 \pi^4} m_Q m_{Q'} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} (1-\alpha-\beta) [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2] \\ & - \frac{5m_q \langle \bar{q}q \rangle}{2^3 \pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha \alpha (1-\alpha). \end{aligned} \quad (4-23)$$

对比我们的结果与文献 [69] 的结果, 下面给出一些讨论。

- 我们的计算没有包含夸克凝聚的质量修正项, 这对  $\Omega_{cc, bc, bb}$  有一定影响。
- 式 (4-23) 未包含胶子凝聚贡献。
- 值得指出的是, 在零质量极限下, 我们的谱函数退化成:

$$\rho_1(s) = \frac{s^2}{64\pi^4} + \frac{2\langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4}. \quad (4-24)$$

这与文献 [127] 完全自洽:

$$\begin{aligned} \lambda_H^2 e^{-m_H^2/M^2} = & \frac{1}{2(2\pi)^4} \left[ M^6 \left( 1 - e^{-s_0/M^2} \left( 1 + \frac{s_0}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{s_0^2}{M^4} \right) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{4} M^2 \left( 1 - e^{-s_0/M^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4-25)$$

- 文献 [69] 预言  $m_{\Xi_{cc}} = (4.26 \pm 0.19) \text{ GeV}$ ，这显然比实验数据  $m_{\Xi_{cc}^{++}}^{\text{exp}} = 3.621 \text{ GeV}$  大了很多。

#### 4.1.1.2 正负宇称重子的 QCD 求和规则

上面的分析中只考虑了  $1/2^+$  重子的贡献。 $1/2^-$  重子的插入流可以定义为

$$J_- \equiv i\gamma_5 J_+, \quad (4-26)$$

这里  $J_+$  由 (4-2) 或 (4-3) 式给出。当把强子态的完备集插入到关联函数 (4-4) 中时，正负宇称的单粒子态都会有贡献<sup>[128, 129]</sup>。

当考虑  $1/2^-$  单粒子态的贡献时，(4-7) 式重新写作

$$\Pi(q) = \lambda_+^2 \frac{\not{q} + m_+}{m_+^2 - q^2} + \lambda_-^2 \frac{\not{q} - m_-}{m_-^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s - q^2}, \quad (4-27)$$

这里  $\lambda_{\pm} (m_{\pm})$  代表正负宇称重子的“衰变常数”(质量)。可以看出，这里的  $\lambda_+$  就是(4-9)式中定义的“衰变常数” $\lambda_H$ 。 $\lambda_-$  定义为

$$\langle 0 | J_+ | H(1/2^-, q, s) \rangle = i\gamma_5 \lambda_- u(q, s). \quad (4-28)$$

在强子层次，我们可以取关联函数的虚部如下：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi(s) &= \lambda_+^2 (\not{q} + m_+) \delta(s - m_+^2) + \lambda_-^2 (\not{q} - m_-) \delta(s - m_-^2) + \dots, \\ &= \not{q} \rho_1^{\text{had}}(s) + \rho_2^{\text{had}}(s) + \dots, \end{aligned} \quad (4-29)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_1^{\text{had}}(s) &= \lambda_+^2 \delta(s - m_+^2) + \lambda_-^2 \delta(s - m_-^2) + \dots, \\ \rho_2^{\text{had}}(s) &= m_+ \lambda_+^2 \delta(s - m_+^2) - m_- \lambda_-^2 \delta(s - m_-^2) + \dots. \end{aligned} \quad (4-30)$$

这里省略号代表来自更高能级共振态和连续谱的贡献。

在 OPE 层次，计算关联函数  $\Pi(q)$  可以给出 QCD 谱密度：

$$\frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi(s) = \not{q} \rho_1^{\text{OPE}}(s) + \rho_2^{\text{OPE}}(s). \quad (4-31)$$

注意到  $\rho_{1,2}^{\text{OPE}}$  的表达式已由 (4-20) 和 (4-21) 式给出。

考虑  $\rho_1$  和  $\rho_2$  的线性组合  $\sqrt{s} \rho_1 + \rho_2$ 。引入指数函数  $\exp(-s/M^2)$  以压低连续谱的贡献，再借助夸克-强子对偶，我们可以得到以下 QCD 求和规则：

$$2m_+ \lambda_+^2 \exp\left(-\frac{m_+^2}{M^2}\right) = \int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s} \rho_1^{\text{OPE}}(s) + \rho_2^{\text{OPE}}(s)] \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right). \quad (4-32)$$

其中  $M^2$  是 Borel 参数；对  $\Xi_{QQ'}$  和  $\Omega_{QQ'}$ ， $\Delta$  分别取  $(m_Q + m_{Q'})^2$  和  $(m_Q + m_{Q'} + m_s)^2$ 。

表 4-1 双重味重子质量的理论预言（以 GeV 为单位）。“This work #1”和“this work #2”的结果分别借助了(4-17)式和(4-32)式中的求和规则。我们考虑了相关参数，包括  $M^2$ ,  $s_0$ , 夸克质量以及凝聚参数的误差。作为对比，我们还罗列出文献 [69] 和 [122] 中 QCDSR 的计算结果，以及文献 [77] 中格点 QCD 的结果。我们的结果与文献 [122] 和 [77] 一致，但是与文献 [69] 有些不同。

Table 4-1 Theoretical predictions for the masses (in units of GeV) of the doubly heavy baryons. The results of “This work #1” are predicted using Eq. (4-17) while those of “This work #2” using Eq. (4-32). The uncertainties of the relevant parameters, including  $M^2$ ,  $s_0$ , the quark masses and the condensates, have been taken into account. For purposes of comparison, some other QCDSR results from Ref. [69] and Ref. [122] and the Lattice QCD results from Ref. [77] are listed. Our results are consistent with Ref. [122] and Ref. [77] but somewhat different from Ref. [69].

Baryon	This work #1	This work #2	Ref. [69]	Ref. [122]	Ref. [77]	Experiment
$\Xi_{cc}$	$3.68 \pm 0.08$	$3.61 \pm 0.09$	$4.26 \pm 0.19$	$3.57 \pm 0.14$	$3.610 \pm 0.023 \pm 0.022$	$3.6214 \pm 0.0008$
$\Omega_{cc}$	$3.75 \pm 0.08$	$3.69 \pm 0.09$	$4.25 \pm 0.20$	$3.71 \pm 0.14$	$3.738 \pm 0.020 \pm 0.020$	--
$\Xi_{bb}$	$10.16 \pm 0.09$	$10.12 \pm 0.10$	$9.78 \pm 0.07$	$10.17 \pm 0.14$	$10.143 \pm 0.030 \pm 0.023$	--
$\Omega_{bb}$	$10.27 \pm 0.09$	$10.19 \pm 0.10$	$9.85 \pm 0.07$	$10.32 \pm 0.14$	$10.273 \pm 0.027 \pm 0.020$	--
$\Xi_{bc}$	$6.95 \pm 0.09$	$6.89 \pm 0.10$	$6.75 \pm 0.05$	--	$6.943 \pm 0.033 \pm 0.028$	--
$\Omega_{bc}$	$7.01 \pm 0.09$	$6.95 \pm 0.09$	$7.02 \pm 0.08$	--	$6.998 \pm 0.027 \pm 0.020$	--

#### 4.1.2 数值结果

数值计算中忽略  $u$ 、 $d$  夸克质量，并采用<sup>[8]</sup>： $m_c = 1.35 \pm 0.10$  GeV,  $m_b = 4.60 \pm 0.10$  GeV,  $m_s = 0.12 \pm 0.01$  GeV。

真空凝聚参数取作<sup>[52, 53, 69, 130-132]</sup>： $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.24 \pm 0.01 \text{ GeV})^3$ ,  $\langle \bar{s}s \rangle = (0.8 \pm 0.1)\langle \bar{q}q \rangle$ ,  $\langle g_s^2 G^2 \rangle = 0.88 \pm 0.25 \text{ GeV}^4$ ,  $\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle = m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$ ,  $\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle$  以及  $m_0^2 = 0.8 \pm 0.1 \text{ GeV}^2$ 。这里能量标度取  $\mu = 1 \text{ GeV}$ 。

双重味重子的质量见表3-1。对于  $\Xi_{cc}$  的质量，我们采用实验值<sup>[15]</sup>；对于其它重子质量，我们采用格点量子色动力学计算的结果<sup>[77]</sup>。

由于基态和第一径向激发态之间的能量间隔近似为  $0.5 \text{ GeV}$ <sup>[133]</sup>，因此我们取连续统阈值  $\sqrt{s_0}$  比相应的重子质量高  $0.4 \sim 0.6 \text{ GeV}$ 。

##### 4.1.2.1 质量

式(4-17)和式(4-32)分别对  $-1/M^2$  求导，我们可以得到双重味重子的质量：

$$m_H^2 = \frac{\int_{\Delta}^{s_0} ds \rho_1(s) s e^{-s/M^2}}{\int_{\Delta}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{-s/M^2}}, \quad (4-33)$$

和

$$m_H^2 = \frac{\frac{d}{d(-1/M^2)} \int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s} \rho_1(s) + \rho_2(s)] e^{-s/M^2}}{\int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s} \rho_1(s) + \rho_2(s)] e^{-s/M^2}}. \quad (4-34)$$

Borel 参数  $M^2$  的最优稳定窗口可以通过以下方式确定。通过要求极点贡献大于连续谱贡献，以及要求微扰贡献大于夸克凝聚贡献，我们得到 Borel 参数的上下限。如果采用

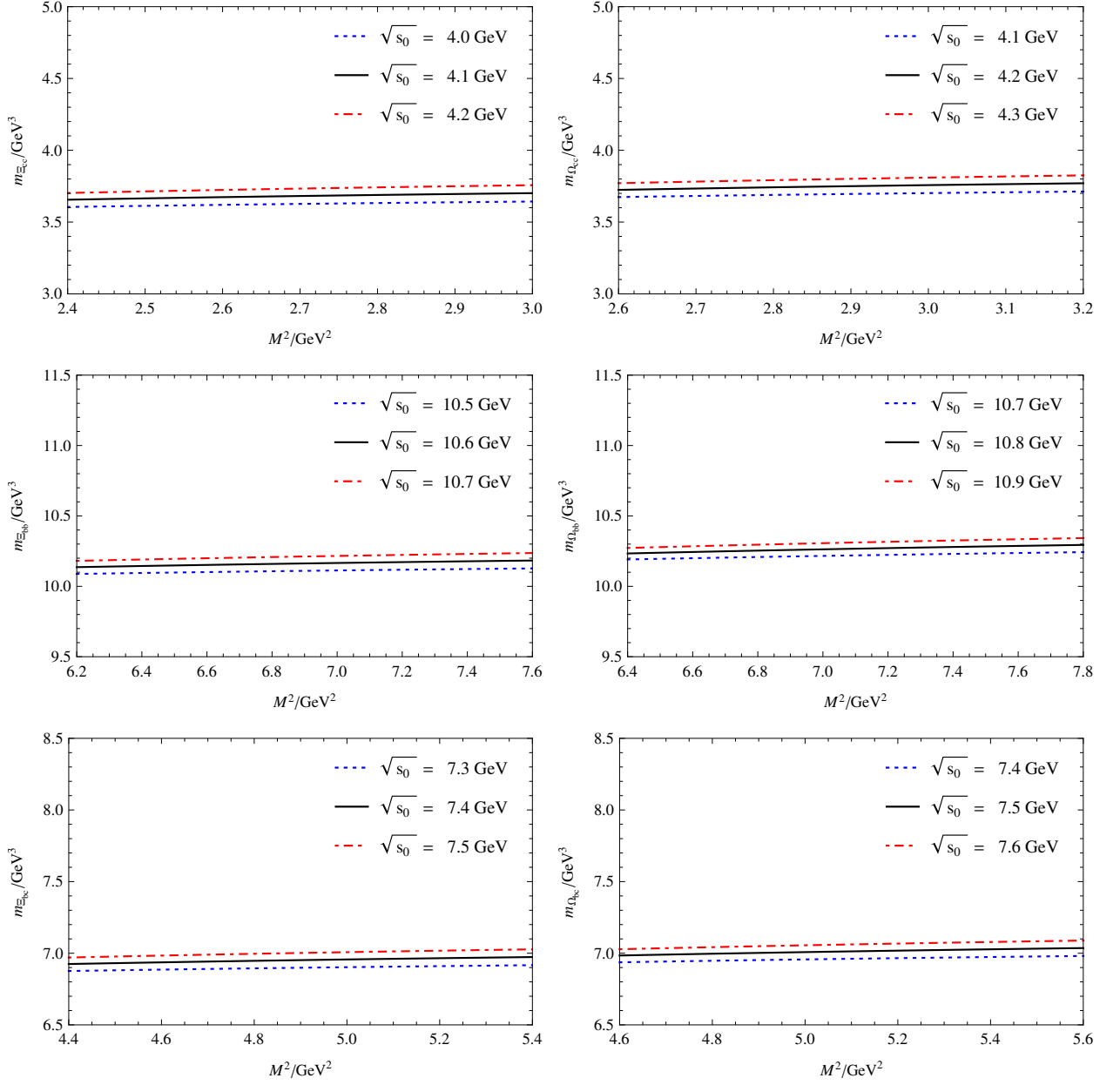


图 4-1  $\Xi_{cc}, \Omega_{cc}$  (上面两个图),  $\Xi_{bb}, \Omega_{bb}$  (中间两个图) 以及  $\Xi_{bc}, \Omega_{bc}$  (下面两个图) 的质量对  $M^2$  的依赖。我们采用了 (4-17) 式中的求和规则。输入参数取作:  $m_c = 1.35$  GeV,  $m_b = 4.60$  GeV,  $m_s = 0.12$  GeV, 凝聚参数的能标取在  $\mu = 1$  GeV 处。

Figure 4-1 The  $M^2$ -dependence of the masses of  $\Xi_{cc}, \Omega_{cc}$  (the top two figures),  $\Xi_{bb}, \Omega_{bb}$  (the middle two figures),  $\Xi_{bc}$  and  $\Omega_{bc}$  (the bottom two figures). The sum rule in Eq. (4-17) is considered. The inputs are taken as:  $m_c = 1.35$  GeV,  $m_b = 4.60$  GeV, and  $m_s = 0.12$  GeV, condensate parameters are taken at  $\mu = 1$  GeV.

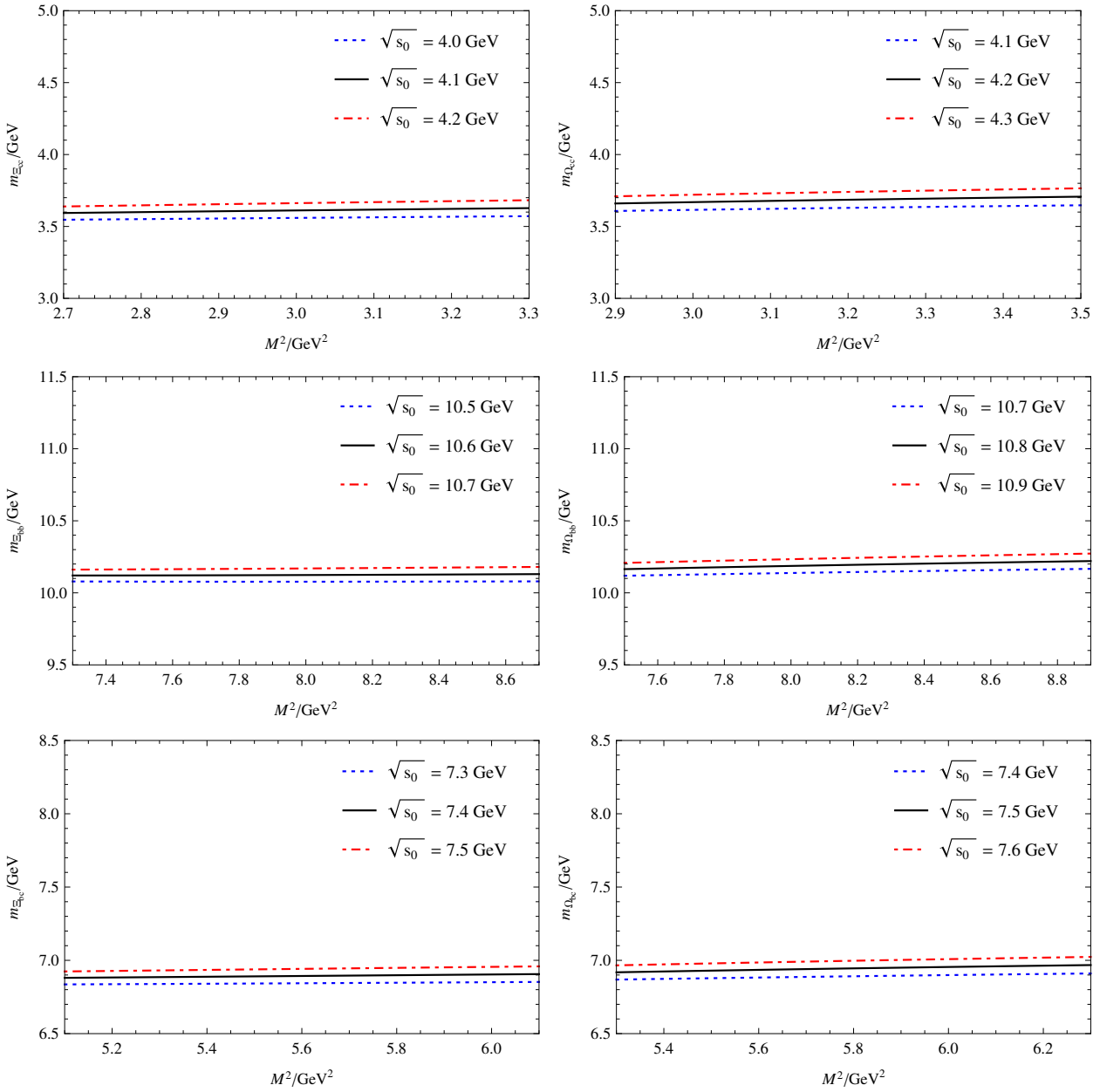


图 4-2 与图 4-1 相同，但是这里采用了 (4-32) 式中的求和规则。

Figure 4-2 Same as Fig. 4-1 but for the sum rule in Eq. (4-32) is considered.

表 4-2 双重味重子的衰变常数  $\lambda_H$  (以  $\text{GeV}^3$  为单位)。“This work #1”和“this work #2”的结果分别对应 (4-17) 式和 (4-32) 式中的求和规则。我们考虑了相关参数, 包括  $M^2$ ,  $s_0$ , 夸克质量, 凝聚参数以及重子质量的误差。作为对比, 我们还罗列出文献 [122] 中 QCDSR 的计算结果。

Table 4-2 Decay constants  $\lambda_H$  (in units of  $\text{GeV}^3$ ) for the doubly heavy baryons. The results of “This work #1” are predicted using Eq. (4-17) while those of “This work #2” using Eq. (4-32). The uncertainties of the relevant parameters, including  $M^2$ ,  $s_0$ , the quark masses, the condensates and the baryon masses, have been taken into account. For purposes of comparison, the QCDSR results from Ref. [122] are listed.

