

申请上海交通大学博士学位论文

轻味重子与双重味重子半轻弱衰变的唯象研究

论文作者:	胡晓会
学 号:	016072910033
导 师:	王伟
专 业:	粒子物理与原子核物理
答辩日期:	2020 年 5 月

Submitted in total fulfillment of the requirements for the degree of Doctor
in Particle Physics & Nuclear Physics

Phenomenological Study on Semi-leptonic
Weak Decays of light and doubly heavy
Baryons

XIAOHUI HU

Advisor

Prof. WEI WANG

SCHOOL OF PHYSICS AND ASTRONOMY

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

SHANGHAI, P.R.CHINA

May 2020

上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：_____

日期：_____年____月____日

上海交通大学 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

保 密 ，在 _____ 年解密后适用本授权书。

不保密 。

(请在以上方框内打)

学位论文作者签名： _____

指导教师签名： _____

日 期： _____ 年 ____ 月 ____ 日

日 期： _____ 年 ____ 月 ____ 日

轻味重子与双重味重子半轻弱衰变的唯象研究

摘要

重子半轻弱衰变是检验粒子物理标准模型、探测新物理和理解量子色动力学因子化的理想场所，一直是粒子物理研究领域的前沿课题之一。2017年，在大型强子对撞机(LHC)上，实验物理学家通过 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ 衰变道首次发现了双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 的存在，测得其质量为 $m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14) \text{ MeV}$ 。2018年，LHCb 合作组精确测量了 Ξ_{cc}^{++} 的寿命为 $\tau_{\Xi_{cc}^{++}} = (256_{-0.022}^{+0.024} \pm 0.014) \text{ fs}$ 。这些实验研究为弱相互作用的研究提供了新的研究对象。可以相信，随着实验数据的不断积累，LHC 和其他高能实验会在不久的将来观测到其他双重味重子(双粲重子、双底重子、底-粲重子)。由于实验上是通过弱衰变过程观测到双粲重子的，理论上关于双重味重子弱衰变的唯象研究将会对未来实验的测量具有重要的价值。

在标准模型与新物理模型框架下，本文首先研究了轻味重子(超子)的味道改变的中性流衰变过程 $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 。在标准模型框架下，本文预言了这些轻重子的半轻弱衰变过程的分支比为 $10^{-14} \sim 10^{-11}$ ，形状因子给出的误差为 $5\% \sim 10\%$ 。在考虑新物理贡献后，本文发现这些衰变道的衰变分支比可以增加 $2 \sim 7$ 倍。这些理论计算结果对未来 BESIII 和其它相关实验上进行超子弱衰变的实验研究具有重要的参考价值，也为新物理探测提供了理论依据。

本文的第二部分从理论上研究了双重味重子弱衰变的理论输入参数。利用 QCD 求和规则方法，本文计算了双重味重子的“衰变常数”及其质量，计算中考虑了来自 $J^P = 1/2^+$ 的基态重子和负宇称 $J^P = 1/2^-$ 重子的贡献。论文发现，计算得到的双粲重子的质量与 LHCb 实验组的测量结果在误差范围内是一致的。相较于只考虑 $J^P = 1/2^+$ 的基态重子时，同时考虑正负宇称重子后计算得到“衰变常数”的数值结果差别不大。计算得到的“衰变常数”可以作为 QCD 求和规则中研究双重味重子的半轻弱衰变及其他性质的输入参数。

针对双重味重子的荷电流衰变过程，本文利用光锥求和规则方法计算了双重味重子 $\Xi_{QQ'}$ 到单重味重子六重态 $\Sigma_{Q'}$ 的跃迁形状因子，然后利用这些形状因子和“衰变常数”的数值结果，预言相应的半轻弱衰变过程的衰变宽度和分支比。论文发现最有可能在实验上观测到的衰变过程为 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$ 和 $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$ ，它们的分支比在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 量级。

利用光前夸克模型方法，论文系统地研究了双重味重子的半轻弱衰变形状因子，衰变过程包含自旋为 $1/2$ 的初态重子跃迁到自旋为 $1/2$ 或 $3/2$ 的末态重子的荷电流过程以及相应的味道改变中性流过程。在夸克层次上，这些衰变过程由 $c \rightarrow d/sl^+\nu$ 、 $b \rightarrow c/ul^+\bar{\nu}$

和 $b \rightarrow d/sl^+l^-$ 诱导。在光前夸克模型框架下，论文计算了这些跃迁过程的形状因子。利用味道空间的 $SU(3)$ 对称性，论文重新推导了味道自旋重叠因子。利用计算得到的形状因子和重叠因子的理论结果，论文预言了 239 个半轻弱衰变过程的衰变宽度和衰变分支比。论文最后给出最有可能在实验上观测到的“黄金衰变道”，由 $c \rightarrow d/sl^+\nu$ 诱导的衰变过程分支比在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 量级。

期望未来 LHC 和 BelleII 的实验测量能够验证本文给出的理论预言，从而检验 QCD 求和规则、光锥求和规则和光前夸克模型方法的正确性，进而理解双重味重子半轻弱衰变的动力学机制。

关键词： 双重味重子、 $SU(3)$ 对称性、半轻弱衰变、衰变常数、形状因子

PHENOMENOLOGICAL STUDY ON SEMI-LEPTONIC WEAK DECAYS OF LIGHT AND DOUBLY HEAVY BARYONS

ABSTRACT

Semi-leptonic weak decays of light and heavy baryons provide a unique probe for testing the standard model of particle physics, hunting for new physics beyond the standard model and understanding quantum chromodynamic factorization. It has been one of the frontier topics in the field of particle physics research. In 2017, the LHCb collaboration announced the observation of the doubly charmed baryon Ξ_{cc}^{++} in the $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ final state, and the mass is measured as $m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14)$ MeV. In 2018, the lifetime of Ξ_{cc}^{++} has been measured as $\tau_{\Xi_{cc}^{++}} = (256_{-0.022}^{+0.024} \pm 0.014)$ fs. These experimental studies give a new platform for the study of weak interactions. Based on the large amount of data accumulated by different experiments in future, it is expected that other doubly-heavy baryons can be found at LHC and other experiment. Since the lowest-lying doubly-heavy baryons are stable against strong interactions, theoretical studies of their weak decays are of great importance.

In this thesis, we first study the decay process induced by the flavor-changing neutral current $s \rightarrow d \nu \bar{\nu}$ of light baryons (hyperons) in standard model and beyond. We point out that within the framework of standard model, the branching ratios of these semi-leptonic weak decay processes are at the order $10^{-14} \sim 10^{-11}$. The transition form factors can introduce about 5% \sim 10% uncertainties. In new physics models, we find that branching ratios can be enhanced by a factor 2 \sim 7. These theoretical results can be examined by the experimental studies on BESIII and other relevant experiments, and then can be used to constrain the new physics.

The second part of this thesis is devoted to the theoretical study on input parameters for weak decays of doubly-heavy baryons. Using the QCD sum rules, we explore the ‘‘decay constants’’ and masses of the doubly-heavy baryons. Aside from the contributions from lowest-lying states with $J^P = 1/2^+$, the contributions from negative parity baryons with $J^P = 1/2^-$ are also included. We find that the result of $m_{\Xi_{cc}^{++}}$ is consistent with the experimental results from the LHCb collaboration when the errors are taken into account. Compared to the case only considering the ground state baryons with $J^P = 1/2^+$, the contributions from negative parity baryons are not severe and the numerical results of the decay constants are stable. These ‘‘decay constants’’ and masses can be used as inputs for investigating the semi-leptonic weak decays and other properties of the doubly-heavy baryons.

For the weak decays of doubly-heavy baryons induced by charged current, we then calculate

the form factors for the transition from doubly-heavy baryons $\Xi_{QQ'}$ into the sextet $\Sigma_{Q'}$ within light-cone sum rules. Using these form factors and “decay constants”, we give predictions for partial decay widths and branching ratios of the corresponding semi-leptonic processes. It can be found that the branching ratios of $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$ and $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$ are at the order of $10^{-3} \sim 10^{-2}$, which can be examined in future at experimental facilities.

In the last part of this thesis we conduct a systematic study of semi-leptonic weak decays of doubly-heavy baryons in the light-front quark model. The spin-1/2 or spin-3/2 final baryons are considered and both the charged current and the flavor changing neutral current are systematically studied. At the quark level, these decay processes are induced by the $c \rightarrow d/sl^+ \nu$, $b \rightarrow c/ul^- \bar{\nu}$ and $b \rightarrow d/sl^+ l^-$. We calculate these transition form factors within the light-front quark model, and provide a new approach to derive the flavor-spin overlapping factors using the flavor SU(3) symmetry. With the obtained transition form factors and flavor-spin overlapping factors, we perform a phenomenological study of the corresponding semi-leptonic decays of doubly-heavy baryons, and 239 decay channels are studied. We find that most branching ratios for the semi-leptonic decays induced by the $c \rightarrow d/sl^+ \nu$ transitions are at the order of $10^{-3} \sim 10^{-2}$, which might be useful for the search of other doubly-heavy baryons.

These theoretical predictions can be examined at the experimental facilities in the future, and the applicability of these approaches, QCD sum rules, light-cone sum rules and light-front quark model can be then tested. Through these studies, we also expect a deeper understanding of the dynamics of semi-leptonic weak decays of doubly-heavy baryons.

KEY WORDS: Doubly-heavy baryon, SU(3) symmetry, semi-leptonic weak decay, decay constant, form factor

目 录

插图索引	VII
表格索引	X
第一章 绪论	1
第二章 理论模型简介	5
2.1 QCD 求和规则简介	5
2.2 光锥求和规则	9
2.3 光前夸克模型	11
第三章 超子的半轻弱衰变	15
3.1 理论框架	15
3.2 数值结果和讨论	19
3.2.1 标准模型预言	19
3.2.2 形状因子的误差	20
3.2.3 超对称标准模型的贡献	21
3.2.4 最小 331 模型的贡献	23
3.3 小结	23
第四章 双重味重子的“衰变常数”和质量	25
4.1 QCDSR 方法的研究应用	25
4.1.1 QCDSR 与只含有正宇称的重子	26
4.1.2 考虑正负宇称的重子的 QCD 求和规则	29
4.2 数值结果	30
4.2.1 质量	30
4.2.2 “衰变常数”	33
4.3 小结	34
第五章 光锥求和规则方法分析 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的半轻弱衰变	37
5.1 利用光锥求和规则方法计算跃迁形状因子	38
5.1.1 形状因子	38
5.1.2 Σ_Q 的光锥分布振幅	38
5.1.3 光锥求和规则方法	40

5.2	数值结果	46
5.2.1	跃迁形状因子	46
5.2.2	半轻弱衰变	47
5.3	小结	54
第六章	光前夸克模型下的双重味重子的半轻弱衰变	55
6.1	理论框架	58
6.1.1	光前夸克模型	58
6.1.2	味道自旋空间的波函数	68
6.2	形状因子的数值结果	70
6.3	半轻弱衰变	84
6.3.1	衰变宽度	85
6.3.2	半轻衰变的结果	90
6.3.3	SU(3) 对称性分析	99
6.4	小结	101
第七章	总结与展望	103
附录 A	初末态重子的波函数	105
A.1	自旋味道空间的波函数	105
A.2	diquark 假设下的波函数	106
附录 B	螺旋度振幅	107
附录 C	根据味道 SU(3) 对称性计算重叠因子	109
	参考文献	113
	致 谢	125
	攻读学位期间发表的学术论文	127

插图索引

1.1	标准模型中的基本粒子	2
1.2	Ξ_{cc}^{++} 在夸克模型预言的重子谱中的位置	3
2.1	复变量 $q^2 = z$ 的积分围道	6
4.1	双重味重子的质量对 Borel 参数 M^2 依赖性	31
4.2	与 4.1 图相同, 利用式 (4.35) 求和规则给出的结果	32
4.3	双重味重子的“衰变常数”对 Borel 参数 M^2 的依赖性	35
4.4	与 4.3 图相同, 利用式 (4.35) 求和规则给出的结果	36
5.1	QCD 层次上关联函数的费曼图	43
5.2	$\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ 的跃迁形状因子对 q^2 的依赖性	50
5.3	$\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2} l \nu_l$ 的衰变宽度对 q^2 依赖性	53
6.1	自旋为 1/2 双粲重子	57
6.2	自旋为 1/2 单粲重子	58
6.3	双重味重子 B 衰变为自旋 1/2 和自旋 3/2 的重子 B' 的费曼图	59
6.4	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性	73
6.5	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性	74
6.6	$\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*$ 和 $\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-}$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性	75
6.7	荷电流诱导的衰变的运动学	85
6.8	衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b(\mathcal{B}_{bc}) l^- \bar{\nu}_l$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性	91
6.9	衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b l^+ l^-$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性	92
6.10	衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^*(\mathcal{B}_{bc}^*) l^- \bar{\nu}_l$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性	93
6.11	衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^* l^+ l^-$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性	96

表格索引

1.1 双重味重子的量子数和夸克组成	3
3.1 $B \rightarrow B'$ 的跃迁形状因子	18
3.2 输入参数	20
3.3 超子弱衰变的分支比的数值结果	20
3.4 R 参数的上限	22
3.5 本章使用的参数及其范围	22
4.1 双重味重子的质量	30
4.2 双重味重子质量的理论预测值	33
4.3 双重味重子的“衰变常数” λ_H	34
5.1 等式 (5.9) 中 Σ_b 的 LCDAs 的平行分量的参数	40
5.2 $\Xi_{QQ'}$ 的阈值 s_{th} 、Borel 参数 M^2 以及用来拟合形状因子的 q^2 的取值范围	45
5.3 $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ 的跃迁形状因子	48
5.4 本文 Ξ_{cc} 跃迁形状因子的数值结果与其他工作的比较	49
5.5 本文 Ξ_{bb} 和 Ξ_{bc} 跃迁形状因子的结果与其他工作的比较	49
5.6 半轻弱衰变的衰变宽度和分支比	52
5.7 本文半轻弱衰变的衰变宽度的结果与其他工作的比较	52
6.1 重叠因子的结果	71
6.2 末态重子的质量（以 GeV 为单位）和高斯型波函数 (6.4) 中的形状参数 β	72
6.3 $c \rightarrow d, s$ 过程中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}$ 和 $g_{i,S(A)}$ 在 $q^2 = 0$ 的数值结果	76
6.4 双底重子 \mathcal{B}_{bb} 衰变过程 $b \rightarrow u, c$ 中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}$ 和 $g_{i,S(A)}$ 的数值结果	77
6.5 底-粲重子 $\mathcal{B}_{bc^{(\prime)}}$ 衰变的形状因子，其他与表 6.4 相同	78
6.6 $c \rightarrow u$ 过程中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}$ 和 $g_{i,S(A)}$ 在 $q^2 = 0$ 的数值结果	79
6.7 衰变过程 $b \rightarrow d$ 中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}^{(T)}$ 和 $g_{i,S(A)}^{(T)}$ 的数值结果	80
6.8 衰变过程 $b \rightarrow s$ 的形状因子的数值结果，其他与表 6.7 相同	81
6.9 $c \rightarrow u, d, s$ 过程中 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁的形状因子 \mathbf{f}_i 和 \mathbf{g}_i 在 $q^2 = 0$ 的数值结果	82
6.10 $1/2 \rightarrow 3/2$ ($b \rightarrow u, d, c, s$) 跃迁的形状因子 \mathbf{f}_i 和 \mathbf{g}_i 的数值结果	83
6.11 由荷电流诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T	94

6.12 由 FCNC 诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T	95
6.13 由荷电流诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 3/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T	97
6.14 由 FCNC 诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T	98
6.15 本章和文献 [8, 24, 28] 之间的形状因子和衰变宽度 Γ 的比较	99
6.16 以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$ 为例, 对形状因子进行误差分析	99

第一章 绪论

解决“世界是由什么组成的?”这一问题,一直是自然科学研究发展的动力。在中国古代,人们认为构成物质世界的基本元素为金、木、水、火、土,并用此方法命名了五颗行星。随着科学技术的进步和科学家们不断的研究探索,人们认识到所处物质世界是由原子组成的,而原子是由原子核和电子构成的,进一步地原子核是由质子与中子组成的,质子与中子则是由夸克和胶子构成的。

粒子物理是研究这些基本粒子以及它们之间的相互作用和相互转化规律的前沿学科。要看到这些基本粒子就需要一种非常精密的“显微镜”,而这种“显微镜”需要依靠“高能粒子加速器”,产生一束很高能量的粒子束,使其分辨率足够探测到这些微小的基本粒子,因此粒子物理也可以称为高能物理。

目前粒子物理中最成功的理论是标准模型(Standard Model 简称 SM)。在 SM 中,目前已经发现了 61 种基本粒子,如图 1.1 所示。其中费米子包括三代轻子: (ν_e, e^-) , (ν_μ, μ^-) , (ν_τ, τ^-) , 三代夸克: (u, d) , (c, s) , (t, b) , 而传递物质粒子间相互作用的粒子称为规范玻色子: 传递弱相互作用的 W^\pm 和 Z^0 、传递电磁相互作用的光子 γ 以及传递强相互作用的胶子 g 。还有标量的希格斯粒子,能够使规范玻色子和费米子获得质量。2012 年在欧洲大型强子对撞机(Large Hadron Collider 简称 LHC)上发现了这个标量的希格斯粒子,完成了粒子物理 SM(图 1.1)中的最后一块“拼图”,这意味着 SM 是一个较为成功的规范对称理论模型。但 SM 并不是一个完美的理论,还有许多问题没有解决,例如天文学家发现物质世界存在暗物质和暗能量,并推算出暗物质和暗能量占据宇宙总量的 96%,而 SM 能够描述的能量只占不到 4% 的宇宙总量;近年来实验观测到中微子有振荡现象,表明中微子的静止质量不等于零;而在 SM 中,中微子是没有质量的;还有宇宙中正反物质是不对称的、希格斯粒子质量的精细调节等问题。现在粒子物理学家普遍认为 SM 是某种高能标的理论(新物理理论)在电弱能标下的有效理论。

低能强子可以根据夸克模型进行分类。在夸克模型中,重子是由三个夸克组成的,如图 1.2 所示。尽管人们已经进行了很多关于轻味重子内部结构的研究,关于轻重子的味道改变中性流(Flavor Changing Neutral Current 简称 FCNC)弱衰变过程的研究并不充分。FCNC 过程对于检验 SM 和探索可能存在的新物理具有非常重要的意义。在 SM 框架下,FCNC 过程 $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 没有树图贡献,主要贡献为 Z -企鹅图和电弱箱图的圈图贡献,因此衰变的分支比会很小。在这种情况下,一些新物理的贡献就会使分支比增大很多。因此 FCNC 过程是探测新物理的理想过程。最近文献 [1] 讨论了 BESIII 实验中对超子(含有 s 夸克的重子)的 FCNC 衰变的研究潜力,本文将在粒子物理标准模型与新物理框架下研究超子的半轻弱衰变过程 $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$, 来检验 SM 和探索可能存在的新物理。

随着高能物理实验精度和亮度的不断提高,尤其是 LHC 的运行,夸克模型预言的大部分单重重子得到了实验的验证。在二十世纪八十年代,实验学家相继探测到了单粲重

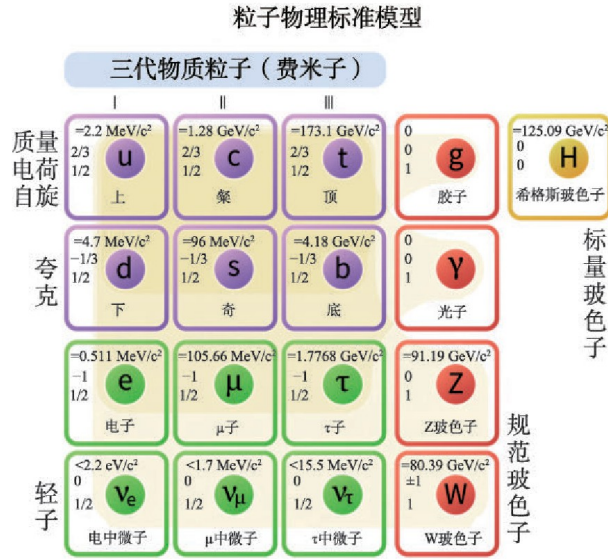


图 1.1 标准模型中的基本粒子

Figure 1.1 Elementary particles in the standard model

子 (如图 1.2 中间一层所示的)。Belle 实验组利用 $B^- \rightarrow \bar{\Lambda}_c^- \Xi_c^0$ 的过程, 首次测量了 Ξ_c^0 衰变绝对分支比, 给出了 $\Xi_c^0 \rightarrow pK^-K^-\pi^+$ 、 $\Xi_c^0 \rightarrow \Xi^-\pi^+$ 和 $\Lambda K^-\pi^+$ 的绝对分支比 [2]。LHCb 实验组通过分析含有底夸克的强子衰变到 Ω_c 的实验数据, 得到 $\tau_{\Omega_c} = 268 \text{ fs}$ [3]。这一结果比之前固定靶实验上测量到的寿命约为 69 fs [4-6] 大了近四倍, 改变了人们对单粲重子寿命排序的认知。这些实验研究引发了理论上对粲味重子的各种分析讨论。粲味重子发现之后, 在实验上并没有顺利地发现含有两个粲夸克或三粲夸克的重子。直到 2017 年, LHC 合作组从未态 $\Lambda_c^+ K^-\pi^+\pi^+$ 中观测到了双粲重子 Ξ_{cc}^{++} , 并给出它的质量为 [7]:

$$m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14)\text{MeV}. \tag{1.1}$$

双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 的夸克组成为 ccu , 如图 1.2所示。双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 的实验观测引起了理论上对双重味重子的广泛讨论。除了强子谱的深入研究, 人们也进行了双重味重子的动力学和相关性质的研究 [8-36]。尽管如此, 双重味重子衰变机制的综合性的描述尚未建立。

毫无疑问, 实验学家将继续寻找其他的双重味重子 (如表 1.1所示) [37-39]。由于实验上是通过弱衰变过程观测到双粲重子的, 理论上关于双重味重子弱衰变的唯象研究将会对未来实验的测量具有重要的价值。为了探究这些双重味重子的内在属性, 揭示其弱衰变过程中潜在的动力学, 理论学家们用多种方法对双重味重子的弱衰变进行了理论研究 [8-16, 18, 19, 24, 28, 40-48]。双重味重子的“衰变常数”是研究其弱衰变的必要输入参数, 本文将采用 QCD 求和规则 (QCD Sum Rules 简称 QCDSR) 方法计算双重味重子的“衰变常数”。QCDSR 方法可以用来研究强子质量、衰变常数、形状因子、 K -介子和 B -介子系统的混合矩阵元等 [49-58]。在 QCDSR 方法中, 人们需要计算强子层次和夸克层次的关联函数。强子层次的计算为: 在关联函数的流-流算符之间插入强子态完备集,

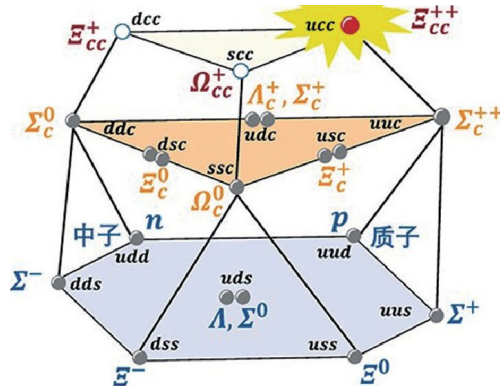


图 1.2 Ξ_{cc}^{++} 在夸克模型预言的重子谱中的位置

Figure 1.2 The position of Ξ_{cc}^{++} in the baryon spectrum predicted by the quark model

表 1.1 双重味重子的量子数和夸克组成, S_h^π 表示重夸克系统的自旋, 轻夸克 q 对应于 u, d 夸克。

Table 1.1 Quantum numbers and quark content for doubly heavy baryons. The S_h^π denotes the spin of the heavy quark system. The light quark q corresponds to u, d quark.

Baryon	Quark Content	S_h^π	J^P	Baryon	Quark Content	S_h^π	J^P
Ξ_{cc}	$\{cc\}q$	1^+	$1/2^+$	Ξ_{bb}	$\{bb\}q$	1^+	$1/2^+$
Ξ_{cc}^*	$\{cc\}q$	1^+	$3/2^+$	Ξ_{bb}^*	$\{bb\}q$	1^+	$3/2^+$
Ω_{cc}	$\{cc\}s$	1^+	$1/2^+$	Ω_{bb}	$\{bb\}s$	1^+	$1/2^+$
Ω_{cc}^*	$\{cc\}s$	1^+	$3/2^+$	Ω_{bb}^*	$\{bb\}s$	1^+	$3/2^+$
Ξ'_{bc}	$\{bc\}q$	0^+	$1/2^+$	Ω'_{bc}	$\{bc\}s$	0^+	$1/2^+$
Ξ_{bc}	$\{bc\}q$	1^+	$1/2^+$	Ω_{bc}	$\{bc\}s$	1^+	$1/2^+$
Ξ_{bc}^*	$\{bc\}q$	1^+	$3/2^+$	Ω_{bc}^*	$\{bc\}s$	1^+	$3/2^+$

然后将基态的贡献分离出来就可以得到与“衰变常数”有关的表达式。夸克层次上的关联函数可以使用算符乘积展开 (Operator Product Expansion 简称 OPE) 的方法进行处理, 从而将短程系数和长程夸克-胶子相互作用分开。前者可以利用 QCD 微扰理论进行计算, 而后者可以参数化为真空凝聚项。通过色散关系将夸克层次的结果与强子层次的可观测量进行匹配, 从而抽取出“衰变常数”。引入 Borel 变换可以大大改善夸克-强子对偶的匹配程度, Borel 变换不仅可以使基态对谱密度的贡献增大 (激发态和连续谱的贡献减弱), 还能够令 OPE 级数快速收敛。我们还可以利用 QCDSR 方法计算双重味重子的质量 [40, 47, 59-64]。

半轻弱衰变是研究双重味重子的理想平台之一, 双重味重子通过弱相互作用流衰变到单重味重子和两个轻子。类似于介子衰变, 这些过程中的所有 QCD 动力学都包含在强子跃迁矩阵元中。人们通常采用一些非微扰的理论方法来计算双重味重子弱衰变的跃迁矩阵元, 例如 QCD 求和规则、光锥求和规则、光前夸克模型、格点 QCD 等。本文将利用光锥求和规则 (Light-Cone Sum Rules 简称 LCSR) 分析 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁矩阵元。在 LCSR 中, 重子中夸克和胶子的非微扰动力学由光锥分布振幅 (Light-Cone Distribution

Amplitudes 简称 LCDAs) 来描述。 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁矩阵元可以用六个形状因子来进行参数化。利用夸克层次和强子层次的关联函数来计算这些形状因子：在强子层次，将双重味重子态的完备集插入关联函数的两个流之间，从而分离出基态的贡献，得到与形状因子有关的表达式；在夸克层次，利用 OPE 的方法将关联函数写为 LCDAs 与微扰核的卷积。再利用夸克-强子对偶和 Borel 变换就可以抽取出形状因子。希望本文基于 LCSR 的研究可以帮助人们理解单重重子的 LCDAs。

光前夸克模型 (Light-Front Quark Model 简称 LFQM) 也可以计算重子弱衰变的跃迁矩阵元 [8, 24, 28, 65-73]。LFQM 是相对论性的夸克模型，已成功应用于研究两个不同介子之间的跃迁，其理论预测结果与实验数据在误差允许的范围内一致 [74-93]。本文将在 LFQM 框架下系统地研究双重味重子 (表 1.1 中所示的) 弱衰变的跃迁矩阵元。在夸克层次，具体的跃迁过程包含： $b \rightarrow u, d, c, s$ 和 $c \rightarrow d, s$ 。从初末态重子的自旋来看，跃迁过程包括：自旋-1/2 \rightarrow 自旋-1/2、自旋-1/2 \rightarrow 自旋-3/2。LFQM 借助重子的夸克-diquark 假设，将三体问题转化为两体问题，由此能够大大简化计算。本文将采用夸克-diquark 假设，来计算这些跃迁形状因子。利用在 LFQM 中计算得到的形状因子，可以计算出相关的半轻弱衰变的分支比。这为系统地研究双重味重子衰变的各种弱衰变提供了必要的理论输入参数。

在本文第二章中，我们将简要地介绍 QCDSR 方法、LCSR 方法和 LFQM 的理论框架。第三章将在 SM 和新物理模型框架下研究轻味重子 (超子) 的 FCNC 衰变过程，计算这些过程的分宽度。在第四章中，我们将利用 QCDSR 的方法研究双重味重子的“衰变常数”和质量等物理量。第五章将使用 LCSR 方法研究双重味重子的半轻弱衰变。第六章，我们将在 LFQM 框架下系统地研究双重味重子的半轻弱衰变，给出相关的跃迁形状因子的计算和衰变宽度，并利用 SU(3) 对称性分析这些衰变宽度之间的关系。最后一章是总结和展望。

第二章 理论模型简介

量子色动力学 (Quantum Chromodynamics 简称 QCD) 是描述强相互作用的量子场理论, 基本动力学自由度是色三重态的夸克场与色八重态的胶子场。QCD 的拉氏密度为

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_q \bar{\psi}_q (i \not{D} - m_q) \psi_q, \quad (2.1)$$

其中 $G_{\mu\nu}^a$ 是胶子场强张量, ψ_q 表示不同味道的夸克场 ($q = u, d, c, s, b, t$)。人们普遍认为, QCD 可以描述所有强子和强子过程的性质。但实际上, 只有在高能情况下人们才可以使用 QCD 微扰论进行计算。高能散射过程中的一些夸克或胶子必须是高度虚拟的, 从而保证了夸克胶子的有效耦合常数 $\alpha_s = g_s^2/4\pi$ 比较小, 这样就可以进行合理的微扰展开。

但在有大动量转移的硬散射过程中, 只对夸克-胶子的费曼图进行微扰计算是不够的, 这是因为参与在硬散射过程的夸克是禁闭在强子内部的。因此必须将微扰 QCD 的结果与强子中夸克的波函数或动量分布结合起来, 从而获得有意义的物理结果。本章将介绍三种非微扰的方法来描述强子弱衰变的动力学机制。

2.1 QCD 求和规则简介

QCDSR 方法是由 Shifman 等人提出的 [94], 是一种半理论半唯象的非微扰方法, 是 QCD 层次理论与强子层次唯象和求和规则方法的有机结合。在这种方法中, 强子是由复合算符构成的内插流来描述的, 由这些复合算符构成的关联函数可以用算符乘积展开 (OPE) 的方法来处理, 这样就可以将短距离和长距离的夸克胶子相互作用分离开来。短距离效应 (Wilson 系数) 可以用微扰论来计算, 而长程效应可以参数化为一系列的真空凝聚值。最后可以通过色散关系将 QCD 的结果匹配到强子态的物理可观测量。

接下来以关联函数作为出发点来介绍 QCDSR。定义关联函数,

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ J_H(x) J_H^\dagger(0) \} | 0 \rangle, \quad (2.2)$$

其中 J_H 表示某个插入流, 可以是矢量流 $\bar{q}\gamma_\mu q$ 也可以是轴矢流 $\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q$, 还有可能是描述胶子偶素、混杂态和重子的算符, 例如 $\text{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}$ 、 $\bar{q}G_{\mu\nu}\gamma^\nu q$ 和 $q\Gamma_1 q\Gamma_2 q$ 等。

利用关联函数 $\Pi(q)$ 的解析性, 我们可将关联函数写成下述色散积分形式:

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{t_{min}}^{\infty} ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s - q^2 - i\epsilon}. \quad (2.3)$$

其中 t_{min} 为强子谱的阈值。该色散关系反映了夸克强子的对偶: 式 (2.3) 的左边在大 $-q^2$ 时可以利用 OPE 进行 QCD 理论研究, 右边的谱函数 $\text{Im} \Pi(s)$ 可以通过实验进行测量。有

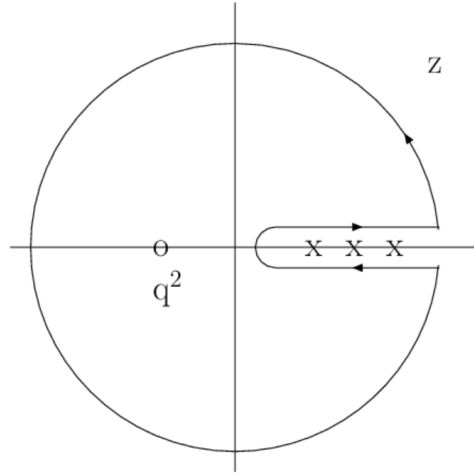


图 2.1 变量 $q^2 = z$ 在复平面上的积分围道。挖掉的点表示 QCD 计算 $q^2 < 0$ 的参考点。强子阈值的位置在 $q^2 > 0$ 处用叉号表示。

Figure 2.1 The contour in the plane of the complex variable $q^2 = z$. The open point indicates the $q^2 < 0$ reference point of the QCD calculation. Positions of hadronic thresholds at $q^2 > 0$ are indicated by crosses.