Baryon	This work #1	This work #2	Ref. [122]
$\Xi_{cc}$	$0.113 \pm 0.029$	$0.109 \pm 0.021$	$0.115 \pm 0.027$
$\Omega_{cc}$	$0.140 \pm 0.033$	$0.123 \pm 0.024$	$0.138 \pm 0.030$
$\Xi_{bb}$	$0.303 \pm 0.094$	$0.281 \pm 0.071$	$0.252 \pm 0.064$
$\Omega_{bb}$	$0.404 \pm 0.112$	$0.347 \pm 0.083$	$0.311 \pm 0.077$
$\Xi_{bc}$	$0.191 \pm 0.053$	$0.176 \pm 0.040$	--
$\Omega_{bc}$	$0.217 \pm 0.056$	$0.188 \pm 0.041$	--

求和规则 (4-32) 式, 对  $\Xi_{cc}, \Omega_{cc}, \Xi_{bb}, \Omega_{bb}, \Xi_{bc}, \Omega_{bc}$ ,  $M_{\max}^2 = 3.3, 3.5, 8.7, 9.5, 6.1, 6.3 \text{ GeV}^2$ ,  $M_{\min}^2 = 2.7, 2.0, 7.1, 5.2, 4.7, 3.6 \text{ GeV}^2$ 。  $M^2$  的最优窗口可分别取  $[2.7, 3.3], [2.9, 3.5], [7.3, 8.7], [7.5, 8.9], [5.1, 6.1]$  以及  $[5.3, 6.3] \text{ GeV}^2$ 。如果采用求和规则 (4-17) 式,  $M^2$  的最优窗口分别取作  $[2.4, 3.0], [2.6, 3.2], [6.2, 7.6], [6.4, 7.8], [4.4, 5.4]$  以及  $[4.6, 5.6] \text{ GeV}^2$ 。

图4-1和4-2给出了双重味重子质量  $m_H$  的理论预言对 Borel 参数  $M^2$  的依赖关系, 这里分别采用了求和规则 (4-17) 和 (4-32) 式。对于双粲重子的质量, (4-17) 式和 (4-32) 式分别给出只考虑正宇称重子贡献和同时考虑正负宇称重子贡献时的理论预言结果:  $(3.68 \pm 0.08) \text{ GeV}$  和  $(3.61 \pm 0.09) \text{ GeV}$ 。误差估计来自对  $M^2, s_0$ , 夸克质量和凝聚参数的不确定性。可以看出当考虑计算误差时, 我们的计算结果与实验结果相吻合。表4-1给出了所有双重味重子质量的理论计算结果。

#### 4.1.2.2 衰变常数

衰变常数  $\lambda_H$  对 Borel 参数  $M^2$  的依赖性见图4-3和图4-4, 分别对应求和规则 (4-17) 和 (4-32) 式。衰变常数的数值结果见表4-2。下面给出一些讨论。

- 应当指出, 当考虑  $1/2^-$  重子的贡献时, 阈值参数应当比不考虑此贡献时略大一些, 我们近似采用了相同的阈值。
- 从表4-2可以看出, 考虑了负宇称重子的贡献后, 衰变常数的结果变化不大。
- 从表4-2可以看出,  $\Omega_{QQ'}$  的衰变常数比  $\Xi_{QQ'}$  的衰变常数略大。

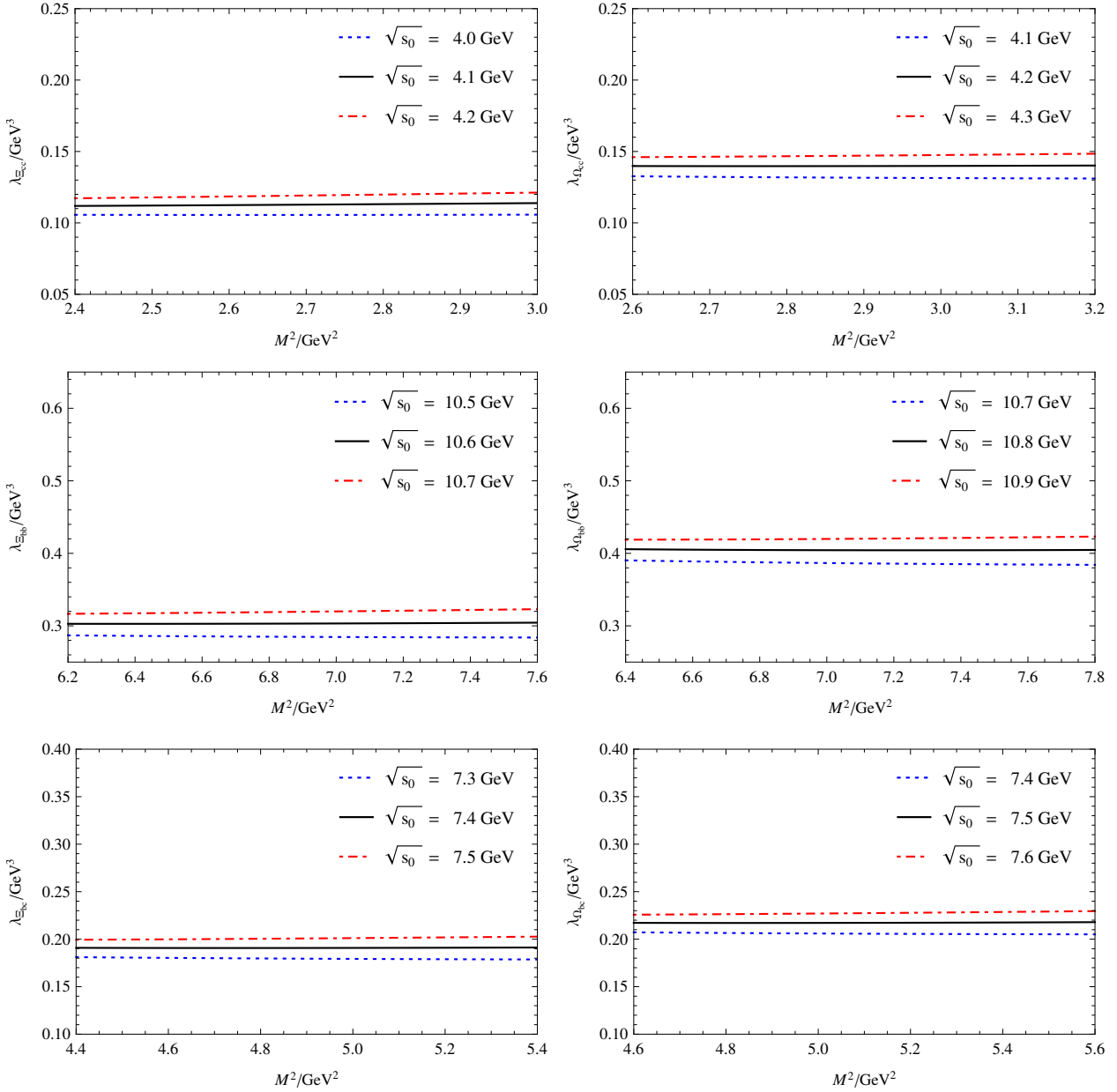


图 4-3  $\Xi_{cc}$ ,  $\Omega_{cc}$  (上面两个图),  $\Xi_{bb}$ ,  $\Omega_{bb}$  (中间两个图) 以及  $\Xi_{bc}$ ,  $\Omega_{bc}$  (下面两个图) 的衰变常数对  $M^2$  的依赖。连续统极限分别取作:  $\sqrt{s_0} = 4.0 \sim 4.2$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 4.1 \sim 4.3$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 10.5 \sim 10.7$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 10.7 \sim 10.9$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 7.3 \sim 7.5$  GeV 以及  $\sqrt{s_0} = 7.4 \sim 7.6$  GeV。我们采用了 (4-17) 式中的求和规则。

Figure 4-3 The  $M^2$ -dependence of the decay constants of  $\Xi_{cc}$ ,  $\Omega_{cc}$  (the top two figures),  $\Xi_{bb}$ ,  $\Omega_{bb}$  (the middle two figures),  $\Xi_{bc}$  and  $\Omega_{bc}$  (the bottom two figures). The continuum threshold are taken as  $\sqrt{s_0} = 4.0 \sim 4.2$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 4.1 \sim 4.3$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 10.5 \sim 10.7$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 10.7 \sim 10.9$  GeV,  $\sqrt{s_0} = 7.3 \sim 7.5$  GeV and  $\sqrt{s_0} = 7.4 \sim 7.6$  GeV, respectively. The sum rule in Eq. (4-17) is considered.



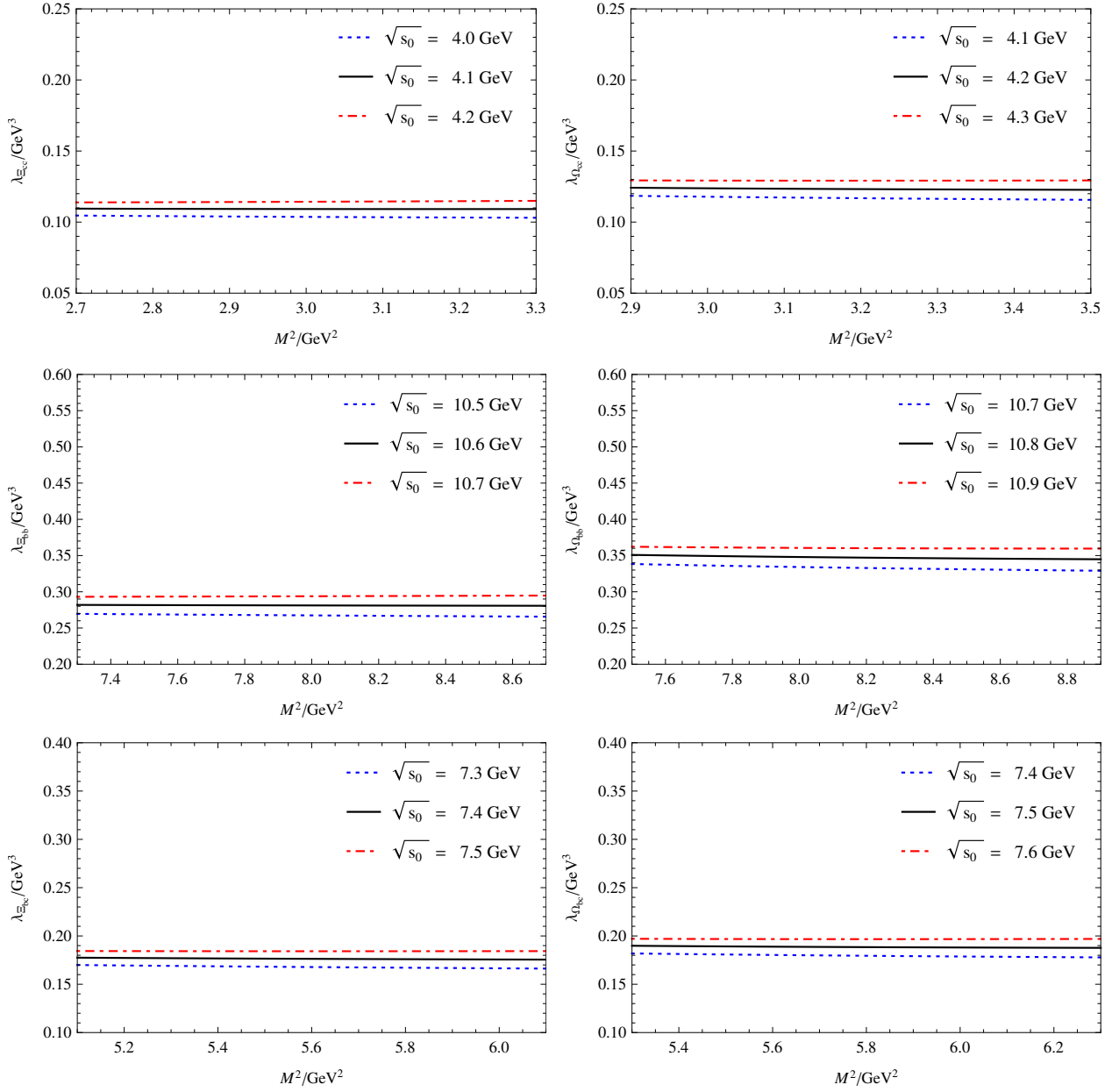


图 4-4 与图 4-3 相同，但是这里采用了式 (4-32) 中的求和规则。

Figure 4-4 Same as Fig. 4-3 but for the sum rule in Eq. (4-32) is considered.

## 4.2 双重味重子到单重味重子跃迁的形状因子

上一章借助光前夸克模型 (LFQM) 分析了双重味重子的形状因子。LFQM 的计算采用了 diquark 图像, 即两个不参与弱相互作用的旁观者夸克被看作一个弱束缚的系统。这个近似极大地简化了计算, 并且得到了很多有用的唯象结果。但是同时, 由于没有考虑 diquark 中的动力学, 这种近似也引进了一些不可控制的系统误差。本节将弥补这个缺陷, 尝试利用 QCD 求和规则 (QCDSR) 计算跃迁形状因子。一些基于非微扰 QCD(NRQCD) 求和规则的早期尝试可以参考文献 [79, 134, 135]。值得指出的是, 在衰变末态只包含一个重夸克的情况下, 除非把奇异夸克也看作一个重夸克, 否则 NRQCD 就不能适用。在文献 [69, 122-124, 136] 中, QCDSR 已被用于计算双重味重子的质量和极点留数等物理量。借助比较可靠的 QCD 方法计算衰变形状因子也是非常有意义的, 这正是本节的主要目的。具体地, 我们将考虑以下双重味重子到单重味重子的跃迁:

- $cc$  部分

$$\Xi_{cc} \rightarrow [\Lambda_c, \Xi_c, \Sigma_c, \Xi'_c], \quad \Omega_{cc} \rightarrow [\Xi_c, \Xi'_c],$$

- $bb$  部分

$$\Xi_{bb} \rightarrow [\Lambda_b, \Sigma_b], \quad \Omega_{bb} \rightarrow [\Xi_b, \Xi'_b],$$

- $c$  夸克衰变的  $bc$  部分

$$\Xi_{bc} \rightarrow [\Lambda_b, \Xi_b, \Sigma_b, \Xi'_b], \quad \Omega_{bc} \rightarrow [\Xi_b, \Xi'_b],$$

- $b$  夸克衰变的  $bc$  部分

$$\Xi_{bc} \rightarrow [\Lambda_c, \Sigma_c], \quad \Omega_{bc} \rightarrow [\Xi_c, \Xi'_c].$$

对于末态, 我们既考虑 SU(3) 反三重态, 也考虑 SU(3) 六重态。我们将  $b \rightarrow c$  诱导的跃迁留到将来完成。

本节剩余部分安排如下。4.2.1 小节计算了 QCDSR 框架下微扰、夸克凝聚、夸克-胶子混合凝聚的贡献, 并估算了来自胶子-胶子凝聚的部分贡献。4.2.2 小节给出形状因子的数值结果, 4.2.3 小节把这些结果应用于计算半轻、非轻衰变过程的分宽度。

### 4.2.1 用 QCD 求和规则计算形状因子

#### 4.2.1.1 形状因子

图4-5给出了双重味重子半轻衰变的费曼图。轻子部分振幅可以通过电弱微扰论计算, 而强子矩阵元可以通过跃迁形状因子进行参数化:

$$\langle \mathcal{B}_2(p_2) | (V - A)_\mu | \mathcal{B}_1(p_1) \rangle = \bar{u}(p_2, s_2) \left[ \gamma_\mu f_1(q^2) + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} f_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M_1} f_3(q^2) \right] u(p_1, s_1)$$

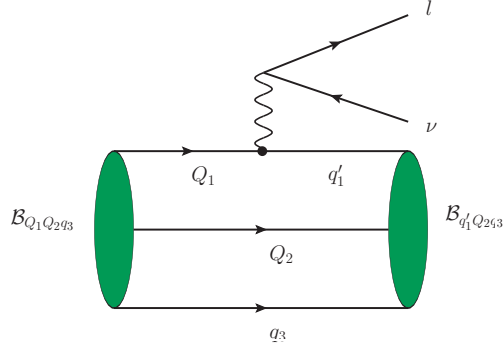


图 4-5 半轻衰变的费曼图。轻子部分可以借助微扰论计算，而强子部分参数化成形状因子的形式。

Figure 4-5 Feynman diagram for semileptonic decays. The leptonic amplitude can be calculated using perturbation theory, while hadronic matrix elements can be parametrized into form factors.

$$- \bar{u}(p_2, s_2) \left[ \gamma_\mu g_1(q^2) + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} g_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M_1} g_3(q^2) \right] \gamma_5 u(p_1, s_1), \quad (4-35)$$

其中  $p_{1,2}$  是初末态重子动量， $s_{1,2}$  是初末态重子的自旋；转移动量定义为  $q = p_1 - p_2$ ；矢量流（轴矢流） $V^\mu(A^\mu)$  定义为  $\bar{q}'_1 \gamma^\mu (\gamma^\mu \gamma^5) Q_1$ ， $Q_1$  和  $q'_1$  分别代表初态重夸克和末态轻夸克； $M_1$  是初态双重味重子的质量。如果因子化成立，这些形状因子也可用于非轻衰变。

#### 4.2.1.2 QCD 求和规则

QCDSR 的起点是构造一个恰当的关联函数。对于  $B_{Q_1 Q_2 q_3} \rightarrow B_{q'_1 Q_2 q_3}$  过程，我们取

$$\Pi_\mu^{V,A}(p_1^2, p_2^2, q^2) = i^2 \int d^4x d^4y e^{-ip_1 \cdot x + ip_2 \cdot y} \langle 0 | T \{ J_{B_{q'_1 Q_2 q_3}}(y) (V_\mu, A_\mu)(0) \bar{J}_{B_{Q_1 Q_2 q_3}}(x) \} | 0 \rangle. \quad (4-36)$$

其中弱跃迁过程  $Q_1 \rightarrow q'_1$  包含了  $c \rightarrow d/s$ 、 $b \rightarrow u$  过程， $Q_2 = c/b$ ， $q_3 = u/d/s$  以及  $V_\mu(A_\mu) = \bar{q}'_1 \gamma_\mu (\gamma^\mu \gamma^5) Q_1$ 。  $J_{B_{q'_1 Q_2 q_3}}$  和  $J_{B_{Q_1 Q_2 q_3}}$  分别是单重味和双重味重子的插入流。对  $\Xi_{QQ}$  和  $\Omega_{QQ}$ ，我们取

$$\begin{aligned} J_{\Xi_{QQ}} &= \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \\ J_{\Omega_{QQ}} &= \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c, \end{aligned} \quad (4-37)$$

其中  $Q = b, c$  以及  $q = u, d$ 。对  $\Xi_{bc}$  和  $\Omega_{bc}$ ，我们取

$$\begin{aligned} J_{\Xi_{bc}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \\ J_{\Omega_{bc}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c, \end{aligned} \quad (4-38)$$

其中  $b$  夸克场和  $c$  夸克场取作对称。单重味重子的插入流可以类似地定义。对于  $SU(3)$  反三重态，

$$J_{\Lambda_Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (u_a^T C \gamma_5 d_b - d_a^T C \gamma_5 u_b) Q_c,$$

$$J_{\Xi_Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (q_a^T C \gamma_5 s_b - s_a^T C \gamma_5 q_b) Q_c, \quad (4-39)$$

对 SU(3) 六重态,

$$\begin{aligned} J_{\Sigma_Q} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (u_a^T C \gamma^\mu d_b + d_a^T C \gamma^\mu u_b) \gamma_\mu \gamma_5 Q_c, \\ J_{\Xi_Q} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (q_a^T C \gamma^\mu s_b + s_a^T C \gamma^\mu q_b) \gamma_\mu \gamma_5 Q_c, \\ J_{\Omega_Q} &= \epsilon_{abc} s_a^T C \gamma^\mu s_b \gamma_\mu \gamma_5 Q_c. \end{aligned} \quad (4-40)$$

关联函数将分别在强子层次和 QCD 层次计算。在强子层次, 可以在关联函数中插入初末态重子的完备集:

$$\Pi_\mu^{V,\text{had}}(p_1^2, p_2^2, q^2) = \lambda_{\mathcal{B}_{q_1' Q_2 q_3}} \lambda_{\mathcal{B}_{Q_1 Q_2 q_3}} \frac{(\not{p}_2 + M_2)(\gamma_\mu f_1 + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} f_2 + \frac{q_\mu}{M_1} f_3)(\not{p}_1 + M_1)}{(p_1^2 - M_1^2)(p_2^2 - M_2^2)} + \dots, \quad (4-41)$$

$$\Pi_\mu^{A,\text{had}}(p_1^2, p_2^2, q^2) = \lambda_{\mathcal{B}_{q_1' Q_2 q_3}} \lambda_{\mathcal{B}_{Q_1 Q_2 q_3}} \frac{(\not{p}_2 + M_2)(\gamma_\mu g_1 + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} g_2 + \frac{q_\mu}{M_1} g_3) \gamma_5 (\not{p}_1 + M_1)}{(p_1^2 - M_1^2)(p_2^2 - M_2^2)} + \dots, \quad (4-42)$$

其中省略号代表激发态和连续谱的贡献,  $M_{1(2)}$  是初态 (末态) 重子的质量。在推导 (4-41) 和 (4-42) 式时, 我们还用到了重子“衰变常数”(极点留数) 的定义:

$$\langle 0 | J_{\mathcal{B}} | \mathcal{B}(p, s) \rangle = \lambda_{\mathcal{B}} u(p, s). \quad (4-43)$$

在 QCD 层次, 关联函数可以借助算符乘积展开 (OPE) 进行计算。在深度欧式区域 (the deep Euclidean region) 将关联函数展开为定域算符矩阵元的线性组合。单位算符对应微扰项, 而高量纲算符对应凝聚项。详细的计算将在下面几个子小节中给出, 包括微扰贡献 (dim-0), 夸克凝聚贡献 (dim-3) 以及混合凝聚贡献 (dim-5)。在实际应用中, 我们通常把关联函数表示为双重色散积分的形式:

$$\Pi_\mu^{V,\text{QCD}}(p_1^2, p_2^2, q^2) = \int ds_1 ds_2 \frac{\rho_\mu^{V,\text{QCD}}(s_1, s_2, q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)}, \quad (4-44)$$

其中  $\rho_\mu^{V,\text{QCD}}(s_1, s_2, q^2)$  是谱函数。

夸克-强子对偶将 QCD 层次的谱函数在阈值以上部分的贡献与强子层次激发态连续谱的贡献等同起来, 从而给出形状因子:

$$\begin{aligned} & \lambda_{\mathcal{B}_{q_1' Q_2 q_3}} \lambda_{\mathcal{B}_{Q_1 Q_2 q_3}} \frac{(\not{p}_2 + M_2)(\gamma_\mu f_1 + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} f_2 + \frac{q_\mu}{M_1} f_3)(\not{p}_1 + M_1)}{(p_1^2 - M_1^2)(p_2^2 - M_2^2)} \\ &= \int_0^{s_1^0} ds_1 \int_0^{s_2^0} ds_2 \frac{\rho_\mu^{V,\text{QCD}}(s_1, s_2, q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)}, \end{aligned} \quad (4-45)$$

这里  $s_{1,2}^0$  是两个阈值参数。在实际应用中, Borel 变换通常被用来改进夸克-强子对偶的收敛性以及压低激发态和连续谱的贡献:

$$\begin{aligned} & \lambda_{\mathcal{B}_{q_1' q_2 q_3}} \lambda_{\mathcal{B}_{Q_1 Q_2 q_3}} (\not{p}_2 + M_2) (\gamma_\mu f_1 + i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1} f_2 + \frac{q_\mu}{M_1} f_3) (\not{p}_1 + M_1) e^{-M_1^2/T_1^2} e^{-M_2^2/T_2^2} \\ &= \int_0^{s_1^0} ds_1 \int_0^{s_2^0} ds_2 \rho_\mu^{V, \text{QCD}}(s_1, s_2, q^2) e^{-s_1/T_1^2} e^{-s_2/T_2^2}, \end{aligned} \quad (4-46)$$

其中  $T_1^2$  和  $T_2^2$  是 Borel 质量参数。

从 (4-41) 和 (4-42) 式可以看出, 强子层次的关联函数存在 12 种 Dirac 结构。对矢量流, Dirac 结构为:

$$\{\not{p}_2, M_2\} \times \left\{ \gamma_\mu, i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1}, \frac{q_\mu}{M_1} \right\} \times \{\not{p}_1, M_1\}, \quad (4-47)$$

对轴矢流, 结构包含:

$$\{\not{p}_2, M_2\} \times \left\{ \gamma_\mu, i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M_1}, \frac{q_\mu}{M_1} \right\} \gamma_5 \times \{\not{p}_1, M_1\}. \quad (4-48)$$

QCD 层次的计算也应当包含这 12 种 Dirac 结构。这意味着 (4-41) 和 (4-42) 式中的每一个形状因子都有 4 种 Dirac 结构可供选择。不同的选择给出的形状因子结果可能有所不同, 相应的系统误差会不可避免地被引入。这个问题我们将在 4.2.2 节进一步讨论。

具体地, 关联函数取以下形式:

$$\Pi_\mu^{\text{QCD}} = \sum_{i=1}^{12} A_i e_{i\mu}, \quad (4-49)$$

其中  $e_{i\mu}$  代表 (4-47) 或 (4-48) 式中的 12 种 Dirac 结构, 系数  $A_i$  是 Lorentz 标量。我们可以得到 12 个线性方程:

$$B_j \equiv \text{Tr}[\Pi_\mu^{\text{QCD}} e_j^\mu] = \text{Tr} \left[ \left( \sum_{i=1}^{12} A_i e_{i\mu} \right) e_j^\mu \right], \quad j = 1, \dots, 12. \quad (4-50)$$

求解上述方程组, 可以抽取系数  $A_i$ , 进而得到相应的形状因子。

下面将以双重味重子跃迁到 SU(3) 六重态过程中矢量流形状因子的抽取为例简要说明计算步骤。

#### 4.2.1.3 微扰贡献

微扰贡献可以通过计算 OPE 中单位算符的系数得到, 相应的费曼图见图 4-6。双线表示重夸克, 普通实线对应于轻夸克。微扰贡献为:

$$\Pi_\mu^{V, \text{pert}}(p_1^2, p_2^2, q^2) = 6 \cdot 2\sqrt{2} i^2 \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_3}{(2\pi)^4} \frac{N_\mu}{(k_1^2 - m_1^2)(k_1'^2 - m_1'^2)(k_2^2 - m_2^2)(k_3^2 - m_3^2)}, \quad (4-51)$$

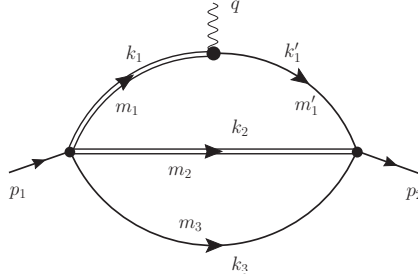


图 4-6 跃迁形状因子的微扰贡献。这里双实线对应重夸克，而普通实线对应轻夸克。

Figure 4-6 The perturbative contribution to transition form factors. The doubly-solid line denotes a heavy quark, and the ordinary solid line corresponds to a light quark.