关色散关系，我们给出以下说明：关联函数 $\Pi(q^2)$ 是 q^2 的解析函数。利用 Cauchy 积分公式，按照如图 2.1 所示的围道，积分可得：

$$\begin{aligned} \Pi(q^2) &= \frac{1}{2\pi i} \oint_C dz \frac{\Pi(z)}{z - q^2} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=R} dz \frac{\Pi(z)}{z - q^2} \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_0^R dz \frac{\Pi(z + i\epsilon) - \Pi(z - i\epsilon)}{z - q^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

该积分围道的半径可趋于 ∞ ，这样就可以大大简化计算。假设在 $|q^2| \sim R \rightarrow \infty$ 处关联函数会消失得非常快，即 $\lim_{|q^2| \rightarrow \infty} \Pi(q^2) \sim 1/|q^2|^\epsilon$ ，其中 $\epsilon > 0$ ，则绕圆形围道积分趋于零，整个积分式 (2.4) 只剩下第二个积分。考虑到在强子谱的左侧即 $q^2 < t_{min}$ 处是实数，利用 Schwarts 反射原理，在 $q^2 > t_{min}$ 处将式 (2.4) 的第二个积分作替换： $\Pi(q^2 + i\epsilon) - \Pi(q^2 - i\epsilon) = 2i \text{Im}\Pi(q^2)$ ，这样就得到如式 (2.3) 所示的色散关系。

由于在 $s \rightarrow \infty$ 处，插入强子流后的关联函数的虚部 $\text{Im}\Pi(s)$ 不一定为零，则色散积分会出现紫外发散。此时需要减除这些紫外发散。标准的减除方法是将 $\Pi(q^2)$ 在 $q^2 = 0$ 处进行泰勒展开并减除前几项。对于关联函数 (2.2)，我们可以做如下减除：

$$\bar{\Pi}(q^2) = \Pi(q^2) - \Pi(0). \quad (2.5)$$

这样如式 (2.3) 所示的色散关系可以修改为：

$$\bar{\Pi}(q^2) = \frac{q^2}{\pi} \int_{t_{min}}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s(s - q^2)}. \quad (2.6)$$

利用色散关系, 能够将 $Q^2 = -q^2$ 很大时有有效的 OPE 与低能区域的关联函数的虚部 (谱函数) 联系在一起。在 QCD 层次, 人们可以应用 Wick 定理, 将关联函数做 OPE 得到:

$$\Pi(q^2) = \sum_d C_d(q^2) \langle 0 | O_d | 0 \rangle. \quad (2.7)$$

其中 d 表示质量量纲的大小。短程贡献吸收在 Wilson 系数 $C_d(q^2)$ 中, 它可以通过微扰 QCD 计算得到, 将描述长程行为的矩阵元 $\langle 0 | O_d | 0 \rangle$ 参数化为一系列真空凝聚值。

在展开式 (2.7) 中, 算符是按照质量量纲 d 给出的。当 $d = 0$ 时, $O_0 = I$, $C_0(q^2) = \Pi^{\text{pert}}(q^2)$, 描述微扰贡献; 不存在 $d = 1, 2$ 的算符, 最低维的真空凝聚值是夸克-夸克凝聚, 其量纲为 3。它是产生 QCD 手征对称性的自发破缺的重要因素。通过以下关系式, 可以将 π 介子的质量 m_π 与其衰变常数 f_π 联系在一起:

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = -\frac{f_\pi^2 m_\pi^2}{2(m_u + m_d)} \simeq -(240 \pm 10 \text{ MeV})^3. \quad (2.8)$$

在 $d = 4$ 时, $O_4 = G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^b$, 对应胶子-胶子凝聚 [94],

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \right\rangle = (0.012 \text{ GeV}^4) \pm 30\%. \quad (2.9)$$

在 $d = 5$ 时, $O_5 = \bar{\psi}_\alpha^i \bar{\psi}_\beta^j G_{\mu\nu}^a$, 对应夸克-胶子混合凝聚

$$\langle g_s \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi \rangle = m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle. \quad (2.10)$$

其中 m_0^2 的数值为 [95]:

$$m_0^2(1 \text{ GeV}) = 0.8 \pm 0.2 \text{ GeV}^2. \quad (2.11)$$

在一般情况下, 量纲为 6 的四夸克凝聚项可以因子化为:

$$\langle \bar{\psi} \Gamma_r q \bar{\psi} \Gamma_s \psi \rangle = \frac{1}{(12)^2} \{(\text{Tr} \Gamma_r)(\text{Tr} \Gamma_s) - \text{Tr}(\Gamma_r \Gamma_s)\} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2. \quad (2.12)$$

在大多数求和规则计算中, 量纲为 6 的三胶子凝聚项的贡献不大。本文第三章的 QCDSR 研究不考虑三胶子凝聚项的贡献 [94],

$$\langle g_s^3 f_{abc} G_{\mu\nu}^a G_\sigma^{b\nu} G^{c\sigma\mu} \rangle \simeq 0.045 \text{ GeV}^6. \quad (2.13)$$

随着真空凝聚项质量量纲的增加, Wilson 系数中 $-1/q^2$ 的幂次也会随之增大, 则在大的 $-q^2$ ($1-2\text{GeV}$) 处, 高量纲的真空凝聚项的贡献会出现幂次压低。因此在 OPE 层次, 考虑量纲 $d \leq 6$ 的算符贡献就能够很好的描述整个 OPE。

通过色散关系人们可以把 OPE 层次的结果与唯象的强子谱函数联系在一起, 这样就能够获得与强子性质相关的信息。用 QCDSR 方法可以对基态强子的性质进行理论预言, 但需要引入一些模型来参数化谱函数。常用的模型是“单窄共振态最小对偶近似”, 即将强子层次的关联函数写成“单极点 + 连续谱”的形式:

$$\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(q^2) = f_H^2 \delta(q^2 - m_H^2) + \rho^h(q^2) \theta(q^2 - s_0^h), \quad (2.14)$$

其中 m_H 和 f_H 分别是基态强子的质量和衰变常数。这里我们用 $\rho^h(q^2)$ 描述连续谱, s_0^h 为连续谱阈值。通常用 QCD 关联函数虚部来描述阈值之上的谱函数, 这是对高径向激发态的一种近似描述。利用强子谱函数式 (2.14) 代入减除之后的色散关系式 (2.6) 即可得到谱函数公式:

$$\Pi^{\text{QCD}}(s) = \Pi^{\text{phen}}(s), \quad (2.15)$$

其中

$$\Pi^{\text{QCD}}(q^2) = q^2 \int_0^{s_0^h} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s(s-q^2)} + q^2 \int_{s_0^h}^{\infty} ds \frac{\rho^{\text{OPE}}(s)}{s(s-q^2)} + \Pi(0). \quad (2.16)$$

$$\Pi^{\text{phen}}(q^2) = \frac{q^2 f_H^2}{m_H^2(m_H^2 - q^2)} + q^2 \int_{s_0^h}^{\infty} ds \frac{\rho^h(s)}{s(s-q^2)} + \Pi(0). \quad (2.17)$$

由于电磁相互作用的规范不变性, 我们可以取 $\Pi(0) = 0$ 。借助色散关系式 (2.3), 可以将 OPE 层次的关联函数与强子谱密度模型联系在一起, 从而建立 QCD 求和规则。然而 QCDSR 在实际的计算中并不完美, 这是因为当 $Q^2 = -q^2$ 很小时, 唯象部分中我们感兴趣的基态贡献才占优势, 而 QCD 层次的算符乘积展开近似在 $Q^2 = -q^2$ 很大时才是合理的。为了改善夸克-强子对偶的匹配程度, 人们引入 Borel 变换

$$\Pi(M^2) \equiv \mathcal{B}_{M^2} \Pi(q^2) = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ -q^2/n = M^2}} \frac{(-q^2)^{(n+1)}}{n!} \left(\frac{d}{dq^2} \right)^n \Pi(q^2). \quad (2.18)$$

对等式的两边作 Borel 变换可得,

$$f_H^2 e^{-M_H^2/M^2} = \int_{s_{\min}}^{s_0^h} e^{-s/M^2} \rho^{\text{OPE}}(s). \quad (2.19)$$

最终得到如上式 (2.19) 所示的求和规则。其中积分下限 s_{\min} 是强子组分夸克质量的平方。由式 (2.19) 可以发现, Borel 变换可以将唯象部分中的高激发态和连续态贡献引入指数压低; 同时将 OPE 层次中的高量纲凝聚项也引入指数因子项压低。也就是说, Borel 变换不仅可以使基态对谱密度的贡献增大、削弱高径向激发态和连续谱的贡献, 还可以使算符乘积展开级数快速收敛。在 Borel 变换时, 引入了一个 Borel 参数 M^2 , 它是 QCDSR 方法中除 s_0^h 以外的一个模型参数, 在实际的应用中, 希望在所选的 Borel 窗口内, 所求物理量在该窗口中变化不明显, 根据 OPE 的收敛性来决定 Borel 参数 M^2 的下限。考虑到极点贡献应该比连续谱的贡献要大, 由此可以确定 M^2 的上限。Borel 参数 M^2 和连续谱阈值 s_0^h 的选取都是 QCDSR 误差的来源。将式 (2.19) 对 $1/M^2$ 求导, 再除以式 (2.19), 消去衰变常数 f_H , 就可以计算强子的质量为

$$M_H^2 = \left(\int_{s_{\min}}^{s_0^h} ds \rho^{\text{OPE}} s e^{-s/M^2} \right) / \left(\int_{s_{\min}}^{s_0^h} ds \rho^{\text{OPE}} e^{-s/M^2} \right). \quad (2.20)$$

2.2 光锥求和规则

LCSR 是经典 QCD 求和规则方法与硬遍举过程理论的有效结合。其基本想法是把流的乘积在光锥附近展开。LCSR 方法涉及到定域算符的部分重求和, 并且有效地避免了在三点求和规则中截断的 OPE 的某些不规则之处。该方法从以下三个方面简化了 QCDSR 中三点求和规则对 OPE 的计算。第一, 用真空态和强子态相夹流-流矩阵元定义关联函数, 从而代替 QCDSR 的两真空态平均值定义; 第二, 在光锥 $x^2 = 0$ 附近展开从而代替 QCDSR 在小距离 $x = 0$ 处展开; 第三, 用强子的 LCDAs 作为输入 [49], 从而取代真空凝聚参量作为输入, 其中 LCDAs 是按照扭度来展开的, 这与 QCDSR 方法中按照质量量纲展开不同。

接下来以过程 $\gamma^* \rho^0 \rightarrow \pi^0$ 为例来阐述 LCSR。这个过程能够用以下关联函数来描述:

$$F_{\mu\nu}(p, q) = i \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle \pi^0(p) | T \{ j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(0) \} | 0 \rangle = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta F(Q^2, (p-q)^2), \quad (2.21)$$

其中 p 表示 π^0 介子的动量, 两个光子的动量为 q 和 $p - q$ 。 $Q^2 = -q^2$ 表示转移动量的平方, 夸克电磁流为 $j_\mu^{em} = \bar{\psi} Q \gamma_\mu \psi = e_u \bar{u} \gamma_\mu u + e_d \bar{d} \gamma_\mu d$ 。 $F(Q^2, (p-q)^2)$ 是描述该过程动力学的不变振幅, 且依赖于 Q^2 和 $(p-q)^2$ 。

当 $Q^2 = -q^2$ 和 $(p-q)^2$ 非常大时, 主要贡献来自于关联函数式 (2.21) 中 π^0 介子的光锥波函数在光锥 $x^2 = 0$ 附近按扭度展开。此时 π^0 介子的质量可以忽略, 即 $p^2 = m_{\pi^0}^2 = 0$ 。当 Lorentz 不变量 $v = p \cdot q = \frac{1}{2}[q^2 - (p-q)^2]$ 的大小与 Q^2 在同一量级时,

$$v \sim |(p-q)^2| \sim Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2, \quad \xi = 2v/Q^2 \sim 1. \quad (2.22)$$

考虑在某一个参考系中, π^0 的三动量 \vec{p} 有限但比光子的小: $\vec{p} \sim \mu$, $|p_0| \sim \mu$ 且 $\mu^2 \ll Q^2, v$, 则在这个参考系中 $q_0 \sim Q^2 \xi / (4\mu) + \mathcal{O}(\mu)$, 关联函数式 (2.21) 中指数函数的参数 $q \cdot x$ 能够近似为:

$$q \cdot x = q_0 x_0 - q_3 x_3 \sim \frac{Q^2 \xi}{4\mu} x_0 - \left(\sqrt{\frac{Q^4 \xi^2}{16\mu^2} + Q^2} \right) x_3 \sim \frac{Q^2 \xi}{4\mu} (x_0 - x_3) - \frac{2\mu}{\xi} x_3. \quad (2.23)$$

为了避免关联函数 (2.21) 中的积分出现剧烈振荡, $x_0 - x_3 \sim 4\mu / (Q^2 \xi)$ 和 $x_3 \sim \xi / (2\mu)$ 这两个条件必须同时满足, 则

$$x_0^2 \simeq \left(x_3 + \frac{4\mu}{Q^2 \xi} \right)^2 \simeq x_3^2 + \frac{4}{Q^2} + \mathcal{O}\left(\frac{\mu^2}{Q^4}\right), \quad (2.24)$$

即有

$$x^2 = (x_0 - x_3)(x_0 + x_3) - x_\perp^2 \sim \frac{4}{Q^2} - x_\perp^2 < \frac{4}{Q^2}. \quad (2.25)$$

因此在式 (2.22) 给出的区域内 (不变量 Q^2 和 v 都很大), 时空间隔的平方为: $x^2 \sim 1/Q^2 \rightarrow 0$ 。但时空间隔的每个分量都是有限的, 即 $x_0 \sim x_3 \sim \xi / 2\mu \gg 1/\sqrt{Q^2}$, 这意味着局域算符在 $x = 0$ 附近展开是不合适的。

将式 (2.21) 中的夸克收缩掉就可以得到下式:

$$\begin{aligned} & \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle \pi^0(p) | T \{ j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(0) \} | 0 \rangle, \\ & = 2 \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle \pi^0(p) | \frac{4}{9} \bar{u}(x) \gamma_\mu iS(x,0) \gamma_\nu u(0) + \frac{1}{9} \bar{d}(x) \gamma_\mu iS(x,0) \gamma_\nu d(0) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (2.26)$$

其中夸克传播子为:

$$S(x,0) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ipx}}{\not{p} - m + i\epsilon} \quad (2.27)$$

将夸克传播子在光锥上展开得:

$$iS_0(x,0) = \langle 0 | T \{ u(x) \bar{u}(x) \} | 0 \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \frac{i\not{x}}{(x^2 - i\epsilon)^2}, \quad x^2 \rightarrow 0. \quad (2.28)$$

借助 γ 矩阵的收缩公式 $\gamma_\mu \gamma_\sigma \gamma_\nu = -i\epsilon_{\mu\sigma\nu\rho} \gamma^\rho \gamma_5 + S_{\mu\sigma\nu\rho} \gamma^\rho$ 以及 $S_{\mu\sigma\nu\rho} = g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho} + g_{\mu\rho} g_{\sigma\nu} - g_{\mu\nu} g_{\sigma\rho}$ 可得:

$$F_{\mu\nu}(p,q) = -i\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho} \int d^4x \frac{x^\sigma}{\pi^2 x^4} e^{-iq \cdot x} \langle \pi^0(p) | \frac{4}{9} \bar{u}(x) \gamma^\rho \gamma_5 u(0) + \frac{1}{9} \bar{d}(x) \gamma^\rho \gamma_5 d(0) | 0 \rangle. \quad (2.29)$$

在光锥上 $x^2 = 0$ 附近展开并取领头阶贡献, 式 (2.29) 中的矩阵元可以参数化为:

$$\langle \pi^0(p) | \bar{u}(x) \gamma_\rho \gamma_5 u(0) | 0 \rangle_{x^2=0} = -\langle \pi^0(p) | \bar{d}(x) \gamma_\rho \gamma_5 d(0) | 0 \rangle_{x^2=0} = -ip_\rho \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} \int_0^1 du e^{iup \cdot x} \varphi_\pi(u, \mu), \quad (2.30)$$

其中 f_π 表示 π_0 介子的衰变常数 $\langle \pi^0(p) | j_\rho^\pi | 0 \rangle = -ip_\rho f_\pi$, μ 是在光锥展开时引入的标度参量, 起到了因子化能标的作用。利用该能标, LCSR 将 $x^2 < 1/\mu^2$ 的贡献吸收到硬散射振幅中, 在 α_s 的零阶, 硬散射振幅为 (与 μ 无关):

$$T^{(0)}(Q^2, (p-q)^2, u) = \frac{1}{\bar{u}Q^2 - u(p-q)^2}, \quad \bar{u} = 1 - u. \quad (2.31)$$

同时将 $x^2 > 1/\mu^2$ 的长程贡献用光锥分布振幅 $\varphi_\pi(u, \mu)$ 进行参数化。 $\varphi_\pi(u, \mu)$ 是扭度为 2 的 π_0 介子的 LCDAs, 其在 LCSR 中起的作用与 QCDSR 中的真空凝聚项的相似, 并满足归一化条件 $\int_0^1 \varphi_\pi(u, \mu) du = 1$ 。

将式 (2.30) 代入到式 (2.29) 中, 再利用式 (2.21) 可以得到

$$F^{(tw2)}(Q^2, (p-q)^2) = \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3} \int_0^1 \frac{du \varphi_\pi(u, \mu)}{\bar{u}Q^2 - u(p-q)^2}. \quad (2.32)$$

这样就可以将关联函数在光锥 $x^2 = 0$ 处进行 OPE, 得到 QCD 层次的关联函数。

接下来计算强子层次的关联函数, 在关联函数式 (2.21) 的流一流算符中间插入强子态完备集, 然后将基态的贡献分离出来, 就能够得到:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}(p,q) & = 2 \frac{\langle \pi^0(p) | j_\mu^{em} | \rho^0(p-q) \rangle \langle \rho^0(p-q) | j_\nu^{em} | 0 \rangle}{m_\rho^2 - (p-q)^2} \\ & \quad + \frac{1}{\pi} \int_{s_0^h}^\infty ds \frac{Im F_{\mu\nu}(Q^2, s)}{s - (p-q)^2}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

上式中因子“2”来源于基态 ρ 和 ω 两种介子的贡献相同, s_0^h 表示连续谱阈值, 它应该大于 m_ρ^2 和 m_ω^2 , 色散积分包括 $s > s_0^h$ 的高激发态和连续谱的贡献。式 (2.33) 中 ρ 介子基态的贡献包含两部分, 一部分是与 $\gamma^*\rho \rightarrow \pi$ 的跃迁形状因子有关的强子矩阵元,

$$\langle \pi^0(p) | j_\mu^{em} | \rho^0(p-q) \rangle = F^{\rho\pi}(Q^2) m_\rho^{-1} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{(\rho)\nu} q^\alpha p^\beta, \quad (2.34)$$

另一部分是与 ρ 介子的衰变常数有关的 $\langle \rho^0(p-q) | j_\nu^{em} | 0 \rangle = (f_\rho/\sqrt{2}) m_\rho \epsilon_\nu^{(\rho)*}$ 。

令式 (2.32) 和式 (2.33) 相等, 可以得到强子层次和夸克层次相匹配的结果,

$$\frac{\sqrt{2} f_\rho F^{\rho\pi}(Q^2)}{m_\rho^2 - (p-q)^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0^h}^{\infty} ds \frac{\text{Im} F(Q^2, s)}{s - (p-q)^2} = \frac{\sqrt{2} f_\pi}{3} \int_0^1 \frac{du \varphi_\pi(u)}{\bar{u}Q^2 - u(p-q)^2}. \quad (2.35)$$

接下来计算上式 (2.35) 中的第二项, 对强子谱密度 $\text{Im}F(Q^2, s)$ 的积分。首先在领头阶近似下取式 (2.32) 的虚部, $1/(x \pm i\epsilon) = P/x \mp i\pi\delta(x)$ (P 表示主值积分):

$$\frac{1}{\pi} \text{Im} F^{(tw2)}(Q^2, s) = \frac{\sqrt{2} f_\pi}{3} \int_0^1 du \varphi_\pi(u) \delta(\bar{u}Q^2 - us), \quad (2.36)$$

这样就可以得到对强子谱密度 $\text{Im}F(Q^2, s)$ 的积分:

$$\int_{s_0^h}^{\infty} ds \frac{\frac{1}{\pi} \text{Im} F(Q^2, s)}{s - (p-q)^2} = \int_{s_0^\rho}^{\infty} ds \frac{\frac{1}{\pi} \text{Im} F^{(tw2)}(Q^2, s)}{s - (p-q)^2} = \frac{\sqrt{2} f_\pi}{3} \int_0^{u_0^\rho} \frac{du \varphi_\pi(u)}{\bar{u}Q^2 - u(p-q)^2}, \quad (2.37)$$

其中 $u_0^\rho = Q^2/(s_0^\rho + Q^2)$ 。由于 s 的积分下限为 s_0^ρ , 则 u 的积分上限 u_0^ρ 。

将积分式 (2.37) 代入式 (2.35) 中后再对等式的两边做 Borel 变换, 就能得到与跃迁形状因子 $F^{\rho\pi}(Q^2)$ 有关的求和规则:

$$F^{\rho\pi}(Q^2) = \frac{f_\pi}{3f_\rho} \int_{u_0^\rho}^1 \frac{du}{u} \varphi_\pi(u, \mu) \exp\left(-\frac{\bar{u}Q^2}{uM^2} + \frac{m_\rho^2}{M^2}\right). \quad (2.38)$$

上式 (2.38) 中 M 表示 Borel 参数。这样利用算符乘积的光锥展开和光锥分布振幅 φ_π 得到了 $\gamma^*\rho \rightarrow \pi$ 过程的跃迁形状因子 $F^{\rho\pi}(Q^2)$ 。本文第五章将介绍如何利用 LCSR 研究分析 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁矩阵元, 所涉及到的末态单重味重子 $\Sigma_{Q'}$ 的 LCDAs 具有较为复杂的形式, 希望本文研究能够帮助人们理解光锥求和规则的基本思想。

2.3 光前夸克模型

光前夸克模型最初是在介子衰变中发展出来的 [74-93], 其中比较早期的工作见 [74-76]。接下来以计算赝标介子的衰变常数为例, 对光前夸克模型框架作简单的介绍, 详情可参考文献 [77-79]。

在协变的光前夸克模型框架下，由夸克 q_1 和反夸克 \bar{q}_2 构成的自旋为 J 动量为 P 的介子态为

$$|M(P, {}^{2S+1}L_J, J_z)\rangle = \int \{d^3 p_1\} \{d^3 p_2\} 2(2\pi)^3 \delta^3(\tilde{P} - \tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) \\ \times \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi_{LS}^{JJ_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) |q_1(p_1, \lambda_1)(\bar{q}_2)(p_2, \lambda_2)\rangle. \quad (2.39)$$

其中 p_1 和 p_2 分别为夸克 q_1 和反夸克 \bar{q}_2 的在壳光前动量， λ_1 和 λ_2 为它们的螺旋度。在光前夸克模型中动量定义为 $p = (p^-, p^+, p_\perp)$ ， $p^\pm = p^0 \pm p^3$ 和 $p_\perp = (p^1, p^2)$ ，而动量 \tilde{P} ， \tilde{p}_1 和 \tilde{p}_2 的定义为 $\tilde{p} = (p^+, p_\perp)$ 。利用在壳条件可以得到 $p^- = (m^2 + p_\perp^2)/p^+$ 。为了描述组分夸克在介子内部的运动，我们引入内部动量

$$k_i = (k_i^-, k_i^+, k_{i\perp}) = (e_i - k_{iz}, e_i + k_{iz}, k_{i\perp}) = \left(\frac{m_i^2 + k_{i\perp}^2}{x_i M_0}, x_i M_0, k_{i\perp} \right), \\ p_1^+ = x_1 \tilde{P}^+, \quad p_2^+ = x_2 \tilde{P}^+, \\ p_{1\perp} = x_1 \tilde{P}_\perp + k_{1\perp}, \quad p_{2\perp} = x_2 \tilde{P}_\perp + k_{2\perp}, \quad k_\perp = -k_{1\perp} = k_{2\perp}.$$

$\Psi_{LS}^{JJ_z}$ 是动量-空间波函数，可以用以下等式表示

$$\Psi_{LS}^{JJ_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{N_C} \langle LS; L_z S_z | LS; JJ_z \rangle R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, k_\perp) \varphi_{LL_z}(x, k_\perp). \quad (2.40)$$

这里 $\varphi_{LL_z}(x, p_\perp)$ 表示组分夸克的动量分布， $\langle LS; L_z S_z | LS; JJ_z \rangle$ 为自旋-轨道耦合的 **Kelin-Godron** 系数。 $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp)$ 是由螺旋度本征态 (λ_1, λ_2) 构建的自旋为 (S, S_z) 的态：

$$R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp) = \sum_{s_1, s_2} \langle \lambda_1 | \mathcal{R}_M^\dagger(1-x, p_\perp, m_1) | s_1 \rangle \langle \lambda_2 | \mathcal{R}_M^\dagger(x, -p_\perp, m_2) | s_2 \rangle \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2}; s_1 s_2 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2}, SS_z \right\rangle. \quad (2.41)$$

其中 $|s_i\rangle$ 表示 **Pauli** 旋量，而 \mathcal{R}_M 为 **Melosh** 变换算符 [75, 96]：

$$\langle s | \mathcal{R}_M(x, p_\perp, m_i) | \lambda \rangle = \frac{\bar{u}_D(p_i, s) u(p_i, \lambda)}{2m_i} = -\frac{\bar{v}_D(p_i, s) v(p_i, \lambda)}{2m_i} = \frac{m_i + x_i M_0 + i \vec{\sigma}_{s\lambda} \cdot \vec{p}_\perp \times \vec{n}}{\sqrt{(m_i + x_i M_0)^2 + p_\perp^2}},$$

上式中 $u_{(D)}$ 表示光前形式的 **Dirac** 旋量， z 方向的单位矢量为 $\vec{n} = (0, 0, 1)$ 。不变质量的平方 M_0^2 可以表示为，

$$M_0^2 = \frac{m_1^2 + p_\perp^2}{x_1} + \frac{m_2^2 + p_\perp^2}{x_2}.$$

由于 $u_D(p, s) = u(p, \lambda) \langle \lambda | \mathcal{R}_M^\dagger | s \rangle$ ，则态 $|q(p, \lambda)\rangle \langle \lambda | \mathcal{R}_M^\dagger | s \rangle$ 的转动变换与 $|q(p, s)\rangle$ 的一样，即它的变换不依赖于自身的动量。

实际上，通常利用 $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}$ 的协变形式更为方便 $R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}$ [76]：

$$R_{\lambda_1 \lambda_2}^{SS_z}(x, p_\perp) = \frac{1}{\sqrt{2} \tilde{M}_0 (M_0 + m_1 + m_2)} \bar{u}(p_1, \lambda_1) (\tilde{P} + M_0) \Gamma v(p_2, \lambda_2). \quad (2.42)$$

其中 $\tilde{M}_0 \equiv \sqrt{M_0^2 - (m_1 - m_2)^2}$ 与 $\tilde{P} \equiv p_1 + p_2$ 。赝标介子的耦合顶点为 $\Gamma_P = \gamma_5$ 。由介子态归一化：

$$\langle M(P', J', J'_z) | M(P, J, J_z) \rangle = 2(2\pi)^3 P^+ \delta^3(\tilde{P}' - \tilde{P}) \delta_{J'J} \delta_{J'_z J_z}, \quad (2.43)$$

则波函数满足以下条件

$$\int \frac{dx d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3} \varphi_{L'L'_z}^*(x, p_\perp) \varphi_{LL_z}(x, p_\perp) = \delta_{L',L} \delta_{L'_z, L_z}. \quad (2.44)$$

对于 S 波的介子，我们假定其动量分布振幅 $\varphi_{LL_z}(x, p_\perp)$ 是高斯型函数：

$$\varphi_{LL_z}(x, p_\perp) = 4 \left(\frac{\pi}{\beta^2} \right)^{3/4} \sqrt{\frac{e_1 e_2}{x_1 x_2 M_0}} \exp\left(\frac{-\vec{k}^2}{2\beta^2} \right). \quad (2.45)$$

赝标介子的衰变常数可以定义为

$$\langle 0 | A_\mu | p_P \rangle = \langle 0 | \bar{q}_2 \gamma_\mu \gamma_5 q_1 | p_P \rangle = i f_P P_\mu. \quad (2.46)$$

在 LFQM 框架下，等式 (2.46) 的左边为：

$$\langle 0 | A_\mu | p_P \rangle = i \int \frac{dx d^2 p_\perp}{2(2\pi)^3} \sqrt{N_c} \varphi_{00}(x, p_\perp) \frac{1}{\sqrt{2\tilde{M}_0}} \frac{1}{\sqrt{x_1 x_2}} 4(m_1 p_{2\mu} + m_2 p_{1\mu}). \quad (2.47)$$

由此可得赝标介子的衰变常数 f_P 为：

$$f_P = \frac{\sqrt{2N_c}}{(2\pi)^3} \int dx d^2 p_\perp \varphi_{00}(x, p_\perp) \frac{1}{\tilde{M}_0 \sqrt{x_1 x_2}} (m_1 x_2 + m_2 x_1). \quad (2.48)$$

这一小节以计算赝标介子的衰变常数为例简单介绍了光前夸克模型在研究介子衰变中的应用。在过去的十年中，借助夸克-diquark 假设，人们开始将光前夸克模型应用于重子衰变的研究中 [65-69]。在重子的夸克-diquark 图像中，假设两个旁观者夸克在介子系统中起反夸克的作用。在领头阶计算中，人们不必考虑参与弱相互作用夸克和旁观者 diquark 之间的相互作用，这样可以大大简化计算，有利于系统地研究双重味重子的弱衰变。本文第五章将介绍 LFQM 在双重味重子弱衰变中的应用，希望本文的研究能够帮助人们理解 LFQM 的基本思想，进而理解双重味重子半轻弱衰变的动力学机制。

第三章 超子的半轻弱衰变

在 SM 中, FCNC 过程 $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 主要贡献来自于 Z^0 -企鹅图和电弱箱图的圈图贡献, 因此相应衰变过程的衰变分支比会很小。FCNC 过程不仅可以对 CKM 机制进行严格地检验, 还可以用来探索可能存在的新物理信号。

介子中相关的衰变道有 $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$, 有关它们的研究可以参考文献 [97-102]。在理论方面, SM 理论预测的两个衰变道的分支比分别为:

$$\mathcal{B}(K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu})_{\text{SM}} = (8.4 \pm 1.0) \times 10^{-11}, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{B}(K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu})_{\text{SM}} = (3.4 \pm 0.6) \times 10^{-11}. \quad (3.2)$$

主要误差来自 CKM 矩阵元和 c 夸克的贡献。实验方面, CERN SPS 的 NA62 实验给出该衰变分支比的上限为 [103],

$$\mathcal{B}(K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu})_{\text{exp}} < 14 \times 10^{-10}, \quad \text{at 95\%CL}. \quad (3.3)$$

相似地, E391a 合作组在 90% 的置信度下, 给出该衰变分支比的上限为 [104]

$$\mathcal{B}(K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu})_{\text{exp}} \leq 2.6 \times 10^{-8}. \quad (3.4)$$

KOTO 实验打算在 J-PARC 首次测量出 $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$ 的衰变分支比 [99, 105]。理论学家尝试通过格点 QCD 的计算来确定 $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ 衰变振幅中的长程贡献 [106]。

在夸克层次上, 与 $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$ 类似的稀有的超子衰变 $B_i \rightarrow B_f\nu\bar{\nu}$ ($s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$), 也可以为检验 SM 和寻找可能存在的新物理提供重要依据。与有关 $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$ 的研究相比, 针对稀有超子弱衰变 $B_i \rightarrow B_f\nu\bar{\nu}$ 的理论和实验研究都很少。这一章在 SM 和超出标准模型的新物理框架下对稀有的超子半轻弱衰变进行唯象研究。

文章 [1] 指出, 电子-正电子对撞机 BEPCII 将为超子弱衰变的实验研究提供一个干净的实验环境。在 BESIII 实验提供的数据样本中利用 J/ψ 和 $\psi(2S)$ 衰变可以得到 10^6 - 10^8 个 Λ 、 Σ 、 Ξ 和 Ω 这样的超子。据此可知, 实验上可以测量到分支比为 10^{-5} - 10^{-7} 的超子弱衰变。

本章的结构如下。第二小节将简单介绍一下理论框架。第三小节在 SM 和新物理 (最小超对称标准模型和最小 331 模型) 框架下计算稀有超子半轻弱衰变的分支比。最后一节会给出一个小结。

3.1 理论框架

$s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 的次领头阶 (NLO) 有效哈密顿量为 [107]:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{2\pi \sin^2 \theta_W} \sum_{l=e,\mu,\tau} [V_{cs}^* V_{cd} X_{NL}^l + V_{ts}^* V_{td} X(x_t)] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_l \nu_l)_{V-A} + \text{h.c.}, \quad (3.5)$$

其中 $X(x_t)$ 和 X_{NL}^l 分别是与顶夸克和粲夸克相关的贡献, $x_t = m_t^2/m_W^2$, 详情可以参阅 [107]。在 α_s 领头阶, $X(x_t)$ 是与顶夸克有关的贡献 [108, 109]

$$\begin{aligned} X(x) &= X_0(x) + \frac{\alpha_s}{4\pi} X_1(x), \\ X_0(x) &= \frac{x}{8} \left[-\frac{2+x}{1-x} + \frac{3x-6}{(1-x)^2} \ln x \right], \\ X_1(x) &= -\frac{23x+5x^2-4x^3}{3(1-x)^2} + \frac{x-11x^2+x^3+x^4}{(1-x)^3} \ln x + \frac{8x+4x^2+x^3-x^4}{2(1-x)^3} \ln^2 x \\ &\quad - \frac{4x-x^3}{(1-x)^2} L_2(1-x) + 8x \frac{\partial X_0(x)}{\partial x} \ln x_\mu, \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中 $x_\mu = \mu^2/M_W^2$, $\mu = O(m_t)$,

$$L_2(1-x) = \int_1^x dt \frac{\ln t}{1-t}. \quad (3.7)$$

对应于 $X(x_t)$, 函数 X_{NL}^l 是粲夸克部分的贡献, 是由重整化群 (RG) 在次领头阶对数近似下 (NLLA) 计算得出的:

$$X_{NL}^l = C_{NL} - 4B_{NL}^{(1/2)}. \quad (3.8)$$

其中 C_{NL} 和 $B_{NL}^{(1/2)}$ 分别表示 Z^0 -企鹅图和箱图贡献 [110]

$$\begin{aligned} C_{NL} &= \frac{x(m_c)}{32} K_c^{24} \left[\left(\frac{48}{7} K_+ + \frac{24}{11} K_- - \frac{696}{77} K_{33} \right) \left(\frac{4\pi}{\alpha_s(\mu)} + \frac{15212}{1875} (1 - K_c^{-1}) \right) \right. \\ &\quad + \left(1 - \ln \frac{\mu^2}{m_c^2} \right) (16K_+ - 8K_-) - \frac{1176244}{13125} K_+ - \frac{2302}{6875} K_- + \frac{3529184}{48125} K_{33} \\ &\quad \left. + K \left(\frac{56248}{4375} K_+ - \frac{81448}{6875} K_- + \frac{4563698}{144375} K_{33} \right) \right], \\ B_{NL}^{(1/2)} &= \frac{x(m_c)}{4} K_c^{24} \left[3(1 - K_2) \left(\frac{4\pi}{\alpha_s(\mu)} + \frac{15212}{1875} (1 - K_c^{-1}) \right) \right. \\ &\quad \left. - \ln \frac{\mu^2}{m_c^2} - \frac{r \ln r}{1-r} - \frac{305}{12} + \frac{15212}{625} K_2 + \frac{15581}{7500} K K_2 \right], \end{aligned} \quad (3.9)$$

其中 $r = m_t^2/m_c^2(\mu)$, $\mu = O(m_c)$ 和

$$K = \frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)}, \quad K_c = \frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_c)}, \quad K_+ = K^6, \quad K_- = K^{-\frac{12}{25}}, \quad K_{33} = K_2 = K^{-\frac{1}{25}}. \quad (3.10)$$

本章将考虑重子八重态 (Ξ 、 Σ 、 Λ 和 N) 之间的跃迁以及从重子十重态到八重态 $\Omega^- \rightarrow \Xi^-$ 的跃迁过程。

重子八重态之间的矢量流和轴矢流的跃迁矩阵元可以用六个形状因子 $f_{1,2,3}(q^2)$ 和

$g_{1,2,3}(q^2)$ 进行参数化:

$$\begin{aligned} & \langle B'_8(P', S'_z) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s | B_8(P, S_z) \rangle \\ &= \bar{u}(P', S'_z) \left[\gamma_\mu f_1(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M} f_3(q^2) \right] u(P, S_z) \\ & - \bar{u}(P', S'_z) \left[\gamma_\mu g_1(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} g_2(q^2) + \frac{q_\mu}{M} g_3(q^2) \right] \gamma_5 u(P, S_z), \end{aligned} \quad (3.11)$$

其中 $q = P - P'$, 而 M 表示重子八重态 B_8 的质量。 $B_8 \rightarrow B'_8$ 的跃迁形状因子 $f_i(q^2)$ 和 $g_i(q^2)$ 可以表示为 [111]:

$$f_m = aF_m(q^2) + bD_m(q^2), \quad g_m = aF_{m+3}(q^2) + bD_{m+3}(q^2), \quad (m = 1, 2, 3), \quad (3.12)$$

下面给出一些必要的讨论 [111]:

- 等式 (3.12) 中的常量 a 和 b 是 SU(3) Clebsch-Gordan 系数, 当重子八重态算符之间相互转化时出现。
- 在 $q^2 = 0$ 时, 形状因子 $f_1(0)$ 等于重子的重子数, 因此 $F_1(0) = 1$ 和 $D_1(0) = 0$ 。
- 在精确的 SU(3) 对称情形下, 可以利用质子和中子的反常磁矩 (κ_p 和 κ_n) 来计算形状因子 $f_2(0)$ 。其中 $F_2(0) = \kappa_p + \frac{1}{2}\kappa_n$ 和 $D_2(0) = -\frac{3}{2}\kappa_n$ 。
- $g_1(0)$ 是两个参数 F 和 D 的线性组合。
- 由于 $g_2^{n \rightarrow p} = F_5(q^2) + D_5(q^2) = 0$ 和 $g_2^{\Xi^- \rightarrow \Xi^0} = D_5(q^2) - F_5(q^2) = 0$, 我们可以得到 $F_5(q^2) = D_5(q^2) = 0$ 。由于存在对称性破缺效应, 所有赝标张量形状因子 g_2 在所有衰变中都会消失。
- 在 $s \rightarrow d\bar{\nu} \nu$ 的衰变中, f_3 和 g_3 与中微子质量成正比, 因此可以忽略。

式 (3.11) 可以重新表示为:

$$\begin{aligned} & \langle B'_8(P', S'_z) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s | B_8(P, S_z) \rangle \\ &= \bar{u}(P', S'_z) \left[\gamma_\mu f_1(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_2(q^2) - \gamma_\mu g_1(q^2) \gamma_5 \right] u(P, S_z). \end{aligned} \quad (3.13)$$

由于在超子半轻弱衰变 $s \rightarrow d\bar{\nu} \nu$ 中, 轻子对的不变质量平方相对较小, 因此可以预期形状因子中的 q^2 分布对衰变宽度的影响很小。表 3.1 中列出了形状因子 f_1 、 f_2 和 g_1 在 $q^2 = 0$ 处的表达式。

强子部分的螺旋度振幅可以定义为

$$H_{\lambda', \lambda_\nu}^V \equiv \langle B'_8(P', \lambda') | \bar{d} \gamma^\mu s | B_8(P, \lambda) \rangle \epsilon_{\nu\mu}^*(\lambda_\nu), \quad (3.14)$$

$$H_{\lambda', \lambda_\nu}^A \equiv \langle B'_8(P', \lambda') | \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 s | B_8(P, \lambda) \rangle \epsilon_{\nu\mu}^*(\lambda_\nu). \quad (3.15)$$

λ 和 λ' 分别表示初末态重子的螺旋度, 而 λ_ν 表示虚的中间矢量粒子的螺旋度。螺旋度

表 3.1 $B \rightarrow B'$ 的跃迁形状因子 $f_1(0)$, $f_2(0)$ 和 $g_1(0)$ [111], 其中反常磁矩的实验值为 $\kappa_p = 1.793 \pm 0.087$ 和 $\kappa_n = -1.913 \pm 0.069$ [112], 两个耦合常数为 $F = 0.463 \pm 0.008$ 和 $D = 0.804 \pm 0.008$ [112]。 g_1/f_1 在中子的衰变中是正的, 本章中其他形状因子的正负符号都使用此符号来约定。

Table 3.1 The form factors for $B \rightarrow B'$ transition $f_1(0)$, $f_2(0)$ and $g_1(0)$ [111], where the experimental anomalous magnetic moments are $\kappa_p = 1.793 \pm 0.087$ and $\kappa_n = -1.913 \pm 0.069$ [112], with the two coupling constants $F = 0.463 \pm 0.008$ and $D = 0.804 \pm 0.008$ [112]. Here g_1/f_1 is positive for the neutron decay, and all other signs are fixed using this sign convention.

$B \rightarrow B'$	$\Lambda \rightarrow n$	$\Sigma^+ \rightarrow p$	$\Xi^0 \rightarrow \Lambda$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^0$	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^-$
$f_1(0)$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	-1	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$f_2(0)$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}\kappa_p$	$-(\kappa_p + 2\kappa_n)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}(\kappa_p + \kappa_n)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(\kappa_p - \kappa_n)$	$\kappa_p - \kappa_n$
$g_1(0)$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}(F + D/3)$	$-(F - D)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}(F - D/3)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(F + D)$	$F + D$

振幅 $H_{\lambda', \lambda_V}^{VA}$ 有以下形式 [65]:

$$\begin{aligned} H_{\frac{1}{2}, 0}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left[(M + M')f_1 - \frac{q^2}{M}f_2 \right], & H_{\frac{1}{2}, 0}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} (M - M')g_1, \\ H_{\frac{1}{2}, 1}^V &= i\sqrt{2Q_-} \left[-f_1 + \frac{M + M'}{M}f_2 \right], & H_{\frac{1}{2}, 1}^A &= -i\sqrt{2Q_+}g_1. \end{aligned} \quad (3.16)$$

其中 $Q_{\pm} = (M \pm M')^2 - q^2$, M 和 M' 分别表示初末态重子的质量。正负螺旋度振幅的关系如下:

$$H_{-\lambda', -\lambda_V}^V = H_{\lambda', \lambda_V}^V, \quad H_{-\lambda', -\lambda_V}^A = -H_{\lambda', \lambda_V}^A. \quad (3.17)$$

完整螺旋度振幅可以表示为

$$H_{\lambda', \lambda_V} = H_{\lambda', \lambda_V}^V - H_{\lambda', \lambda_V}^A. \quad (3.18)$$

由于目前缺少从重子十重态到八重态的跃迁中 M_1 和 E_2 的实验数据, 无法确定 $\Omega^- \rightarrow \Xi^-$ 的跃迁矩阵元。依据文献 [112] 的分析, 本章只考虑轴矢流矩阵元 [112-114]:

$$\begin{aligned} \langle \Xi^-(P', S'_z) | \bar{d}\gamma_\mu \gamma_5 s | \Omega^-(P, S_z) \rangle &= \bar{u}_{\Xi^-}(P', S'_z) \{ C_5^A(q^2)g_{\mu\nu} + C_6^A(q^2)q_\mu q_\nu \\ &+ [C_3^A(q^2)\gamma^\alpha + C_4^A(q^2)p'^\alpha] (q_\alpha g_{\mu\nu} - q_\nu g_{\alpha\mu}) \} u_{\Omega^-}^V(P, S_z). \end{aligned} \quad (3.19)$$

其中 $u_{\Omega^-}^V(P, S_z)$ 表示 Rarita-Schwinger 旋量, 对应于自旋-3/2 的重子十重态 Ω^- 。在文献 [115] 中 $C_3^A(q^2)$ 和 $C_4^A(q^2)$ 与初末态重子的质量差成正比, 由此这两部分的贡献被压低。在手征极限下 $C_5^A(q^2)$ 和 $C_6^A(q^2)$ 是相关的, $C_6^A(q^2) = M_N^2 C_5^A(q^2)/q^2$ [113]。在 SU(3) 极限下, 对 $\Omega^- \rightarrow \Xi^-$ 跃迁过程我们可以取 $C_5^A(0) = 1.653 \pm 0.006$ (与 $\Omega^- \rightarrow \Xi^0$ 的情况一样) [112]。螺旋度振幅可以表示为:

$$H_{\lambda', \lambda_V}^A = \langle \Xi^-(P', \lambda') | \bar{d}\gamma_\mu \gamma_5 s | \Omega^-(P, \lambda) \rangle \epsilon_V^{*\mu}(\lambda_V) \quad (3.20)$$

$$= \bar{u}_{\Xi^-}(P', \lambda') [C_5^A(q^2)g_{\mu\nu} + C_6^A(q^2)q_\mu q_\nu] u_{\Omega^-}^V(P, \lambda) \epsilon_V^{*\mu}(\lambda_V). \quad (3.21)$$

其中 $\lambda^{(\prime)}$ 和 λ_V 的定义与等式 (3.14-3.15) 中的相同。可以看出, 螺旋度振幅 $H_{\lambda', \lambda_V}^A$ 具有以下形式 [65]:

$$\begin{aligned} H_{\frac{1}{2}, 0}^A &= H_{-\frac{1}{2}, 0}^A = i\sqrt{\frac{2Q_+}{3}} \frac{E_V}{\sqrt{q^2}} C_5^A(q^2), & H_{\frac{1}{2}, 1}^A &= H_{-\frac{1}{2}, -1}^A = i\sqrt{\frac{Q_+}{3}} C_5^A(q^2), \\ H_{\frac{1}{2}, -1}^A &= H_{-\frac{1}{2}, 1}^A = i\sqrt{Q_+} C_5^A(q^2). \end{aligned} \quad (3.22)$$

$B \rightarrow B' \bar{\nu} \nu$ 的微分衰变宽度为:

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{d\Gamma_L}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T}{dq^2}. \quad (3.23)$$

其中 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 分别是衰变宽度的纵向极化和横向极化部分, 它们的具体表达式为:

$$\frac{d\Gamma_L}{dq^2} = N \frac{q^2 p'}{12(2\pi)^3 M^2} (|H_{\frac{1}{2}, 0}^A|^2 + |H_{-\frac{1}{2}, 0}^A|^2), \quad (3.24)$$

$$\frac{d\Gamma_T}{dq^2} = N \frac{q^2 p'}{12(2\pi)^3 M^2} (|H_{\frac{1}{2}, 1}^A|^2 + |H_{-\frac{1}{2}, -1}^A|^2 + |H_{\frac{1}{2}, -1}^A|^2 + |H_{-\frac{1}{2}, 1}^A|^2). \quad (3.25)$$

其中在初态粒子 B 的质心系中 B' 的动量大小为 $p' = \sqrt{Q_+ Q_-}/2M$, $N = 2N_1(0) + N_1(m_\tau)$ 与

$$N_1(m_l) = \left| \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{2\pi \sin^2 \Theta_W} (V_{cd}^* V_{cs} X_{NL}^l(m_l) + V_{td}^* V_{ts} X(x_t)) \right|^2. \quad (3.26)$$

这里忽略了电子和 μ 子的质量。

衰变宽度表达式为:

$$\Gamma = \int_0^{(M-M')^2} dq^2 \frac{d\Gamma}{dq^2}. \quad (3.27)$$

3.2 数值结果和讨论

3.2.1 标准模型预言

利用表 3.2 中给出的输入参数和第 3.1 小节中的理论公式, 本文计算出在不同能标 $\mu_c = 1 \text{ GeV}$, $\mu_t = 100 \text{ GeV}$ 和 $\mu_c = 3 \text{ GeV}$, $\mu_t = 300 \text{ GeV}$ 下的领头阶 (Leading Order 简称 LO) 和次领头阶 (Next Leading Order 简称 NLO) 的衰变分支比, 结果见表 3.3。

分析表 3.3 中的数值结果, 可以发现:

- $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 稀有超子衰变的分支比大小为 $10^{-14} \sim 10^{-11}$ 。
- 在能标 $\mu_c = 1 \text{ GeV}$, $\mu_t = 100 \text{ GeV}$ 下, NLO 的结果为比 LO 的结果小约 30%, 而在能标 $\mu_c = 3 \text{ GeV}$, $\mu_t = 300 \text{ GeV}$ NLO 的结果为比 LO 的结果大了近 10%。
- 从能标 $\mu_c = 1 \text{ GeV}$, $\mu_t = 100 \text{ GeV}$ 到能标 $\mu_c = 3 \text{ GeV}$, $\mu_t = 300 \text{ GeV}$, LO 的结果相差约 50%, 而 NLO 的结果相差约 30%。NLO 的结果对质量能标依赖性较小。
- 尽管 $\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu}$ 的相空间比 $\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}$ 的大, 但由于 $\tau_\Lambda = 2.632 \times 10^{-10} \text{ s} > \tau_{\Sigma^+} = 0.8018 \times 10^{-10} \text{ s}$, 则 $\mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}) > \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu})$ 。

表 3.2 输入参数

Table 3.2 The input parameters of this work.

The masses and lifetimes of baryons in the initial and final states[116]				
$m_p = 938.2720813\text{MeV}$	$m_{\Sigma^+} = 1189.37\text{MeV}$	$m_{\Xi^0} = 1314.86\text{MeV}$		
$m_n = 939.5654133\text{MeV}$	$m_{\Sigma^-} = 1197.45\text{MeV}$	$m_{\Xi^-} = 1321.71\text{MeV}$		
$m_\Lambda = 1115.683\text{MeV}$	$m_{\Sigma^0} = 1192.642\text{MeV}$	$m_{\Omega^-} = 1672.45\text{MeV}$		
$\tau_{\Xi^0} = 2.90 \times 10^{-10}\text{s}$	$\tau_{\Xi^-} = 1.639 \times 10^{-10}\text{s}$	$\tau_{\Omega^-} = 0.821 \times 10^{-10}\text{s}$		
$\tau_\Lambda = 2.632 \times 10^{-10}\text{s}$	$\tau_{\Sigma^+} = 0.8018 \times 10^{-10}\text{s}$			
Physical constants and CKM Parameters[116, 117]				
$G_F = 1.16637387 \times 10^{-5}\text{GeV}^{-2}$	$\sin^2 \theta_W = 0.23122$	$\alpha_s(m_Z) = 0.1182$	$\alpha \equiv \alpha(m_Z) = 1/128$	
$m_\tau = 1776.86\text{MeV}$	$m_c = 1.275\text{GeV}$	$m_t = 173.0\text{GeV}$	$m_W = 80.379\text{GeV}$	$m_Z = 91.1876\text{GeV}$
$A = 0.836$	$\lambda = 0.22453$	$\bar{\rho} = 0.122$	$\bar{\eta} = 0.355$	

表 3.3 在 LO, NLO, NLO+SUSY 和 NLO+M331 且 $\mu_c = 1\text{ GeV}, \mu_t = 100\text{ GeV}$ 和 $\mu_c = 3\text{ GeV}, \mu_t = 300\text{ GeV}$ 情况下, 稀有超子弱衰变的数值结果

Table 3.3 The LO, NLO, NLO+SUSY and NLO+M331 results for the branching ratio of rare hyperon decays for $\mu_c = 1\text{ GeV}, \mu_t = 100\text{ GeV}$ and $\mu_c = 3\text{ GeV}, \mu_t = 300\text{ GeV}$.