上式中因子 6 来自颜色空间的缩并  $\epsilon_{abc}\epsilon_{abc}$ ，因子  $2\sqrt{2}$  来自夸克场的缩并以及重子流的归一化因子。式 (4-51) 中被积函数的分子为：

$$N_\mu = \gamma_{\alpha'}\gamma_5(k_2 + m_2)\gamma^\alpha(k_1 - m_1)\gamma_\mu(k_1' - m_1')\gamma^{\alpha'}(k_3 + m_3)\gamma_\alpha\gamma_5, \\ k_1 = p_1 - k_2 - k_3, \quad k_1' = p_2 - k_2 - k_3. \quad (4-52)$$

关联函数可以写成双重色散积分的形式：

$$\Pi_\mu^{V,\text{pert}}(p_1^2, p_2^2, q^2) = \int ds_1 ds_2 \frac{\rho_\mu^{V,\text{pert}}(s_1, s_2, q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)}. \quad (4-53)$$

这里谱函数  $\rho_\mu^{V,\text{pert}}(s_1, s_2, q^2)$  正比于关联函数的不连续性。根据 Cutkosky 规则，谱函数可以通过令所有传播子在壳得到：

$$\rho_\mu^{V,\text{pert}}(s_1, s_2, q^2) = \frac{(-2\pi i)^4}{(2\pi i)^2} (12\sqrt{2}i^2) \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_3}{(2\pi)^4} \delta(k_1^2 - m_1^2) \delta(k_1'^2 - m_1'^2) \\ \times \delta(k_2^2 - m_2^2) \delta(k_3^2 - m_3^2) N_\mu. \quad (4-54)$$

上式中类似相空间积分的部分可以这样处理：

$$\int d^4 k_2 d^4 k_3 \delta(k_1^2 - m_1^2) \delta(k_1'^2 - m_1'^2) \delta(k_2^2 - m_2^2) \delta(k_3^2 - m_3^2) = \int dm_{23}^2 \int_{\Delta} \int_2, \quad (4-55)$$

其中

$$\int_{\Delta} \equiv \int d^4 k_1 d^4 k_1' d^4 k_{23} \delta(k_1^2 - m_1^2) \delta(k_1'^2 - m_1'^2) \delta(k_{23}^2 - m_{23}^2) \\ \times \delta^4(p_1 - k_1 - k_{23}) \delta^4(p_2 - k_1' - k_{23}), \\ \int_2 \equiv \int d^4 k_2 d^4 k_3 \delta(k_2^2 - m_2^2) \delta(k_3^2 - m_3^2) \delta^4(k_{23} - k_2 - k_3). \quad (4-56)$$

#### 4.2.1.4 夸克凝聚贡献

OPE 中夸克凝聚算符  $\bar{q}q$  质量量纲为 3，相应的费曼图见图4-7。由于重夸克不会发生凝聚，只有两个来自轻夸克凝聚的图。图 (4-7a) 给出：

$$\Pi_\mu^{V,(\bar{q}q),a}(p_1^2, p_2^2, q^2) = (-6 \cdot 2\sqrt{2}i) \frac{1}{12} \langle \bar{q}q \rangle \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{N_\mu^{V,(\bar{q}q),a}}{(k_1^2 - m_1^2)(k_1'^2 - m_1'^2)(k_2^2 - m_2^2)}, \quad (4-57)$$

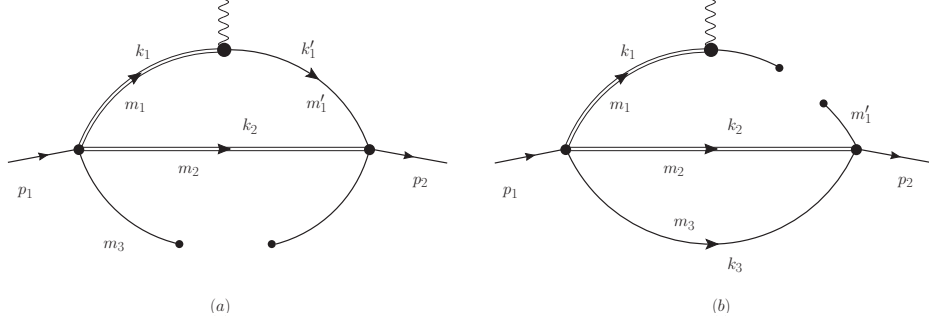


图 4-7 轻夸克凝聚图。重夸克不形成凝聚，这样只有两个轻夸克传播子给出凝聚贡献。

Figure 4-7 Light-quark condensate diagrams. Heavy quark will not condensate and thus only the two light-quark propagators give condensate contributions.

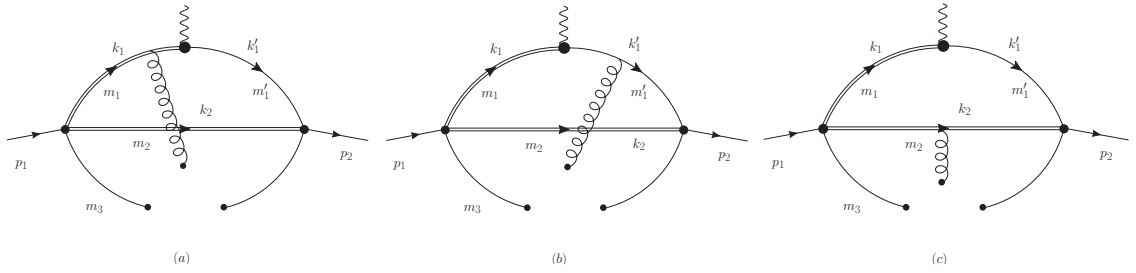


图 4-8 夸克-胶子混合凝聚图。

Figure 4-8 Mixed quark-gluon condensate diagrams.

其中凝聚项定义作  $\langle \bar{q}_\alpha^i q_\beta^j \rangle = (\langle \bar{q}q \rangle / 12) \delta^{ij} \delta_{\alpha\beta}$ ，分子为

$$N_\mu^{V, \langle \bar{q}q \rangle, a} = \gamma_{\alpha'} \gamma_5 (\not{k}_2 + m_2) \gamma^\alpha (\not{k}_1 - m_1) \gamma_\mu (\not{k}'_1 - m'_1) \gamma^{\alpha'} \gamma_\alpha \gamma_5, \quad (4-58)$$

$$k_1 = p_1 - k_2, \quad k'_1 = p_2 - k_2.$$

根据 Cutkosky 规则，相应的谱函数为

$$\rho_\mu^{V, \langle \bar{q}q \rangle, a}(s_1, s_2, q^2) = \frac{1}{(2\pi i)^2} (-2\pi i)^3 (-\sqrt{2}i) \langle \bar{q}q \rangle \frac{1}{(2\pi)^4} \int_\Delta N_\mu^{V, \langle \bar{q}q \rangle, a}, \quad (4-59)$$

这里  $\int_\Delta$  与公式 (4-56) 中的  $\int_\Delta$  稍有不同，其中  $m_{23}^2$  应当替换为  $m_2^2$ 。图 (4-7b) 对关联函数的贡献

$$\Pi_\mu^{V, \langle \bar{q}q \rangle, b}(p_1^2, p_2^2, q^2) \sim \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{N_\mu^{V, \langle \bar{q}q \rangle, b}}{(q^2 - m_1^2)(k_2^2 - m_2^2)((p_2 - k_2)^2 - m_3^2)}. \quad (4-60)$$

可以看出，分母不依赖于  $p_1^2$ ，相应的双重色散积分为零。最终，夸克凝聚的贡献只来自图 (4-7a)。

#### 4.2.1.5 夸克-胶子混合凝聚贡献

OPE 中夸克-胶子凝聚算符  $\bar{q}g_s Gq$  的质量量纲为 5，夸克-胶子凝聚的贡献有 3 个图，见图 4-8。背景场方法下，夸克与背景场中的胶子相互作用。放出一个胶子和放出两个胶子

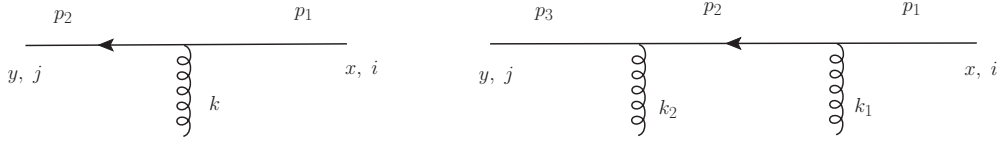


图 4-9 QCD 真空中的夸克传播子。\$x\$ 和 \$y\$ 是空时坐标，\$i\$ 和 \$j\$ 是颜色指标，\$p\_i, k\$ 和 \$k\_i\$ 是动量。

Figure 4-9 Quark propagators in the QCD vacuum. \$x\$ and \$y\$ are spacetime coordinates, \$i\$ and \$j\$ are color indices, and \$p\_i, k\$ and \$k\_i\$ are momenta.

的夸克传播子有下面的形式 (图4-9):

$$\begin{aligned}
 S^{(1)ji}(x, y) &= ig_s \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ip_2 \cdot y} e^{i(p_2 - k) \cdot x} \tilde{A}_\mu^{ji}(k) \frac{i}{\not{p}_2 - m} \gamma^\mu \frac{i}{\not{p}_2 - \not{k} - m}, \\
 S^{(2)ji}(x, y) &= (ig_s)^2 \int \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} e^{-ip_3 \cdot y} e^{i(p_3 - k_2 - k_1) \cdot x} (\tilde{A}_\nu(k_2) \tilde{A}_\mu(k_1))^{ji} \\
 &\quad \times \frac{i}{\not{p}_3 - m} \gamma^\nu \frac{i}{\not{p}_3 - \not{k}_2 - m} \gamma^\mu \frac{i}{\not{p}_3 - \not{k}_2 - \not{k}_1 - m}. \tag{4-61}
 \end{aligned}$$

在固定点规范下，背景胶子场展开到最低阶为（在动量空间）：

$$\tilde{A}_\mu^a(k) = -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\alpha\mu}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_\alpha} \delta^4(k). \tag{4-62}$$

值得注意的是，固定点规范破坏了空时平移不变性。因此，传播子 \$S(x, y)\$ 通常不等于 \$S(x - y, 0)\$。

在夸克-胶子凝聚计算以及后面将要讨论的胶子-胶子凝聚计算中，我们将用到以下公式：

$$\begin{aligned}
 \int d^4 u f(u) \frac{\partial}{\partial u_\alpha} \delta^4(u) &= -\frac{\partial}{\partial u_\alpha} f(u) \Big|_{u=0}, \\
 \frac{\partial}{\partial u_\alpha} \frac{1}{\not{p} + \not{u} - m} \Big|_{u=0} &= -\frac{1}{\not{p} - m} \gamma^\alpha \frac{1}{\not{p} - m},
 \end{aligned}$$

其中 \$u\$ 是软胶子的动量，\$f(u)\$ 是 \$u\$ 的任意函数。

在图 (4-8a) 中，左上角的重夸克放出的胶子与两个轻夸克场发生凝聚。该图的贡献为

$$\Pi_\mu^{V, \langle \bar{q} G q \rangle, a}(p_1^2, p_2^2, q^2) = -\frac{\sqrt{2}}{192} \text{Tr}[T^a T^a] \langle \bar{q} g_s \sigma G q \rangle \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{N_\mu^{V, \langle \bar{q} G q \rangle, a}}{(k_1^2 - m_1^2)^3 (k_1'^2 - m_1'^2) (k_2^2 - m_2^2)}, \tag{4-63}$$

其中凝聚项定义为 \$\langle \bar{q}\_\alpha^i q\_\beta^j g\_s G\_{\mu\nu}^a \rangle = (1/192) \langle \bar{q} g\_s \sigma G q \rangle (\sigma\_{\mu\nu})\_{\beta\alpha} (T^a)^{ji}\$，分子

$$\begin{aligned}
 N_\mu^{V, \langle \bar{q} G q \rangle, a} &= \gamma_\nu \gamma_5 (\not{k}_2 + m_2) \gamma^\nu (\not{k}_1 - m_1) \gamma^\alpha (\not{k}_1 - m_1) \gamma^\rho (\not{k}_1 - m_1) \gamma_\mu (\not{k}_1' - m_1') \gamma^{\nu'} \sigma_{\rho\alpha} \gamma_{\nu'} \gamma_5, \\
 k_1 &= p_1 - k_2, \quad k_1' = p_2 - k_2. \tag{4-64}
 \end{aligned}$$

这里 \$1/(k\_1^2 - m\_1^2)^3\$ 可以借助求导写成以下形式：

$$\frac{1}{(k_1^2 - m_1^2)^n} = \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^{n-1}}{(\partial m_{1s})^{n-1}} \left( \frac{1}{k_1^2 - m_{1s}} \right) \Big|_{m_{1s}=m_1^2}. \tag{4-65}$$



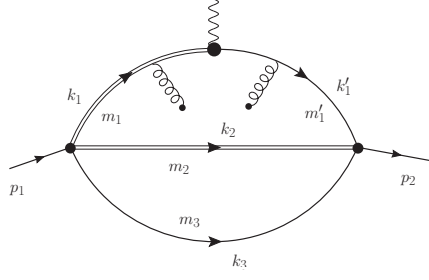


图 4-10 一个胶子-胶子凝聚图。

Figure 4-10 One of the gluon-gluon condensate diagrams.

最后，相应的谱函数可以通过在求导符号后面的积分中使用 Cutkosky 规则得到：

$$\rho_{\mu}^{V, \langle \bar{q}Gq \rangle, a}(p_1^2, p_2^2, q^2) = \frac{(-2\pi i)^3}{(2\pi i)^2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{192}\right) \text{Tr}[T^a T^a] \langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{(\partial m_{1s})^2} \int_{\Delta} N_{\mu}^{V, \langle \bar{q}Gq \rangle, a} \Big|_{k_1^2 \rightarrow m_{1s}^2}, \quad (4-66)$$

这里  $\int_{\Delta}$  与公式 (4-59) 中的  $\int_{\Delta}$  稍有不同，其中  $m_1^2$  应当替换为  $m_{1s}$ 。图4-8中的另外两个图可以类似地计算。

#### 4.2.1.6 胶子-胶子凝聚贡献

OPE 中质量量纲为 4 的算符  $GG$  贡献到胶子-胶子凝聚。总共有 10 个胶子-胶子凝聚图，图4-10给出了其中一个例子，该图的贡献为：

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu}^{V, \langle GG \rangle}(p_1^2, p_2^2, q^2) &= \frac{\langle g_s^2 GG \rangle}{48\sqrt{2}} \text{Tr}[T^a T^a] \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_3}{(2\pi)^4} (-g_{\alpha\sigma} g_{\rho\beta} + g_{\alpha\beta} g_{\rho\sigma}) \\ &\times \left( -\gamma_{\nu'} \gamma_5 \frac{1}{\not{k}_2 - m_2} \gamma^{\nu} \frac{1}{\not{k}_1 + m_1} \gamma^{\alpha} \frac{1}{\not{k}_1 + m_1} \gamma^{\rho} \frac{1}{\not{k}_1 + m_1} \right. \\ &\times \left. \gamma_{\mu} \frac{1}{\not{k}'_1 + m'_1} \gamma^{\sigma} \frac{1}{\not{k}'_1 + m'_1} \gamma^{\beta} \frac{1}{\not{k}'_1 + m'_1} \gamma^{\nu'} \frac{1}{\not{k}_3 - m_3} \gamma_{\nu} \gamma_5 \right). \end{aligned} \quad (4-67)$$

注意到  $\Pi_{\mu}^{V, \langle GG \rangle}(p_1^2, p_2^2, q^2)$  包含了 19 个 Dirac 矩阵。

#### 4.2.2 数值结果

数值计算中的输入参数取作<sup>[1, 8, 53, 137]</sup>：对于凝聚参数， $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.24 \pm 0.01 \text{ GeV})^3$ ， $\langle \bar{s}s \rangle = (0.8 \pm 0.2) \langle \bar{q}q \rangle$ ， $\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle = m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$ ， $\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle$ ， $m_0^2 = (0.8 \pm 0.2) \text{ GeV}^2$ ， $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = (0.012 \pm 0.004) \text{ GeV}^4$ ；对于夸克质量， $m_s = (0.14 \pm 0.01) \text{ GeV}$ ， $m_c = (1.35 \pm 0.10) \text{ GeV}$  以及  $m_b = (4.7 \pm 0.1) \text{ GeV}$ 。初末态重子的质量分别见表3-1和表3-3。

表4-3给出了初末态重子“衰变常数”(极点留数)的理论值<sup>[138, 139]</sup>以及它们质量的实验值或理论值。其中因子  $\sqrt{2}$  来自重子流约定的差异<sup>[136, 138, 139]</sup>。为了采用一致的参数，我们更新了文献 [136] 中双重味重子极点留数的值。

计算中采用文献 [140] 中的两个唯象结果来简化 Borel 质量参数的选取。首先，Borel 参数  $T_1^2$  取作相应的两点关联函数中 Borel 参数的两倍；其次 Borel 参数  $T_2^2$  由下面的式子

表 4-3 初末态重子的衰变常数。粲、底重子的结果取自文献 [138, 139], 而对于双重味重子, 我们更新了文献 [136] 中的结果, 新的输入参数为  $m_b = 4.7 \pm 0.1$  GeV,  $m_s = 0.14 \pm 0.01$  GeV,  $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = 0.012 \pm 0.004$  GeV<sup>4</sup>. 因子  $\sqrt{2}$  来自插入流约定的不同。

Table 4-3 "Decay constants" (pole residues) for involved hadrons. Results for charmed and bottom baryons are taken from Refs. [138, 139], while for doubly-heavy baryons, the results are updated compared to Ref. [136] with the new inputs:  $m_b = 4.7 \pm 0.1$  GeV,  $m_s = 0.14 \pm 0.01$  GeV,  $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = 0.012 \pm 0.004$  GeV<sup>4</sup>. The factor  $\sqrt{2}$  arises from the convention differences in interpolating currents.

	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$M(\text{GeV})$	$\lambda(\text{GeV}^3)$
$\Lambda_c$	1.7 – 2.7	$3.1 \pm 0.1$	2.286	$\sqrt{2}(0.022 \pm 0.003)$
$\Xi_c$	1.9 – 2.9	$3.2 \pm 0.1$	2.468	$\sqrt{2}(0.027 \pm 0.004)$
$\Lambda_b$	4.3 – 5.3	$6.5 \pm 0.1$	5.620	$\sqrt{2}(0.028 \pm 0.004)$
$\Xi_b$	4.4 – 5.4	$6.5 \pm 0.1$	5.793	$\sqrt{2}(0.034 \pm 0.006)$
$\Sigma_c$	1.8 – 2.8	$3.2 \pm 0.1$	2.454	$\sqrt{2}(0.046 \pm 0.006)$
$\Xi'_c$	2.0 – 3.0	$3.3 \pm 0.1$	2.576	$\sqrt{2}(0.054 \pm 0.007)$
$\Omega_c$	2.2 – 3.2	$3.4 \pm 0.1$	2.695	$0.089 \pm 0.013$
$\Sigma_b$	4.6 – 5.6	$6.6 \pm 0.1$	5.814	$\sqrt{2}(0.062 \pm 0.010)$
$\Xi'_b$	4.9 – 5.9	$6.7 \pm 0.1$	5.935	$\sqrt{2}(0.074 \pm 0.011)$
$\Omega_b$	5.2 – 6.2	$6.8 \pm 0.1$	6.046	$0.123 \pm 0.020$
$\Xi_{cc}$	2.4 – 3.4	$4.1 \pm 0.1$	3.621	$0.109 \pm 0.020$
$\Omega_{cc}$	2.6 – 3.6	$4.3 \pm 0.1$	$3.738 \pm 0.028$	$0.129 \pm 0.024$
$\Xi_{bb}$	6.8 – 7.8	$10.6 \pm 0.1$	$10.143 \pm 0.038$	$0.199 \pm 0.052$
$\Omega_{bb}$	7.2 – 8.2	$10.8 \pm 0.1$	$10.273 \pm 0.034$	$0.253 \pm 0.062$
$\Xi_{bc}$	4.2 – 5.2	$7.4 \pm 0.1$	$6.943 \pm 0.043$	$0.150 \pm 0.035$
$\Omega_{bc}$	4.5 – 5.5	$7.6 \pm 0.1$	$6.998 \pm 0.034$	$0.168 \pm 0.038$

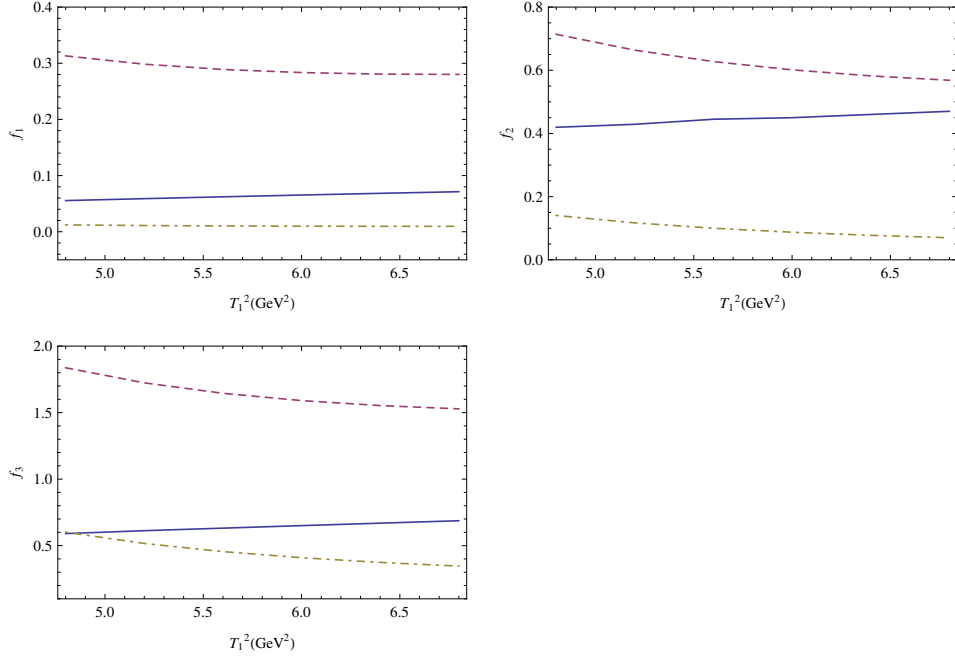


图 4-11  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁中形状因子  $f_{1,2,3}(q^2 = 0)$  的各定域算符贡献对 Borel 参数的依赖。图中，实线、虚线、点虚线分别对应微扰、夸克凝聚以及混合凝聚贡献的大小。

Figure 4-11 The Borel parameter dependence of condensate operator contributions to the form factors  $f_{1,2,3}(q^2 = 0)$  for the  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  transition. In these panels, the solid line, the dashed line and the dot-dashed line correspond to the magnitude of contributions from the perturbative contribution, quark condensates and mixed quark-gluon condensate, respectively.