Branching ratio		$\mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu})$	$\mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu})$	$\mathcal{B}(\Xi^0 \rightarrow \Lambda\nu\bar{\nu})$	$\mathcal{B}(\Xi^0 \rightarrow \Sigma^0\nu\bar{\nu})$	$\mathcal{B}(\Xi^- \rightarrow \Sigma^-\nu\bar{\nu})$	$\mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^-\nu\bar{\nu})$
$\mu_c = 1\text{ GeV}$	LO	2.85×10^{-12}	6.88×10^{-13}	1.06×10^{-12}	1.77×10^{-13}	2.17×10^{-13}	1.78×10^{-11}
	NLO	1.98×10^{-12}	5.01×10^{-13}	7.35×10^{-13}	1.24×10^{-13}	1.52×10^{-13}	1.93×10^{-11}
	NLO+SUSY (Set.I)	8.14×10^{-12}	2.06×10^{-12}	3.02×10^{-12}	5.08×10^{-13}	6.23×10^{-13}	7.94×10^{-11}
$\mu_t = 100\text{ GeV}$	NLO+SUSY (Set.II)	3.78×10^{-12}	9.55×10^{-13}	1.40×10^{-12}	2.36×10^{-13}	2.89×10^{-13}	3.69×10^{-11}
	NLO+M331	1.24×10^{-11}	3.13×10^{-12}	4.59×10^{-12}	7.71×10^{-13}	9.45×10^{-13}	1.20×10^{-10}
$\mu_c = 3\text{ GeV}$	LO	1.10×10^{-12}	2.65×10^{-13}	4.10×10^{-13}	6.83×10^{-14}	8.37×10^{-14}	1.07×10^{-11}
	NLO	1.20×10^{-12}	3.04×10^{-13}	4.46×10^{-13}	7.50×10^{-14}	9.19×10^{-14}	1.17×10^{-11}
	NLO+SUSY (Set.I)	5.85×10^{-12}	1.48×10^{-12}	2.17×10^{-12}	3.65×10^{-13}	4.47×10^{-13}	5.71×10^{-11}
$\mu_t = 300\text{ GeV}$	NLO+SUSY (Set.II)	2.35×10^{-12}	5.94×10^{-13}	8.72×10^{-13}	1.47×10^{-13}	1.80×10^{-13}	2.29×10^{-11}
	NLO+M331	1.02×10^{-11}	2.58×10^{-12}	3.80×10^{-12}	6.37×10^{-13}	7.81×10^{-13}	9.95×10^{-11}
BESIII sensitivity [1]		3×10^{-7}	4×10^{-7}	8×10^{-7}	9×10^{-7}	--	2.6×10^{-5}

- 在 6 个衰变道中 $\Omega^- \rightarrow \Xi^-\nu\bar{\nu}$ 的衰变分支比是最大, 与 $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$ 的分支比大小有相同的数量级, 这是因为相比于其他的衰变过程, 该衰变过程初末态重子的质量差最大。

目前实验方面的数据很少, 因此大多数实验给出的限制都不是很好。文献 [1] 分析了 BESIII 探测稀有超子衰变的前景。我们在表 3.3 中列出所有衰变道分支比的实验灵敏度。可以看到当前的 BESIII 实验还无法探测到这些超子衰变, 我们希望未来的实验如超级顶夸克和粲夸克工厂能够改善这一现状。

3.2.2 形状因子的误差

根据 Ademollo-Gatto 定理 [118], 形状因子 $f_1(0)$ 无法进行任何 SU(3) 对称性破缺修正。在精确的 SU(3) 对称情形下, 可以利用质子和中子的反常磁矩 (κ_p 和 κ_n) 来计算形

状因子 $f_2(0)$ 。 κ_p 和 κ_n 的实验数据中已经包含 SU(3) 对称性破缺效应 [112]:

$$\kappa_p [O(m_s^0)] = 1.363 \pm 0.069, \quad \kappa_n [O(m_s^0)] = -1.416 \pm 0.049, \quad (3.28)$$

$$\kappa_p [O(m_s^0) + O(m_s^1)] = 1.793 \pm 0.087, \quad \kappa_n [O(m_s^0) + O(m_s^1)] = -1.913 \pm 0.069. \quad (3.29)$$

在 SU(3) 对称性破缺效应下, 来自 κ_p 和 κ_n 的不确定性约为 25%。在能标 $\mu_c = 1\text{GeV}$ 和 $\mu_t = 100\text{GeV}$ 下, 如果采用式 (3.28) 和 (3.29) 中的 κ_p 和 κ_n , NLO 分支比的结果为:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu}) [O(m_s^0)] &= (4.86 \pm 0.04) \times 10^{-13}, \\ \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu}) [O(m_s^0) + O(m_s^1)] &= (5.01 \pm 0.08) \times 10^{-13}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

在能标 $\mu_c = 1\text{GeV}$ 和 $\mu_t = 100\text{GeV}$ 下, 如果采用 $F = 0.463 \pm 0.008$ 和 $D = 0.804 \pm 0.008$ [112], NLO 分支比的结果为:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu}) &= (5.01 \pm 0.12) \times 10^{-13}, \\ \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}) &= (1.98 \pm 0.05) \times 10^{-12}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

对于衰变 $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu}$, SU(3) 对称性下 $C_5^A(0) = 1.653 \pm 0.006$, 而在 SU(3) 对称性破缺条件下 $C_5^A(0) = 1.612 \pm 0.007$ [112]。在能标为 $\mu_c = 1\text{GeV}$ 和 $\mu_t = 100\text{GeV}$ 的 NLO 情况下, 分支比 $\mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu})$ 为:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu})(\text{对称}) &= (1.84 \pm 0.01) \times 10^{-11}, \\ \mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu})(\text{破缺}) &= (1.93 \pm 0.01) \times 10^{-11}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

计算中对所有形状因子采用以下参数化方法,

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m^2}}, \quad (3.33)$$

m 代表初态超子的质量。例如在能标为 $\mu_c = 1\text{GeV}$ 和 $\mu_t = 100\text{GeV}$ 的 NLO 下情况, 我们得到:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu})(F(0)) &= 1.98 \times 10^{-12}, \quad \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu})(F(q^2)) = 2.03 \times 10^{-12}, \\ \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu})(F(0)) &= 5.01 \times 10^{-13}, \quad \mathcal{B}(\Sigma^+ \rightarrow p\nu\bar{\nu})(F(q^2)) = 5.16 \times 10^{-13}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

这两种情况之间的差异很小, 约为百分之几。

在考虑上述所有形状因子误差时, 我们发现大多数衰变道的分支比具有约 5% ~ 10% 的修正。

3.2.3 超对称标准模型的贡献

在超对称 (Supersymmetry 简称 SUSY) 标准模型框架下 $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ 的有效哈密顿量为等式 (3.5), 其中 $X(x_t)$ 需要做以下替换 [119]

$$X_{\text{new}} = X(x_t) + X_H(x_{tH}) + C_X + C_N. \quad (3.35)$$

表 3.4 R 参数的上限。 $R_{s_L t_R}^U$ 和 $R_{t_R d_L}^U$ 的相位是不受约束的。Table 3.4 Upper limits for the R parameters. Notice that the phase of $R_{s_L t_R}^U$ and $R_{t_R d_L}^U$ is unconstrained.

quantity	upper limit
$R_{s_L d_L}^D$	$(-112 - 55i) \frac{m_{\bar{d}_L}}{500\text{GeV}}$
$R_{s_L d_L}^U$	$(-112 - 54i) \frac{m_{\bar{u}_L}}{500\text{GeV}}$
$R_{s_L t_R}^U$	$\text{Min}\{231 \left(\frac{m_{\bar{u}_L}}{500\text{GeV}}\right)^3, 43\} \times e^{i\phi}, 0 < \phi < 2\pi$
$R_{t_R d_L}^U$	$37 \left(\frac{m_{\bar{u}_L}}{500\text{GeV}}\right)^2 \times e^{i\phi}, 0 < \phi < 2\pi$

其中 $x_{tH} = m_t^2/m_{H^\pm}^2$, $X_H(x_{tH})$ 表示带电希格斯粒子的贡献。 C_χ 和 C_N 分别表示带电中微子和中微子的贡献

$$C_\chi = X_\chi^0 + X_\chi^{LL} R_{s_L d_L}^U + X_\chi^{LR} R_{s_L t_R}^U + X_\chi^{LR*} R_{t_R d_L}^U,$$

$$C_N = X_N R_{s_L d_L}^D,$$

其中 X_χ^i 和 X_N 分别取决于带电中微子和中性中微子的混合角。 $X_H(x)$ 、 C_χ 和 C_N 的具体的表达式可以参考文献 [119]。参数 R 是根据质量插入定义的, 其上限在表 3.4 中列出 [119]。应该注意 $R_{s_L t_R}^U$ 和 $R_{t_R d_L}^U$ 的相位 ϕ 是一个自由参数, 取值范围是 $0 \sim 2\pi$ 。将 $\phi = 0$ 设置为中心值。

表 3.5 本章使用的参数及其范围 [120]。所有质量参数单位都是 GeV。

Table 3.5 Parameters and their ranges used in the chapter [120]. All mass parameters are in GeV.

parameters [120]	the meaning of parameters [120]	the range of parameters [120]	Set.I [120]	Set.II [120]
β	The angle of unitarity triangle	$-180^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$	$\tan \beta = 2$	$\tan \beta = 20$
M_A	CP-odd Higgs boson mass	$150 \leq M_A \leq 400$	333	260
M_2	$SU(2)$ gaugino mass; we use M_1 GUT-related to M_2	$50 \leq M_2 \leq 800$	181	750
μ	Supersymmetric Higgs mixing parameter	$-400 \leq \mu \leq 400$	-375	-344
M_{sl}	Common flavour diagonal slepton mass parameter	$95 \leq M_{sl} \leq 1000$	105	884
M_{sq}	Common mass parameter for the first two generations of squarks	$240 \leq M_{sq} \leq 1000$	308	608
M_{tR}	Squark mass parameter for the right stop	$50 \leq M_{tR} \leq 1000$	279	338

表 3.5 中的参数可以用来计算衰变的分支比 [120]。假设 $M_1 \approx 0.5M_2$ [121]。利用以上参数, 可以计算超子半轻弱衰变的分支比, 具体结果列在表 3.3 中, 并且与 SM 结果相比有显著的增大。以衰变 $\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}$ 和 $\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu}$ 为例, 在能标 $\mu_c = 1\text{GeV}$ 和 $\mu_t = 100\text{GeV}$, 计算得到:

$$\text{NLO: } \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}) = 1.98 \times 10^{-12}, \quad \mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu}) = 1.93 \times 10^{-11}, \quad (3.36)$$

$$\text{Set.I: } \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}) = 8.14 \times 10^{-12}, \quad \mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu}) = 7.94 \times 10^{-11}, \quad (3.37)$$

$$\text{Set.II: } \mathcal{B}(\Lambda \rightarrow n\nu\bar{\nu}) = 3.78 \times 10^{-12}, \quad \mathcal{B}(\Omega^- \rightarrow \Xi^- \nu\bar{\nu}) = 3.69 \times 10^{-11}. \quad (3.38)$$

将在 NLO + SUSY(Set.I) 和 (Set.II) 的情况下的结果分别与 SM 的 NLO 情况下的结果作比较, 我们发现, 所有衰变分支比分别增大了 4 倍和 2 倍。但这些结果仍然无法得到当前 BESIII 实验的检验 [1]。

3.2.4 最小 331 模型的贡献

最小 331 模型是 SM 在 TeV 能标下的扩展, 其中 SM $SU(2)_L$ 的弱规范群可以扩展为 $SU(3)_L$ 。在此模型中, 新的中性 Z' 玻色子可以提供非常重要的附加贡献, 因为它可以使 FCNC 过程在树图阶发生。在表 3.3 中, 此模型简称为“M331”。有关该模型的更多详细信息, 请参考文献 [122]。在最小 331 模型下, 有效哈密顿量引入了一个新的项 [123]:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{Z'} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\tilde{V}_{32}^* \tilde{V}_{31}}{3} \left(\frac{M_Z}{M_{Z'}} \right)^2 \cos^2 \theta_W (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_l \nu_l)_{V-A} + \text{h.c.}, \quad (3.39)$$

其中 $M_{Z'} = 1 \text{ TeV}$, $\text{Re}[(\tilde{V}_{32}^* \tilde{V}_{31})^2] = 9.2 \times 10^{-6}$ 和 $\text{Im}[(\tilde{V}_{32}^* \tilde{V}_{31})^2] = 4.8 \times 10^{-8}$ [123]。其他参数与 SM 的输入参数 [116, 117] 相同。可以将等式 (3.5) 中的函数 $X(x_t)$ 重新定义为 $X(x_t) = X^{\text{SM}}(x_t) + \Delta X$,

$$\Delta X = \frac{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W}{\alpha} \frac{2\pi}{3} \frac{\tilde{V}_{32}^* \tilde{V}_{31}}{V_{ts}^* V_{td}} \left(\frac{M_Z}{M_{Z'}} \right)^2. \quad (3.40)$$

使用修改后函数 $X(x_t)$ 并考虑 NLO 贡献, 可以计算最小 331 模型下稀有超子衰变的分支比, 具体的数值结果在表 3.3 中给出。NLO + M331 的估计值比 SM 中的 NLO 结果大 7 倍。

3.3 小结

FCNC 过程为检验标准模型和探索新物理信号提供了重要的场所。在介子领域, 人们已经进行了很多关于 FCNC 衰变过程 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ 的研究, 而相应的重子领域尚未探索。本章研究了 $s \rightarrow d \nu \bar{\nu}$ 稀有的超子衰变。对于形状因子在 q^2 很小时我们采用领头阶近似, 从而推导出衰变宽度的解析表达式。在标准模型和新物理框架下, 计算了超子的味道改变的中性流衰变过程 $s \rightarrow d \nu \bar{\nu}$ 的衰变分支比。在 SM 框架下, 衰变分支比的大小为 $10^{-14} \sim 10^{-11}$, 最大分支比与衰变 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ 的具有相同量级。当考虑形状因子的所有误差时, 大多数衰变道的分支比具有约 5% ~ 10% 的不确定性。在超对称标准模型下, 超子衰变的分支比的结果比 SM 的结果大 2 ~ 4 倍。最小 331 模型中超子衰变的分支比的结果比 SM 的结果大 7 倍。

第四章 双重味重子的“衰变常数”和质量

夸克模型预言了双重味重子：双粲重子、双底重子、底-粲重子的存在。实验上探测这些重子花费了很长时间，虽然 SELEX 合作组很早就宣称通过 $\Lambda_c^+ K^- \pi^+$ 末态发现了双粲重子 Ξ_{cc}^+ ，质量为 $m_{\Xi_{cc}^+} = (3519 \pm 1) \text{ MeV}$ [124, 125]。但一直以来都没有得到其他的实验证实 [126-130]。直到 2017 年，LHCb 合作组从未态 $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ 观测到了双粲重子 Ξ_{cc}^{++} ，并给出其质量为 [7]：

$$m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14) \text{ MeV}. \quad (4.1)$$

为了探究双重味重子的内在属性，揭示双重味重子的多体弱衰变过程中存在的动力学，人们对它们的产生和衰变进行实验研究。同时对双重味重子的弱衰变的进行更深层次的理论研究也具有重要意义 [8-16, 18, 19, 24, 28, 40-48]，尤其需要对其弱衰变和产生进行可靠的 QCD 分析。

QCDSR 已被广泛应用于研究强子质量、衰变常数、形状因子、 K -介子和 B -介子系统的混合矩阵元等 [49-58]。在这种方法中，强子是由复合算符构成的内插流来描述的。这些算符的关联函数可以使用 OPE 的方法进行处理，将其中的短程系数和长程夸克-胶子相互作用分开。前者是可以利用 QCD 微扰理论进行计算的，而后者可以参数化为真空凝聚项。然后通过色散关系将 QCD 的结果与强子态的可观测量进行匹配。基于 QCDSR 的许多优势，在文献 [40, 47, 59-64] 中，理论学家们利用 QCDSR 方法计算了双重味重子的质量。

本章将利用 QCDSR 的方法研究双重味重子的“衰变常数”及其质量。在 QCDSR 的方法中，“衰变常数”和质量是可以内插流的方法来定义。“衰变常数”及其质量是研究双重味重子的其他性质的必要输入参数，例如计算重到轻的跃迁形状因子。

本章的其余部分安排如下。第二节将给出 QCDSR 方法中关联函数的计算，包括谱函数的显式表达式。计算中将考虑 $J^P = 1/2^+$ 重子和 $J^P = 1/2^-$ 重子的贡献。第三小节将给出双重味重子“衰变常数”和质量的数值结果。最后一节将进行小结。

4.1 QCDSR 方法的研究应用

双重味重子是由两个重夸克和一个轻夸克组成。表 1.1 给出了双重味重子基态的量子数及其夸克组成。本章中研究的 $J^P = 1/2^+$ 重子只能弱衰变。

4.1.1 QCDSR 与只含有正宇称的重子

在 QCDSR 方法中, 双重味重子 Ξ_{QQ} 和 Ω_{QQ} 的内插流为:

$$J_{\Xi_{QQ}} = \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \quad (4.2)$$

$$J_{\Omega_{QQ}} = \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\mu Q_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c, \quad (4.3)$$

其中 $Q = c$ 或 $Q = b$ 。而底-粲重子 Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} 的内插流为:

$$J_{\Xi_{bc}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 q_c, \quad (4.4)$$

$$J_{\Omega_{bc}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\mu c_b + c_a^T C \gamma^\mu b_b) \gamma_\mu \gamma_5 s_c. \quad (4.5)$$

以上表达式所描述的双重味重子中两个重夸克组成的系统的自旋宇称为 $s_h^\pi = 1^+$ 。

接下来以两点关联函数开始 QCDSR 分析:

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ J(x) \bar{J}(0) \} | 0 \rangle, \quad (4.6)$$

其中内插流在前面已经给出。 \bar{J} 的定义为:

$$\bar{J} = J^\dagger \gamma^0. \quad (4.7)$$

Lorentz 结构分析表明两点关联函数的形式为:

$$\Pi(q) = \not{q} \Pi_1(q^2) + \Pi_2(q^2). \quad (4.8)$$

在强子层次, 可以在关联函数中插入强子态完备集, 然后关联函数就可以表示物理的谱函数的色散积分:

$$\Pi(q) = \lambda_H^2 \frac{\not{q} + m_H}{m_H^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s - q^2}, \quad (4.9)$$

其中 m_H 表示基态的双重味重子的质量。为了得到上述表达式, 我们对旋量进行了自旋求和:

$$\sum_s u(q, s) \bar{u}(q, s) = \not{q} + m_H. \quad (4.10)$$

极点留数 λ_H 的定义为:

$$\langle 0 | J_H | H(q, s) \rangle = \lambda_H u(q, s). \quad (4.11)$$

λ_H 的量纲为 3。类似于介子的情况, 定义重子的“衰变常数”为:

$$\langle 0 | J_H | H(q, s) \rangle = f_H m_H^2 u(q, s). \quad (4.12)$$

在 OPE 层次, 我们将考虑 α_s 的领头阶贡献, 并包括直到质量量纲为六的真空凝聚项的贡献。完整的双重夸克传播子为:

$$S_{ij}^Q(x) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \left[\frac{\delta_{ij}}{\not{k} - m_Q} - \frac{g_s G_{\alpha\beta}^a t_{ij}^a}{4} \frac{\sigma^{\alpha\beta}(\not{k} + m_Q) + (\not{k} + m_Q)\sigma^{\alpha\beta}}{(k^2 - m_Q^2)^2} + \frac{g_s D_\alpha G_{\beta\lambda}^n t_{ij}^n (f^{\lambda\beta\alpha} + f^{\lambda\alpha\beta})}{3(k^2 - m_Q^2)^4} - \frac{g_s^2 (t^a t^b)_{ij} G_{\alpha\beta}^a G_{\mu\nu}^b (f^{\alpha\beta\mu\nu} + f^{\alpha\mu\beta\nu} + f^{\alpha\nu\mu\beta})}{4(k^2 - m_Q^2)^5} \right], \quad (4.13)$$

与

$$f^{\lambda\alpha\beta} = (\not{k} + m_Q)\gamma^\lambda(\not{k} + m_Q)\gamma^\alpha(\not{k} + m_Q)\gamma^\beta(\not{k} + m_Q), \quad (4.14)$$

$$f^{\alpha\beta\mu\nu} = (\not{k} + m_Q)\gamma^\alpha(\not{k} + m_Q)\gamma^\beta(\not{k} + m_Q)\gamma^\mu(\not{k} + m_Q)\gamma^\nu(\not{k} + m_Q), \quad (4.15)$$

其中 $t^n = \lambda^n/2$, λ^n 为盖尔曼矩阵, i, j 为颜色指标。完整的轻夸克传播子为:

$$S_{ij}(x) = \frac{i\delta_{ij}\not{x}}{2\pi^2 x^4} - \frac{\delta_{ij}}{12} \langle \bar{q}q \rangle - \frac{\delta_{ij} x^2 \langle \bar{q}g_s \sigma G q \rangle}{192} + \frac{i\delta_{ij} x^2 \not{x} \langle \bar{s}g_s \sigma G s \rangle m_q}{1152} - \frac{i g_s G_{\alpha\beta}^a t_{ij}^a (\not{x} \sigma^{\alpha\beta} + \sigma^{\alpha\beta} \not{x})}{32\pi^2 x^2}. \quad (4.16)$$

关联函数用色散积分表示为:

$$\Pi_i(q^2) = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{\infty} ds \frac{\rho_i(s)}{s - q^2}, \quad i = 1, 2, \quad (4.17)$$

其中谱密度用关联函数的虚部表示为:

$$\rho_i(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_i^{\text{OPE}}(s). \quad (4.18)$$

根据夸克-强子对偶: 夸克层次和强子层次的关联函数 $\Pi(q^2)$ 相等, 然后对两式做 Borel 变换:

$$\lambda_H^2 e^{-m_H^2/M^2} = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{-s/M^2}, \quad (4.19)$$

$$\lambda_H^2 m_H e^{-m_H^2/M^2} = \int_{(m_Q+m_{Q'})^2}^{s_0} ds \rho_2(s) e^{-s/M^2}. \quad (4.20)$$

谱函数 ρ_1 和 ρ_2 为:

$$\rho_1^{\text{pert}}(s) = \frac{6}{(2\pi)^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left([\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2] + (1 - \alpha - \beta) m_Q m_{Q'} [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2] \right), \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned}
\rho_1(s) = & \rho_1^{\text{pert}}(s) + \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{72} \left(m_Q^2 \frac{\partial^3}{(\partial m_Q^2)^3} + m_{Q'}^2 \frac{\partial^3}{(\partial m_{Q'}^2)^3} \right) \rho_1^{\text{pert}}(s) \\
& + \frac{4m_Q m_{Q'} \langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4} \left(\frac{\partial^2}{(\partial m_Q^2)^2} + \frac{\partial^2}{(\partial m_{Q'}^2)^2} \right) \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \\
& \quad \times (1 - \alpha - \beta)(\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2) \\
& + \frac{2\langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4} \left(\frac{\partial}{\partial m_Q^2} + \frac{\partial}{\partial m_{Q'}^2} \right) \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} d\beta \\
& \quad \times (3\alpha m_Q^2 + 3\beta m_{Q'}^2 - m_Q m_{Q'} - 4\alpha\beta s) \tag{4.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_2(s) = & -\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{2\pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha (3\alpha(1-\alpha)s - 2\alpha m_Q^2 - 2(1-\alpha)m_{Q'}^2 + 2m_Q m_{Q'}) \\
& - \frac{\langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle}{8\pi^2} \left(1 + \frac{s}{M^2} \right) A(s) - \frac{2\langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle}{(4\pi)^2} (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \\
& + \frac{1}{2s(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})} [\alpha_{\max}(1 - \alpha_{\max})s + \alpha_{\min}(1 - \alpha_{\min})s + 4m_Q m_{Q'}] \tag{4.23}
\end{aligned}$$

其中

$$A(s) = \frac{-s^3 + (m_Q^2 + m_{Q'}^2)s^2 + (m_Q^2 - 4m_Q m_{Q'} + m_{Q'}^2)[s(m_Q^2 + m_{Q'}^2) - (m_Q^2 - m_{Q'}^2)^2]}{2s^2 \sqrt{(s + m_Q^2 - m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}}. \tag{4.24}$$

积分的上下限为: $\alpha_{\min} = [s - m_Q^2 + m_{Q'}^2 - \sqrt{(s - m_Q^2 + m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}]/(2s)$, $\alpha_{\max} = [s - m_Q^2 + m_{Q'}^2 + \sqrt{(s - m_Q^2 + m_{Q'}^2)^2 - 4m_Q^2 s}]/(2s)$, 还有 $\beta_{\min} = \alpha m_Q^2 / (s\alpha - m_{Q'}^2)$ 。对于 $\Omega_{QQ'}$, 我们需要将 $(m_Q + m_{Q'})^2$ 对应的项替换为 $(m_Q + m_{Q'} + m_s)^2$ 。

文章 [59] 采用了与式 (4.19) 相似的表达式:

$$\begin{aligned}
\rho_1(s) = & -\frac{3}{2^4 \pi^4} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2]^2 \\
& + \frac{3}{2^2 \pi^4} m_Q m_{Q'} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{\min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} (1 - \alpha - \beta) [\alpha\beta s - \alpha m_Q^2 - \beta m_{Q'}^2] \\
& - \frac{5m_q \langle \bar{q}q \rangle}{2^3 \pi^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} d\alpha \alpha (1 - \alpha). \tag{4.25}
\end{aligned}$$

对比文献 [59] 的解析结果, 可以发现:

- 本文没有考虑夸克凝聚的质量修正项。这时对于 $\Omega_{cc, bc, bb}$ 重子, 就可能会产生一些影响。
- 式 (4.25) 没有包含胶子凝聚项的贡献。
- 在无质量极限下, 谱函数为:

$$\rho_1(s) = \frac{s^2}{64\pi^4} + \frac{2\langle g_s^2 G^2 \rangle}{(4\pi)^4}. \tag{4.26}$$

结果与文献 [131] 中的完全一致:

$$\lambda_H^2 e^{-m_H^2/M^2} = \frac{1}{2(2\pi)^4} \left[M^6 \left(1 - e^{-s_0/M^2} \left(1 + \frac{s_0}{M^2} + \frac{1}{2} \frac{s_0^2}{M^4} \right) \right) + \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{4} M^2 \left(1 - e^{-s_0/M^2} \right) \right]. \quad (4.27)$$

- 在文献 [59] 中, 理论估计值 $m_{\Xi_{cc}} = (4.26 \pm 0.19) \text{ GeV}$ 比实验值 $m_{\Xi_{cc}}^{\text{exp}} = 3.621 \text{ GeV}$ 大很多.