确定<sup>[140]</sup>:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} \approx \frac{M_1^2 - m_1^2}{M_2^2 - m_1^2}, \quad (4-68)$$

这里  $M_{1(2)}$  是初态 (末态) 重子的质量,  $m_1^{(i)}$  是初态 (末态) 夸克的质量。以  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁过程为例, 图4-11和图4-12分别展示了形状因子在  $q^2 = 0$  处各定域算符贡献对 Borel 参数的依赖性, 以及形状因子在固定 Borel 参数  $T_1^2 = 5.8 \text{ GeV}^2$  时各定域算符贡献对  $q^2$  的依赖性。由图4-11可以看出, 形状因子在 Borel 参数区间  $4.8 \text{ GeV}^2 < T_1^2 < 6.8 \text{ GeV}^2$  范围内的确比较稳定。我们还可以看出微扰和夸克凝聚贡献占主导, 这在某种程度上验证了 OPE 方法的合理性。

表4-4, 4-5以及4-6给出了形状因子的数值结果, 它们分别对应于双粲重子、双底重子和底-粲重子。在 QCDSR 中, OPE 在  $q^2 \ll 0$  的深度欧氏区域 (the deep Euclidean region) 中适用。在本节, 对粲夸克和底夸克衰变, 我们分别在区间  $-1 \text{ GeV}^2 < q^2 < 0$  和  $-10 \text{ GeV}^2 < q^2 < 0$  内计算形状因子。为了得到形状因子在完整的运动学区域中对  $q^2$  的依赖性, 我们对计算得到的形状因子作参数化外推。默认情况下, 我们采用以下双极点参数化形式:

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left( \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}. \quad (4-69)$$

表 4-4 双粲重子的形状因子。 $\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c$  代表  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$ 。 $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$  需要乘以因子  $\sqrt{2}$ 。Table 4-4 The decay form factors for doubly-charmed baryons. The  $\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c$  stands for the  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  transition. A factor  $\sqrt{2}$  should be added for the  $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$  transition.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.59 \pm 0.05$	$1.48 \pm 0.07$	$0.23 \pm 0.07$	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.13 \pm 0.08$	--	--
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.039 \pm 0.024$	--	--	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.037 \pm 0.027$	--	--
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.35 \pm 0.11$	$1.04 \pm 0.12$	$0.38 \pm 0.24$	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.31 \pm 0.09$	$1.05 \pm 0.06$	$0.27 \pm 0.24$
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.67 \pm 0.05$	$1.51 \pm 0.07$	$0.24 \pm 0.07$	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.095 \pm 0.092$	--	--
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.059 \pm 0.031$	--	--	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.060 \pm 0.032$	--	--
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.48 \pm 0.11$	$1.08 \pm 0.13$	$0.45 \pm 0.33$	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.44 \pm 0.10$	$1.09 \pm 0.12$	$0.39 \pm 0.33$
$f_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.58 \pm 0.10$	$1.51 \pm 0.07$	$0.27 \pm 0.03$	$g_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.007 \pm 0.125$	--	--
$f_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.040 \pm 0.023$	--	--	$g_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.040 \pm 0.023$	--	--
$f_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.42 \pm 0.11$	$1.07 \pm 0.12$	$0.34 \pm 0.16$	$g_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.38 \pm 0.09$	$1.08 \pm 0.08$	$0.27 \pm 0.21$
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.35 \pm 0.04$	--	--	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.23 \pm 0.06^*$	$1.43 \pm 0.27^*$	$0.92 \pm 0.27^*$
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$1.15 \pm 0.12$	$1.52 \pm 0.17$	$0.03 \pm 0.36$	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.26 \pm 0.15$	--	--
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-1.40 \pm 0.39$	--	--	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$	$2.68 \pm 0.39$	$1.47 \pm 0.09$	$0.18 \pm 0.08$
$f_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.36 \pm 0.04$	--	--	$g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.21 \pm 0.07^*$	$1.34 \pm 0.29^*$	$0.82 \pm 0.27^*$
$f_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$1.18 \pm 0.10$	$1.58 \pm 0.09$	$0.18 \pm 0.26$	$g_2^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.15 \pm 0.15$	--	--
$f_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-1.22 \pm 0.40$	--	--	$g_3^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$2.74 \pm 0.39$	$1.46 \pm 0.08$	$0.13 \pm 0.09$
$f_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.29 \pm 0.08$	--	--	$g_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.13 \pm 0.10$	--	--
$f_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$1.05 \pm 0.21$	$1.57 \pm 0.15$	$0.20 \pm 0.33$	$g_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.03 \pm 0.23$	--	--
$f_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.81 \pm 0.63$	--	--	$g_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$	$2.37 \pm 0.63$	$1.46 \pm 0.08$	$0.17 \pm 0.04$
$f_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$-0.42 \pm 0.11$	--	--	$g_1^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$-0.15 \pm 0.12$	--	--
$f_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$1.55 \pm 0.29$	$1.58 \pm 0.16$	$0.23 \pm 0.47$	$g_2^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$0.09 \pm 0.31$	--	--
$f_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$-0.90 \pm 0.87$	--	--	$g_3^{\Omega_{cc} \rightarrow \Omega_c}$	$3.45 \pm 0.87$	$1.49 \pm 0.08$	$0.20 \pm 0.09$

表 4-5 双底重子的形状因子。 $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b$  代表  $\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$ 。 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$  需要乘以因子  $\sqrt{2}$ 。Table 4-5 The decay form factors for doubly-bottom baryons. The  $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b$  corresponds to  $\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$ ; A factor  $\sqrt{2}$  should be added for the  $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$  transition.

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$-0.086 \pm 0.013$	$3.03 \pm 0.08$	$0.62 \pm 0.05$	$g_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$-0.074 \pm 0.013$	$3.36 \pm 0.13$	$0.80 \pm 0.04$
$f_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$0.0022 \pm 0.0020$	--	--	$g_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$0.0011 \pm 0.0024$	--	--
$f_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$0.0071 \pm 0.0072$	--	--	$g_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Lambda_b}$	$0.0085 \pm 0.0055$	--	--
$f_1^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.083 \pm 0.028$	$3.04 \pm 0.09$	$0.56 \pm 0.04$	$g_1^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.066 \pm 0.028$	$3.58 \pm 0.22$	$0.84 \pm 0.09$
$f_2^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$0.0026 \pm 0.0019$	--	--	$g_2^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$0.0016 \pm 0.0025$	--	--
$f_3^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$0.010 \pm 0.008$	--	--	$g_3^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	$0.011 \pm 0.006$	--	--
$f_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.12 \pm 0.01$	$4.70 \pm 0.36$	$0.87 \pm 0.22$	$g_1^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.12 \pm 0.01$	$4.81 \pm 0.39$	$1.01 \pm 0.29$
$f_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$0.22 \pm 0.03$	$3.14 \pm 0.09$	$0.56 \pm 0.03$	$g_2^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.19 \pm 0.03$	$3.53 \pm 0.16$	$0.78 \pm 0.03$
$f_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.46 \pm 0.06$	$3.26 \pm 0.09$	$0.71 \pm 0.03$	$g_3^{\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b}$	$0.49 \pm 0.07$	$3.10 \pm 0.07$	$0.63 \pm 0.04$
$f_1^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.10 \pm 0.04$	$4.81 \pm 0.36$	$0.66 \pm 0.32$	$g_1^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.10 \pm 0.04$	$5.06 \pm 0.43$	$0.95 \pm 0.37$
$f_2^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$0.20 \pm 0.06$	$3.12 \pm 0.09$	$0.52 \pm 0.04$	$g_2^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.15 \pm 0.06$	$3.85 \pm 0.30$	$0.89 \pm 0.15$
$f_3^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.37 \pm 0.14$	$3.40 \pm 0.12$	$0.70 \pm 0.03$	$g_3^{\Omega_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	$0.42 \pm 0.14$	$3.12 \pm 0.07$	$0.59 \pm 0.04$

表 4-6  $bc$  重子的形状因子。 $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b$  和  $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c$  代表  $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$  和  $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$ 。 $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$  和  $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}$  需要乘以因子  $\sqrt{2}$ 。

 Table 4-6 The form factors for the  $bc$  sector. The  $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b$  and  $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c$  correspond to  $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$  and  $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$ . A factor  $\sqrt{2}$  should be added for  $\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$  and  $\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}$ .

$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$	$F$	$F(0)$	$m_{\text{fit}}$	$\delta$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$-0.65 \pm 0.06$	$1.36 \pm 0.06$	$0.38 \pm 0.05$	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$-0.15 \pm 0.08$	--	--
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$0.67 \pm 0.07$	$1.38 \pm 0.08$	$0.18 \pm 0.12$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$-0.16 \pm 0.08$	--	--
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$-1.73 \pm 0.48$	--	--	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_b}$	$3.26 \pm 0.44$	$1.30 \pm 0.06$	$0.24 \pm 0.05$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.72 \pm 0.06$	$1.37 \pm 0.07$	$0.36 \pm 0.08$	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.16 \pm 0.09$	--	--
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$0.74 \pm 0.08$	$1.36 \pm 0.11$	$0.14 \pm 0.21$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.15 \pm 0.09$	--	--
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-1.80 \pm 0.54$	--	--	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$3.55 \pm 0.48$	$1.33 \pm 0.04$	$0.27 \pm 0.11$
$f_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.62 \pm 0.12$	$1.38 \pm 0.06$	$0.38 \pm 0.06$	$g_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.03 \pm 0.13$	--	--
$f_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$0.60 \pm 0.13$	$1.36 \pm 0.10$	$0.13 \pm 0.11$	$g_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-0.06 \pm 0.14$	--	--
$f_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$-1.18 \pm 0.81$	--	--	$g_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_b}$	$2.78 \pm 0.78$	$1.31 \pm 0.06$	$0.21 \pm 0.06$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.28 \pm 0.03$	$1.92 \pm 0.38$	$-0.84 \pm 0.30$	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.13 \pm 0.06^*$	$1.13 \pm 0.32^*$	$0.68 \pm 0.35^*$
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$2.04 \pm 0.21$	$1.40 \pm 0.07$	$0.26 \pm 0.12$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$-0.18 \pm 0.25$	--	--
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$-3.78 \pm 1.38$	--	--	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$	$10.1 \pm 1.4$	$1.30 \pm 0.09$	$0.27 \pm 0.08$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.29 \pm 0.03$	$1.87 \pm 0.39$	$-0.77 \pm 0.31$	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.11 \pm 0.06^*$	$1.05 \pm 0.32^*$	$0.61 \pm 0.32^*$
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$2.17 \pm 0.21$	$1.40 \pm 0.11$	$0.29 \pm 0.25$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.01 \pm 0.25$	--	--
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-3.42 \pm 1.42$	--	--	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$10.3 \pm 1.4$	$1.33 \pm 0.06$	$0.31 \pm 0.06$
$f_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.25 \pm 0.06$	$1.53 \pm 0.35$	$-0.43 \pm 0.34$	$g_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-0.047 \pm 0.079$	--	--
$f_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$1.85 \pm 0.34$	$1.39 \pm 0.08$	$0.24 \pm 0.13$	$g_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$0.23 \pm 0.35$	--	--
$f_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$-1.37 \pm 2.07$	--	--	$g_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$	$8.81 \pm 2.06$	$1.33 \pm 0.08$	$0.32 \pm 0.15$
$f_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$-0.36 \pm 0.08$	$1.49 \pm 0.33$	$-0.35 \pm 0.32$	$g_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$-0.04 \pm 0.11$	--	--
$f_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$2.78 \pm 0.45$	$1.45 \pm 0.12$	$0.39 \pm 0.37$	$g_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$0.52 \pm 0.48$	--	--
$f_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$-1.17 \pm 2.92$	--	--	$g_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Omega_b}$	$13.0 \pm 2.9$	$1.29 \pm 0.12$	$0.20 \pm 0.19$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.11 \pm 0.01$	$3.40 \pm 0.11$	$0.44 \pm 0.04$	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.085 \pm 0.014$	$3.80 \pm 0.25$	$0.50 \pm 0.02$
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.11 \pm 0.02$	$3.52 \pm 0.14$	$0.47 \pm 0.04$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.11 \pm 0.02$	$3.60 \pm 0.16$	$0.50 \pm 0.03$
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$0.16 \pm 0.03$	$3.34 \pm 0.11$	$0.46 \pm 0.04$	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Lambda_c}$	$-0.14 \pm 0.02$	$3.60 \pm 0.19$	$0.52 \pm 0.02$
$f_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.11 \pm 0.03$	$3.44 \pm 0.10$	$0.41 \pm 0.03$	$g_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.071 \pm 0.035$	$4.36 \pm 0.53$	$0.59 \pm 0.14$
$f_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.10 \pm 0.04$	$3.64 \pm 0.13$	$0.42 \pm 0.04$	$g_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.099 \pm 0.039$	$3.82 \pm 0.18$	$0.48 \pm 0.02$
$f_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$0.16 \pm 0.05$	$3.39 \pm 0.10$	$0.41 \pm 0.04$	$g_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi_c}$	$-0.12 \pm 0.05$	$3.93 \pm 0.28$	$0.54 \pm 0.05$
$f_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.22 \pm 0.03$	--	--	$g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.22 \pm 0.03$	--	--
$f_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$0.36 \pm 0.06$	$3.56 \pm 0.12$	$0.43 \pm 0.04$	$g_2^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.31 \pm 0.05$	$3.85 \pm 0.22$	$0.50 \pm 0.02$
$f_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$-0.45 \pm 0.07$	$3.58 \pm 0.15$	$0.46 \pm 0.03$	$g_3^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c}$	$0.47 \pm 0.07$	$3.54 \pm 0.14$	$0.46 \pm 0.03$
$f_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.18 \pm 0.07$	--	--	$g_1^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.19 \pm 0.07$	--	--
$f_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$0.31 \pm 0.10$	$3.61 \pm 0.12$	$0.40 \pm 0.03$	$g_2^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.24 \pm 0.10$	$4.16 \pm 0.31$	$0.53 \pm 0.04$
$f_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$-0.37 \pm 0.14$	$3.71 \pm 0.15$	$0.43 \pm 0.03$	$g_3^{\Omega_{bc} \rightarrow \Xi'_c}$	$0.39 \pm 0.14$	$3.64 \pm 0.13$	$0.43 \pm 0.03$

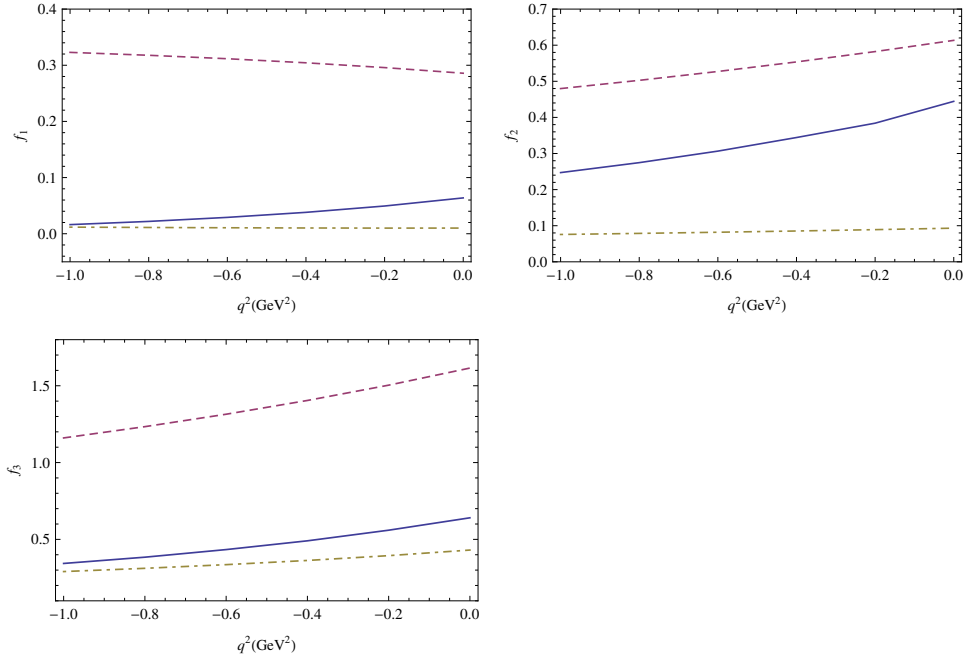


图 4-12  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁中形状因子  $f_{1,2,3}(q^2)$  的各定域算符贡献对  $q^2$  的依赖，其中 Borel 参数固定为  $T_1^2 = 5.8 \text{ GeV}^2$ 。图中，实线、虚线、点虚线分别对应微扰、夸克凝聚以及混合凝聚贡献的大小。

Figure 4-12 The  $q^2$  dependence of condensate operator contributions to the form factors  $f_{1,2,3}(q^2)$  for  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  with the Borel parameter fixed:  $T_1^2 = 5.8 \text{ GeV}^2$ . In these panels, the solid line, the dashed line and the dot-dashed line correspond to the magnitude of contributions from the perturbative contribution, quark condensates and mixed quark-gluon condensate.

由于对形状因子  $g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c}$ ,  $g_1^{\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c}$  以及  $g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b}$ ,  $g_1^{\Xi_{bc} \rightarrow \Xi'_b}$  采用上述拟合公式后得到的  $m_{\text{fit}}^2$  是负值，因此对于这几种情形，我们采用参数化公式：

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 + \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left( \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}. \quad (4-70)$$

对于绝对值相对很小以及对  $q^2$  依赖不明显的形状因子，我们没有作外推，只给出  $F(0)$  的中心值与误差。

下面给出一些讨论。

- 如前文所述，在抽取  $f_{1,2,3}$  时存在 12 种 Dirac 结构： $\{\not{p}_2, M_2\} \times \{\gamma_\mu, i\sigma_{\mu\nu}q^\nu/M_1, q_\mu/M_1\} \times \{\not{p}_1, M_1\}$ ，每一个形状因子都有 4 种不同的选择。例如，这 4 种 Dirac 结构  $\{\not{p}_2, M_2\} \times \{\gamma_\mu\} \times \{\not{p}_1, M_1\}$  都可以用来抽取  $f_1$ 。理想情况下，所有这些选择都应当给出相同的结果，但是在实际计算中不同的选择之间有时会存在一些差异。鉴于此，我们挑选“微扰和夸克凝聚贡献相对比较大”的那一种抽取方式。依据这个原则，对  $f_{1,2,3}$  的抽取，我们最终选择如下：如果末态属于 SU(3) 六重态，分别选择  $M_2(\gamma_\mu)M_1$ ,  $\not{p}_2(i\sigma_{\mu\nu}q^\nu/M_1)\not{p}_1$ ,  $\not{p}_2(q^\nu/M_1)\not{p}_1$ ；如果末态属于 SU(3) 反三重态，分别选择  $\not{p}_2(\gamma_\mu)M_1$ ,  $\not{p}_2(i\sigma_{\mu\nu}q^\nu/M_1)M_1$ ,  $\not{p}_2(q_\mu/M_1)M_1$ 。选定这些 Dirac 结构之后，我们就可以按照前文所

表 4-7 对于  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁,  $\text{dim-0} + \text{dim-3} + \text{dim-5}$  贡献与图 4-10 中胶子-胶子凝聚贡献的对比。

Table 4-7 Comparison of the  $\text{dim-0} + \text{dim-3} + \text{dim-5}$  contributions and gluon-gluon condensate as shown in Fig. 4-10 for the  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  transition.

$F(0)$	$\text{dim-0} + \text{dim-3} + \text{dim-5}$	Fig. 4-10
$f_1(0)$	$-0.35 \pm 0.04$	-0.011
$f_2(0)$	$1.15 \pm 0.12$	-0.010
$f_3(0)$	$-1.40 \pm 0.39$	0.025

述的把关联函数向这些 Dirac 结构作投影的方法, 得到形状因子的显式表达式。

- 我们还计算了部分来自胶子-胶子凝聚的贡献。以  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁过程为例, 我们计算了图 4-10 的贡献, 结果见表 4-7。此外, 表 4-7 还对比了图 4-10 这部分胶子-胶子凝聚贡献与微扰、夸克凝聚、混合凝聚贡献之和。可以看到, 前者比后者小很多。我们打算将来对胶子-胶子凝聚贡献作更加全面的分析。
- 抽取轴矢流形状因子  $g_i$  时的 Dirac 结构选择如下: 直接在抽取  $f_i$  时选定的 Dirac 结构后面乘以  $\gamma_5$ 。基于以上选择, 在无质量极限  $m_1' \rightarrow 0$  以及  $m_3 \rightarrow 0$  下, 我们有:

$$\begin{aligned}
 g_1^{\text{dim-0}} &= -f_1^{\text{dim-0}}, & g_1^{\text{dim-3}} &= f_1^{\text{dim-3}}, & g_1^{\text{dim-5}} &= f_1^{\text{dim-5}}, \\
 g_2^{\text{dim-0}} &= f_2^{\text{dim-0}}, & g_2^{\text{dim-3}} &= -f_2^{\text{dim-3}}, & g_2^{\text{dim-5}} &= -f_2^{\text{dim-5}}, \\
 g_3^{\text{dim-0}} &= f_3^{\text{dim-0}}, & g_3^{\text{dim-3}} &= -f_3^{\text{dim-3}}, & g_3^{\text{dim-5}} &= -f_3^{\text{dim-5}}.
 \end{aligned} \tag{4-71}$$

其中  $f_1^{\text{dim-0}}$  代表  $f_1$  的来自  $\text{dim-0}$  的贡献, 等等。

- 我们考虑了来自夸克质量、Borel 参数  $T_1^2$ 、阈值参数  $s_1^0$  和  $s_2^0$ 、凝聚参数以及初态重子质量的误差。衰变常数引起的误差与这些参数中的一部分有关, 计算中我们也考虑到了。
- 在表 4-4 中,  $\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c$  代表  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$  跃迁。对于  $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$  过程,  $F(0)$  需要乘以  $\sqrt{2}$ 。这与 SU(3) 对称性要求相一致<sup>[92]</sup>。

表 4-8 和 4-9 对比了本节预言的形状因子结果与其它文献中的结果。可以看出, 本节中的大部分结果与其它文献中的结果比较接近。以下还有两点评论。

- 对于末态属于 SU(3) 反三重态的情形, 本节中波函数的约定可能与其它文献存在一个符号差异。例如, 对于  $c \rightarrow d$  跃迁过程, 本节中  $\Lambda_c$  的插入流为  $(1/\sqrt{2})(ud - du)c$ , 而文献 [94] 中  $\Lambda_c$  的味道波函数为  $(1/\sqrt{2})(du - ud)c$ 。因此本节得到的形状因子就会跟文献 [94] 中的形状因子整体相差一个负号。当然, 这不会影响我们对物理可观测量的预言。
- 不同文献对形状因子的定义也有不同。文献 [141, 142] 中  $f_2$  和  $g_2$  的符号, 与我们这里约定的符号相反。

表 4-8  $\Xi_{cc}$  衰变形状因子结果与光前夸克模型 (LFQM)<sup>[94]</sup>、非相对论性夸克模型 (NRQM) 以及 MIT 口袋模型 (MBM) 结果的对比<sup>[141]</sup>。

Table 4-8 Comparison of our results on  $\Xi_{cc}$  decay form factors with the light-front quark model (LFQM)<sup>[94]</sup>, the nonrelativistic quark model (NRQM) and the MIT bag model (MBM)<sup>[141]</sup>.

Transitions	$F(0)$	This work	LFQM <sup>[94]</sup>	NRQM <sup>[141]</sup>	MBM <sup>[141]</sup>
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$	$f_1(0)$	$-0.59 \pm 0.05$	-0.79	-0.36	-0.45
	$f_2(0)$	$0.039 \pm 0.024$	0.008	-0.14	-0.01
	$f_3(0)$	$0.35 \pm 0.11$	--	-0.08	0.28
	$g_1(0)$	$-0.13 \pm 0.08$	-0.22	-0.20	-0.15
	$g_2(0)$	$0.037 \pm 0.027$	0.05	-0.01	-0.01
	$g_3(0)$	$0.31 \pm 0.09$	--	0.03	0.70
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	$f_1(0)$	$-0.35 \pm 0.04$	-0.46	-0.28	-0.30
	$f_2(0)$	$1.15 \pm 0.12$	1.04	0.14	0.91
	$f_3(0)$	$-1.40 \pm 0.39$	--	-0.10	0.07
	$g_1(0)$	$-0.23 \pm 0.06$	-0.62	-0.70	-0.56
	$g_2(0)$	$-0.26 \pm 0.15$	0.04	-0.02	0.05
	$g_3(0)$	$2.68 \pm 0.39$	--	0.10	2.59

### 4.2.3 唯象应用

在这一小节，形状因子的结果将被用于计算半轻衰变和可因子化非轻衰变的分宽度。

#### 4.2.3.1 半轻衰变

半轻衰变的运动学公式见3.1节。

费米常数和 CKM 矩阵元见 (3-41) 式。双重味重子的寿命在表3-1中给出。

表4-10, 4-11和4-12给出了衰变分宽度、分支比以及  $\Gamma_L/\Gamma_T$  的理论预言。表4-13给出了我们的结果与其它文献中结果的对比。

下面给出一些讨论。

- $c \rightarrow s$  诱导的衰变过程，比如  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$ ，有一个很大的分支比，典型值大约在百分之几量级。这与  $D$  介子半轻衰变的分支比比较接近<sup>[1, 8]</sup>。
- 衰变宽度的误差应当主要来自形状因子，因此我们只给出由形状因子引起的误差。
- 对比文献 [94]，本子小节考虑了形状因子  $f_3$  和  $g_3$  的贡献。
- 在味道 SU(3) 极限下，粲夸克和底夸克衰变过程的衰变宽度之间存在一些关系，见3.1节。通过观察表4-10, 4-11, 4-12，我们发现与  $\Omega_{cc}$  和  $\Omega_{bc}$  有关的衰变道 SU(3) 对称性破缺比较显著。但是这并不奇怪，因为在粲介子衰变中，SU(3) 对称性破缺也比较显著<sup>[1, 8]</sup>。
- 从表4-13可以看出，我们得到的大部分结果与文献中的结果比较接近。



表 4-9 与其它工作的对比:  $bb$  和  $bc$  部分。我们对比了本文中的结果与光前夸克模型 (LFQM)<sup>[94]</sup> 的结果。  
Table 4-9 Comparison with other works: the  $bb$  and  $bc$  sectors. The results are compared with those from the light-front quark model (LFQM)<sup>[94]</sup>.

Transitions	$F(0)$	This work	LFQM <sup>[94]</sup>	Transitions	$F(0)$	This work	LFQM <sup>[94]</sup>
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0$	$f_1(0)$	$-0.086 \pm 0.013$	-0.102	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$	$f_1(0)$	$-0.12 \pm 0.01$	-0.06
	$f_2(0)$	$0.0022 \pm 0.0020$	0.0006		$f_2(0)$	$0.22 \pm 0.03$	0.15
	$f_3(0)$	$0.0071 \pm 0.0072$	--		$f_3(0)$	$-0.46 \pm 0.06$	--
	$g_1(0)$	$-0.074 \pm 0.013$	-0.036		$g_1(0)$	$-0.12 \pm 0.01$	-0.09
	$g_2(0)$	$0.0011 \pm 0.0024$	0.012		$g_2(0)$	$-0.19 \pm 0.03$	-0.02
	$g_3(0)$	$0.0085 \pm 0.0055$	--		$g_3(0)$	$0.49 \pm 0.07$	--
	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0$	$f_1(0)$	$-0.65 \pm 0.06$		-0.55	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$	$f_1(0)$
$f_2(0)$		$0.67 \pm 0.07$	0.30	$f_2(0)$	$2.04 \pm 0.21$		1.54
$f_3(0)$		$-1.73 \pm 0.48$	--	$f_3(0)$	$-3.78 \pm 1.38$		--
$g_1(0)$		$-0.15 \pm 0.08$	-0.15	$g_1(0)$	$-0.13 \pm 0.06$		-0.41
$g_2(0)$		$-0.16 \pm 0.08$	0.10	$g_2(0)$	$-0.18 \pm 0.25$		0.18
$g_3(0)$		$3.26 \pm 0.44$	--	$g_3(0)$	$10.1 \pm 1.4$		--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+$		$f_1(0)$	$-0.11 \pm 0.01$	-0.11	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$		$f_1(0)$
	$f_2(0)$	$-0.11 \pm 0.02$	-0.03	$f_2(0)$		$0.36 \pm 0.06$	0.10
	$f_3(0)$	$0.16 \pm 0.03$	--	$f_3(0)$		$-0.45 \pm 0.07$	--
	$g_1(0)$	$-0.085 \pm 0.014$	-0.047	$g_1(0)$		$-0.22 \pm 0.03$	-0.10
	$g_2(0)$	$0.11 \pm 0.02$	0.02	$g_2(0)$		$-0.31 \pm 0.05$	-0.003
	$g_3(0)$	$-0.14 \pm 0.02$	--	$g_3(0)$		$0.47 \pm 0.07$	--

表 4-10 半轻衰变的结果:  $cc$  部分。用于计算分支比的初态重子的寿命见表 3-1。这里  $l = e/\mu$ 。

Table 4-10 Results for the semi-leptonic decays: the  $cc$  sector. The lifetimes of the initial baryons, which are used to derive the branching fractions, can be found in Table 3-1. Here  $l = e/\mu$ .

Channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$	$(6.1 \pm 1.1) \times 10^{-15}$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$14 \pm 7$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-15}$	$(8.9 \pm 1.7) \times 10^{-4}$	$0.79 \pm 0.17$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$	$(6.0 \pm 0.9) \times 10^{-14}$	$(2.3 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$24 \pm 8$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ l^+ \nu_l$	$(2.1 \pm 0.4) \times 10^{-14}$	$(8.0 \pm 1.5) \times 10^{-3}$	$1.1 \pm 0.2$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$	$(4.6 \pm 0.9) \times 10^{-15}$	$(3.1 \pm 0.6) \times 10^{-4}$	$0.79 \pm 0.17$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	$(6.0 \pm 0.9) \times 10^{-14}$	$(4.0 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$24 \pm 8$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu_l$	$(2.1 \pm 0.4) \times 10^{-14}$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$1.1 \pm 0.2$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	$(4.0 \pm 1.3) \times 10^{-15}$	$(1.3 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$27 \pm 15$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^0 l^+ \nu_l$	$(1.4 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(4.2 \pm 1.4) \times 10^{-4}$	$0.79 \pm 0.32$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 l^+ \nu_l$	$(2.5 \pm 0.8) \times 10^{-14}$	$(8.0 \pm 2.5) \times 10^{-3}$	$1.0 \pm 0.4$

表 4-11 与表 4-10 类似，但是这里是对  $bb$  部分。Table 4-11 Same as Table 4-10 but for the  $bb$  sector.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-4}$	$0.80 \pm 0.06$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(3.0 \pm 0.7) \times 10^{-17}$	$(1.7 \pm 0.4) \times 10^{-5}$	$2.8 \pm 0.7$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-16}$	$(7.1 \pm 1.0) \times 10^{-5}$	$0.80 \pm 0.06$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(2.7 \pm 1.2) \times 10^{-17}$	$(3.3 \pm 1.5) \times 10^{-5}$	$3.0 \pm 2.7$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} l^- \bar{\nu}_l$	$(9.1 \pm 3.7) \times 10^{-17}$	$(1.1 \pm 0.5) \times 10^{-4}$	$0.79 \pm 0.19$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-16}$	$(8.0 \pm 1.1) \times 10^{-5}$	$1.1 \pm 0.1$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-17}$	$(7.7 \pm 1.8) \times 10^{-6}$	$2.7 \pm 0.8$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(7.1 \pm 1.0) \times 10^{-17}$	$(4.0 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	$1.1 \pm 0.1$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1.3 \pm 0.6) \times 10^{-17}$	$(1.6 \pm 0.7) \times 10^{-5}$	$3.0 \pm 3.2$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(5.2 \pm 2.0) \times 10^{-17}$	$(6.4 \pm 2.4) \times 10^{-5}$	$1.1 \pm 0.4$

#### 4.2.3.2 非轻衰变

对于两体非轻衰变，我们只考虑可因子化的流-流算符诱导的衰变过程。相应的运动学公式见 3.1 节。

表 4-14, 4-15, 4-16, 4-17 给出了双重味重子两体非轻衰变的分宽度和分支比的结果。表 4-18 对比了本节的结果与其它文献中的结果。下面给出一些讨论。

- 在给出计算结果的误差估计时，我们只考虑了来自形状因子的误差。
- 对比文献 [94]，本子小节考虑了形状因子  $f_3$  和  $g_3$  的贡献。
- $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$  的分支比是双重味重子弱衰变的重要参照。本子小节给出的结果是  $(3.1 \pm 0.4)\%$ ，比 3.1 节中的计算结果略小。我们期望 LHCb 合作组将来能够澄清这个问题，因为这对于理论预言来说至关重要。
- 从表 4-18 可以看出，本子小节中多数计算结果与 3.1 节中采用 LFMQ 得到的结果差别不大。然而，这里得到的双粲重子的衰变结果都比较小，而  $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b$  和  $\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c$  跃迁过程的衰变宽度反而稍大。
- 值得指出的是，对于粲夸克衰变，我们这里采用的简单因子化方案可能会有比较大的修正，但是对于底夸克衰变，预期因子化能够比较好地成立。

### 4.3 小结

自从 LHCb 宣布双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$  发现以来，出现了很多双重味重子强子谱和弱衰变方面的理论工作。这些工作中的大部分都基于与 QCD 相关的唯象模型，例如我们在上一章使用光前夸克模型研究了双重味重子弱衰变的形状因子。计算中采用了 diquark 图像，即两个不参与弱相互作用的旁观者夸克被看作一个弱束缚的系统。这个近似极大地简化了计

表 4-12 与表4-10类似，但是这里是对底-粲重子。

Table 4-12 Same as Table 4-10 but for the bottom-charm baryons.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	$\Gamma_L/\Gamma_T$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(4.0 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	$8.0 \pm 3.0$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$(1.5 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$(5.6 \pm 1.0) \times 10^{-4}$	$0.82 \pm 0.20$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(3.9 \pm 0.6) \times 10^{-2}$	$9.9 \pm 5.5$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} l^+ \nu_l$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(5.0 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	$1.1 \pm 0.3$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu_l$	$(3.0 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-4}$	$0.82 \pm 0.20$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(1.5 \pm 0.2) \times 10^{-2}$	$9.9 \pm 5.5$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} l^+ \nu_l$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(1.9 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$1.1 \pm 0.3$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	$(4.9 \pm 1.7) \times 10^{-15}$	$(1.7 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$17 \pm 7$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{\prime -} l^+ \nu_l$	$(7.8 \pm 2.4) \times 10^{-16}$	$(2.6 \pm 0.8) \times 10^{-4}$	$1.1 \pm 0.5$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu_l$	$(1.5 \pm 0.5) \times 10^{-14}$	$(4.9 \pm 1.6) \times 10^{-3}$	$1.4 \pm 0.6$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$(8.4 \pm 1.4) \times 10^{-16}$	$(3.1 \pm 0.5) \times 10^{-4}$	$0.52 \pm 0.05$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(2.2 \pm 0.5) \times 10^{-17}$	$(3.1 \pm 0.7) \times 10^{-6}$	$40 \pm 62$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	$(5.9 \pm 1.0) \times 10^{-5}$	$0.52 \pm 0.05$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(1.8 \pm 0.8) \times 10^{-17}$	$(6.0 \pm 2.5) \times 10^{-6}$	$136 \pm 290$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +} l^- \bar{\nu}_l$	$(2.6 \pm 1.0) \times 10^{-16}$	$(8.7 \pm 3.3) \times 10^{-5}$	$0.54 \pm 0.12$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(4.9 \pm 0.8) \times 10^{-16}$	$(1.8 \pm 0.3) \times 10^{-4}$	$0.68 \pm 0.08$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(9.9 \pm 2.6) \times 10^{-18}$	$(1.4 \pm 0.4) \times 10^{-6}$	$30 \pm 57$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	$(3.5 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	$0.68 \pm 0.08$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(7.8 \pm 4.0) \times 10^{-18}$	$(2.6 \pm 1.4) \times 10^{-6}$	$107 \pm 245$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{\prime +} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1.5 \pm 0.5) \times 10^{-16}$	$(5.0 \pm 1.8) \times 10^{-5}$	$0.71 \pm 0.20$

表 4-13 与其它工作的对比：半轻衰变的衰变宽度（以 GeV 为单位）。我们的结果与光前夸克模型 (LFQM)<sup>[94]</sup>，重夸克自旋对称性 (HQSS)<sup>[143]</sup>，非相对论性夸克模型 (NRQM) 以及 MIT 口袋模型 (MBM)<sup>[141]</sup> 的结果作对比。

Table 4-13 Comparison with other works: the decay widths (in units of GeV) for the semi-leptonic decays. The results are compared with those from the light-front quark model (LFQM)<sup>[94]</sup>, the heavy quark spin symmetry (HQSS)<sup>[143]</sup>, the nonrelativistic quark model (NRQM) and the MIT bag model (MBM)<sup>[141]</sup>.

Channel	This work	LFQM <sup>[94]</sup>	HQSS <sup>[143]</sup>	NRQM <sup>[141]</sup>	MBM <sup>[141]</sup>
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$	$(6.1 \pm 1.1) \times 10^{-15}$	$1.05 \times 10^{-14}$	$3.20 \times 10^{-15}$	$1.97 \times 10^{-15}$	$1.32 \times 10^{-15}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-15}$	$9.60 \times 10^{-15}$	$5.22 \times 10^{-15}$	$6.58 \times 10^{-15}$	$2.63 \times 10^{-15}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(3.0 \pm 0.7) \times 10^{-17}$	$1.58 \times 10^{-17}$	--	--	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-16}$	$3.33 \times 10^{-17}$	--	--	--
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$6.85 \times 10^{-15}$	--	--	--
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$(1.5 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$4.63 \times 10^{-15}$	--	--	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(2.2 \pm 0.5) \times 10^{-17}$	$1.84 \times 10^{-17}$	--	--	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	$4.74 \times 10^{-17}$	--	--	--

表 4-14 非轻衰变的结果：cc 部分。用于计算分支比的初态粒子的寿命见表 3-1。

Table 4-14 Results for the non-leptonic decays: the cc sector. The lifetimes of the initial baryons, which are used to derive the branching fractions, can be found in Table 3-1.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	Channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^+$	$(4.8 \pm 0.8) \times 10^{-15}$	$(1.9 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^+$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(5.2 \pm 0.9) \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ a_1^+$	$(6.0 \pm 1.6) \times 10^{-15}$	$(2.3 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^+$	$(4.1 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^{*+}$	$(6.4 \pm 1.1) \times 10^{-16}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-4}$			
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^+$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$(6.6 \pm 1.3) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^+$	$(6.6 \pm 1.2) \times 10^{-15}$	$(2.6 \pm 0.5) \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^{*+}$	$(3.1 \pm 0.6) \times 10^{-16}$	$(1.2 \pm 0.3) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ K^+$	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-16}$	$(6.2 \pm 1.1) \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$	$(7.9 \pm 1.1) \times 10^{-14}$	$(3.1 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \rho^+$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(6.3 \pm 0.9) \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^{*+}$	$(6.4 \pm 1.0) \times 10^{-15}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^+$	$(6.4 \pm 1.0) \times 10^{-15}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$	$(2.4 \pm 0.5) \times 10^{-14}$	$(9.3 \pm 1.9) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \rho^+$	$(6.6 \pm 1.3) \times 10^{-14}$	$(2.6 \pm 0.5) \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^{*+}$	$(2.3 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(8.9 \pm 2.0) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ K^+$	$(2.2 \pm 0.4) \times 10^{-15}$	$(8.5 \pm 1.6) \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 \pi^+$	$(3.4 \pm 0.7) \times 10^{-15}$	$(2.3 \pm 0.5) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 \rho^+$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(8.8 \pm 1.6) \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 K^{*+}$	$(6.1 \pm 1.3) \times 10^{-16}$	$(4.1 \pm 0.9) \times 10^{-5}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 K^+$	$(3.2 \pm 0.6) \times 10^{-16}$	$(2.1 \pm 0.4) \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$(7.9 \pm 1.1) \times 10^{-14}$	$(5.3 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$(6.4 \pm 1.0) \times 10^{-15}$	$(4.3 \pm 0.7) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$(6.4 \pm 1.0) \times 10^{-15}$	$(4.3 \pm 0.7) \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$(2.4 \pm 0.5) \times 10^{-14}$	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$(6.6 \pm 1.3) \times 10^{-14}$	$(4.4 \pm 0.8) \times 10^{-3}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$(2.3 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(1.5 \pm 0.3) \times 10^{-4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$(2.2 \pm 0.4) \times 10^{-15}$	$(1.5 \pm 0.3) \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$(4.0 \pm 1.3) \times 10^{-15}$	$(1.3 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$(9.8 \pm 3.2) \times 10^{-15}$	$(3.1 \pm 1.0) \times 10^{-3}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 a_1^+$	$(1.1 \pm 0.7) \times 10^{-15}$	$(3.3 \pm 2.1) \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$(3.3 \pm 1.1) \times 10^{-16}$	$(1.0 \pm 0.3) \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$(4.4 \pm 1.5) \times 10^{-16}$	$(1.4 \pm 0.5) \times 10^{-4}$			
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \pi^+$	$(9.8 \pm 4.1) \times 10^{-16}$	$(3.1 \pm 1.3) \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 \rho^+$	$(4.0 \pm 1.3) \times 10^{-15}$	$(1.3 \pm 0.4) \times 10^{-3}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^{*+}$	$(1.8 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	$(5.8 \pm 2.1) \times 10^{-5}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 K^+$	$(9.2 \pm 3.8) \times 10^{-17}$	$(2.9 \pm 1.2) \times 10^{-5}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 \pi^+$	$(2.8 \pm 1.2) \times 10^{-14}$	$(8.9 \pm 3.7) \times 10^{-3}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 \rho^+$	$(8.4 \pm 2.7) \times 10^{-14}$	$(2.6 \pm 0.8) \times 10^{-2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 K^{*+}$	$(2.8 \pm 1.0) \times 10^{-15}$	$(8.9 \pm 3.1) \times 10^{-4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 K^+$	$(2.5 \pm 1.1) \times 10^{-15}$	$(7.9 \pm 3.3) \times 10^{-4}$