4.1.2 考虑正负宇称的重子的 QCD 求和规则

在以上分析中, 只考虑了 $1/2^+$ 的重子。在向关联函数 (4.6) 中插入强子态完备集时, 不仅要考虑正宇称的单粒子态还要考虑负宇称的单粒子态的贡献 [132, 133]。负宇称重子的内插流为:

$$J_- \equiv i\gamma_5 J_+, \quad (4.28)$$

其中 J_+ 在式 (4.2) 和 (4.5) 中给出。

考虑 $1/2^-$ 单粒子态时, 式 (4.9) 重新写为:

$$\Pi(q) = \lambda_+^2 \frac{\not{q} + m_+}{m_+^2 - q^2} + \lambda_-^2 \frac{\not{q} - m_-}{m_-^2 - q^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s - q^2}, \quad (4.29)$$

其中 λ_{\pm} 和 m_{\pm} 分别表示正负宇称重子的“衰变常数”和质量。正宇称重子的“衰变常数” λ_+ 在式 (4.11) 已经给出定义。而负宇称重子的“衰变常数” λ_- 可以定义为:

$$\langle 0 | J_H^+ | H(1/2^-, q, s) \rangle = i\gamma_5 \lambda_- u(q, s). \quad (4.30)$$

在强子层次上, 可以取关联函数的虚部为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi(s) &= \lambda_+^2 (q + m_+) \delta(s - m_+^2) + \lambda_-^2 (q - m_-) \delta(s - m_-^2) + \dots \\ &= \not{q} \rho_1^{\text{had}}(s) + \rho_2^{\text{had}}(s), \end{aligned} \quad (4.31)$$

和

$$\begin{aligned} \rho_1^{\text{had}}(s) &= \lambda_+^2 \delta(s - m_+^2) + \lambda_-^2 \delta(s - m_-^2) + \dots, \\ \rho_2^{\text{had}}(s) &= m_+ \lambda_+^2 \delta(s - m_+^2) - m_- \lambda_-^2 \delta(s - m_-^2) + \dots. \end{aligned} \quad (4.32)$$

其中省略号表示更高能级共振态和连续谱的贡献。考虑到 $\sqrt{s} \rho_1^{\text{had}} + \rho_2^{\text{had}}$ 和引入的指数函数 $\exp(-s/M^2)$ 会压低这部分贡献, 我们可以分离出 λ_+ 的贡献为:

$$\int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s} \rho_1^{\text{had}}(s) + \rho_2^{\text{had}}(s)] \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) = 2m_+ \lambda_+^2 \exp\left(-\frac{m_+^2}{M^2}\right), \quad (4.33)$$

其中 s_0 是连续谱的阈值, M^2 是 Borel 参数。

在 OPE 层次上, 可以通过计算关联函数 $\Pi(q)$ 来得到 QCD 谱密度

$$\frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi(s) = \not{q}\rho_1^{\text{OPE}}(s) + \rho_2^{\text{OPE}}(s). \quad (4.34)$$

在连续谱阈值 s_0 下, 取夸克强子对偶, 可以得到 QCDSR 如下形式:

$$2m_+ \lambda_+^2 \exp\left(-\frac{m_+^2}{M^2}\right) = \int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s}\rho_1^{\text{OPE}}(s) + \rho_2^{\text{OPE}}(s)] \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right). \quad (4.35)$$

其中 Δ 是阈值参数, 对于重子 $\Xi_{QQ'}$, 阈值为 $\Delta = (m_Q + m_{Q'})^2$, 对于重子 $\Omega_{QQ'}$, 阈值为 $\Delta = (m_Q + m_{Q'} + m_s)^2$ 。

4.2 数值结果

数值分析中用到的夸克质量为 [134]: $m_c = 1.35 \pm 0.10$ GeV, $m_b = 4.60 \pm 0.10$ GeV, $m_s = 0.12 \pm 0.01$ GeV。我们将忽略轻夸克 u 和 d 的质量, 文献 [60] 采用了相似的取值。

在能标 $\mu = 1$ GeV 下真空凝聚项的取值为 [49, 59, 94, 135-137]: $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.24 \pm 0.01 \text{ GeV})^3$, $\langle \bar{s}s \rangle = (0.8 \pm 0.1)\langle \bar{q}q \rangle$, $\langle g_s^2 G^2 \rangle = 0.88 \pm 0.25 \text{ GeV}^4$, $\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle = m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle = m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle$ 其中 $m_0^2 = 0.8 \pm 0.1 \text{ GeV}^2$ 。

表 4.1 给出了用来计算“衰变常数”的双重味重子的质量。我们将双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 的质量的实验值 [7] 作为输入参数, 并利用同位旋对称性, Ξ_{cc}^+ 的质量应该与 Ξ_{cc}^{++} 的质量相同。而对于其他的双重味重子我们采用文献 [138] 中格点 QCD 的结果。

表 4.1 双重味重子的质量 (单位是 GeV) [7, 138]

Table 4.1 Masses (in units of GeV) of doubly heavy baryons [7, 138]

Baryons	Ξ_{cc}	Ω_{cc}	Ξ_{bb}	Ω_{bb}	Ξ_{bc}	Ω_{bc}
Masses	3.621 [7]	3.738 [138]	10.143 [138]	10.273 [138]	6.943 [138]	6.998 [138]

连续谱的阈值 $\sqrt{s_0}$ 可以取的比相应的重子质量大 $0.4 \sim 0.6$ GeV, 这是因为基态与第一个径向激发态之间的能隙大约为 0.5 GeV [139]。在 QCD 求和规则分析的标准程序中, 我们可以改变 Borel 参数 M^2 的取值来找到最佳稳定性窗口, 其中微扰的贡献应大于凝聚项的贡献, 同时极点贡献大于连续谱贡献。接下来, 利用式 (4.19) 给出的求和规则进行数值分析, 这是因为与等式 (4.20) 中的求和规则相比, 它的收敛性更好。

4.2.1 质量

在 $-1/M^2$ 处, 利用式 (4.19) 和式 (4.35), 我们可以得到双重味重子的质量分别为

$$m_H^2 = \frac{\int_{\Delta}^{s_0} ds \rho_1(s) s e^{-s/M^2}}{\int_{\Delta}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{-s/M^2}} \text{ 和 } m_H^2 = \frac{\frac{d}{d(-1/M^2)} \int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s}\rho_1(s) + \rho_2(s)] e^{-s/M^2}}{\int_{\Delta}^{s_0} ds [\sqrt{s}\rho_1(s) + \rho_2(s)] e^{-s/M^2}}. \quad (4.36)$$

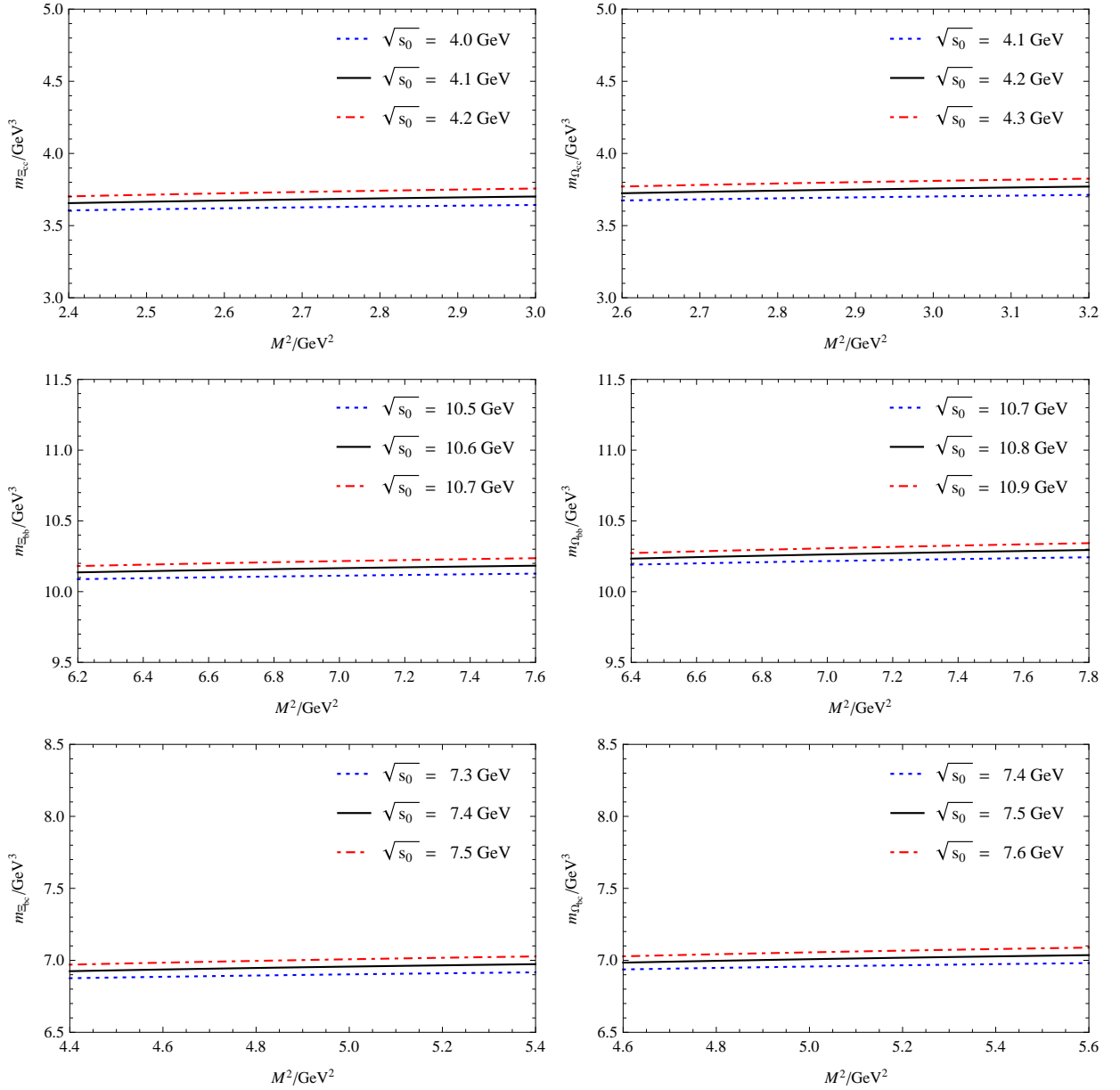


图 4.1 双重味重子的质量对 Borel 参数 M^2 依赖性: Ξ_{cc} 和 Ω_{cc} (前两个图), Ξ_{bb} 和 Ω_{bb} (中间的两个图), Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} (最后两个图)。考虑等式 (4.19) 中的和规则。

Figure 4.1 The M^2 -dependence of the masses of Ξ_{cc} , Ω_{cc} (the top two figures), Ξ_{bb} , Ω_{bb} (the middle two figures), Ξ_{bc} and Ω_{bc} (the bottom two figures). The sum rule in Eq. (4.19) is considered.

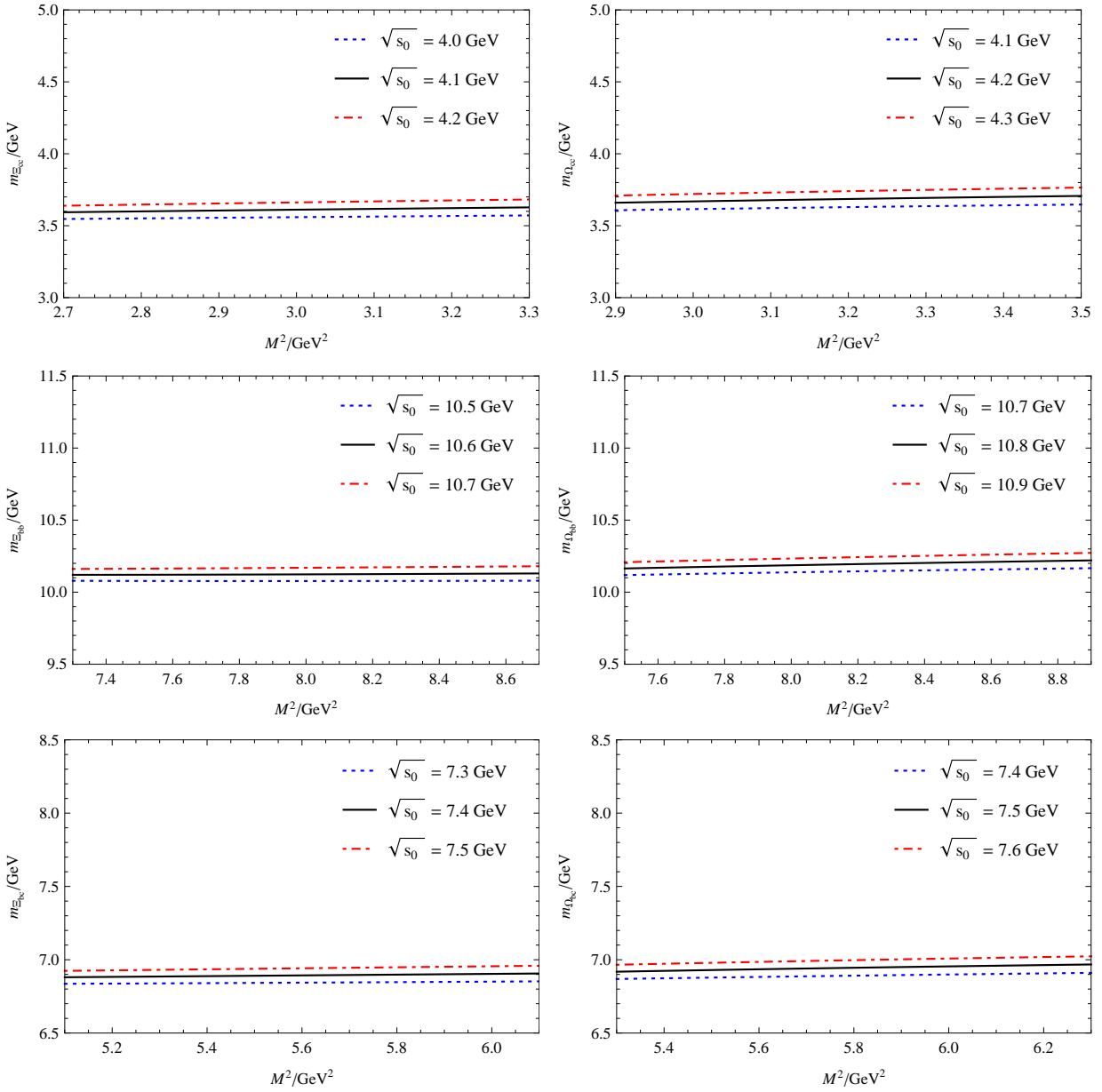


图 4.2 与 4.1 图相同，利用式 (4.35) 求和规则给出的结果

Figure 4.2 Same as Fig. 4.1 but for the sum rule in Eq. (4.35) is considered.

表 4.2 双重味重子质量的理论预测值（以 GeV 为单位）。“This work #1”的结果是由式 (4.19) 得出的，而“this work #2”的结果是由式 (4.35) 得出的。考虑相关参数 (M^2 、 s_0 、夸克质量和凝聚参数) 的不确定度。同时将我们的结果与文献 [59] 和 [60] 中其他一些 QCDSR 结果以及文献 [138] 的格点 QCD 的结果进行比较。我们的结果与文献 [60] 和 [138] 中的一致，但与文献 [59] 中有些不同。

Table 4.2 Theoretical predictions for the masses (in units of GeV) of the doubly heavy baryons. The results of “This work #1” are predicted using Eq. (4.19) while those of “This work #2” using Eq. (4.35). The uncertainties of the relevant parameters, including M^2 , s_0 , the quark masses and the condensates, have been taken into account. For purposes of comparison, some other QCDSR results from Ref. [59] and Ref. [60] and the Lattice QCD results from Ref. [138] are listed. Our results are consistent with Ref. [60] and Ref. [138] but somewhat different from Ref. [59].

Baryon	This work #1	This work #2	Ref. [59]	Ref. [60]	Ref. [138]	Experiment
Ξ_{cc}	3.68 ± 0.08	3.61 ± 0.09	4.26 ± 0.19	3.57 ± 0.14	$3.610 \pm 0.023 \pm 0.022$	3.6214 ± 0.0008
Ω_{cc}	3.75 ± 0.08	3.69 ± 0.09	4.25 ± 0.20	3.71 ± 0.14	$3.738 \pm 0.020 \pm 0.020$	--
Ξ_{bb}	10.16 ± 0.09	10.12 ± 0.10	9.78 ± 0.07	10.17 ± 0.14	$10.143 \pm 0.030 \pm 0.023$	--
Ω_{bb}	10.27 ± 0.09	10.19 ± 0.10	9.85 ± 0.07	10.32 ± 0.14	$10.273 \pm 0.027 \pm 0.020$	--
Ξ_{bc}	6.95 ± 0.09	6.89 ± 0.10	6.75 ± 0.05	--	$6.943 \pm 0.033 \pm 0.028$	--
Ω_{bc}	7.01 ± 0.09	6.95 ± 0.09	7.02 ± 0.08	--	$6.998 \pm 0.027 \pm 0.020$	--

M^2 的最佳稳定窗口可以按照如下方式确定：依据极点贡献应大于连续谱贡献，可以确定 Borel 参数 M^2 的上限，而根据微扰的贡献比夸克凝聚贡献大可以确定下限。对于 Ξ_{cc} 、 Ω_{cc} 、 Ξ_{bb} 、 Ω_{bb} 、 Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} 上下限分别为 $M_{\max}^2 = 3.3, 3.5, 8.7, 9.5, 6.1, 6.3 \text{ GeV}^2$ 和 $M_{\min}^2 = 2.7, 2.0, 7.1, 5.2, 4.7, 3.6 \text{ GeV}^2$ 。式 (4.35) 求和规则中 M^2 的最佳窗口分别为 $[2.7, 3.3]$, $[2.9, 3.5]$, $[7.3, 8.7]$, $[7.5, 8.9]$, $[5.1, 6.1]$ 和 $[5.3, 6.3]$ 。式 (4.19) 中 M^2 的最佳窗口分别为 $[2.4, 3.0]$, $[2.6, 3.2]$, $[6.2, 7.6]$, $[6.4, 7.8]$, $[4.4, 5.4]$ 和 $[4.6, 5.6]$ 。

图 4.1 和 4.2 展示了理论预言的质量 m_H 对 Borel 参数 M^2 的依赖关系，两图分别采用式 (4.19) 和式 (4.35) 中的求和规则。利用式 (4.19)，可以得到

$$m_{\Xi_{cc}} = (3.68 \pm 0.08) \text{ GeV}, \quad (4.37)$$

其中只考虑了正宇称的重子。当考虑到 $1/2^-$ 重子的贡献后，我们发现质量有轻微的变化

$$m_{\Xi_{cc}} = (3.61 \pm 0.09) \text{ GeV}. \quad (4.38)$$

预测值的不确定度来源于以下参数： M^2 、 s_0 、夸克质量和凝聚项。考虑到误差，可以看出本文的结果与实验值是一致的。同时本文结果也与其他理论估计值是一致的，例如文献 [60] 的理论值。表 4.2 给出了理论计算结果。

4.2.2 “衰变常数”

图 4.3 和 4.4 给出了“衰变常数” λ_H 对 Borel 参数 M^2 的依赖性关系，分别利用式 (4.19) 和 (4.35) 给出的求和规则。表 4.3 给出了“衰变常数”的数值结果。

有以下几点需要注意：

表 4.3 双重味重子的“衰变常数” λ_H (单位为 GeV^3)。“This work #1”的预测值是使用等式 (4.19) 得到的, 而“this work #2”的预测值是使用等式 (4.35) 计算得到的。考虑相关参数 (M^2 、 s_0 、夸克质量、凝聚项和重子的质量) 的不确定性。为了方便比较, 我们在表中也列出了来自参考文献 [60] QCDSR 的结果。

Table 4.3 Decay constants λ_H (in units of GeV^3) for the doubly heavy baryons. The results of “This work #1” are predicted using Eq. (4.19) while those of “This work #2” using Eq. (4.35). The uncertainties of the relevant parameters, including M^2 , s_0 , the quark masses, the condensates and the baryon masses, have been taken into account. For purposes of comparison, the QCDSR results from Ref. [60] are listed.

Baryon	This work #1	This work #2	Ref. [60]
Ξ_{cc}	0.113 ± 0.029	0.109 ± 0.021	0.115 ± 0.027
Ω_{cc}	0.140 ± 0.033	0.123 ± 0.024	0.138 ± 0.030
Ξ_{bb}	0.303 ± 0.094	0.281 ± 0.071	0.252 ± 0.064
Ω_{bb}	0.404 ± 0.112	0.347 ± 0.083	0.311 ± 0.077
Ξ_{bc}	0.191 ± 0.053	0.176 ± 0.040	--
Ω_{bc}	0.217 ± 0.056	0.188 ± 0.041	--

- 需要指出的是, 当同时考虑正负宇称的重子态时, 阈值参数就需要取的更大一些。
- 比较表 4.3 中的两组结果, 可以发现负宇称的重子没有明显的影响。
- 从表 4.3 中可以看到 $\Omega_{QQ'}$ 的“衰变常数”稍大于 $\Xi_{QQ'}$ 的“衰变常数”。

4.3 小结

这一章使用 QCD 求和规则的方法计算了双重味重子 Ξ_{cc} 、 Ω_{cc} 、 Ξ_{bb} 、 Ω_{bb} 、 Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} 的“衰变常数”和质量。计算中同时考虑了正负宇称的重子, 并发现 $1/2^-$ 的影响并不大。“衰变常数”的结果有助于研究双重味重子的弱衰变及其他性质的, 包括寿命 [140-142]。

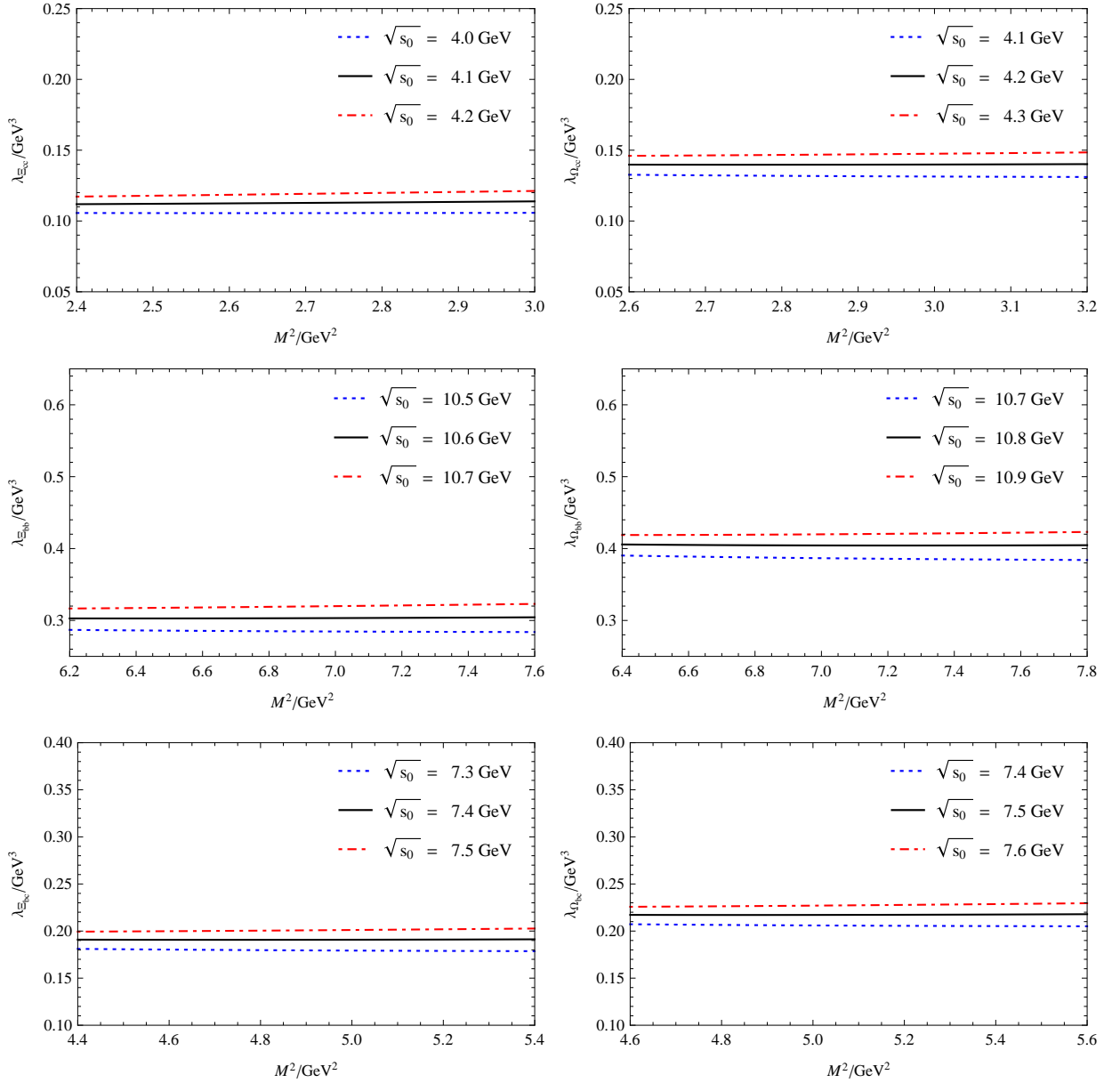


图 4.3 双重味重子的“衰变常数”对 Borel 参数 M^2 的依赖性: Ξ_{cc} 和 Ω_{cc} (前两个图), Ξ_{bb} 和 Ω_{bb} (中间两个图), Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} (后两个图)。连续阈值取分别为 $\sqrt{s_0} = 4.0 \sim 4.2$ GeV, $\sqrt{s_0} = 4.1 \sim 4.3$ GeV, $\sqrt{s_0} = 10.5 \sim 10.7$ GeV, $\sqrt{s_0} = 10.7 \sim 10.9$ GeV, $\sqrt{s_0} = 7.3 \sim 7.5$ GeV 和 $\sqrt{s_0} = 7.4 \sim 7.6$ GeV。考虑式 (4.19) 所表示的求和规则

Figure 4.3 The M^2 -dependence of the decay constants of Ξ_{cc} , Ω_{cc} (the top two figures), Ξ_{bb} , Ω_{bb} (the middle two figures), Ξ_{bc} and Ω_{bc} (the bottom two figures). The continuum threshold are taken as $\sqrt{s_0} = 4.0 \sim 4.2$ GeV, $\sqrt{s_0} = 4.1 \sim 4.3$ GeV, $\sqrt{s_0} = 10.5 \sim 10.7$ GeV, $\sqrt{s_0} = 10.7 \sim 10.9$ GeV, $\sqrt{s_0} = 7.3 \sim 7.5$ GeV and $\sqrt{s_0} = 7.4 \sim 7.6$ GeV, respectively. The sum rule in Eq. (4.19) is considered.

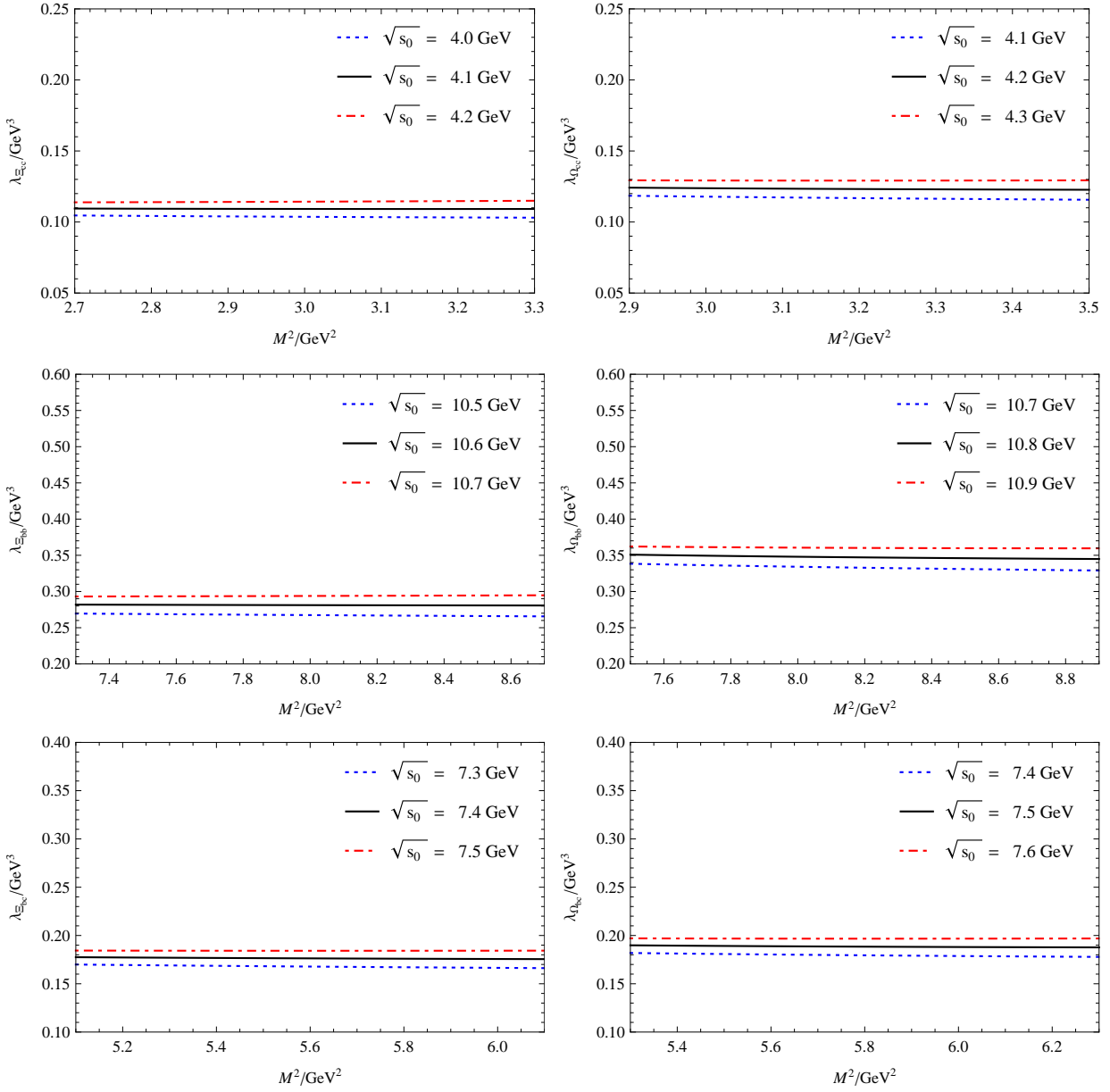


图 4.4 与 4.3 图相同，利用式 (4.35) 求和规则给出的结果

Figure 4.4 Same as Fig. 4.3 but for the sum rule in Eq. (4.35) is considered.