表 4-15 与表 4-14 类似，但是这里是对  $bb$  部分。

 Table 4-15 Same as Table 4-14 but for the  $bb$  sector.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	Channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \pi^-$	$(5.8 \pm 0.7) \times 10^{-18}$	$(3.3 \pm 0.4) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \rho^-$	$(1.9 \pm 0.2) \times 10^{-17}$	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ a_1^-$	$(2.9 \pm 0.3) \times 10^{-17}$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-5}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ K^-$	$(4.8 \pm 0.5) \times 10^{-19}$	$(2.7 \pm 0.3) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ K^{*-}$	$(10.0 \pm 1.0) \times 10^{-19}$	$(5.6 \pm 0.6) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D^-$	$(1.3 \pm 0.1) \times 10^{-18}$	$(7.3 \pm 0.8) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D^{*-}$	$(2.2 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$(1.2 \pm 0.1) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D_s^-$	$(3.7 \pm 0.4) \times 10^{-17}$	$(2.1 \pm 0.2) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ D_s^{*-}$	$(5.4 \pm 0.6) \times 10^{-17}$	$(3.1 \pm 0.3) \times 10^{-5}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^-$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-18}$	$(8.0 \pm 1.7) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^-$	$(4.4 \pm 0.9) \times 10^{-18}$	$(2.5 \pm 0.5) \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 a_1^-$	$(6.2 \pm 1.3) \times 10^{-18}$	$(3.5 \pm 0.7) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 K^-$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-19}$	$(6.7 \pm 1.4) \times 10^{-8}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 K^{*-}$	$(2.3 \pm 0.5) \times 10^{-19}$	$(1.3 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D^-$	$(3.0 \pm 0.6) \times 10^{-19}$	$(1.7 \pm 0.4) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D^{*-}$	$(4.0 \pm 0.9) \times 10^{-19}$	$(2.2 \pm 0.5) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D_s^-$	$(8.2 \pm 1.8) \times 10^{-18}$	$(4.6 \pm 1.0) \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 D_s^{*-}$	$(9.8 \pm 2.1) \times 10^{-18}$	$(5.5 \pm 1.2) \times 10^{-6}$			
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^-$	$(2.9 \pm 0.3) \times 10^{-18}$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^-$	$(9.4 \pm 1.0) \times 10^{-18}$	$(5.3 \pm 0.6) \times 10^{-6}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 a_1^-$	$(1.4 \pm 0.1) \times 10^{-17}$	$(8.0 \pm 0.8) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 K^-$	$(2.4 \pm 0.3) \times 10^{-19}$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 K^{*-}$	$(5.0 \pm 0.5) \times 10^{-19}$	$(2.8 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D^-$	$(6.5 \pm 0.7) \times 10^{-19}$	$(3.7 \pm 0.4) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D^{*-}$	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-18}$	$(6.1 \pm 0.7) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D_s^-$	$(1.8 \pm 0.2) \times 10^{-17}$	$(1.0 \pm 0.1) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 D_s^{*-}$	$(2.7 \pm 0.3) \times 10^{-17}$	$(1.5 \pm 0.2) \times 10^{-5}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 \pi^-$	$(1.2 \pm 0.5) \times 10^{-18}$	$(1.5 \pm 0.6) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 \rho^-$	$(3.7 \pm 1.6) \times 10^{-18}$	$(4.6 \pm 2.0) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 a_1^-$	$(5.3 \pm 2.3) \times 10^{-18}$	$(6.4 \pm 2.8) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 K^-$	$(1.0 \pm 0.4) \times 10^{-19}$	$(1.2 \pm 0.5) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 K^{*-}$	$(2.0 \pm 0.8) \times 10^{-19}$	$(2.4 \pm 1.0) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D^-$	$(2.6 \pm 1.1) \times 10^{-19}$	$(3.2 \pm 1.4) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D^{*-}$	$(3.4 \pm 1.5) \times 10^{-19}$	$(4.1 \pm 1.8) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D_s^-$	$(7.2 \pm 3.2) \times 10^{-18}$	$(8.7 \pm 3.9) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 D_s^{*-}$	$(8.3 \pm 3.6) \times 10^{-18}$	$(1.0 \pm 0.4) \times 10^{-5}$			
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \pi^-$	$(2.0 \pm 0.9) \times 10^{-18}$	$(2.5 \pm 1.1) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} \rho^-$	$(6.6 \pm 2.8) \times 10^{-18}$	$(8.0 \pm 3.4) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} a_1^-$	$(9.9 \pm 4.0) \times 10^{-18}$	$(1.2 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^-$	$(1.7 \pm 0.8) \times 10^{-19}$	$(2.1 \pm 0.9) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} K^{*-}$	$(3.5 \pm 1.5) \times 10^{-19}$	$(4.2 \pm 1.8) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D^-$	$(4.5 \pm 1.8) \times 10^{-19}$	$(5.4 \pm 2.2) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D^{*-}$	$(7.4 \pm 2.8) \times 10^{-19}$	$(9.0 \pm 3.4) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D_s^-$	$(1.3 \pm 0.5) \times 10^{-17}$	$(1.5 \pm 0.6) \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0} D_s^{*-}$	$(1.9 \pm 0.7) \times 10^{-17}$	$(2.3 \pm 0.9) \times 10^{-5}$			

表 4-16 与表4-14类似，但是这里是对  $c$  夸克衰变的  $bc$  部分。Table 4-16 Same as Table 4-14 but for the  $bc$  sector with the  $c$  quark decay.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	Channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^+$	$(7.9 \pm 1.4) \times 10^{-15}$	$(2.9 \pm 0.5) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^+$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{-14}$	$(9.0 \pm 1.6) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 a_1^+$	$(1.0 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(3.7 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 K^+$	$(8.3 \pm 1.4) \times 10^{-16}$	$(3.1 \pm 0.5) \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 K^{*+}$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-15}$	$(4.5 \pm 0.8) \times 10^{-4}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^+$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-15}$	$(4.2 \pm 0.8) \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^+$	$(4.7 \pm 0.8) \times 10^{-15}$	$(1.8 \pm 0.3) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 K^{*+}$	$(2.2 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	$(8.0 \pm 1.5) \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 K^+$	$(1.6 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	$(5.8 \pm 1.3) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \pi^+$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(4.6 \pm 0.7) \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \rho^+$	$(2.9 \pm 0.5) \times 10^{-13}$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-1}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^{*+}$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(4.5 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^+$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(4.7 \pm 0.7) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \pi^+$	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-14}$	$(5.8 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 \rho^+$	$(4.7 \pm 0.8) \times 10^{-14}$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^{*+}$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$(5.2 \pm 1.1) \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 K^+$	$(2.1 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(7.9 \pm 2.0) \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- \pi^+$	$(2.3 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(3.2 \pm 0.6) \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- \rho^+$	$(9.5 \pm 1.6) \times 10^{-15}$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- K^{*+}$	$(4.3 \pm 0.8) \times 10^{-16}$	$(6.1 \pm 1.2) \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- K^+$	$(3.1 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	$(4.4 \pm 1.0) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$(1.8 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$(2.9 \pm 0.5) \times 10^{-13}$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-2}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$(1.8 \pm 0.3) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- \pi^+$	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-14}$	$(2.2 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- \rho^+$	$(4.7 \pm 0.8) \times 10^{-14}$	$(6.6 \pm 1.2) \times 10^{-3}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- K^{*+}$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$(2.0 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- K^+$	$(2.1 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	$(3.0 \pm 0.8) \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \pi^+$	$(5.3 \pm 1.9) \times 10^{-15}$	$(1.8 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- \rho^+$	$(1.3 \pm 0.4) \times 10^{-14}$	$(4.4 \pm 1.5) \times 10^{-3}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^{*+}$	$(5.7 \pm 1.9) \times 10^{-16}$	$(1.9 \pm 0.7) \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- K^+$	$(5.4 \pm 1.8) \times 10^{-16}$	$(1.8 \pm 0.6) \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- \pi^+$	$(6.4 \pm 2.6) \times 10^{-16}$	$(2.2 \pm 0.9) \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- \rho^+$	$(2.8 \pm 0.9) \times 10^{-15}$	$(9.2 \pm 2.9) \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- K^{*+}$	$(1.1 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	$(3.7 \pm 1.3) \times 10^{-5}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b'^- K^+$	$(7.5 \pm 3.8) \times 10^{-17}$	$(2.5 \pm 1.3) \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- \pi^+$	$(1.9 \pm 0.7) \times 10^{-14}$	$(6.2 \pm 2.5) \times 10^{-3}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- \rho^+$	$(5.0 \pm 1.7) \times 10^{-14}$	$(1.7 \pm 0.6) \times 10^{-2}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- K^{*+}$	$(8.4 \pm 4.3) \times 10^{-16}$	$(2.8 \pm 1.4) \times 10^{-4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- K^+$	$(2.0 \pm 1.1) \times 10^{-15}$	$(6.5 \pm 3.6) \times 10^{-4}$

算，并且得到了很多有用的唯象结果。但是同时，由于没有考虑 **diquark** 中的动力学，这种近似也引进了一些不可控制的系统误差。为了消除这个缺陷，本章致力于在 **QCD** 求和规则框架下研究双重味重子的弱衰变。

为了实现上述目的，本章第一节首先使用 **QCD** 求和规则计算了双重味重子  $\Xi_{cc}$ ,  $\Omega_{cc}$ ,  $\Xi_{bb}$ ,  $\Omega_{bb}$ ,  $\Xi_{bc}$  和  $\Omega_{bc}$  的“衰变常数”。计算中既考虑了正宇称重子的贡献也考虑了负宇称重子的贡献，但我们发现来自  $1/2^-$  重子的污染并不严重。抽取到的“衰变常数”是研究双重味重子弱衰变和其它性质的必要前提。

在此基础上，本章第二节首次借助 **QCD** 求和规则计算了双重味重子衰变到单重味重子的形状因子。我们计算了微扰、夸克凝聚、夸克-胶子混合凝聚的贡献，以及部分胶子-胶子凝聚的贡献，并且发现胶子-胶子凝聚的贡献可以忽略。然后我们将计算得到的形状因子用于研究半轻和非轻过程。未来的实验测量可以检验这些理论预言，以及检验 **QCD** 求和规则应用于双重味重子的合理性。

表 4-17 与表 4-14 类似，但是这里是对  $b$  夸克衰变的  $bc$  部分。

 Table 4-17 Same as Table 4-14 but for the  $bc$  sector with  $b$  quark decay.

Channel	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$	Channels	$\Gamma/\text{GeV}$	$\mathcal{B}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \pi^-$	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-17}$	$(5.1 \pm 0.9) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \rho^-$	$(4.5 \pm 0.7) \times 10^{-17}$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} a_1^-$	$(6.9 \pm 1.0) \times 10^{-17}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-5}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} K^-$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} K^{*-}$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{-18}$	$(8.9 \pm 1.4) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D^-$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-18}$	$(8.4 \pm 1.3) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D^{*-}$	$(5.1 \pm 0.8) \times 10^{-18}$	$(1.9 \pm 0.3) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D_s^-$	$(6.2 \pm 1.0) \times 10^{-17}$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} D_s^{*-}$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-16}$	$(4.8 \pm 0.7) \times 10^{-5}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-$	$(1.5 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$(2.1 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^-$	$(4.1 \pm 0.7) \times 10^{-18}$	$(5.8 \pm 0.9) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ a_1^-$	$(5.2 \pm 0.8) \times 10^{-18}$	$(7.4 \pm 1.2) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ K^-$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-19}$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ K^{*-}$	$(2.1 \pm 0.3) \times 10^{-19}$	$(3.0 \pm 0.5) \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D^-$	$(2.1 \pm 0.4) \times 10^{-19}$	$(3.0 \pm 0.6) \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D^{*-}$	$(2.6 \pm 0.5) \times 10^{-19}$	$(3.7 \pm 0.6) \times 10^{-8}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D_s^-$	$(5.6 \pm 1.1) \times 10^{-18}$	$(8.0 \pm 1.5) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D_s^{*-}$	$(6.3 \pm 1.1) \times 10^{-18}$	$(8.9 \pm 1.6) \times 10^{-7}$			
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^-$	$(6.9 \pm 1.2) \times 10^{-18}$	$(9.8 \pm 1.8) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^-$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-17}$	$(3.2 \pm 0.5) \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ a_1^-$	$(3.4 \pm 0.5) \times 10^{-17}$	$(4.9 \pm 0.7) \times 10^{-6}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ K^-$	$(5.6 \pm 1.0) \times 10^{-19}$	$(7.9 \pm 1.4) \times 10^{-8}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ K^{*-}$	$(1.2 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D^-$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-7}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D^{*-}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-18}$	$(3.6 \pm 0.5) \times 10^{-7}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D_s^-$	$(3.1 \pm 0.5) \times 10^{-17}$	$(4.4 \pm 0.7) \times 10^{-6}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ D_s^{*-}$	$(6.4 \pm 1.0) \times 10^{-17}$	$(9.1 \pm 1.4) \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ \pi^-$	$(1.3 \pm 0.5) \times 10^{-18}$	$(4.2 \pm 1.7) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ \rho^-$	$(3.5 \pm 1.4) \times 10^{-18}$	$(1.2 \pm 0.5) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ a_1^-$	$(4.4 \pm 1.8) \times 10^{-18}$	$(1.5 \pm 0.6) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ K^-$	$(1.0 \pm 0.4) \times 10^{-19}$	$(3.4 \pm 1.4) \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ K^{*-}$	$(1.8 \pm 0.7) \times 10^{-19}$	$(6.0 \pm 2.4) \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D^-$	$(1.8 \pm 0.8) \times 10^{-19}$	$(5.9 \pm 2.7) \times 10^{-8}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D^{*-}$	$(2.2 \pm 0.9) \times 10^{-19}$	$(7.3 \pm 3.0) \times 10^{-8}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D_s^-$	$(4.7 \pm 2.2) \times 10^{-18}$	$(1.6 \pm 0.7) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ D_s^{*-}$	$(5.2 \pm 2.1) \times 10^{-18}$	$(1.7 \pm 0.7) \times 10^{-6}$			
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^-$	$(4.8 \pm 2.1) \times 10^{-18}$	$(1.6 \pm 0.7) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ \rho^-$	$(1.6 \pm 0.6) \times 10^{-17}$	$(5.2 \pm 2.1) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ a_1^-$	$(2.4 \pm 0.9) \times 10^{-17}$	$(7.9 \pm 2.9) \times 10^{-6}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ K^-$	$(3.9 \pm 1.7) \times 10^{-19}$	$(1.3 \pm 0.6) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ K^{*-}$	$(8.3 \pm 3.2) \times 10^{-19}$	$(2.8 \pm 1.1) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D^-$	$(7.7 \pm 3.0) \times 10^{-19}$	$(2.6 \pm 1.0) \times 10^{-7}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D^{*-}$	$(1.7 \pm 0.6) \times 10^{-18}$	$(5.7 \pm 2.0) \times 10^{-7}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D_s^-$	$(2.1 \pm 0.8) \times 10^{-17}$	$(7.0 \pm 2.7) \times 10^{-6}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c'^+ D_s^{*-}$	$(4.3 \pm 1.5) \times 10^{-17}$	$(1.4 \pm 0.5) \times 10^{-5}$			

表 4-18 与其它工作的对比：非轻衰变的衰变宽度（以 GeV 为单位）。这里的结果与光前夸克模型 (LFQM)<sup>[94]</sup> 的结果作对比。

Table 4-18 Comparison with other works: decay widths for the non-leptonic decays (in units of GeV). The results are compared with those from the light-front quark model (LFQM)<sup>[94]</sup>.

Channel	This work	LFQM <sup>[94]</sup>	Channel	This work	LFQM <sup>[94]</sup>
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^+$	$(4.8 \pm 0.8) \times 10^{-15}$	$8.87 \times 10^{-15}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^-$	$(1.4 \pm 0.3) \times 10^{-18}$	$1.31 \times 10^{-18}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^+$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-14}$	$2.32 \times 10^{-14}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^-$	$(4.4 \pm 0.9) \times 10^{-18}$	$3.91 \times 10^{-18}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$	$(7.9 \pm 1.1) \times 10^{-14}$	$1.57 \times 10^{-13}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^-$	$(2.9 \pm 0.3) \times 10^{-18}$	$1.17 \times 10^{-18}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \rho^+$	$(1.6 \pm 0.2) \times 10^{-13}$	$3.03 \times 10^{-13}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^-$	$(9.4 \pm 1.0) \times 10^{-18}$	$3.82 \times 10^{-18}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^+$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	$5.75 \times 10^{-15}$			
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^+$	$(6.6 \pm 1.2) \times 10^{-15}$	$2.47 \times 10^{-14}$			
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \pi^+$	$(7.9 \pm 1.4) \times 10^{-15}$	$5.74 \times 10^{-15}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-$	$(1.5 \pm 0.2) \times 10^{-18}$	$1.13 \times 10^{-18}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 \rho^+$	$(2.4 \pm 0.4) \times 10^{-14}$	$1.55 \times 10^{-14}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^-$	$(4.1 \pm 0.7) \times 10^{-18}$	$3.31 \times 10^{-18}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \pi^+$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-15}$	$3.08 \times 10^{-15}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \pi^-$	$(6.9 \pm 1.2) \times 10^{-18}$	$1.12 \times 10^{-18}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 \rho^+$	$(4.7 \pm 0.8) \times 10^{-15}$	$1.30 \times 10^{-14}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \rho^-$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-17}$	$3.53 \times 10^{-18}$



## 第五章 总结与展望

在过去的几十年中，重夸克衰变在抽取标准模型的 CKM 参数、理解 CP 破坏机制、理解强相互作用动力学以及因子化定理等方面扮演了非常重要的角色。然而这仅仅是利用了单重味介子或重子的弱衰变。我们期望双重味重子的弱衰变也可以提供同样重要的信息。

2017 年，LHCb 合作组在  $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$  末态观察到了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$  存在的证据。这样一个重大发现毫无疑问将会促进对重子谱以及双重味重子弱衰变的研究。受此启发，本文第三章在光前夸克模型框架下，采用夸克-diquark 图像计算了由  $c \rightarrow d/s$  和  $b \rightarrow u/c$  诱导的自旋为 1/2 的双重味重子到自旋 1/2 和 3/2 重子的跃迁形状因子，计算中既包含了标量 diquark 也包含了轴矢量 diquark 的贡献。采用计算得到的形状因子，我们研究了双重味重子半轻和非轻衰变过程，预言了分宽度、极化等物理量，并讨论了半轻衰变过程中的 SU(3) 味道对称性及其破缺程度。根据计算结果，我们挑选出可以用来探测双重味重子的黄金衰变道，尤其是我们预言：

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+) &= 6.18 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^+ \pi^+) &= 4.33 \times 10^{-2}, \\ \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^* \pi^+) &= 8.70 \times 10^{-3}.\end{aligned}$$

其中  $\Xi_c'^*$  可以衰变为  $\Xi_c^0 \pi^+$ ，而  $\Xi_c^0$  又可以进一步衰变为带电末态。LHCb 合作组在 2018 年已经通过上述第一个过程确认了  $\Xi_{cc}^{++}$  的存在，因此可以预期后两个衰变道也会对双重味重子的研究起到重要作用。

味道改变中性流过程是精确检验标准模型和寻找新物理的理想场所，而双重味重子的发现又为我们提供了一个新的平台。本文 3.3 节在光前夸克模型框架下研究了双重味重子的 FCNC 过程，我们发现， $b \rightarrow s l^+ l^-$  诱导的衰变过程的分支比大多在  $10^{-8} \sim 10^{-7}$  量级，而  $b \rightarrow d l^+ l^-$  诱导的衰变过程大多在  $10^{-9} \sim 10^{-8}$  量级。它们都比相应的介子的 FCNC 过程小一个量级，这是因为双重味重子的寿命比  $B$  介子寿命小一个量级。

第三章采用光前夸克模型的计算中采用了 diquark 图像，两个不参与弱相互作用的旁观者夸克被看作一个弱束缚系统。这个近似极大地简化了计算，并且得到了很多有用的结果。但是同时，由于没有考虑 diquark 中的动力学，这种近似也引进了一些不可控制的系统误差。为了消除这个缺陷，本文第四章致力于在 QCD 求和规则框架下研究双重味重子的弱衰变。为了实现上述目的，4.1 节首先使用 QCD 求和规则计算了双重味重子的“衰变常数”。计算中既考虑了正宇称重子的贡献也考虑了负宇称重子的贡献，但我们发现来自 1/2<sup>-</sup> 重子的污染并不严重。抽取到的“衰变常数”是研究双重味重子弱衰变和其它性质的必要前提。在此基础上，4.2 节首次在 QCD 求和规则框架下计算了双重味重子到单重味重子弱衰变的形状因子。我们计算了微扰、夸克凝聚和夸克-胶子凝聚的贡献，以及部分胶子-胶子凝聚的贡献，并且发现胶子-胶子凝聚的贡献可以忽略。然后计算得到的形状因子被用来研

究半轻和非轻过程。未来的实验测量可以检验这些理论预言，以及检验 QCDSR 应用于双重味重子的合理性。

随着未来 LHCb 实验以及其它实验装置的测量结果越来越多，预期将会出现更多双重味重子弱衰变方面的理论工作。可以预见以下几个方面：

- 在 QCDSR 的计算中，我们初步展示了胶子-胶子凝聚的贡献很小，而对胶子-胶子凝聚贡献的完整计算我们打算留到将来。此外，重子的插入流不是唯一确定的。一个理想的选择是有一个到双重味重子基态的最大投影，这样可以压低来自高激发态和连续谱的贡献，尤其是负宇称重子的贡献。对插入流的依赖以及由此带来的不确定性需要系统地去研究。
- 本文借助 QCDSR 计算了重到轻的跃迁形状因子，我们打算将来继续在 QCDSR 框架下研究重到重的衰变过程。另外一个可能适用的理论框架是非微扰 QCD (NRQCD)。
- QCDSR 的计算中只考虑了矢量流和轴矢流的形状因子，而张量流的形状因子在研究底夸克衰变的 FCNC 过程时也是需要的。
- QCDSR 的计算中只考虑了自旋  $1/2$  的末态，对  $1/2 \rightarrow 3/2$  过程需要单独进行研究。
- 对于非轻衰变，我们只考虑了树图为主的过程。正如在重介子衰变情形，由企鹅图算符诱导的衰变模式可能会有比较大的衰变分支比。
- 对于非轻衰变，我们只考虑了可因子化的贡献，而不可因子化的贡献有时会比较重要。
- QCDSR 框架下形状因子的计算只是在强耦合常数  $\alpha_s$  的领头阶。为了得到更加精确的结果，计算  $\alpha_s$  次领头阶和幂次修正都是有意义的。最近对  $B \rightarrow \gamma \ell \nu$  过程的分析<sup>[144, 145]</sup> 表明幂次修正很可能有比较大的贡献。
- 传统的 QCD 求和规则对短距离作算符乘积展开 (OPE)。在重到轻的跃迁过程中，存在一个大的动量转移，这时光锥 OPE 也是适用的。光锥求和规则的分析对我们的结果将是一个重要的辅助。
- diquark 有效理论。本文第三章和第四章分别借助 LFQM 和 QCDSR 计算了双重味重子弱衰变的形状因子。在借助 QCDSR 的计算中，只是由于重子比介子多了一个夸克的缘故，就直接导致完整 QCD 的计算量变得非常巨大。而在 LFQM 的计算中，由于我们将两个不参与弱相互作用的观察者夸克看成一个 diquark，从而计算大大简化。我们期望从 QCD 第一性原理出发，发展一套 diquark 有效理论。
- 双重味重子寿命的计算。2018 年，LHCb 合作组报道了双粲重子  $\Xi_{cc}^{++}$  寿命的首次测量，实验得到  $\Xi_{cc}^{++}$  的寿命为  $0.256_{-0.022}^{+0.024} \pm 0.014$  ps<sup>[17]</sup>。一方面，实验结果需要理论家能够给出相应的解释；另一方面，寿命的准确预言对于实验上寻找双重味重子意义重大。然而在前文中我们也曾提到，双重味重子的寿命在理论计算上存在很大的不确定性，见表 3-9。最近文献 [84-86] 在双重味重子寿命的理论计算方面做了一些工作。我们打算将来借助 QCDSR 计算高量纲算符矩阵元对重子寿命的贡献。