第五章 光锥求和规则方法分析 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的半轻弱衰变

有关介子和重子的简单夸克模型可以很好地解释实验上观测到的大多数强子数据。在过去的几十年中，强子谱的研究取得了重要的复兴。一方面，观察到许多奇特强子，其中大多数违反了“介子态是由夸克与反夸克组成的而重子态是由三个夸克组成的”这种解释。有关这些奇特强子的实验观测已经引起了广泛的理论研究，但尚未得出结论性的成果。另一方面，并不是夸克模型预言的所有粒子都得到了实验的验证，例如由夸克模型预言的双重味重子中，只有带两个正电荷的双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 得到了实验的验证 [7, 39, 143-145]。

在寻找新型粒子的实验中，首先发现的粒子态通常是基态，它们只能通过弱衰变末态来重建。因此在研究双重味重子的各种特性中，对其弱衰变进行理论分析有助于优化实验资源。半轻弱衰变是研究双重味重子弱衰变的理想平台之一，其中双重味重子通过弱相互作用流衰变为单重味重子和两个轻子。这些过程中的所有 QCD 动力学都包含在跃迁矩阵元中，这样就非常适合纯理论的研究。现在理论上有关跃迁矩阵元的计算有多种可用的方法 [8, 11, 15, 17, 24, 28, 31, 33, 34, 41, 71, 146-157]，例如：QCDSR [154]、LCSR [155, 156]、LFQM [8, 24, 28, 71] 等方法。

文献 [155] 利用 LCSR 对 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Lambda_{Q'}$ 的半轻弱衰变进行唯象研究，并给出理论计算结果。文献 [155] 中，末态 $\Lambda_{Q'}$ 属于 SU(3) 反三重态 $\bar{3}$ 。根据味道的 SU(3) 对称性，单重重子可以通过 SU(3) 不可约表示 $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6} \oplus \bar{\mathbf{3}}$ 进行分类。因此除了反三重态之外，六重态重子， $\Sigma_{Q'}$ 、 $\Xi'_{Q'}$ 和 $\Omega_{Q'}$ 也可以作为 $\Xi_{QQ'}$ 衰变的末态。 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁矩阵元可以用六个形状因子来进行参数化。文章 [8, 24, 154] 利用 LFQM 和 QCDSR 方法计算了这些形状因子。

本章将采用 LCSR 方法分析 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁形状因子。在 LCSR 中，重子中夸克和胶子的非微扰动力学由 LCDAs 来描述。利用夸克层次和强子层次的关联函数来计算这些形状因子：在强子层次，将双重味重子态的完备集插入关联函数的两个流之间，从而分离出基态的贡献，得到与形状因子有关的表达式；在夸克层次，利用 OPE 的方法将关联函数写为 LCDAs 与微扰核的卷积。再利用夸克-强子对偶和 Borel 变换就可以抽取出形状因子。希望本章基于 LCSR 的研究可以帮助人们理解单重重子 $\Sigma_{Q'}$ 的 LCDAs。这项工作将为未来双重味重子衰变的实验研究提供强有力的参考。

本章之后的部分安排如下。第 5.1 小节首先将 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的跃迁矩阵元用形状因子 f_i 和 g_i 进行参数化。然后介绍用来计算这些形状因子的 LCSR 方法。第 5.2 小节将给出数值结果，包括形状因子，双重味重子半轻弱衰变的衰变宽度和分支比的理论估计值。第 5.3 节会给出一个小结。

5.1 利用光锥求和规则方法计算跃迁形状因子

5.1.1 形状因子

由 $(V - A)^\mu$ 流诱导的 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_Q$ 跃迁矩阵元可以用六个形状因子进行参数化:

$$\begin{aligned} & \langle \Sigma_Q(p_\Sigma, s_\Sigma) | (V - A)^\mu | \Xi_{QQ'}(p_\Xi, s_\Xi) \rangle \\ &= \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma, s_\Sigma) \left[\gamma^\mu f_1(q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{m_\Xi} f_2(q^2) + \frac{q^\mu}{m_\Xi} f_3(q^2) \right] u_\Xi(p_\Xi, s_\Xi) \\ & \quad - \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma, s_\Sigma) \left[\gamma^\mu g_1(q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{m_\Xi} g_2(q^2) + \frac{q^\mu}{m_\Xi} g_3(q^2) \right] \gamma_5 u_\Xi(p_\Xi, s_\Xi), \end{aligned} \quad (5.1)$$

其中 $q^\mu = p_\Xi^\mu - p_\Sigma^\mu$ 为跃迁动量。

为了简化形状因子的抽取, 另一种参数化方案可以应用到相同的矩阵元中, 这种方案在 LCSR 方法非常好用:

$$\begin{aligned} & \langle \Sigma_Q(p_\Sigma, s_\Sigma) | (V - A)^\mu | \Xi_{QQ'}(p_\Xi, s_\Xi) \rangle \\ &= \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma, s_\Sigma) \left[F_1(q^2) \gamma^\mu + F_2(q^2) p_\Sigma^\mu + F_3(q^2) p_\Xi^\mu \right] u_\Xi(p_\Xi, s_\Xi) \\ & \quad - \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma, s_\Sigma) \left[G_1(q^2) \gamma^\mu + G_2(q^2) p_\Sigma^\mu + G_3(q^2) p_\Xi^\mu \right] \gamma_5 u_\Xi(p_\Xi, s_\Xi). \end{aligned} \quad (5.2)$$

在上式中的形状因子 F_i 和 G_i 与式 (5.1) 中的形状因子 f_i 和 g_i 有如下关系:

$$\begin{aligned} f_1(q^2) &= F_1(q^2) + \frac{1}{2}(m_\Xi + m_\Sigma)(F_2(q^2) + F_3(q^2)), \\ f_2(q^2) &= \frac{1}{2}m_\Xi(F_2(q^2) + F_3(q^2)), \quad f_3(q^2) = \frac{1}{2}m_\Xi(F_3(q^2) - F_2(q^2)), \\ g_1(q^2) &= G_1(q^2) - \frac{1}{2}(m_\Xi - m_\Sigma)(G_2(q^2) + G_3(q^2)), \\ g_2(q^2) &= \frac{1}{2}m_\Xi(G_2(q^2) + G_3(q^2)), \quad g_3(q^2) = \frac{1}{2}m_\Xi(G_3(q^2) - G_2(q^2)). \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.1.2 Σ_Q 的光锥分布振幅

光锥分布振幅可以用 QCDSR 方法计算得到 [158]。在文献 [158] 中, $J^P = 1/2^+$ 的单重味重子六重态的 LCDAs 通过两个轻夸克的总自旋极化进行分类。当极化矢量平行于光锥平面时, 由四个平行相互作用流定义的四个 LCDAs 的平行分量分别为

$$\begin{aligned} \frac{\bar{v}^\mu}{v_+} \langle 0 | [q_1^T(t_1) C \not{n} q_2(t_2)] Q_\gamma(0) | \Sigma_Q(v) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_\parallel^n(t_1, t_2) f^{(1)} \epsilon_\parallel^\mu u_\gamma, \\ \frac{i\bar{v}^\mu}{2} \langle 0 | [q_1^T(t_1) C \sigma_{\alpha\beta} q_2(t_2)] Q_\gamma(0) \bar{n}^\alpha n^\beta | \Sigma_Q(v) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_\parallel^{n\bar{n}}(t_1, t_2) f^{(2)} \epsilon_\parallel^\mu u_\gamma, \\ \bar{v}^\mu \langle 0 | [q_1^T(t_1) C q_2(t_2)] Q_\gamma(0) | \Sigma_Q(v) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_\parallel^1(t_1, t_2) f^{(2)} \epsilon_\parallel^\mu u_\gamma, \\ -v_+ \bar{v}^\mu \langle 0 | [q_1^T(t_1) C \not{n} q_2(t_2)] Q_\gamma(0) | \Sigma_Q(v) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_\parallel^{\bar{n}}(t_1, t_2) f^{(1)} \epsilon_\parallel^\mu u_\gamma. \end{aligned} \quad (5.4)$$

其中 γ 是狄拉克旋量指标, n 和 \bar{n} 是两个光锥矢量, $\bar{v}^\mu = \frac{1}{2}(\frac{v^\mu}{v_+} - v_+ \bar{n}^\mu)$ 。 t_i 是沿 n 方向第 i 个轻夸克与原点之间的距离。轻夸克的时空坐标可以表示为 $t_i n^\mu$ 。 Σ_Q 的四速度可以由光

锥坐标定义为 $v^\mu = \frac{1}{2}(\frac{m^2}{v_+} + v_+ \bar{n}^\mu)$, 在 Σ_Q 质心系中 $v_+ = 1$ 。当 q_1 和 q_2 相同时, 等式 (5.4) 的右边应该乘上一个额外的因子 $\sqrt{2}$ 。需要注意的是, Q 是有效重夸克场且满足 $\not{v}Q = Q$, 但在领头阶我们将不区分其与原始场。 $\{\psi_\parallel^n, \psi_\parallel^{n\bar{n}}, \psi_\parallel^1, \psi_\parallel^{\bar{n}}\}$ 表示四个不同扭曲度的 LCDAs 的平行分量, 分别对应于 $\{\psi_2, \psi_3^\sigma, \psi_3^s, \psi_4\}$ 。

如果在光锥平面极化矢量是横向的, 则需要通过四个横向作用流引入四个 LCDAs 的横向分量 [158]。但由于形状因子仅仅是 q^2 的函数, 因此可以选择六重态的任意方向的极化形式来抽取形状因子。且正如文献 [158] 所论证的那样, ψ_\parallel 和 ψ_\perp 并不是彼此独立的, 它们均与参数 A 相关。如表 5.1 所示, 当 $A = 1/2$ 时 ψ_\parallel 和 ψ_\perp 是相同的。因此本文仅使用六重态重子的平行与光锥平面的 LCDAs, 其具体定义为 (5.4)。

利用这四个 LCDAs 平行分量, 矩阵元 $\epsilon_{abc} \langle \Sigma_Q(v) | \bar{q}_{1k}^a(t_1) \bar{q}_{2i}^b(t_2) \bar{Q}_\gamma^c(0) | 0 \rangle$ 可以表达为:

$$\begin{aligned} \epsilon_{abc} \langle \Sigma_Q(v) | \bar{q}_{1k}^a(t_1) \bar{q}_{2i}^b(t_2) \bar{Q}_\gamma^c(0) | 0 \rangle &= \frac{1}{8} v_+ \psi_\parallel^{n*}(t_1, t_2) f^{(1)}(\bar{u}_\Sigma \bar{\psi} \gamma_5)_\gamma (C^{-1} \bar{h})_{ki} \\ &\quad - \frac{1}{8} \psi_\parallel^{n\bar{n}*}(t_1, t_2) f^{(2)}(\bar{u}_\Sigma \bar{\psi} \gamma_5)_\gamma (C^{-1} i \sigma^{\alpha\beta})_{ki} \bar{n}_\alpha n_\beta \\ &\quad + \frac{1}{4} \psi_\parallel^{1*}(t_1, t_2) f^{(2)}(\bar{u}_\Sigma \bar{\psi} \gamma_5)_\gamma (C^{-1})_{ki} \\ &\quad - \frac{1}{8 v_+} \psi_\parallel^{\bar{n}*}(t_1, t_2) f^{(1)}(\bar{u}_\Sigma \bar{\psi} \gamma_5)_\gamma (C^{-1} h)_{kl}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

其中颜色指标 a, b, c 是需要求和的。LCDAs 的傅里叶变换为:

$$\psi(x_1, x_2) = \int_0^\infty d\omega_1 d\omega_2 e^{-i\omega_1 t_1} e^{-i\omega_2 t_2} \psi(\omega_1, \omega_2), \quad (5.6)$$

其中 ω_1 和 ω_2 是沿着光锥方向的两个轻夸克的动量, 由这两个轻夸克组成的 diquark 的总动量的方向与轻夸克的相同, 大小为 $\omega = \omega_1 + \omega_2$ 。值得指出的是 $x_1 = t_1 n$, $x_2 = t_2 n$

$$\psi(t_1, t_2) = \int_0^\infty d\omega d\omega_2 e^{-i\omega t_1} e^{-i\omega_2(t_2 - t_1)} \psi(\omega, \omega_2), \quad (5.7)$$

$$\psi(0, t_2) = \int_0^\infty d\omega \int_0^1 du e^{-i\bar{u}\omega v \cdot x_2} \psi(\omega, u), \quad (5.8)$$

其中 $\omega_2 = (1 - u)\omega = \bar{u}\omega$, $t_i = v \cdot x_i$ 。尽管文献 [158] 只给出了单底重子的 LCDAs, 但依据文献 [155] 中的讨论, 在重夸克极限下, 单底重子的 LCDAs 可以应用到单粲重子中。

在本章中单重重子 Σ_b 和 Σ_c 的 LCDAs 是相同的, 具体的表达式为 [158]:

$$\begin{aligned} \psi_2(\omega, u) &= \omega^2 \bar{u}u \sum_{n=0}^2 \frac{a_n C_n^{3/2} (2u - 1)}{\epsilon_n^4 |C_n^{3/2}|^2} e^{-\omega/\epsilon_n}, \\ \psi_4(\omega, u) &= \sum_{n=0}^2 \frac{a_n C_n^{1/2} (2u - 1)}{\epsilon_n^2 |C_n^{1/2}|^2} e^{-\omega/\epsilon_n}, \\ \psi_3^{\sigma, s}(\omega, u) &= \frac{\omega}{2} \sum_{n=0}^2 \frac{a_n C_n^{1/2} (2u - 1)}{\epsilon_n^3 |C_n^{1/2}|^2} e^{-\omega/\epsilon_n}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

表 5.1 等式 (5.9) 中 Σ_b 的 LCDAs 的平行分量的参数 [158]。LCDAs 的横向分量需要作替换 $A \rightarrow 1 - A$ [158]。2、 3σ 、 $3s$ 和 4 是扭度标记。

Table 5.1 Parameters for the parallel LCDAs of Σ_b in Eqs. (5.9). A replacement $A \rightarrow 1 - A$ is made for transversal LCDAs [158]. 2, 3σ , $3s$ and 4 are twist notations.

	twist	a_0	a_1	a_2	$\varepsilon_0[\text{GeV}]$	$\varepsilon_1[\text{GeV}]$	$\varepsilon_2[\text{GeV}]$
Σ_b	2	1	—	$\frac{6.4A}{A+0.44}$	$\frac{1.4A+0.6}{A+5.7}$	—	$\frac{0.32A}{A-0.17}$
	$3s$	1	—	$\frac{0.12A-0.08}{A-1.4}$	$\frac{0.56A-0.77}{A-2.6}$	—	$\frac{0.25A-0.16}{A+0.41}$
	3σ	—	1	—	—	$\frac{0.35A-0.43}{A-1.2}$	—
	4	1	—	$\frac{-0.07A-0.05}{A+0.34}$	$\frac{0.65A+0.22}{A+1}$	—	$\frac{5.5A+3.8}{A+29}$

和

$$|C_n^\lambda|^2 = \int_0^1 [C_n^\lambda(2u-1)]^2, \quad (5.10)$$

其中 $C_0^\lambda(x) = 1$, $C_1^\lambda(x) = 2\lambda x$ 和 $C_2^\lambda(x) = 2\lambda(1+\lambda)x^2 - \lambda$ 。式 (5.9) 的参数在表 5.1 中列出。参数 A 的可以在 $1/2$ 附近取值，同时也要确保 ε_i s 的值为正的，本章将取 $A = 1/2$ 。

5.1.3 光锥求和规则方法

为了处理由式 (5.2) 定义的跃迁矩阵元，我们利用光锥求和规则方法构造一个关联函数：

$$\Pi_\mu(p_\Sigma, q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \Sigma_{Q'}(p_\Sigma) | T \{ J_\mu^{V-A}(x) \bar{J}_{\Xi_{QQ'}}(0) \} | 0 \rangle. \quad (5.11)$$

流 J^{V-A} 是 $V - A$ 流，

$$J_\mu^{V-A}(x) = \bar{q}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_e. \quad (5.12)$$

当 $Q = Q' = b, c$ 时， $\Xi_{QQ'}$ 的插入流为 $J_{\Xi_{QQ}} = \epsilon_{abc} (Q_a^T C \gamma^\nu Q_b) \gamma_\nu \gamma_5 q_c'$ 。当 $Q = b, Q' = c$ 时， $\Xi_{QQ'}$ 的插入流为 $J_{\Xi_{bc}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{abc} (b_a^T C \gamma^\nu c_b + c_a^T C \gamma^\nu b_b) \gamma_\nu \gamma_5 q_c'$ 。

利用 LCSR 能够计算强子层次和 QCD 层次的关联函数 (5.11)，然后可以根据夸克-强子对偶来匹配两个层次的结果。在强子层次需要在矩阵元中两个流 J^{V-A} 和 $J_{\Xi_{QQ'}}$ 之间插入正负宇称重子态的完备集，还要利用 $\Xi_{QQ'}^{P+}$ 和 $\Xi_{QQ'}^{P-}$ 的“衰变常数” f_Ξ^+ 和 f_Ξ^- 的定义

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{QQ'}^{P+}(p_\Xi, s) | \bar{J}_{\Xi_{QQ'}}(0) | 0 \rangle &= f_\Xi^+ \bar{u}_\Xi(p_\Xi, s), \\ \langle \Xi_{QQ'}^{P-}(p_\Xi, s) | \bar{J}_{\Xi_{QQ'}}(0) | 0 \rangle &= -i \gamma_5 f_\Xi^- \bar{u}_\Xi(p_\Xi, s). \end{aligned} \quad (5.13)$$

在分别插入正负宇称的强子态后, 矢量流 $\bar{q}\gamma^\mu Q$ 的关联函数为

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu,V}^{hadron}(p_\Sigma, q)^+ &= -\frac{f_\Xi^+}{(q+p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) \\ &\quad \times [F_1^+(q^2)\gamma_\mu + F_2^+(q^2)p_{\Sigma\mu} + F_3^+(q^2)p_{\Xi\mu}](\not{q} + \not{p}_\Sigma + m_\Xi) + \cdots \\ &= -\frac{f_\Xi^+}{(q+p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) \left[F_1^+(q^2)(m_\Xi - m_\Sigma)\gamma_\mu + (m_\Xi + m_\Sigma)F_3^+(q^2)q_\mu \right. \\ &\quad + [(m_\Sigma^2 + m_\Xi m_\Sigma)(F_2^+(q^2) + F_3^+(q^2)) + 2m_\Sigma F_1^+(q^2)]v_\mu \\ &\quad \left. + F_1^+(q^2)\gamma_\mu \not{q} + m_\Sigma(F_2^+(q^2) + F_3^+(q^2))v_\mu \not{q} + F_3^+(q^2)q_\mu \not{q} \right] + \cdots, \quad (5.14)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu,V}^{hadron}(p_\Sigma, q)^- &= -\frac{f_\Xi^-}{(q+p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) \\ &\quad \times [F_1^-(q^2)\gamma_\mu + F_2^-(q^2)p_{\Sigma\mu} + F_3^-(q^2)p_{\Xi\mu}](-\not{q} - \not{p}_\Sigma + m_\Xi) + \cdots \\ &= -\frac{f_\Xi^-}{(q+p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) \left[F_1^-(q^2)(m_\Xi + m_\Sigma)\gamma_\mu + (m_\Xi - m_\Sigma)F_3^-(q^2)q_\mu \right. \\ &\quad + [(-m_\Sigma^2 + m_\Xi m_\Sigma)(F_2^-(q^2) + F_3^-(q^2)) - 2m_\Sigma F_1^-(q^2)]v_\mu \\ &\quad \left. - F_1^-(q^2)\gamma_\mu \not{q} - m_\Sigma(F_2^-(q^2) + F_3^-(q^2))v_\mu \not{q} - F_3^-(q^2)q_\mu \not{q} \right] + \cdots, \quad (5.15)\end{aligned}$$

其中省略号表示在阈值 s_{th} 之上的连续谱的贡献, 积分形式为:

$$\int_{s_{th}}^{\infty} ds \frac{\rho^h(s, q^2)}{s - p_\Xi^2}. \quad (5.16)$$

强子层次上, 总的关联函数包括来自于式 (5.14) 和 (5.15) 的贡献

$$\Pi_{\mu,V}^{hadron}(p_\Sigma, q) = \Pi_{\mu,V}^{hadron}(p_\Sigma, q)^+ + \Pi_{\mu,V}^{hadron}(p_\Sigma, q)^-. \quad (5.17)$$

可以通过相同的流程来计算与轴矢流 $\bar{q}\gamma^\mu\gamma^5 Q$ 有关的关联函数。接下来抽取形状因子 f_i , 而形状因子 g_i 可以用类似的方法进行抽取。

在 QCD 层次, 关联函数是利用用算符乘积展开的方法和式 (5.5) 计算的, $J_\mu^V(x)$ 流的关联函数为

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu,V}^{QCD}(p_\Sigma, q) &= \frac{i}{4} \int d^4x \int_0^\infty d\omega \omega \int_0^1 du e^{i(q+\bar{u}\omega v)\cdot x} \\ &\quad \times \left\{ v_+ \psi_{\parallel}^{n*}(\omega, u) f^{(1)} \bar{u}_\Sigma [\bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\nu C S^Q(x)^T C^T \gamma_\mu \not{p} \gamma_\nu \gamma_5] \right. \\ &\quad - \psi_{\parallel}^{n\bar{n}*}(\omega, u) f^{(2)} \bar{u}_\Sigma [\bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\nu C S^Q(x)^T C^T \gamma_\mu i\sigma^{\alpha\beta} \gamma_\nu \gamma_5] \bar{n}_\alpha n_\beta \\ &\quad - 2\psi_{\parallel}^{1*}(\omega, u) f^{(2)} \bar{u}_\Sigma [\bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\nu C S^Q(x)^T C^T \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_5] \\ &\quad \left. - \frac{1}{v_+} \psi_{\parallel}^{\bar{n}*}(\omega, u) f^{(1)} \bar{u}_\Sigma [\bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\nu C S^Q(x)^T C^T \gamma_\mu \not{p} \gamma_\nu \gamma_5] \right\}, \quad (5.18)\end{aligned}$$

其中 $S^Q(x)$ 为 QCD 自由重夸克传播子。上式 (5.18) 中 \bar{v} 、 n 和 \bar{n} 能够写为洛伦兹协变形式:

$$n_\mu = \frac{1}{v \cdot x} x_\mu, \quad \bar{n}_\mu = 2v_\mu - \frac{1}{v \cdot x} x_\mu, \quad \bar{v}_\mu = \frac{x_\mu}{v \cdot x} - v_\mu. \quad (5.19)$$

关联函数可以写为 LCDAs 和微扰核的卷积，同时需要对 diquark 的动量 ω 和动量分数 u 进行积分

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu,V}^{QCD}(p_\Sigma, q) &= \frac{1}{4} \int d^4x \int_0^{2s_0} d\omega \omega \int_0^1 du \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{i(q+\bar{u}\omega v-k)\cdot x} \\
&\times \left\{ \psi_2(\omega, u) f^{(1)} \bar{u}_{\Sigma_c} \left[\left(\frac{\not{x}}{v \cdot x} - \not{v} \right) \gamma_5 \gamma^\nu \frac{\not{k} - m_Q}{k^2 - m_Q^2} \gamma_\mu (2\not{v} - \frac{\not{x}}{v \cdot x}) \gamma_\nu \gamma_5 \right] \right. \\
&- \psi_{3\sigma}(\omega, u) f^{(2)} \bar{u}_{\Sigma_c} \left[\left(\frac{\not{x}}{v \cdot x} - \not{v} \right) \gamma_5 \gamma^\nu \frac{\not{k} - m_Q}{k^2 - m_Q^2} \gamma_\mu i\sigma^{\alpha\beta} (2v_\alpha - \frac{x_\alpha}{v \cdot x}) \frac{x_\beta}{v \cdot x} \gamma_\nu \gamma_5 \right] \\
&- 2\psi_{3s}(\omega, u) f^{(2)} \bar{u}_{\Sigma_c} \left[\left(\frac{\not{x}}{v \cdot x} - \not{v} \right) \gamma_5 \gamma^\nu \frac{\not{k} - m_Q}{k^2 - m_Q^2} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_5 \right] \\
&\left. + \psi_4(\omega, u) f^{(1)} \bar{u}_{\Sigma_c} \left[\left(\frac{\not{x}}{v \cdot x} - \not{v} \right) \gamma_5 \gamma^\nu \frac{\not{k} - m_Q}{k^2 - m_Q^2} \gamma_\mu \frac{\not{x}}{v \cdot x} \gamma_\nu \gamma_5 \right] \right\}. \quad (5.20)
\end{aligned}$$

在对时空坐标 x 积分后，就可以得到 QCD 层次上关联函数：

$$\begin{aligned}
&\Pi_{\mu,V}^{QCD}((p_\Sigma + q)^2, q^2) \\
&= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du f^{(1)} \left\{ -\frac{1}{2} \bar{u}^2 \hat{\psi}_{\parallel}^{n*}(\omega, u) \left[\frac{8\bar{u}_\Sigma N_1}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^3} - \frac{2\bar{u}_\Sigma N_2}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \bar{u} \tilde{\psi}_{\parallel}^{n*}(\omega, u) \left[-\frac{2\bar{u}_\Sigma N_3}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} - \frac{2\bar{u}_\Sigma \gamma_\mu}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right] + \omega \psi_{\parallel}^{n*}(\omega, u) \frac{\bar{u}_\Sigma N_4}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right\} \\
&+ \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du f^{(2)} \left\{ \frac{1}{2} \bar{u}^2 \hat{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}*}(\omega, u) \left[\frac{8\bar{u}_\Sigma N_5}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^3} - \frac{2\bar{u}_\Sigma N_6}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \bar{u} \tilde{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}}(\omega, u) \left[-\frac{\bar{u}_\Sigma [\not{q}, \not{v}] (2q_\mu + 2\bar{u}\omega v_\mu - \gamma_\mu m_Q)}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} + \frac{\bar{u}_\Sigma [\gamma_\mu, \not{v}]}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right] \right\} \\
&+ \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du f^{(2)} \left\{ \bar{u} \tilde{\psi}_{\parallel}^{1*}(\omega, u) \left[-\frac{2\bar{u}_\Sigma N_7}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} + \frac{2\bar{u}_\Sigma \gamma_\mu}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \omega \psi_{\parallel}^{1*}(\omega, u) \frac{\bar{u}_\Sigma (2q_\mu + 2\bar{u}\omega v_\mu - \gamma_\mu m_Q)}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right\} \\
&+ \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du f^{(1)} \left\{ -\frac{1}{2} \bar{u}^2 \hat{\psi}_{\parallel}^{n*}(\omega, u) \left[\frac{8\bar{u}_\Sigma N_8}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^3} + \frac{4\bar{u}_\Sigma N_9}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \bar{u} \tilde{\psi}_{\parallel}^{n*}(\omega, u) \left[\frac{2\bar{u}_\Sigma N_{10}}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2} + \frac{2\bar{u}_\Sigma \gamma_\mu}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2} \right] \right\}, \quad (5.21)
\end{aligned}$$

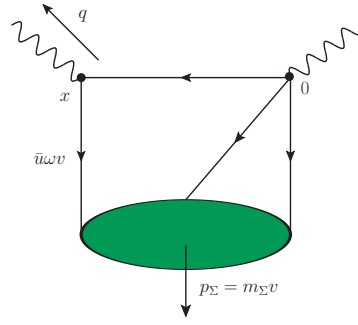


图 5.1 QCD 层次上关联函数的费曼图。绿色椭圆表示末态 $\Sigma_{Q'}$ 重子，具有四速度 v 。左边的黑点表示 $V - A$ 流，而右边的点表示双重味重子流。左直线表示 $\Sigma_{Q'}$ 内的一个轻夸克，它具有动量 $\bar{u}\omega v$ ， \bar{u} 表示它占 diquark 总动量的动量分数。

Figure 5.1 Feynman diagram of the QCD level correlation function. The green ellipse denotes the final $\Sigma_{Q'}$ baryon with four-velocity v . The left black dot denotes the $V - A$ current while the right dot denotes the doubly-heavy baryon current. The left straight line denote one of the light quark inside the $\Sigma_{Q'}$. It has momentum $\bar{u}\omega v$, where \bar{u} is its momentum fraction of the diquark momentum.