## 附录 A 螺旋度振幅计算简介

在这个附录中，我们以  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l^- \bar{\nu}$  过程为例简单介绍一下螺旋度振幅方法。  
 $b \rightarrow cl^- \bar{\nu}$  过程的有效哈密顿量为：

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(b \rightarrow cl\bar{\nu}) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} (\bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b) (\bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l). \quad (\text{A-1})$$

$\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l^- \bar{\nu}$  过程的  $S$  矩阵元为：

$$\begin{aligned} & -i \int d^4x \langle \Lambda_c l \bar{\nu} | \mathcal{H}_{\text{eff}}(x) | \Lambda_b \rangle \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \int d^4x \langle \Lambda_c | \bar{c}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b(x) | \Lambda_b \rangle \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l e^{i(p_l + p_\nu) \cdot x} \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \int d^4x \langle \Lambda_c | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Lambda_b \rangle e^{-i(P - P') \cdot x} \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l e^{i(p_l + p_\nu) \cdot x} \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \langle \Lambda_c | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Lambda_b \rangle \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l (2\pi)^4 \delta^4(P - P' - p_l - p_\nu) \\ &\equiv i\mathcal{M} (2\pi)^4 \delta^4(P - P' - p_l - p_\nu). \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l^- \bar{\nu}$  过程的振幅为：

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &\equiv -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \langle \Lambda_c | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Lambda_b \rangle \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} H_\mu L^\mu \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} H^\mu L^\nu g_{\mu\nu} \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \left( H \cdot \epsilon_W^*(t) \times L \cdot \epsilon_W(t) - \sum_{\lambda_W=0,\pm} H \cdot \epsilon_W^*(\lambda_W) \times L \cdot \epsilon_W(\lambda_W) \right). \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

这里  $\epsilon_{W\mu}(t) \equiv \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}$ ，我们用到了矢量粒子的极化矢量求和： $\sum_\lambda \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}$ 。因此我们只需要计算形如  $H \cdot \epsilon_W^*(\lambda_W) \times L \cdot \epsilon_W(\lambda_W)$  的量（螺旋度振幅），其中， $\lambda_W = 0, \pm, t$ 。

### 强子部分

强子部分的振幅定义为：

$$\begin{aligned} H \cdot \epsilon_W^*(\lambda_W) &= \langle \Lambda_c(P', \lambda') | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \Lambda_b(P, \lambda) \rangle \epsilon_{W\mu}^*(\lambda_W) \\ &\equiv H_{\lambda', \lambda_W}^{V-A} = H_{\lambda', \lambda_W}^V - H_{\lambda', \lambda_W}^A, \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

其中,  $\lambda_W = 0, \pm, t$ 。在  $\Lambda_b$  的静止系, 选  $W$  粒子运动方向为  $z$  轴正向。 $\Lambda_b, \Lambda_c, W$  的动量分别记为  $P, P', q$ , 螺旋度分别记为  $\lambda, \lambda', \lambda_W$ , 具体地,

$$\begin{aligned} P^\mu &= (M, \vec{0}), & P'^\mu &= (E', 0, 0, -|\vec{p}_W|), & q^\mu &= (E_W, 0, 0, |\vec{p}_W|), \\ \epsilon_W^\mu(0) &= \frac{1}{\sqrt{q^2}}(|\vec{p}_W|, 0, 0, E_W), & \epsilon_W^\mu(\pm) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), & \epsilon_W^\mu(t) &= \frac{q^\mu}{\sqrt{q^2}}. \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

再由强子矩阵元的参数化 (3-17) 式, 我们得到螺旋度振幅强子部分  $H_{\lambda', \lambda_W}^{V,A}$  的计算结果如下:

$$\begin{aligned} H_{\frac{1}{2}, 0}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M')f_1 - \frac{q^2}{M}f_2 \right), & H_{\frac{1}{2}, 1}^V &= i\sqrt{2Q_-} \left( -f_1 + \frac{M + M'}{M}f_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2}, 0}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M')g_1 + \frac{q^2}{M}g_2 \right), & H_{\frac{1}{2}, 1}^A &= i\sqrt{2Q_+} \left( -g_1 - \frac{M - M'}{M}g_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2}, t}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left( (M - M')f_1 + \frac{q^2}{M}f_3 \right), & H_{\frac{1}{2}, t}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left( (M + M')g_1 - \frac{q^2}{M}g_3 \right), \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

其中  $Q_\pm = (M \pm M')^2 - q^2$ 。相反螺旋度的结果为:

$$H_{-\lambda', -\lambda_W}^{V,A} = \pm H_{\lambda', \lambda_W}^{V,A} \quad (\text{A-7})$$

其中, “+”对应矢量流, “-”对应轴矢流,  $\lambda_W = -t$  理解为  $\lambda_W = t$ 。螺旋度守恒是满足的:

$$\lambda = \lambda_W - \lambda'. \quad (\text{A-8})$$

对  $\lambda_W = t$  的情形, 上式中  $\lambda_W$  取 0。

## 轻子部分

螺旋度振幅的轻子部分为:

$$L \cdot \epsilon_W(\lambda_W) = \bar{l} \not{\epsilon}_W(\lambda_W)(1 - \gamma_5) \nu_l, \quad (\text{A-9})$$

其中,  $\lambda_W = 0, \pm, t$ 。

我们采用旋量约定为<sup>[93]</sup>:

$$u(\vec{p}, 1/2) = N_p \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \frac{|\vec{p}|}{E+m} \phi^1 \end{pmatrix}, \quad u(\vec{p}, -1/2) = N_p \begin{pmatrix} \phi^2 \\ -\frac{|\vec{p}|}{E+m} \phi^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A-10})$$

这里  $N_p = \sqrt{E + m}$ ,  $\phi^1 = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} e^{-i\phi/2}$ ,  $\phi^2 = \begin{pmatrix} -e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} e^{i\phi/2}$ 。反费米子旋量由  $v(\vec{p}, s) = -i\gamma^2(u(\vec{p}, s))^*$  给出<sup>[146]</sup>, 具体为:

$$v(\vec{p}, 1/2) = N_p \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+m} \phi^2 \\ -\phi^2 \end{pmatrix}, \quad v(\vec{p}, -1/2) = N_p \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+m} \phi^1 \\ \phi^1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A-11})$$

将上述旋量表达式应用到我们正在考虑的问题：在  $W$  粒子的静止系中，定义  $\Lambda_b$  运动反方向为  $z$  轴正向， $l^-$  的动量方向为  $(\theta_l, 0)$ ， $\bar{\nu}$  的动量方向为  $(\pi - \theta_l, \pi)$ 。我们得到螺旋度振幅轻子部分的结果：

$$\bar{u}(1/2)\not{\epsilon}_W(0)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i \cos \theta_l \sqrt{q^2 - m_l^2} \frac{2m_l}{\sqrt{q^2}}, \quad (\text{A-12})$$

$$\bar{u}(1/2)\not{\epsilon}_W(+)(1 - \gamma_5)v(1/2) = (-i) \sin \theta_l \sqrt{q^2 - m_l^2} \frac{\sqrt{2}m_l}{\sqrt{q^2}}, \quad (\text{A-13})$$

$$\bar{u}(1/2)\not{\epsilon}_W(-)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i \sin \theta_l \sqrt{q^2 - m_l^2} \frac{\sqrt{2}m_l}{\sqrt{q^2}}, \quad (\text{A-14})$$

$$\bar{u}(1/2)\not{\epsilon}_W(t)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i \sqrt{q^2 - m_l^2} \frac{2m_l}{\sqrt{q^2}}, \quad (\text{A-15})$$

$$\bar{u}(-1/2)\not{\epsilon}_W(0)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i(-2 \sin \theta_l) \sqrt{q^2 - m_l^2}, \quad (\text{A-16})$$

$$\bar{u}(-1/2)\not{\epsilon}_W(+)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i\sqrt{2}(1 - \cos \theta_l) \sqrt{q^2 - m_l^2}, \quad (\text{A-17})$$

$$\bar{u}(-1/2)\not{\epsilon}_W(-)(1 - \gamma_5)v(1/2) = i\sqrt{2}(1 + \cos \theta_l) \sqrt{q^2 - m_l^2}, \quad (\text{A-18})$$

$$\bar{u}(-1/2)\not{\epsilon}_W(t)(1 - \gamma_5)v(1/2) = 0. \quad (\text{A-19})$$

## 极化振幅

螺旋度振幅  $\mathcal{M}$  是  $(\lambda', \lambda_l, \lambda_W)$  的函数。纵向极化振幅 ( $\lambda_W = 0, t$ ) 模方为：

$$\left( \overline{|\mathcal{M}|^2} \right)_L = \frac{1}{2} \sum_{\lambda', \lambda_l = \pm \frac{1}{2}} (|\mathcal{M}(\lambda', \lambda_l, 0)|^2 + |\mathcal{M}(\lambda', \lambda_l, t)|^2), \quad (\text{A-20})$$

横向极化振幅 ( $\lambda_W = \pm$ ) 模方为：

$$\left( \overline{|\mathcal{M}|^2} \right)_T = \frac{1}{2} \sum_{\lambda', \lambda_l = \pm \frac{1}{2}} (|\mathcal{M}(\lambda', \lambda_l, 1)|^2 + |\mathcal{M}(\lambda', \lambda_l, -1)|^2), \quad (\text{A-21})$$

这里 1/2 来自对初态自旋取平均。

## 相空间积分

定义  $n$  体相空间  $d\Phi_n$ ：

$$d\Phi_n(P; p_1, p_2, \dots, p_n) \equiv \delta^4(P - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}. \quad (\text{A-22})$$

一般地，衰变宽度可以通过下面的方式进行计算：

$$d\Gamma = \frac{1}{2M} d\Phi_3(P; P', p_l, p_\nu) (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2M} d\Phi_2(P; P', q) d\Phi_2(q; p_l, p_\nu) (2\pi)^3 dq^2 (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2 \\
 &= \frac{1}{2M} \times \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{|\vec{p}_V|}{4M} \cdot 4\pi \times \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{|\vec{p}_l| d\cos\theta_l}{4\sqrt{q^2}} \cdot 2\pi \times (2\pi)^3 dq^2 \times (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{A-23})
 \end{aligned}$$

从而

$$\frac{d^2\Gamma}{dq^2 d\cos\theta_l} = \frac{|\vec{p}_V||\vec{p}_l|}{16(2\pi)^3 M^2 \sqrt{q^2}} |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{A-24})$$

将衰变宽度对角度的依赖积出，这样就得到了微分衰变宽度：

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{|\vec{p}_V||\vec{p}_l|}{16(2\pi)^3 M^2 \sqrt{q^2}} \int d\cos\theta_l |\mathcal{M}|^2. \quad (\text{A-25})$$

具体到  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l^- \bar{\nu}$  过程，对于纵向极化的衰变宽度

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Gamma_L}{dq^2} &= \frac{G_F^2}{2} |V_{cb}|^2 \times \frac{|\vec{p}_V|(q^2 - m_l^2)}{2 \cdot 16(2\pi)^3 M^2 q^2} \\
 &\times \frac{4(-m_l^2 + q^2) \left( (m_l^2 + 2q^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}|^2) + 3m_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}|^2) \right)}{3q^2} \\
 &= \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 p q^2 (1 - \hat{m}_l^2)^2}{384\pi^3 M^2} \left( (2 + \hat{m}_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}|^2) + 3\hat{m}_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}|^2) \right), \quad (\text{A-26})
 \end{aligned}$$

对于横向极化的衰变宽度

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Gamma_T}{dq^2} &= \frac{G_F^2}{2} |V_{cb}|^2 \times \frac{|\vec{p}_V|(q^2 - m_l^2)}{2 \cdot 16(2\pi)^3 M^2 q^2} \\
 &\times \frac{4(-m_l^2 + q^2)(m_l^2 + 2q^2)(|H_{-\frac{1}{2},-1}|^2 + |H_{\frac{1}{2},1}|^2)}{3q^2} \\
 &= \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 p q^2 (1 - \hat{m}_l^2)^2 (2 + \hat{m}_l^2)}{384\pi^3 M^2} (|H_{-\frac{1}{2},-1}|^2 + |H_{\frac{1}{2},1}|^2), \quad (\text{A-27})
 \end{aligned}$$

其中， $\hat{m}_l^2 = m_l^2/q^2$ 。

## 参考文献

- [1] Tanabashi M, et al. Review of Particle Physics[J]. Phys. Rev., 2018, D98(3): 030001.
- [2] 肖振军, 吕才典. 粒子物理学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2016: 1-452.
- [3] Aubert B, et al. Measurement of CP violating asymmetries in  $B^0$  decays to CP eigenstates[J]. Phys. Rev. Lett., 2001, 86: 2515-2522.
- [4] Abe K, et al. Observation of large CP violation in the neutral  $B$  meson system[J]. Phys. Rev. Lett., 2001, 87: 091802.
- [5] Aad G, et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC[J]. Phys. Lett., 2012, B716: 1-29.
- [6] Chatrchyan S, et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC[J]. Phys. Lett., 2012, B716: 30-61.
- [7] Gell-Mann M. A Schematic Model of Baryons and Mesons[J]. Phys. Lett., 1964, 8: 214-215.
- [8] Patrignani C, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin. Phys., 2016, C40(10): 100001.
- [9] Mattson M, et al. First Observation of the Doubly Charmed Baryon  $\Xi_{cc}^+$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 89: 112001.
- [10] Ocherashvili A, et al. Confirmation of the double charm baryon  $\Xi_{cc}^+(3520)$  via its decay to  $p D^+ K^-$ [J]. Phys. Lett., 2005, B628: 18-24.
- [11] Kato Y, et al. Search for doubly charmed baryons and study of charmed strange baryons at Belle[J]. Phys. Rev., 2014, D89(5): 052003.
- [12] Aaij R, et al. Search for the doubly charmed baryon  $\Xi_{cc}^+$ [J]. JHEP, 2013, 12: 090.
- [13] Aubert B, et al. Search for doubly charmed baryons  $\Xi_{cc}^+$  and  $\Xi_{cc}^{++}$  in BABAR[J]. Phys. Rev., 2006, D74: 011103.
- [14] Ratti S P. New results on  $c$ -baryons and a search for  $cc$ -baryons in FOCUS[J]. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 2003, 115: 33-36.
- [15] Aaij R, et al. Observation of the doubly charmed baryon  $\Xi_{cc}^{++}$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(11): 112001.
- [16] Traill M T. Spectroscopy of doubly-heavy baryons at LHCb[J]. PoS, 2018, Hadron2017: 067.

- [17] Aaij R, et al. Measurement of the Lifetime of the Doubly Charmed Baryon  $\Xi_{cc}^{++}$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 121(5): 052002.
- [18] Aaij R, et al. First Observation of the Doubly Charmed Baryon Decay  $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 121(16): 162002.
- [19] Guo X H, Jin H Y, Li X Q. Weak semileptonic decays of heavy baryons containing two heavy quarks[J]. Phys. Rev., 1998, D58: 114007.
- [20] Sanchis-Lozano M A. Weak decays of doubly heavy hadrons[J]. Nucl. Phys., 1995, B440: 251-278.
- [21] Faessler A, Gutsche T, Ivanov M A, et al. Semileptonic decays of double heavy baryons[J]. Phys. Lett., 2001, B518: 55-62.
- [22] Egolf D A, Springer R P, Urban J. SU(3) predictions for weak decays of doubly heavy baryons including SU(3) breaking terms[J]. Phys. Rev., 2003, D68: 013003.
- [23] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, et al. Semileptonic decays of doubly heavy baryons in the relativistic quark model[J]. Phys. Rev., 2004, D70: 014018.
- [24] Albertus C, Hernandez E, Nieves J, et al. Doubly heavy quark baryon spectroscopy and semileptonic decay[J]. Eur. Phys. J., 2007, A31: 691-694.
- [25] Hernandez E, Nieves J, Verde-Velasco J M. Heavy quark symmetry constraints on semileptonic form-factors and decay widths of doubly heavy baryons[J]. Phys. Lett., 2008, B663: 234-241.
- [26] Flynn J M, Nieves J. Semileptonic bc to cc Baryon Decay and Heavy Quark Spin Symmetry[J]. Phys. Rev., 2007, D76: 017502.
- [27] Albertus C, Hernandez E, Nieves J. Hyperfine mixing in b  $\rightarrow$  c semileptonic decay of doubly heavy baryons[J]. Phys. Lett., 2010, B683: 21-25.
- [28] Faessler A, Gutsche T, Ivanov M A, et al. Semileptonic decays of double heavy baryons in a relativistic constituent three-quark model[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 034025.
- [29] Li R H, Lü C D, Wang W, et al. Doubly-heavy baryon weak decays:  $\Xi_{bc}^0 \rightarrow pK^-$  and  $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}(2520)K^-$ [J]. Phys. Lett., 2017, B767: 232-235.
- [30] Yu F S, Jiang H Y, Li R H, et al. Discovery Potentials of Doubly Charmed Baryons[J]. Chin. Phys., 2018, C42(5): 051001.
- [31] Jaus W. Covariant analysis of the light front quark model[J]. Phys. Rev., 1999, D60: 054026.
- [32] Jaus W. Semileptonic Decays of B and d Mesons in the Light Front Formalism[J]. Phys. Rev., 1990, D41: 3394.



- [33] Jaus W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons[J]. Phys. Rev., 1991, D44: 2851-2859.
- [34] Cheng H Y, Cheung C Y, Hwang C W. Mesonic form-factors and the Isgur-Wise function on the light front[J]. Phys. Rev., 1997, D55: 1559-1577.
- [35] Cheng H Y, Chua C K, Hwang C W. Covariant light front approach for s wave and p wave mesons: Its application to decay constants and form-factors[J]. Phys. Rev., 2004, D69: 074025.
- [36] Cheng H Y, Chua C K. Covariant light front approach for  $B \rightarrow K^* \gamma$ ,  $K(1) \gamma$ ,  $K^*(2) \gamma$  decays[J]. Phys. Rev., 2004, D69: 094007.
- [37] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Whether new data on  $D(s) \rightarrow f(0)(980) e^+ \nu(e)$  can be understood if  $f(0)(980)$  consists of only the conventional  $q \bar{q}$  structure[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 074030.
- [38] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Determining the  $\eta - \eta'$  mixing by the newly measured  $BR(D(D_s) \rightarrow \eta(\eta') + \bar{l} + \nu_l)$ [J]. Eur. Phys. J., 2010, C69: 133-138.
- [39] Cheng H Y, Chua C K. B to V, A, T Tensor Form Factors in the Covariant Light-Front Approach: Implications on Radiative B Decays[J]. Phys. Rev., 2010, D81: 114006.
- [40] Lu C D, Wang W, Wei Z T. Heavy-to-light form factors on the light cone[J]. Phys. Rev., 2007, D76: 014013.
- [41] Wang W, Shen Y L, Lu C D. The Study of  $B(c) \rightarrow X(3872) \pi^- (K^-)$  decays in the covariant light-front approach[J]. Eur. Phys. J., 2007, C51: 841-847.
- [42] Wang W, Shen Y L, Lu C D. Covariant Light-Front Approach for  $B(c)$  transition form factors[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 054012.
- [43] Wang W, Shen Y L.  $D_s \rightarrow K, K^*, \phi$  form factors in the Covariant Light-Front Approach and Exclusive  $D_s$  Decays[J]. Phys. Rev., 2008, D78: 054002.
- [44] Wang X X, Wang W, Lu C D.  $B(c)$  to P-Wave Charmonia Transitions in Covariant Light-Front Approach[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 114018.
- [45] Chen C H, Shen Y L, Wang W.  $|V(ub)|$  and  $B \rightarrow \eta(\eta')$  Form Factors in Covariant Light Front Approach[J]. Phys. Lett., 2010, B686: 118-123.
- [46] Li G, Shao F I, Wang W.  $B_s \rightarrow D_s(3040)$  form factors and  $B_s$  decays into  $D_s(3040)$ [J]. Phys. Rev., 2010, D82: 094031.
- [47] Verma R C. Decay constants and form factors of s-wave and p-wave mesons in the covariant light-front quark model[J]. J. Phys., 2012, G39: 025005.