其中

$$\begin{aligned}
N_1 &= (q + \bar{u}\omega v)^2 \gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) - 2m_Q (q_\mu + \bar{u}\omega v_\mu) (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}), \\
N_2 &= 6\gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) - 2m_Q \gamma_\mu, \\
N_3 &= (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) \gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) + 4m_Q v_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) + 2m_Q (q_\mu + \bar{u}\omega v_\mu), \\
N_4 &= \gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) + 2m_Q v_\mu, \\
N_5 &= (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) [\not{q}, \not{v}] (2q_\mu + 2\bar{u}\omega v_\mu - \gamma_\mu m_Q), \\
N_6 &= \gamma_\rho [\gamma^\rho, \not{v}] (2q_\mu + 2\bar{u}\omega v_\mu - \gamma_\mu m_Q + 2\gamma_\mu [\not{q}, \not{v}]) + 2(\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) [\gamma_\mu, \not{v}], \\
N_7 &= (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) (2q_\mu + 2\bar{u}\omega v_\mu - \gamma_\mu m_Q), \\
N_8 &= (q + \bar{u}\omega v)^2 \gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) - 2m_Q (q_\mu + \bar{u}\omega v_\mu) (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}), \\
N_9 &= (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) \gamma_\mu - 2\gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) - 2(q_\mu + \bar{u}\omega v_\mu) + m_Q \gamma_\mu, \\
N_{10} &= (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) \gamma_\mu (\not{q} + \bar{u}\omega \not{v}) - 2m_Q (q_\mu + \bar{u}\omega v_\mu). \tag{5.22}
\end{aligned}$$

m_Q 是参与相互作用的重夸克的质量，还有

$$\begin{aligned}
[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^2 &= \frac{\bar{u}\omega}{m_\Sigma} s + H(u, \omega, q^2) - m_Q^2, \\
s &= (p_\Sigma + q)^2, \quad H(u, \omega, q^2) = \bar{u}\omega(\bar{u}\omega - m_\Sigma) + (1 - \frac{\bar{u}\omega}{m_\Sigma})q^2. \tag{5.23}
\end{aligned}$$

本文还用到了两种新定义的 LCDAs，

$$\tilde{\psi}_i(\omega, u) = \int_0^\omega d\tau \tau \psi_i(\tau, u), \quad \hat{\psi}_i(\omega, u) = \int_0^\omega d\tau \tilde{\psi}_i(\tau, u) \quad (i = 2, 3\sigma, 3s, 4).$$

在 QCD 层次上, 关联函数可以由六个狄拉克结构 $\{\gamma_\mu, v_\mu, q_\mu, \gamma_\mu \not{q}, v_\mu \not{q}, q_\mu \not{q}\}$ 来表示:

$$\begin{aligned} & \Pi_{\mu, V}^{QCD}((p_\Sigma + q)^2, q^2) \\ &= \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) \{C_{\gamma_\mu} \gamma_\mu + C_{v_\mu} v_\mu + C_{q_\mu} q_\mu + C_{\gamma_\mu \not{q}} \gamma_\mu \not{q} + C_{v_\mu \not{q}} v_\mu \not{q} + C_{q_\mu \not{q}} q_\mu \not{q}\}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

其中 $(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2 = \Delta$, 相应的系数 $C_{\text{structure}}$ 为:

$$\begin{aligned} C_{\gamma_\mu} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \left\{ [f^{(1)} \bar{u} (\tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} - \psi_\parallel^{n^*} \omega^2 - \tilde{\psi}_\parallel^{n^*}) - f^{(2)} (m_Q \psi_\parallel^{1^*} \omega + 2\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} \bar{u} - 2\tilde{\psi}_\parallel^{1^*} \bar{u})] \frac{1}{\Delta} \right. \\ &+ \bar{u} [-2f^{(1)} \bar{u} (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) (m_Q + 3\bar{u}\omega) + f^{(1)} (\tilde{\psi}_\parallel^{n^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) \\ &+ 2f^{(2)} m_Q (3\hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} \bar{u} + \tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} q \cdot v + \tilde{\psi}_\parallel^{1^*} \bar{u}\omega) + 4f^{(2)} \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} \bar{u} (q \cdot v + \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^2} \\ &\left. + 4\bar{u}^2 [f^{(1)} \bar{u}\omega (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) - 2f^{(2)} m_Q \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (q^2 + q \cdot v \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^3} \right\}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} C_{q_\mu} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \frac{2f^{(2)} \psi_\parallel^{1^*} \omega}{\Delta} + [-2\bar{u} (f^{(1)} (m_Q (\tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \tilde{\psi}_\parallel^{n^*}) + \bar{u}\omega (\tilde{\psi}_\parallel^{n^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*})) \\ &+ 2f^{(2)} (m_Q (\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{1^*}) + 5\hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} \bar{u} + \tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} q \cdot v + \tilde{\psi}_\parallel^{1^*} \bar{u}\omega))] \frac{1}{\Delta^2} \\ &+ 8\bar{u}^2 [f^{(1)} m_Q \bar{u}\omega (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) + 2f^{(2)} \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (\bar{u}\omega (m_Q + q \cdot v) + m_Q q \cdot v + q^2)] \frac{1}{\Delta^3}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} C_{v_\mu} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \left\{ 2[f^{(1)} \psi_\parallel^{n^*} \omega (m_Q + \bar{u}\omega) + f^{(2)} \bar{u} (\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} + \psi_\parallel^{1^*} \omega^2)] \frac{1}{\Delta} \right. \\ &- 2\bar{u}^2 \omega \{ f^{(1)} [m_Q (\tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + 3\tilde{\psi}_\parallel^{n^*}) - 6\bar{u} (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) + \bar{u}\omega (\tilde{\psi}_\parallel^{n^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*})] \\ &+ 2f^{(2)} (4\hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} \bar{u} + \tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} q \cdot v + \tilde{\psi}_\parallel^{1^*} \bar{u}\omega) \} \frac{1}{\Delta^2} \\ &\left. - 8\bar{u}^3 \omega [f^{(1)} (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) (\bar{u}\omega (-m_Q + 2q \cdot v + \bar{u}\omega) + q^2) - 2f^{(2)} \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (q^2 + q \cdot v \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^3} \right\}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} C_{\gamma_\mu \not{q}} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \left\{ \frac{f^{(1)} \psi_\parallel^{n^*} \omega}{\Delta} + 2\bar{u} [3f^{(1)} \bar{u} (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) + f^{(2)} m_Q (\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{1^*})] \frac{1}{\Delta^2} \right. \\ &\left. - 4\bar{u}^2 [f^{(1)} (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) + 2f^{(2)} m_Q \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (q \cdot v + \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^3} \right\}, \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} C_{q_\mu \not{q}} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \left\{ 2\bar{u} [f^{(1)} (\tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{n^*}) + 2f^{(2)} (\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{1^*})] \frac{1}{\Delta^2} \right. \\ &\left. + 8\bar{u}^2 [f^{(1)} m_Q (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) - 2f^{(2)} \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (q \cdot v + \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^3} \right\}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} C_{v_\mu \not{q}} &= \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \left\{ 2\bar{u} \{ f^{(1)} [\bar{u}\omega (\tilde{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{n^*}) - 2m_Q \tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*}] + 2f^{(2)} \bar{u} [\hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} + \omega (\tilde{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_\parallel^{1^*})] \} \frac{1}{\Delta^2} \right. \\ &\left. + 8\bar{u}^3 \omega [f^{(1)} m_Q (\hat{\psi}_\parallel^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_\parallel^{n^*}) - 2f^{(2)} \hat{\psi}_\parallel^{n\bar{n}^*} (q \cdot v + \bar{u}\omega)] \frac{1}{\Delta^3} \right\}, \end{aligned} \quad (5.30)$$

为了使表达式简洁, 上式没有写出 LCDAs ($\psi_\parallel, \tilde{\psi}_\parallel$ 和 $\hat{\psi}_\parallel$) 的变量 “ (ω, u) ”。

表 5.2 $\Xi_{QQ'}$ 的阈值 s_{th} 、Borel 参数 M^2 以及用来拟合形状因子的 q^2 的取值范围Table 5.2 Threshold s_{th} of $\Xi_{QQ'}$, Borel parameters M^2 , and q^2 range for fitting form factors

Channel	s_{th} (GeV ²)	M^2 (GeV ²)	Fit Range (GeV ²)
$\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c$	16 ± 1	15 ± 1	$0 < q^2 < 0.8$
$\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b$	112 ± 2	20 ± 1	$0 < q^2 < 6$
$\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c$	54 ± 1.5	20 ± 1	$0 < q^2 < 6$
$\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b$	54 ± 1.5	20 ± 1	$0 < q^2 < 0.8$

图 5.1 给出了 QCD 层次上的关联函数的费曼图。由于关联函数是洛伦兹不变量 $(p_\Sigma + q)^2$ 和 q^2 的函数。关联函数可以表示为色散积分的形式：

$$\Pi_{\mu,V}^{QCD}(p_\Sigma, q) = \frac{1}{\pi} \int_{(m_Q+m_{Q'}+m_q)^2}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi_{\mu,V}^{QCD}(s, q^2)}{s - (p_\Sigma + q)^2}. \quad (5.31)$$

根据夸克强子对偶，式 (5.16) 中连续谱的贡献应该等于式 (5.31) 中 QCD 层次上相同区域 $s_{th} < s < \infty$ 积分的贡献。

令式 (5.31) 和式 (5.17) 相等，可以抽取形状因子 F_i^+ ：

$$-\frac{f_\Xi}{(q + p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) F_1^+(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{(m_Q+m_{Q'}+m_q)^2}^{s_{th}} \frac{ds}{s - (p_\Sigma + q)^2} \text{Im} \left\{ \frac{C_{\gamma_\mu} + C_{\gamma_\mu \not{q}}(m_\Sigma + m_\Xi)}{2m_\Xi} \right\}, \quad (5.32)$$

$$-\frac{f_\Xi}{(q + p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) F_2^+(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{(m_Q+m_{Q'}+m_q)^2}^{s_{th}} \frac{ds}{s - (p_\Sigma + q)^2} \times \frac{1}{2m_\Sigma m_\Xi} \text{Im} \left[-2m_\Sigma C_{\gamma_\mu \not{q}} + (m_\Sigma^2 - m_\Sigma m_\Xi) C_{q_\mu \not{q}} + (m_\Xi - m_\Sigma) C_{v_\mu \not{q}} - m_\Sigma C_{q_\mu} + C_{v_\mu} \right], \quad (5.33)$$

$$-\frac{f_\Xi}{(q + p_\Sigma)^2 - m_\Xi^2} \bar{u}_\Sigma(p_\Sigma) F_3^+(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{(m_Q+m_{Q'}+m_q)^2}^{s_{th}} \frac{ds}{s - (p_\Sigma + q)^2} \text{Im} \left\{ \frac{(m_\Xi - m_\Sigma) C_{\gamma_\mu \not{q}} + C_{q_\mu}}{2m_\Xi} \right\}, \quad (5.34)$$

对式 (5.32-5.34) 的左右两边做 Borel 变换，就可以得到形状因子 F_i^+ 的表达式。在进行 Borel 变换之前，需要对等式 (5.25-5.30) 中的分母作以下变换，

$$\frac{1}{[(q + \bar{u}\omega v)^2 - m_Q^2]^n} \rightarrow \frac{1}{(n-1)!} \left(\frac{\partial}{\partial \Omega} \right)^{(n-1)} \frac{1}{(q + \bar{u}\omega v)^2 - \Omega} \Big|_{\Omega=m_Q^2}. \quad (5.35)$$

由于形状因子的解析表达式非常复杂，本章仅给出 F_1^+ 的解析表达式：

$$\begin{aligned}
F_1^+(q^2) = & -\frac{1}{f_\Xi} \exp\left(\frac{m_\Xi^2}{M^2}\right) \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \frac{m_\Sigma}{\bar{u}\omega} \exp\left(-\frac{s_r}{M^2}\right) \theta(sth - s_r) \theta(s_r - (m_Q + m_{Q'} + m_q)^2) \\
& \times \left\{ \left[f^{(1)} \bar{u} (\tilde{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*} - \psi_{\parallel}^{n^*} \omega^2 - \tilde{\psi}_{\parallel}^{n^*}) - f^{(2)} (m_Q \psi_{\parallel}^{1^*} \omega + 2\tilde{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} \bar{u} - 2\tilde{\psi}_{\parallel}^{1^*} \bar{u}) \right] \frac{1}{2m_\Xi} + f^{(1)} \psi_{\parallel}^{n^*} \frac{m_\Sigma + m_\Xi}{2m_\Xi} \right\} \\
& - \frac{1}{f_\Xi} \exp\left(\frac{m_\Xi^2}{M^2}\right) \frac{\partial}{\partial \Omega} \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \frac{m_\Sigma}{\bar{u}\omega} \exp\left(-\frac{s_r^\Omega}{M^2}\right) \theta(sth - s_r^\Omega) \theta(s_r^\Omega - (\sqrt{\Omega} + m_{Q'} + m_q)^2) \\
& \times \left\{ \bar{u} \left[-2f^{(1)} \bar{u} (\hat{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_{\parallel}^{n^*}) (m_Q + 3\bar{u}\omega) + f^{(1)} (\tilde{\psi}_{\parallel}^{n^*} - \tilde{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2f^{(2)} m_Q (3\hat{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} \bar{u} + \tilde{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} q \cdot v + \tilde{\psi}_{\parallel}^{1^*} \bar{u}\omega) + 4f^{(2)} \hat{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} \bar{u} (q \cdot v + \bar{u}\omega) \right] \frac{1}{2m_\Xi} \right. \\
& \quad \left. + 2\bar{u} \left[3f^{(1)} \bar{u} (\hat{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_{\parallel}^{n^*}) + f^{(2)} m_Q (\tilde{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} - \tilde{\psi}_{\parallel}^{1^*}) \right] \frac{m_\Sigma + m_\Xi}{2m_\Xi} \right\} \Big|_{\Omega=m_Q^2} \\
& - \frac{1}{f_\Xi} \exp\left(\frac{m_\Xi^2}{M^2}\right) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \Omega} \right)^2 \int_0^{2s_0} d\omega \int_0^1 du \frac{m_\Sigma}{\bar{u}\omega} \exp\left(-\frac{s_r^\Omega}{M^2}\right) \theta(sth - s_r^\Omega) \theta(s_r^\Omega - (m_Q + m_{Q'} + m_q)^2) \\
& \times \left\{ 4\bar{u}^2 \left[f^{(1)} \bar{u}\omega (\hat{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_{\parallel}^{n^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) - 2f^{(2)} m_Q \hat{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} (q^2 + q \cdot v \bar{u}\omega) \right] \frac{1}{2m_\Xi} \right. \\
& \quad \left. - 4\bar{u}^2 \left[f^{(1)} (\hat{\psi}_{\parallel}^{\bar{n}^*} + \hat{\psi}_{\parallel}^{n^*}) (q^2 + \bar{u}\omega(2q \cdot v + \bar{u}\omega)) + 2f^{(2)} m_Q \hat{\psi}_{\parallel}^{n\bar{n}^*} (q \cdot v + \bar{u}\omega) \right] \frac{m_\Sigma + m_\Xi}{2m_\Xi} \right\} \Big|_{\Omega=m_Q^2}. \tag{5.36}
\end{aligned}$$

其中 s_r 和 s_r^Ω 为关联函数中重夸克传播子的奇点，它们分别是以下两个方程的根

$$\frac{\bar{u}\omega}{m_\Sigma} s_r + H(u, \omega, q^2) - m_Q^2 = 0, \quad \frac{\bar{u}\omega}{m_\Sigma} s_r^\Omega + H(u, \omega, q^2) - \Omega = 0. \tag{5.37}$$

形状因子 G_i^+ 可以用相似的方式得到，这里就不给出具体的表达式了。

5.2 数值结果

5.2.1 跃迁形状因子

重夸克的质量为： $m_c = (1.35 \pm 0.10)$ GeV 和 $m_b = (4.7 \pm 0.1)$ GeV，计算中将忽略轻夸克的质量。表 4.1 给出了双重味重子的质量，本文采用第四章表 4.3 中“*This work 2*”的“衰变常数”的理论值作为输入参数。双重味重子的寿命为：

$$\begin{aligned}
\tau_{\Xi_{cc}^{++}} &= 256\text{fs} [143], \quad \tau_{\Xi_{bc}^+} = 244\text{fs} [159], \quad \tau_{\Xi_{bb}^0} = 370\text{fs} [159], \\
\tau_{\Xi_{cc}^+} &= 45\text{fs} [160], \quad \tau_{\Xi_{bc}^0} = 93\text{fs} [159], \quad \tau_{\Xi_{bb}^-} = 370\text{fs} [159]. \tag{5.38}
\end{aligned}$$

Σ_Q 的质量和“衰变常数”为 $m_{\Sigma_c} = 2.454$ GeV, $m_{\Sigma_b} = 5.814$ GeV 和 $f^{(1)} = f^{(2)} = 0.038$ [161]。轻夸克动量的上限设为 $s_0 = 1.2$ GeV [158]。表 5.2 给出了 $\Xi_{QQ'}$ 的阈值 s_{th} 和 Borel 参数 M^2 的取值范围。在相应的取值范围内，形状因子稳定变化。当 q^2 的取值为正且不太大时，对重味重子的跃迁进行光锥 OPE 是可靠的，因此在参数化形状因子时需要限制 q^2 的

取值范围。表 5.2 的最后一列给出了拟合范围。形状因子的参数化方案为：

$$F(q^2) = \frac{F(0)[1 + a(q^2) + b(q^2)^2]}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left(\frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}, \quad (5.39)$$

其中分母反映了形状因子的极点的结构，同时假设形状因子在 q^2 处具有多项式的形式。表 5.3 中给出了形状因子的数值拟合结果，其中“Null”表示在拟合之前将相应参数设置为零。

LCSR 方法中可调的参数有：阈值 s_{th} 和 Borel 参数 M^2 ，本章利用这两个参数来估计形状因子的误差。形状因子对 q^2 的依赖性关系在图 5.2 中给出，其中参数 s_{th} 、 M^2 取其中心值（如表 5.2 中所示）。

表 5.4 和 5.5 给出了这项工作与其他文献之间的比较。从比较中可以发现，这项工作计算得到的形状因子 f_i 与其他工作的结果差别很小，特别是与用 QCDSR 方法计算得到的形状因子的结果非常吻合，但形状因子 g_i 有一定的区别。本文与 QCDSR 得出的形状因子之间的差异可归因于以下两点：

- QCDSR 方法通过 OPE 对三点关联函数进行了领头阶的计算，所有非微扰贡献都是由三维至五维算符的凝聚项产生的。而在 LCSR 工作中，非微扰效应包含在 Σ_Q 重子的 LCDAs 中，它也是用 QCDSR [158] 推导得到的，但仅包含 3 维算符的凝聚项。则这项工作和 QCDSR 工作中引入的非微扰贡献的数量是不同的。
- 理想情况下，当包含所有阶次的 QCD 修正和完整的算符乘积展开项时，QCDSR 和 LCSR 的计算结果应该是相等的。但在 QCDSR 和 LCSR 中，都只进行领头阶的计算。此外 QCDSR 工作仅包含几种低维度凝聚项的贡献，而在这项工作中，仅使用了几种领头阶的扭度 LCDAs。因此这两个工作中抽取了形状因子的相同的部分。

本文与 LFQM 得出的形状因子之间的差异可以归结为两点：

- 本章利用关联函数处理强子跃迁矩阵元，在连续谱中分离出单粒子态时，可能会出现一定的误差。而在光前夸克模型中可以直接用夸克层次的波函数表示初末态强子。这样做可以有效地避免来自质量较大的强子谱的潜在污染，但同时引入了更多的可调参数，这可能与 LCSR 不一致。
- LCSR 和 LFQM 这两种方法中，描述重子方法是非常不同的。在 LCSR 方法中，重子 Σ_Q 由它们的 LCDAs 来描述，它们以完整的 QCD 理论描述了三体系统。而 LFQM 在夸克-diquark 假设下利用两体高斯型波函数描述重子。

5.2.2 半轻弱衰变

半轻弱衰变 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_Q l \nu$ 的有效哈密顿量为：

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(V_{ub} [\bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b] [\bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu] + V_{cd}^* [\bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l] \right), \quad (5.40)$$

表 5.3 $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ 的跃迁形状因子。 $F(0)$ 、 m_{fit} 、 δ 、 a 和 b 为式 (5.39) 中的五个拟合参数。

$\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$ 的形状因子为 $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ 的形状因子乘以 $\sqrt{2}$ ，在此表中没有明确地给出。

Table 5.3 Form factors of the transition $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$. $F(0)$, m_{fit} , δ , a and b correspond to the five fitting parameters in Eq. (5.39). The form factors of $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$ are just $\sqrt{2}$ times those of $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$, which are not shown explicitly in this table.

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	a	b
$f_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.86 ± 0.08	1.22 ± 0.06	0.46 ± 0.02	Null	Null
$f_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-1.19 ± 0.06	1.20 ± 0.01	0.25 ± 0.01	-0.67 ± 0.02	-0.18 ± 0.0
$f_3^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.66 ± 0.17	0.93 ± 0.06	0.43 ± 0.03	Null	Null
$g_1^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.07 ± 0.02	1.24 ± 0.01	0.21 ± 0.01	1.15 ± 0.28	1.88 ± 0.36
$g_2^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	2.08 ± 0.1	0.85 ± 0.12	0.26 ± 0.04	-1.63 ± 0.47	0.66 ± 0.39
$g_3^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+}$	7.0 ± 0.02	1.13 ± 0.03	0.24 ± 0.0	Null	Null
$f_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.38 ± 0.03	1.14 ± 0.02	0.48 ± 0.01	Null	Null
$f_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-1.46 ± 0.06	2.32 ± 1.15	-6.37 ± 6.71	-0.18 ± 0.55	-0.86 ± 0.60
$f_3^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.84 ± 0.08	0.89 ± 0.01	0.46 ± 0.01	Null	Null
$g_1^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.05 ± 0.01	1.6 ± 0.54	0.89 ± 0.36	1.92 ± 0.45	-2.54 ± 0.77
$g_2^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	4.46 ± 0.22	1.98 ± 0.01	1.17 ± 0.22	-0.59 ± 0.00	0.07 ± 0.02
$g_3^{\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0}$	11.64 ± 0.35	0.94 ± 0.02	0.28 ± 0.02	Null	Null
$f_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.21 ± 0.01	6.48 ± 0.0	-0.41 ± 0.01	Null	Null
$f_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	-0.09 ± 0.0	3.43 ± 6.86	0.45 ± 0.0	Null	Null
$f_3^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.03 ± 0.0	3.3 ± 0.04	0.43 ± 0.02	-0.33 ± 0.02	0.01 ± 0.0
$g_1^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.01 ± 0.0	3.96 ± 0.93	0.42 ± 0.22	1.58 ± 0.53	-0.08 ± 0.02
$g_2^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.12 ± 0.01	4.43 ± 0.21	1.01 ± 0.32	-0.06 ± 0.0	0.0 ± 0.0
$g_3^{\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+}$	0.47 ± 0.02	2.78 ± 0.01	0.3 ± 0.0	-0.12 ± 0.0	0.01 ± 0.0
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.3 ± 0.01	3.5 ± 0.15	1.5 ± 0.19	-0.07 ± 0.01	0.01 ± 0.0
$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.1 ± 0.01	5.6 ± 1.72	2.85 ± 2.02	-0.28 ± 0.03	0.0 ± 0.01
$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.26 ± 0.01	3.56 ± 0.01	0.52 ± 0.05	0.07 ± 0.01	-0.01 ± 0.0
$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	-0.01 ± 0.01	4.55 ± 3.87	1.4 ± 1.43	-2.0 ± 6.6	0.12 ± 12.27
$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	0.05 ± 0.02	4.35 ± 0.11	1.21 ± 0.07	-0.32 ± 0.03	0.07 ± 0.01
$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0}$	1.02 ± 0.13	3.26 ± 0.12	0.56 ± 0.07	-0.32 ± 0.01	0.02 ± 0.0

表 5.4 本文 Ξ_{cc} 跃迁形状因子的数值结果与 QCDSR [154]、LFQM [8]、非相对论夸克模型 (NRQM) 和 MIT bag 模型 (MBM) [162] 的比较。

Table 5.4 Comparison of Ξ_{cc} decay form factors derived in this work with the results from QCDSR [154], LFQM [8], the non-relativistic quark model (NRQM) and the MIT bag model (MBM) [162].

Transitions	$F(0)$	This work	QCDSR [154]	LFQM [8]	NRQM [162]	MBM [162]
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	$f_1(0)$	-0.86 ± 0.08	-0.35 ± 0.04	-0.46	-0.28	-0.30
	$f_2(0)$	-1.19 ± 0.06	1.15 ± 0.12	1.04	0.14	0.91
	$f_3(0)$	-0.66 ± 0.17	-1.40 ± 0.39	--	-0.10	0.07
	$g_1(0)$	0.07 ± 0.02	-0.23 ± 0.06	-0.62	-0.70	-0.56
	$g_2(0)$	2.08 ± 0.1	-0.26 ± 0.15	0.04	-0.02	0.05
	$g_3(0)$	7.0 ± 0.02	2.68 ± 0.39	--	0.10	2.59

表 5.5 本文 Ξ_{bb} 和 Ξ_{bc} 跃迁形状因子的结果与其他文献 (QCDSR [154] 和 LFQM [8]) 的比较。

Table 5.5 Comparison of Ξ_{bb} and Ξ_{bc} decay form factors derived in this work with the results from QCDSR [154] and LFQM [8].

Transitions	$F(0)$	This work	QCDSR [154]	LFQM [8]
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$	$f_1(0)$	-0.38 ± 0.03	-0.28 ± 0.03	-0.32
	$f_2(0)$	-1.46 ± 0.06	2.04 ± 0.21	1.54
	$f_3(0)$	-0.84 ± 0.08	-3.78 ± 1.38	--
	$g_1(0)$	0.05 ± 0.01	-0.13 ± 0.06	-0.41
	$g_2(0)$	4.46 ± 0.22	-0.18 ± 0.25	0.18
	$g_3(0)$	11.64 ± 0.35	10.1 ± 1.4	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$	$f_1(0)$	-0.21 ± 0.01	-0.22 ± 0.03	-0.07
	$f_2(0)$	-0.09 ± 0.0	0.36 ± 0.06	0.10
	$f_3(0)$	0.03 ± 0.0	-0.45 ± 0.07	--
	$g_1(0)$	0.01 ± 0.0	-0.22 ± 0.03	-0.10
	$g_2(0)$	0.12 ± 0.01	-0.31 ± 0.05	-0.003
	$g_3(0)$	0.47 ± 0.02	0.47 ± 0.07	--
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$	$f_1(0)$	-0.3 ± 0.01	-0.12 ± 0.01	-0.06
	$f_2(0)$	0.1 ± 0.01	0.22 ± 0.03	0.15
	$f_3(0)$	-0.26 ± 0.01	-0.46 ± 0.06	--
	$g_1(0)$	-0.01 ± 0.01	-0.12 ± 0.01	-0.09
	$g_2(0)$	0.05 ± 0.02	-0.19 ± 0.03	-0.02
	$g_3(0)$	1.02 ± 0.13	0.49 ± 0.07	--

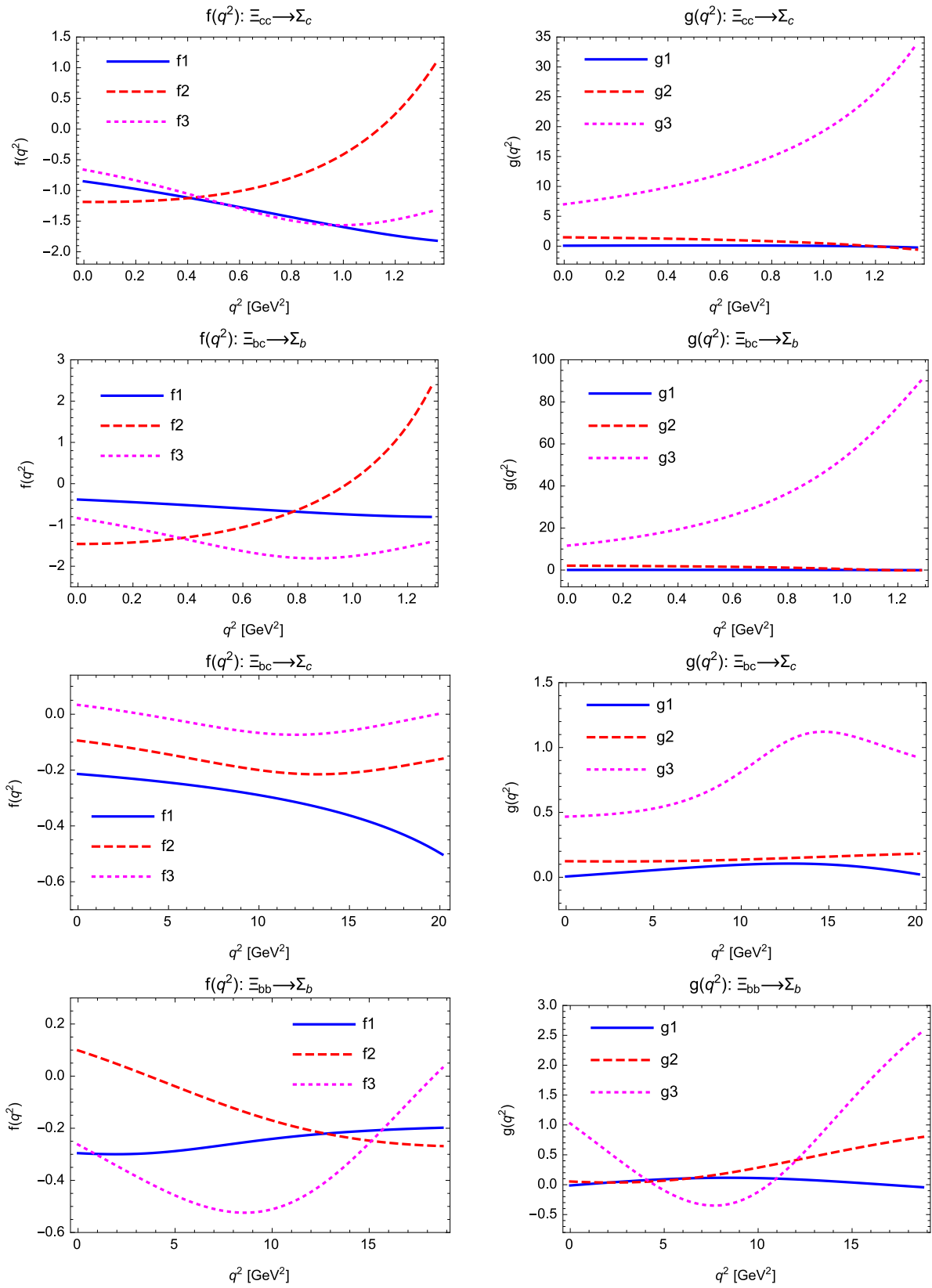


图 5.2 $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ 的形状因子对 q^2 的依赖性。对于 $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$ 跃迁, 垂直标度需要乘以 $\sqrt{2}$ 。
 Figure 5.2 q^2 dependence of the $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2}$ form factors. For the case of $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$, the vertical scale needs to be enlarged by a factor $\sqrt{2}$.