- [48] Shi Y J, Wang W, Zhao Z X.  $B_c \rightarrow B_{sJ}$  form factors and  $B_c$  decays into  $B_{sJ}$  in covariant light-front approach[J]. Eur. Phys. J., 2016, C76(10): 555.
- [49] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Diquarks and Lambda(b)  $\rightarrow$  Lambda(c) weak decays[J]. Phys. Rev., 2008, D77: 014020.
- [50] Wei Z T, Ke H W, Li X Q. Evaluating decay Rates and Asymmetries of Lambda(b) into Light Baryons in LFQM[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 094016.
- [51] Ke H W, Yuan X H, Li X Q, et al.  $\Sigma_b \rightarrow \Sigma_c$  and  $\Omega_b \rightarrow \Omega_c$  weak decays in the light-front quark model[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 114005.
- [52] Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. QCD and Resonance Physics. Theoretical Foundations[J]. Nucl. Phys., 1979, B147: 385-447.
- [53] Colangelo P, Khodjamirian A. QCD sum rules, a modern perspective[J], 2000: 1495-1576.
- [54] Reinders L J, Yazaki S. A QCD Sum Rule Calculation of the  $K^0 \bar{K}^0$  Mixing Parameter  $B$ [J]. Nucl. Phys., 1987, B288: 789-799.
- [55] Castillo H, Dominguez C A, Loewe M. Electromagnetic nucleon form-factors from QCD sum rules[J]. JHEP, 2005, 03: 012.
- [56] Kiselev V V, Tkabladze A V. Determining the Axial Decay Constant of  $B(c)$  Meson From QCD Sum Rules[J]. Sov. J. Nucl. Phys., 1989, 50: 1063-1064.
- [57] Narison S. Decay Constants of the B and D Mesons from QCD Duality Sum Rules[J]. Phys. Lett., 1987, B198: 104-112.
- [58] Bilic N, Dominguez C A, Guberina B. QCD Calculation of  $K^0 \bar{K}^0$  Mixing From Three Point Function Sum Rules[J]. Z. Phys., 1988, C39: 351.
- [59] Reinders L J, Yazaki S. A QCD Sum Rule Calculation of the  $B\bar{B}$  Mixing Matrix Element (Anti- $b_0 / O(\Delta B = 2) / B_0$ ) [J]. Phys. Lett., 1988, B212: 245-250.
- [60] Penin A A, Steinhauser M. Heavy light meson decay constant from QCD sum rules in three loop approximation[J]. Phys. Rev., 2002, D65: 054006.
- [61] Neubert M. Heavy meson form-factors from QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 1992, D45: 2451-2466.
- [62] Colangelo P, Nardulli G, Paver N. QCD sum rules calculation of B(c) decays[J]. Z. Phys., 1993, C57: 43-50.
- [63] 黄涛, 王伟, 等. 量子色动力学专题[M]. 北京: 科学出版社, 2018: 1-607.
- [64] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, et al. Heavy baryons in the relativistic quark model[J]. Z. Phys., 1997, C76: 111-115.

- [65] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, et al. Mass spectra of doubly heavy baryons in the relativistic quark model[J]. Phys. Rev., 2002, D66: 014008.
- [66] Roberts W, Pervin M. Heavy baryons in a quark model[J]. Int. J. Mod. Phys., 2008, A23: 2817-2860.
- [67] Karlner M, Rosner J L. Baryons with two heavy quarks: Masses, production, decays, and detection[J]. Phys. Rev., 2014, D90(9): 094007.
- [68] He D H, Qian K, Ding Y B, et al. Evaluation of spectra of baryons containing two heavy quarks in bag model[J]. Phys. Rev., 2004, D70: 094004.
- [69] Zhang J R, Huang M Q. Doubly heavy baryons in QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 2008, D78: 094007.
- [70] Wang Z G. Analysis of the Triply Heavy Baryon States with QCD Sum Rules[J]. Commun. Theor. Phys., 2012, 58: 723-731.
- [71] Aliev T M, Azizi K, Savci M. Masses and Residues of the Triply Heavy Spin-1/2 Baryons[J]. JHEP, 2013, 04: 042.
- [72] Aliev T M, Azizi K, Savc M. Properties of triply heavy spin-3/2 baryons[J]. J. Phys., 2014, G41: 065003.
- [73] Chen H X, Mao Q, Chen W, et al. Establishing low-lying doubly charmed baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(3): 031501.
- [74] Flynn J M, Hernandez E, Nieves J. Triply Heavy Baryons and Heavy Quark Spin Symmetry[J]. Phys. Rev., 2012, D85: 014012.
- [75] Meinel S. Excited-state spectroscopy of triply-bottom baryons from lattice QCD[J]. Phys. Rev., 2012, D85: 114510.
- [76] Padmanath M, Edwards R G, Mathur N, et al. Spectroscopy of triply-charmed baryons from lattice QCD[J]. Phys. Rev., 2014, D90(7): 074504.
- [77] Brown Z S, Detmold W, Meinel S, et al. Charmed bottom baryon spectroscopy from lattice QCD[J]. Phys. Rev., 2014, D90(9): 094507.
- [78] Anikeev K, et al. *B* physics at the Tevatron: Run II and beyond[C/OL]//Workshop on B Physics at the Tevatron: Run II and Beyond Batavia, Illinois, September 23-25, 1999. [S.l. : s.n.], 2001. [http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find\\_paper.pl?pub-01-197](http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?pub-01-197).
- [79] Kiselev V V, Likhoded A K. Baryons with two heavy quarks[J]. Phys. Usp., 2002, 45: 455-506.
- [80] Guberina B, Melic B, Stefancic H. Inclusive decays and lifetimes of doubly charmed baryons[J]. Eur. Phys. J., 1999, C9: 213-219.

- [81] Kiselev V V, Likhoded A K, Onishchenko A I. Lifetimes of doubly charmed baryons:  $\Xi(cc)^+$  and  $\Xi(cc)^{++}$ [J]. Phys. Rev., 1999, D60: 014007.
- [82] Chang C H, Li T, Li X Q, et al. Lifetime of doubly charmed baryons[J]. Commun. Theor. Phys., 2008, 49: 993-1000.
- [83] Berezhnoy A V, Likhoded A K. Doubly heavy baryons[J]. Phys. Atom. Nucl., 2016, 79(2): 260-265.
- [84] Cheng H Y. Phenomenological Study of Heavy Hadron Lifetimes[J]. JHEP, 2018, 11: 014.
- [85] Cheng H Y, Shi Y L. Lifetimes of Doubly Charmed Baryons[J]. Phys. Rev., 2018, D98(11): 113005.
- [86] Cheng H Y, Xu F. Lifetimes of Doubly Heavy Baryons  $\mathcal{B}_{bb}$  and  $\mathcal{B}_{bc}$ [J]., 2019.
- [87] Carrasco N, et al. Leptonic decay constants  $f_K$ ,  $f_D$ , and  $f_{D_s}$  with  $N_f = 2 + 1 + 1$  twisted-mass lattice QCD[J]. Phys. Rev., 2015, D91(5): 054507.
- [88] Beirevi D, Duplani G, Klajn B, et al. Lattice QCD and QCD sum rule determination of the decay constants of  $\eta_c$ ,  $J/\psi$  and  $h_c$  states[J]. Nucl. Phys., 2014, B883: 306-327.
- [89] Wang W. Hindered Magnetic Dipole Transition in the Covariant Light-Front Approach[J]., 2010.
- [90] Thakkar K, Shah Z, Rai A K, et al. Excited State Mass spectra and Regge trajectories of Bottom Baryons[J]. Nucl. Phys., 2017, A965: 57-73.
- [91] Li H n, Lu C D, Yu F S. Branching ratios and direct CP asymmetries in  $D \rightarrow PP$  decays[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 036012.
- [92] Wang W, Xing Z P, Xu J. Weak Decays of Doubly Heavy Baryons: SU(3) Analysis[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(11): 800.
- [93] Auvil P R, Brehm J J. Wave Functions for Particles of Higher Spin[J]. Phys. Rev., 1966, 145(4): 1152.
- [94] Wang W, Yu F S, Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the  $1/2 \rightarrow 1/2$  case[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(11): 781.
- [95] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev. Mod. Phys., 1996, 68: 1125-1144.
- [96] Li R H, Lu C D, Wang W. Branching Ratios, Forward-backward Asymmetry and Angular Distributions of  $B \rightarrow K(1)l+l-$  Decays[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 094024.
- [97] Lu C D, Wang W. Analysis of  $B \rightarrow K_J^*(\rightarrow K\pi)\mu^+\mu^-$  in the higher kaon resonance region[J]. Phys. Rev., 2012, D85: 034014.

- [98] Giri A K, Mohanta R. Study of FCNC mediated Z boson effect in the semileptonic rare baryonic decays  $\Lambda(b) \rightarrow \Lambda l^+ l^-$ [J]. Eur. Phys. J., 2006, C45: 151-158.
- [99] Buras A J, Munz M. Effective Hamiltonian for  $B \rightarrow X(s) e^+ e^-$  beyond leading logarithms in the NDR and HV schemes[J]. Phys. Rev., 1995, D52: 186-195.
- [100] Ke H W, Hao N, Li X Q.  $\Sigma_b \rightarrow \Sigma_c^*$  weak decays in the light-front quark model with two schemes to deal with the polarization of diquark[J], 2017.
- [101] Manohar A V, Wise M B. Heavy quark physics[J]. Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol., 2000, 10: 1-191.
- [102] Huang C S, Yan H G. Exclusive rare decays of heavy baryons to light baryons:  $\Lambda(b) \rightarrow \Lambda \gamma$  and  $\Lambda(b) \rightarrow \Lambda l^+ l^-$ [J]. Phys. Rev., 1999, D59: 114022.
- [103] Chen C H, Geng C Q. Lepton asymmetries in heavy baryon decays of  $\Lambda(b) \rightarrow \Lambda \text{lepton}^+ \text{lepton}^-$ [J]. Phys. Lett., 2001, B516: 327-336.
- [104] Chen C H, Geng C Q. Rare  $\Lambda(b) \rightarrow \Lambda \text{lepton}^+ \text{lepton}^-$  decays with polarized  $\Lambda$ [J]. Phys. Rev., 2001, D63: 114024.
- [105] Li H S, Meng L, Liu Z W, et al. Magnetic moments of the doubly charmed and bottom baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(7): 076011.
- [106] Meng L, Li N, Zhu S I. Possible hadronic molecules composed of the doubly charmed baryon and nucleon[J]. Eur. Phys. J., 2018, A54(9): 143.
- [107] Karliner M, Rosner J L. Discovery of doubly-charmed  $\Xi_{cc}$  baryon implies a stable  $(bb\bar{u}\bar{d})$  tetraquark[J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(20): 202001.
- [108] Gutsche T, Ivanov M A, Körner J G, et al. Decay chain information on the newly discovered double charm baryon state  $\Xi_{cc}^{++}$ [J]. Phys. Rev., 2017, D96(5): 054013.
- [109] Li H S, Meng L, Liu Z W, et al. Radiative decays of the doubly charmed baryons in chiral perturbation theory[J]. Phys. Lett., 2018, B777: 169-176.
- [110] Guo Z H. Prediction of exotic doubly charmed baryons within chiral effective field theory[J]. Phys. Rev., 2017, D96(7): 074004.
- [111] Lü Q F, Wang K L, Xiao L Y, et al. Mass spectra and radiative transitions of doubly heavy baryons in a relativized quark model[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 114006.
- [112] Xiao L Y, Wang K L, Lu Q f, et al. Strong and radiative decays of the doubly charmed baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(9): 094005.
- [113] Sharma N, Dhir R. Estimates of W-exchange contributions to  $\Xi_{cc}$  decays[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 113006.

- [114] Ma Y L, Harada M. Chiral partner structure of doubly heavy baryons with heavy quark spin-flavor symmetry[J]. *J. Phys.*, 2018, G45(7): 075006.
- [115] Meng L, Li H S, Liu Z W, et al. Magnetic moments of the spin- $\frac{3}{2}$  doubly heavy baryons[J]. *Eur. Phys. J.*, 2017, C77(12): 869.
- [116] Wang C Y, Meng C, Ma Y Q, et al. NLO effects for doubly heavy baryons in QCD sum rules[J]. *Phys. Rev.*, 2019, D99(1): 014018.
- [117] Shi Y J, Wang W, Xing Y, et al. Weak Decays of Doubly Heavy Baryons: Multi-body Decay Channels[J]. *Eur. Phys. J.*, 2018, C78(1): 56.
- [118] Xiao L Y, Lü Q F, Zhu S L. Strong decays of the 1P and 2D doubly charmed states[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(7): 074005.
- [119] Yao X, Müller B. Doubly charmed baryon production in heavy ion collisions[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(7): 074003.
- [120] Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the  $1/2 \rightarrow 3/2$  case[J]. *Eur. Phys. J.*, 2018, C78(9): 756.
- [121] Xing Z P, Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the FCNC processes[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(5): 056002.
- [122] Wang Z G. Analysis of the  $\frac{1}{2}^+$  doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. *Eur. Phys. J.*, 2010, A45: 267-274.
- [123] Wang Z G. Analysis of the  $1/2^-$  and  $3/2^-$  heavy and doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. *Eur. Phys. J.*, 2011, A47: 81.
- [124] Wang Z G. Analysis of the  $\frac{3}{2}^+$  heavy and doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. *Eur. Phys. J.*, 2010, C68: 459-472.
- [125] Aliev T M, Azizi K, Savci M. Doubly Heavy Spin- $1/2$  Baryon Spectrum in QCD[J]. *Nucl. Phys.*, 2012, A895: 59-70.
- [126] Aliev T M, Azizi K, Savci M. The masses and residues of doubly heavy spin- $3/2$  baryons[J]. *J. Phys.*, 2013, G40: 065003.
- [127] Braun V, Fries R J, Mahnke N, et al. Higher twist distribution amplitudes of the nucleon in QCD[J]. *Nucl. Phys.*, 2000, B589: 381-409.
- [128] Jido D, Kodama N, Oka M. Negative parity nucleon resonance in the QCD sum rule[J]. *Phys. Rev.*, 1996, D54: 4532-4536.
- [129] Khodjamirian A, Klein C, Mannel T, et al. Form Factors and Strong Couplings of Heavy Baryons from QCD Light-Cone Sum Rules[J]. *JHEP*, 2011, 09: 106.

- [130] Reinders L J, Rubinstein H, Yazaki S. Hadron Properties from QCD Sum Rules[J]. Phys. Rept., 1985, 127: 1.
- [131] Colangelo P, Dominguez C A, Nardulli G, et al. On the b quark kinetic energy in  $\Lambda(b)$ [J]. Phys. Rev., 1996, D54: 4622-4628.
- [132] Wang Z G. Analysis of the  $X(5568)$  as scalar tetraquark state in the diquark-antidiquark model with QCD sum rules[J]. Commun. Theor. Phys., 2016, 66(3): 335-339.
- [133] Wang Z G. Analysis of the vector and axialvector  $B_c$  mesons with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2013, A49: 131.
- [134] Onishchenko A I. Exclusive decays of  $\Xi(QQ')$  baryons in NRQCD sum rules[J], 2000.
- [135] Onishchenko A I. Inclusive and exclusive decays of doubly heavy baryons[C]//5th International Workshop on Heavy Quark Physics Dubna, Russia, April 6-8, 2000. [S.l. : s.n.], 2000.
- [136] Hu X H, Shen Y L, Wang W, et al. Weak decays of doubly heavy baryons: "decay constants"[J]. Chin. Phys., 2018, C42(12): 123102.
- [137] Ioffe B L. QCD at low energies[J]. Prog. Part. Nucl. Phys., 2006, 56: 232-277.
- [138] Wang Z G. Analysis of the  $\frac{1}{2}^{\pm}$  antitriplet heavy baryon states with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2010, C68: 479-486.
- [139] Wang Z G. Reanalysis of the heavy baryon states  $\Omega(b)$ ,  $\Omega(c)$ ,  $\Xi'(b)$ ,  $\Xi'(c)$ ,  $\Sigma(b)$  and  $\Sigma(c)$  with QCD sum rules[J]. Phys. Lett., 2010, B685: 59-66.
- [140] Ball P, Braun V M, Dosch H G. Form-factors of semileptonic D decays from QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 1991, D44: 3567-3581.
- [141] Perez-Marcial R, Huerta R, Garcia A, et al. Predictions for Semileptonic Decays of Charm Baryons. 2. Nonrelativistic and MIT Bag Quark Models[J]. Phys. Rev., 1989, D40: 2955.
- [142] Carson L J, Oakes R J, Willcox C R. Induced Second Class Form-factors in  $\Sigma^-$  Beta Decay[J]. Phys. Rev., 1986, D33: 1356.
- [143] Albertus C, Hernandez E, Nieves J. Semileptonic Decays of Spin-1/2 Doubly Charmed Baryons[J]. PoS, 2012, QNP2012: 073.
- [144] Wang Y M, Shen Y L. Subleading-power corrections to the radiative leptonic  $B \rightarrow \gamma l \nu$  decay in QCD[J]. JHEP, 2018, 05: 184.
- [145] Shen Y L, Zou Z T, Wei Y B. Subleading power corrections to  $B \rightarrow \gamma l \nu$  decay in PQCD approach[J]. Phys. Rev., 2019, D99(1): 016004.
- [146] Peskin M E, Schroeder D V. An Introduction to quantum field theory[M/OL]. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995. <http://www.slac.stanford.edu/~mpeskin/QFT.html>.





## 致 谢

一转眼已在交大待了近四年。回首往昔，往事仍历历在目。博士第一年，跟施瑛基同学一块推 Peskin 的量子场论，王伟老师亲自把关。我跟施瑛基轮流在白板上推导公式。有点遗憾的是我们做 Peskin 的习题始终停留在 60% 到 70% 左右的样子。但是无论如何，我们算是有了一点量子场论的基础。

从 2016 年 11 月初的重味物理会议开始，我博士阶段的主题就转到了双重味重子。如果说以前推导 Peskin 是在学习各种工具--锄头、铁锹等等如何使用，那么研究双重味重子这样一个具体的领域就好比是开垦一块荒地。很明显，这是两种不同的维度，一个横向，一个纵向。在可预见的今后几年，我的研究课题仍将以双重味重子为主。

回首往昔，内心充满感恩。首先感谢我的导师王伟老师，感谢他耐心的指导，感谢他带领我们走入重味物理领域。感谢黄涛研究员、李学潜教授、吕才典研究员同意担任我正在申请的内蒙古大学骏马计划的评审专家。本科阶段，我就看过黄涛老师参与撰写的《21 世纪 100 个科学难题》，这对我后来选择粒子物理专业，起到了潜移默化的作用。感谢陈列文教授、韩柯特别研究员在我申请国家奖学金时给予的支持。感谢杨海军教授，杨老师的粒子物理课形象生动，我收获颇多。感谢赵玉民教授，他讲授的原子核理论课程让我对该领域有了一个概括的了解。感谢兰州大学的于福升教授，他是双重味重子弱衰变理论研究方面的牵头人之一。感谢内蒙古大学的李润辉副教授，我们目前主要的研究课题都是双重味重子弱衰变。感谢华北电力大学的王志刚教授，向他请教 QCDSR 让我受益匪浅。感谢王玉明教授，向他请教 QCDSR 方面的计算，让人茅塞顿开。还要感谢我硕士阶段的导师李世渊教授，在他的指引下，我迈入了向往已久的高能物理领域的大门。感谢薛颖老师、鲁佳铭老师、梁钦老师。感谢赵帅博士，他深厚的理论功底、游山玩水的闲情逸致，让人羡慕。感谢朱瑞林博士，在沧源二村的一个月，我们是室友。感谢我的同学施瑛基，跟他的讨论让我受益匪浅。感谢我的同学邢晔、师弟徐吉、邢志鹏、邓志福，师妹胡晓会。感谢办公室所有其他师弟和师妹。此外，还要感谢参加重味物理等会议的一众伙伴，他们是：王超、魏焰冰、张其安、李华东、周四红、李亚、华俊、崔博言，等等。跟他们在一起的时光，总是让人觉得短暂，在科研这条路上，有了他们的陪伴，不再觉得孤单。听说有的伙伴要转行，让人觉得实在可惜！

2018 年上半年，我接连发了 4 篇文章，并且申请到了国家奖学金，在科研方面开始有一些想法，这应该就是科研方面渐趋成熟的标志吧。但是我很清楚，我不懂的还太多太多。每年申请奖学金，结尾致谢都是：感谢我的导师王伟老师！感谢交大提供的学习生活环境！

最后要感谢我的父母，感谢一直以来，他们给予我的支持。希望母亲的病能够好转。感谢我的妻子，感谢她的支持与陪伴。我爱你们！



## 攻读学位期间发表以及完成的学术论文

- [1] W. WANG AND **Z. X. Zhao**. Production of  $a_1$  in heavy meson decays[J]. Eur. Phys. J. C **76**, no. 2, 59 (2016).
- [2] Y. J. SHI, W. WANG AND **Z. X. Zhao**.  $B_c \rightarrow B_{sJ}$  form factors and  $B_c$  decays into  $B_{sJ}$  in covariant light-front approach[J]. Eur. Phys. J. C **76**, no. 10, 555 (2016).
- [3] F. S. YU, H. Y. JIANG, R. H. LI, C. D. LÜ, W. WANG AND **Z. X. Zhao**. Discovery Potentials of Doubly Charmed Baryons[J]. Chin. Phys. C **42**, no. 5, 051001 (2018).
- [4] W. WANG, F. S. YU AND **Z. X. Zhao**. Weak decays of doubly heavy baryons: the  $1/2 \rightarrow 1/2$  case[J]. Eur. Phys. J. C **77**, no. 11, 781 (2017).
- [5] X. H. HU, Y. L. SHEN, W. WANG AND **Z. X. Zhao**. Weak decays of doubly heavy baryons: "decay constants"[J]. Chin. Phys. C **42**, no. 12, 123102 (2018).
- [6] **Z. X. Zhao**. Weak decays of heavy baryons in the light-front approach[J]. Chin. Phys. C **42**, no. 9, 093101 (2018).
- [7] **Z. X. Zhao**. Weak decays of doubly heavy baryons: the  $1/2 \rightarrow 3/2$  case[J]. Eur. Phys. J. C **78**, no. 9, 756 (2018).
- [8] Z. P. XING AND **Z. X. Zhao**. Weak decays of doubly heavy baryons: the FCNC processes[J]. Phys. Rev. D **98**, no. 5, 056002 (2018).
- [9] Y. J. SHI, Y. XING AND **Z. X. Zhao**. Light-Cone Sum Rules Analysis of  $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Lambda_{Q'}$  Weak Decays[J]. Eur. Phys. J. C **79**, no. 6, 501 (2019).
- [10] X. H. HU AND **Z. X. Zhao**. Study of  $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$  rare hyperon decays within the standard model and new physics[J]. arXiv:1811.01478 [hep-ph].
- [11] Y. J. SHI, W. WANG AND **Z. X. Zhao**. QCD Sum Rules Analysis of Weak Decays of Doubly-Heavy Baryons[J]. arXiv:1902.01092 [hep-ph].