其中费米常数和 CKM 矩阵元的取值为 [116, 134]:

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}, \quad |V_{ub}| = 0.00357, \quad |V_{cd}| = 0.225. \quad (5.41)$$

由荷电流诱导的衰变振幅可以表达为螺旋度的振幅的形式:

$$\begin{aligned} H_{\frac{1}{2},0}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left((M_1 + M_2) f_1 - \frac{q^2}{M_1} f_2 \right), & H_{\frac{1}{2},0}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left((M_1 - M_2) g_1 + \frac{q^2}{M_1} g_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2},1}^V &= i \sqrt{2Q_-} \left(-f_1 + \frac{M_1 + M_2}{M_1} f_2 \right), & H_{\frac{1}{2},1}^A &= i \sqrt{2Q_+} \left(-g_1 - \frac{M_1 - M_2}{M_1} g_2 \right), \\ H_{\frac{1}{2},t}^V &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left((M_1 - M_2) f_1 + \frac{q^2}{M_1} f_3 \right), & H_{\frac{1}{2},t}^A &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left((M_1 + M_2) g_1 - \frac{q^2}{M_1} g_3 \right), \end{aligned} \quad (5.42)$$

其中 $Q_{\pm} = (M_1 \pm M_2)^2 - q^2$, M_1 和 M_2 为初末态重子的质量。负螺旋度振幅与正螺旋度振幅有如下关系:

$$H_{-\lambda_2, -\lambda_W}^V = H_{\lambda_2, \lambda_W}^V \quad \text{和} \quad H_{-\lambda_2, -\lambda_W}^A = -H_{\lambda_2, \lambda_W}^A, \quad (5.43)$$

λ_2 和 λ_W 分别表示末态 $\Sigma_{Q'}$ 和中间 W 玻色子的极化。总螺旋度振幅为:

$$H_{\lambda_2, \lambda_W} = H_{\lambda_2, \lambda_W}^V - H_{\lambda_2, \lambda_W}^A. \quad (5.44)$$

$\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'} l \nu$ 的衰变宽度可以通过轻子对 $l \nu$ 的极化进行分类。纵向和横向极化的轻子对 $l \nu$ 的衰变宽度为

$$\frac{d\Gamma_L}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 p (1 - \hat{m}_l^2)^2}{384\pi^3 M_1^2} \left((2 + \hat{m}_l^2) (|H_{-\frac{1}{2},0}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}|^2) + 3\hat{m}_l^2 (|H_{-\frac{1}{2},t}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}|^2) \right), \quad (5.45)$$

$$\frac{d\Gamma_T}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 p (1 - \hat{m}_l^2)^2 (2 + \hat{m}_l^2)}{384\pi^3 M_1^2} (|H_{\frac{1}{2},1}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}|^2), \quad (5.46)$$

其中 $\hat{m}_l \equiv m_l / \sqrt{q^2}$ 。

在计算衰变宽度时,我们选择以初态重子 $\Xi_{QQ'}$ 为质心建立坐标系。 $p = \sqrt{Q_+ Q_-} / (2M_1)$ 为末态重子 $\Sigma_{Q'}$ 的动量大小。对转移动量的平方 q^2 积分后,衰变宽度为:

$$\Gamma = \int_{m_l^2}^{(M_1 - M_2)^2} dq^2 \left(\frac{d\Gamma_L}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T}{dq^2} \right). \quad (5.47)$$

表 5.6 中给出了半轻弱衰变过程 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'} l \nu_l$ 的衰变宽度、衰变分支比和比值 Γ_L / Γ_T 的数值结果。其中轻子 e 和 μ 的质量可以忽略掉,但不能忽略轻子 τ 的质量: $m_\tau = 1.78 \text{ GeV}$ [134]。图 5.3 展示了与四个过程相对应的微分衰变宽度对 q^2 的依赖性关系。表 5.7 给出了计算得到的衰变宽度结果及其他文献给出结果的比较。可以发现,本文的结果与其他文献中的相比,大多数过程的衰变宽度都处于相同的量级。

对于这些唯象结果,以下是一些说明:

表 5.6 半轻衰变 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'} l \nu_l$ 的衰变宽度和分支比Table 5.6 Decay widths and branching ratios of the semi-leptonic $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'} l \nu_l$ decays

channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L / Γ_T
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	$(7.12 \pm 1.33) \times 10^{-15}$	$(2.77 \pm 0.48) \times 10^{-3}$	6.92 ± 2.8
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$	$(1.42 \pm 0.26) \times 10^{-14}$	$(9.72 \pm 1.68) \times 10^{-3}$	6.92 ± 2.8
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$(2.17 \pm 0.19) \times 10^{-15}$	$(8.06 \pm 0.7) \times 10^{-4}$	2.91 ± 0.47
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu_l$	$(4.34 \pm 0.38) \times 10^{-15}$	$(6.17 \pm 0.53) \times 10^{-4}$	2.91 ± 0.47
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(5.73 \pm 1.15) \times 10^{-17}$	$(8.1 \pm 1.62) \times 10^{-6}$	2.21 ± 1.6
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(3.5 \pm 0.62) \times 10^{-17}$	$(4.49 \pm 0.87) \times 10^{-6}$	2.45 ± 1.68
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$(1.14 \pm 0.23) \times 10^{-16}$	$(4.26 \pm 0.85) \times 10^{-5}$	2.21 ± 1.6
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(7.0 \pm 1.24) \times 10^{-17}$	$(2.6 \pm 0.46) \times 10^{-5}$	2.45 ± 1.68
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(1.26 \pm 0.32) \times 10^{-16}$	$(7.05 \pm 1.82) \times 10^{-5}$	1.57 ± 1.33
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(6.34 \pm 1.62) \times 10^{-17}$	$(3.89 \pm 0.91) \times 10^{-5}$	1.36 ± 1.21
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(2.52 \pm 0.31) \times 10^{-16}$	$(1.41 \pm 0.36) \times 10^{-4}$	1.57 ± 1.33
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1.26 \pm 0.32) \times 10^{-16}$	$(7.79 \pm 1.82) \times 10^{-5}$	1.36 ± 1.21

表 5.7 本文半轻弱衰变的衰变宽度的结果 (单位为 GeV) 与 QCDSR [154]、LFQM [8]、重夸克自旋对称 (HQSS) [163]、非相对论夸克模型 (NRQM) [162] 和 MIT bag 模型 (MBM) [162] 的比较。

Table 5.7 Comparison of the decay widths (in units of GeV) for the semi-leptonic decays in this work with the results derived from QCDSR [154], LFQM [8], the heavy quark spin symmetry (HQSS) [163], the nonrelativistic quark model (NRQM) [162] and the MIT bag model (MBM) [162] in literatures.

Channels	This work	QCDSR [154]	LFQM [8]	HQSS [163]	NRQM [162]	MBM [162]
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	$(7.12 \pm 1.33) \times 10^{-15}$	$(2.3 \pm 0.4) \times 10^{-15}$	9.60×10^{-15}	5.22×10^{-15}	6.58×10^{-15}	2.63×10^{-15}
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$	$(1.42 \pm 0.26) \times 10^{-14}$	$(4.6 \pm 0.9) \times 10^{-15}$	1.91×10^{-14}	1.04×10^{-14}	1.32×10^{-14}	5.92×10^{-15}
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	$(1.26 \pm 0.32) \times 10^{-16}$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-16}$	3.33×10^{-17}	--	--	--
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(2.52 \pm 0.31) \times 10^{-16}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-16}$	6.67×10^{-17}	--	--	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	$(5.73 \pm 1.15) \times 10^{-17}$	$(4.2 \pm 0.7) \times 10^{-16}$	4.74×10^{-17}	--	--	--
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	$(1.14 \pm 0.23) \times 10^{-16}$	$(8.4 \pm 1.4) \times 10^{-16}$	9.48×10^{-17}	--	--	--
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu_l$	$(2.17 \pm 0.19) \times 10^{-15}$	$(1.5 \pm 0.3) \times 10^{-15}$	4.63×10^{-15}	--	--	--
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^+ \nu_l$	$(4.34 \pm 0.38) \times 10^{-15}$	$(3.0 \pm 0.5) \times 10^{-15}$	9.18×10^{-15}	--	--	--

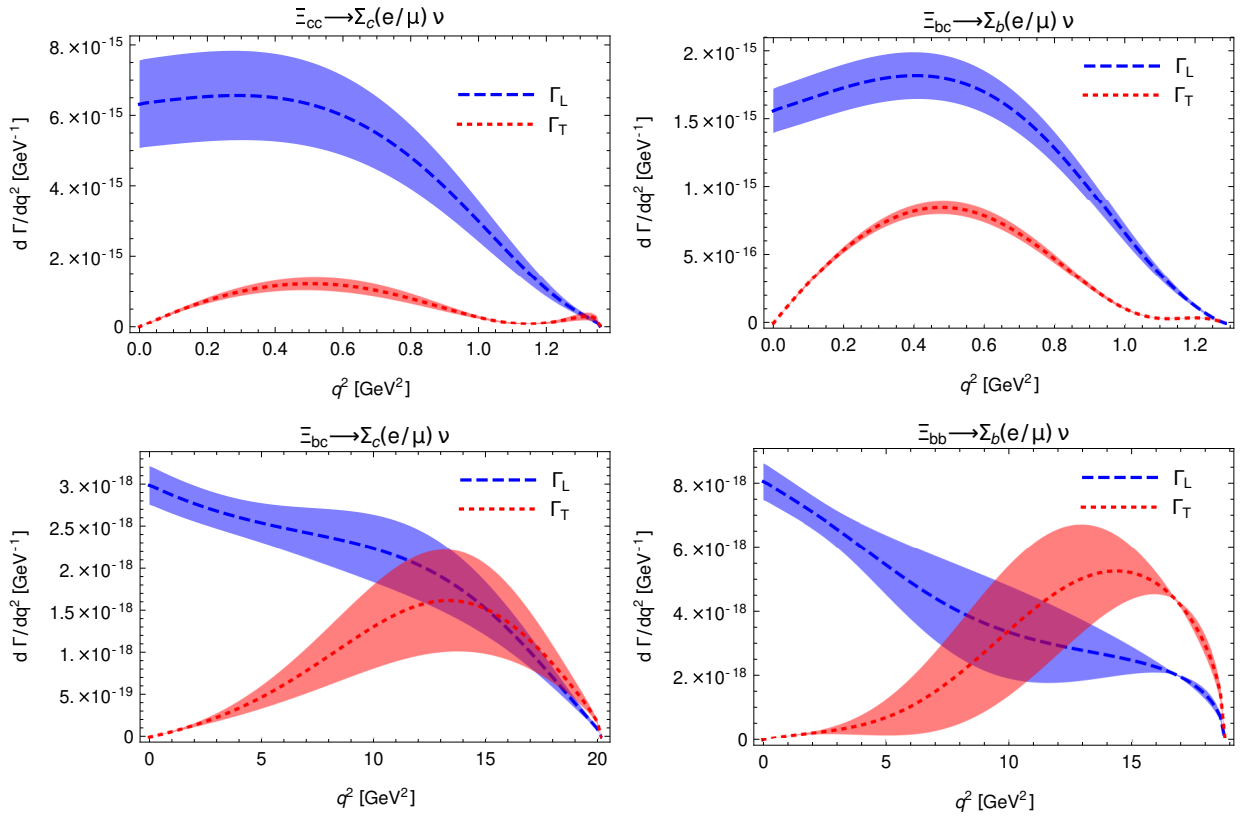


图 5.3 $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2} l \nu_l$ 的衰变宽度对 q^2 依赖性。蓝色带表示 $d\Gamma_L/dq^2$ ，红色带表示 $d\Gamma_T/dq^2$ 。虚线是中心值曲线，带宽反映了相应的误差。对于 $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$ 的情况，垂直标度需要乘以 2。

Figure 5.3 q^2 dependence of the semi-leptonic $\Xi_{QQ'q_2} \rightarrow \Sigma_{Q'q_1q_2} l \nu_l$ decay widths. $d\Gamma_L/dq^2$ are shown by the blue bands while $d\Gamma_T/dq^2$ are shown by the red bands. The dashed lines are the center value curves and the band width reflects the corresponding error. For the case of $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Sigma_{Q'qq}$, the vertical scale needs to be enlarged by a factor 2.

- 表 5.6 和图 5.3 中给出的衰变宽度的误差来自于形状因子。
- 由表 5.6，可以发现在夸克层次上 $c \rightarrow dl^+ \nu$ 的衰变宽度比 $b \rightarrow ul^+ \bar{\nu}$ 的衰变宽度大。这是由于 CKM 矩阵元之间存在巨大差异 $|V_{cd}| = 0.225 \gg |V_{ub}| = 0.00357$ 。
- $\Gamma(\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c l^+ \nu_l) > \Gamma(\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_b l^+ \nu_l)$ ，这是因为 Ξ_{cc} 中两个粲夸克都将对衰变宽度有贡献，而 Ξ_{bc} 中只有一个粲夸克对衰变宽度有贡献。对于 $\Gamma(\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b l^- \bar{\nu}_l) > \Gamma(\Xi_{bc} \rightarrow \Sigma_c l^- \bar{\nu}_l)$ ，原因相似。
- 最有可能在实验上观测到的衰变过程为 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$ 和 $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$ ，它们的分支比分别为 2.77×10^{-3} 和 9.72×10^{-3} 。
- $\Gamma(\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b \tau^- \bar{\nu}_\tau) < \Gamma(\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b l^- \bar{\nu}_l) (l = e, \mu)$ ，这是因为衰变轻子末态为 τ 轻子时，相空间比衰变轻子末态为 e/μ 轻子时的相空间小。
- 根据 SU(3) 对称性，本章讨论的半轻过程的衰变宽度之间是相互关联的。文献 [10] 和 [18] 利用 SU(3) 对称性系统地分析了双重味重子衰变宽度之间的关系。利用

SU(3) 对称性, 我们可以得到:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu) = \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu) = (7.12 \pm 1.33) \times 10^{-15} \text{GeV}, \\
\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu) &= \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0 l^+ \nu) = \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^- l^+ \nu) = (2.17 \pm 0.19) \times 10^{-15} \text{GeV}, \\
\Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}) = \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}) = (5.73 \pm 1.15) \times 10^{-17} \text{GeV}, \\
\Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}) = \frac{1}{2} \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}) = (1.26 \pm 0.32) \times 10^{-16} \text{GeV}.
\end{aligned}
\tag{5.48}$$

- 从表 5.7 中给出的比较中可以看出, 本文预言的半轻衰变宽度与其他文献给出的衰变宽度非常吻合。特别是, 本文对 $\Gamma(\Xi_{cc} \rightarrow \Sigma_c l \nu_l)$ 的理论估计值与 LFQM、HQSS 和 NRQM 方法计算的预测值几乎相同。我们对其他衰变过程估计值也与 QCDSR 或 LFQM 的计算结果一致。

5.3 小结

本章利用 LCSR 方法对 $\Xi_{QQ'}$ 衰变到六重态 $\Sigma_{Q'}$ 的半轻过程进行了唯象研究。跃迁形状因子是利用末态的 $\Sigma_{Q'}$ 的平行 LCDAs 导出的。利用这些形状因子的数值结果, 可以预测相应的半轻衰变过程的衰变宽度和分支比。本章还给出了详细的误差估计和理论分析。通过比较发现, 本章对半轻衰变宽度的预测值与其他理论的预测值几乎相同。期望本章对分支比的理论预言可以得到未来 LHC 和其他实验的证实, 同时期望这些计算能够帮助人们理解单重重子 $\Sigma_{Q'}$ 的 LCDAs, 并且期待在将来对该 LCDAs 进行进一步的改进以及对 LCSR 计算进行更高阶的修正。

第六章 光前夸克模型下的双重味重子的半轻弱衰变

上一章利用 LCSR 的方法研究了双重味重子 $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ 的荷电流跃迁过程，在夸克层次上，该跃迁过程为： $c \rightarrow d$ 和 $b \rightarrow u$ ；从初末态重子的自旋来看为：自旋-1/2 \rightarrow 自旋-1/2 的跃迁。双重味重子的半轻弱衰变还有许多过程需要研究：在夸克层次上，还有 $c \rightarrow u, s$ 和 $b \rightarrow d, c, s$ ；从初末态重子的自旋来讲，还有自旋-1/2 \rightarrow 自旋-3/2 的跃迁；从弱相互作用流来说，还有 FCNC 过程。本章将在 LFQM 框架下系统地研究以上这些双重味重子的半轻弱衰变过程，这样两种方法 LCSR 和 LFQM 的研究能够相互检验。而且 LFQM 的计算方便，能够直接用夸克层次的波函数表示初末态重子，从而有效地避免来自质量较大的强子谱的潜在污染。此外 LFQM 的理论预言完全可以与目前关于重子衰变的实验测量精度相匹配。

LFQM 最初是在介子衰变中发展出来的 [74-93]。在过去十年中，人们借助夸克-diquark 假设，将 LFQM 成功地应用于重子衰变的研究 [65-69]。在夸克-diquark 图像中，假设两个旁观者夸克在介子系统中起反夸克的作用。在领头阶计算中，人们不必考虑荷电流和旁观者夸克的相互作用，这样可以大大简化计算，有利于系统地研究双重味重子的半轻弱衰变。在计算中，顶点函数是与重子中的夸克和 diquark 耦合相关联的。根据文献 [70]，本章将修改与自旋为 1 的 diquark 系统有关的顶点函数。利用光前夸克模型，本章将系统地研究双重味重子的半轻弱衰变的形状因子。如文献 [24] 中所述，自旋-1/2 \rightarrow 自旋-1/2 以及自旋-1/2 \rightarrow 自旋-3/2 的跃迁对于发现可能存在的衰变道都很重要，因此本章将研究这两种跃迁过程。同时研究荷电流诱导的跃迁过程以及 FCNC 诱导的跃迁过程。更具体地说，将研究以下跃迁过程：

1. 自旋 1/2 到 1/2 的跃迁（荷电流过程）¹，
 - $c \rightarrow d, s$ 的过程，

$$\begin{aligned}\Xi_{cc}^{++}(ccu) &\rightarrow \Lambda_c^+(dcu)/\Sigma_c^+(dcu)/\Xi_c^{(\prime)+}(scu), \\ \Xi_{cc}^+(ccd) &\rightarrow \Sigma_c^0(dcd)/\Xi_c^0(scd)/\Xi_c^{\prime 0}(scd), \\ \Omega_{cc}^+(ccs) &\rightarrow \Xi_c^0(dcs)/\Xi_c^{\prime 0}(dcs)/\Omega_c^0(scs),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}^{\prime +}(cbu) &\rightarrow \Lambda_b^0(dbu)/\Sigma_b^0(dbu)/\Xi_b^{(\prime)0}(sbu), \\ \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}^{\prime 0}(cbd) &\rightarrow \Sigma_b^-(dbd)/\Xi_b^-(sbd)/\Xi_b^{\prime -}(sbd), \\ \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}^{\prime 0}(cbs) &\rightarrow \Xi_b^-(dbs)/\Xi_b^{\prime -}(dbs)/\Omega_b^-(sbs); \end{aligned}$$

¹在本章之后的内容中，我们将自旋 S_1 到自旋 S_2 的跃迁简称为 $S_1 \rightarrow S_2$ 的跃迁。如果没有特殊说明，自旋 1/2 和自旋 3/2 的重子态都具有正宇称。本章将省略正宇称的正号。

- $b \rightarrow u, c$ 的过程,

$$\begin{aligned}\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Sigma_b^+(ubu)/\Xi_{bc}^+(cbu)/\Xi_{bc}'^+(cbu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Lambda_b^0(ubd)/\Sigma_b^0(ubd)/\Xi_{bc}^0(cbd)/\Xi_{bc}'^0(cbd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b^0(ubs)/\Xi_b'^0(ubs)/\Omega_{bc}^0(cbs)/\Omega_{bc}'^0(cbs),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Sigma_c^{++}(ucu)/\Xi_{cc}^{++}(ccu), \\ \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Lambda_c^+(ucd)/\Sigma_c^+(ucd)/\Xi_{cc}^+(ccd), \\ \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c^+(ucs)/\Xi_c'^+(ucs)/\Omega_{cc}^+(ccs);\end{aligned}$$

2. $1/2 \rightarrow 1/2$ 的跃迁 (FCNC 过程),

- $c \rightarrow u$ 过程,

$$\begin{aligned}\Xi_{cc}^{++}(ccu) &\rightarrow \Sigma_c^{++}(ucu), & \Xi_{cb}^+/\Xi_{cb}'^+(cbu) &\rightarrow \Sigma_b^+(ubu), \\ \Xi_{cc}^+(ccd) &\rightarrow \Lambda_c^+(ucd)/\Sigma_c^+(ucd), & \Xi_{cb}^0/\Xi_{cb}'^0(cbd) &\rightarrow \Lambda_b^0(ubd)/\Sigma_b^0(ubd), \\ \Omega_{cc}^+(ccs) &\rightarrow \Xi_c^+(ucs)/\Xi_c'^+(ucs), & \Omega_{cb}^0/\Omega_{cb}'^0(cbs) &\rightarrow \Xi_b^0(ubs)/\Xi_b'^0(ubs);\end{aligned}$$

- $b \rightarrow d, s$ 过程,

$$\begin{aligned}\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Lambda_b^0(dbu)/\Sigma_b^0(dbu)/\Xi_b'^0(sbu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Sigma_b^-(dbd)/\Xi_b^-(sbd)/\Xi_b'^-(sbd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b^-(dbs)/\Xi_b'^-(dbs)/\Omega_b^-(sbs),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Lambda_c^+(dcu)/\Sigma_c^+(dcu)/\Xi_c'^0(scu), \\ \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Sigma_c^0(dcd)/\Xi_c^0(scd)/\Xi_c'^0(scd), \\ \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c^0(dcs)/\Xi_c'^0(dcs)/\Omega_c^0(scs);\end{aligned}$$

3. $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁 (荷电流过程),

- $c \rightarrow d, s$ 过程,

$$\begin{aligned}\Xi_{cc}^{++}(ccu) &\rightarrow \Sigma_c^{*+}(dcu)/\Xi_c'^{*+}(scu), & \Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}'^+(cbu) &\rightarrow \Sigma_b^{*0}(dbu)/\Xi_b'^{*0}(sbu), \\ \Xi_{cc}^+(ccd) &\rightarrow \Sigma_c^{*0}(dcd)/\Xi_c'^{*0}(scd), & \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}'^0(cbd) &\rightarrow \Sigma_b^{*-}(dbd)/\Xi_b'^{*-}(sbd), \\ \Omega_{cc}^+(ccs) &\rightarrow \Xi_c'^{*0}(dcs)/\Omega_c'^{*0}(scs), & \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}'^0(cbs) &\rightarrow \Xi_b'^{*-}(dbs)/\Omega_b'^{*-}(sbs).\end{aligned}$$

- $b \rightarrow u, c$ 过程,

$$\begin{aligned}\Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Sigma_b^{*+}(ubu)/\Xi_{bc}^{*+}(cbu), & \Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Sigma_c^{*++}(ucu)/\Xi_{cc}^{*++}(ccu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Sigma_b^{*0}(ubd)/\Xi_{bc}^{*0}(cbd), & \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Sigma_c^{*+}(ucd)/\Xi_{cc}^{*+}(ccd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b'^{*0}(ubs)/\Omega_{bc}^{*0}(cbs), & \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c'^{*+}(ucs)/\Omega_{cc}^{*+}(ccs);\end{aligned}$$

4. $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁 (FCNC 过程),

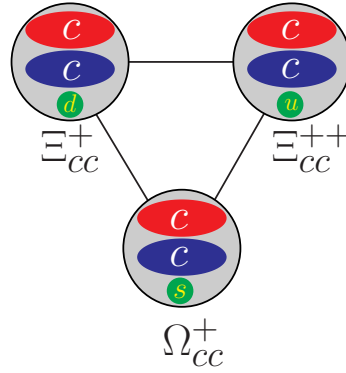


图 6.1 自旋-1/2 的双粲重子。双底重子和底-粲重子与双粲重子相似。

Figure 6.1 Spin-1/2 doubly charmed baryons. It is similar for the doubly bottom baryons and the bottom-charm baryons.

- $c \rightarrow u$ 过程,

$$\begin{aligned} \Xi_{cc}^{++}(ccu) &\rightarrow \Sigma_c^{*++}(ucu), & \Xi_{cb}^+/\Xi_{cb}'^+(cbu) &\rightarrow \Sigma_b^+(ubu), \\ \Xi_{cc}^+(ccd) &\rightarrow \Sigma_c^{*+}(ucd), & \Xi_{cb}^0/\Xi_{cb}'^0(cbd) &\rightarrow \Sigma_b^0(ubd), \\ \Omega_{cc}^+(ccs) &\rightarrow \Xi_c'^{*+}(ucs), & \Omega_{cb}^0/\Omega_{cb}'^0(cbs) &\rightarrow \Xi_b'^{*0}(ubs); \end{aligned}$$

- $b \rightarrow d, s$ 过程,

$$\begin{aligned} \Xi_{bb}^0(bbu) &\rightarrow \Sigma_b^{*0}(dbu)/\Xi_b'^{*0}(sbu), & \Xi_{bc}^+/\Xi_{bc}'^+(bcu) &\rightarrow \Sigma_c^+(dcu)/\Xi_c'^{*+}(scu), \\ \Xi_{bb}^-(bbd) &\rightarrow \Sigma_b^{*-}(dbd)/\Xi_b'^{*-(sbd)}, & \Xi_{bc}^0/\Xi_{bc}'^0(bcd) &\rightarrow \Sigma_c^0(dcd)/\Xi_c'^{*0}(scd), \\ \Omega_{bb}^-(bbs) &\rightarrow \Xi_b'^{*-(dbs)}/\Omega_b'^{*-(sbs)}, & \Omega_{bc}^0/\Omega_{bc}'^0(bcs) &\rightarrow \Xi_c'^{*0}(dcs)/\Omega_c'^{*0}(scs); \end{aligned}$$

在上述跃迁过程中，夸克组分已在括号中明确给出，其中第一个夸克表示参与弱衰变的夸克。初态的重子都是自旋-1/2 的双重味重子。双重味重子的量子数自旋宇称 J^P 已在表 1.1 中列出。

处于基态量子数为 $J^P = 1/2^+$ 的双重味重子，如图 6.1 所示的双粲重子 SU(3) 三重态 $\Xi_{cc}^{++}(ccu)$ 、 $\Xi_{cc}^+(ccd)$ 和 $\Omega_{cc}^+(ccs)$ 只能进行弱衰变。三个双底重子 $\Xi_{bb}^0(bbu)$ 、 $\Xi_{bb}^-(bbd)$ 和 $\Omega_{bb}^-(bbs)$ 也可以构成一个 SU(3) 三重态，与图 6.1 类似，只需做变换 $c \rightarrow b$ 。底-粲重子可以构成两组 SU(3) 三重态， (Ξ_{bc}, Ω_{bc}) 和 $(\Xi_{bc}', \Omega_{bc}')$ ，两组底-粲重子之间的区别是 bc 系统的总自旋不同，如表 1.1 所示，它们之间可能会存在混合。两组底-粲重子三重态之间的具体的混合方案仍然不清楚。初态重子包括双粲重子三重态、双底重子三重态、底-粲重子的两组三重态 (Ξ_{bc}, Ω_{bc}) 和 $(\Xi_{bc}', \Omega_{bc}')$ 。末态重子包括双粲重子、底-粲重子和单重重子。如图 6.2 所示，单重重子可以组成一个 SU(3) 反三重态 $\bar{\mathbf{3}}$ 和一个 SU(3) 六重态 $\mathbf{6}$ 。以 $\mathcal{B}_{bc} \rightarrow \mathcal{B}_c$ ($b \rightarrow s$) 的跃迁为例，末态单粲重子 Ξ_c^+ 、 Ξ_c^0 和 Ω_c^0 属于 SU(3) 六重态 $\mathbf{6}$ ，而 Ξ_c^{*+} 和 Ξ_c^{*0} 属于 SU(3) 反三重态 $\bar{\mathbf{3}}$ ，如图 6.2 所示。

本章的安排如下：第二节将介绍 diquark 假设下的光前夸克模型，然后将讨论初末态重子味道自旋空间的波函数，并给出跃迁形状因子的数值结果。附录 C 将提供一种推

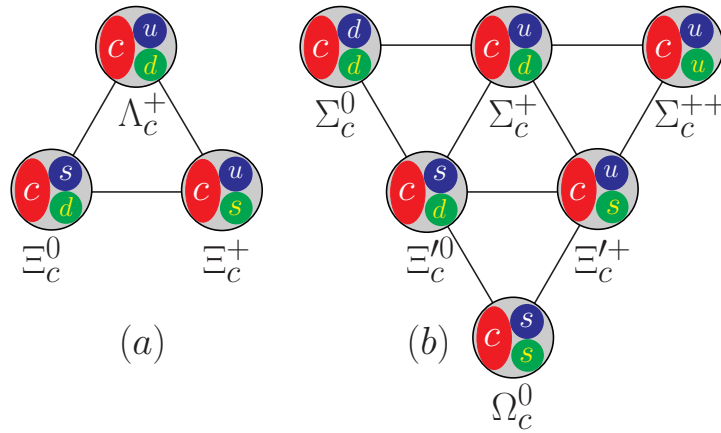


图 6.2 自旋为 1/2 单粲重子。此处 (a) 代表 SU(3) 反三重态 $\bar{\mathbf{3}}$ ，而 (b) 代表 SU(3) 六重态 $\mathbf{6}$ 。自旋-3/2 的单粲重子仅具有 SU(3) 六重态 $\mathbf{6}$ ，只需将图 (b) 中 “ $\mathcal{B}_c \rightarrow \mathcal{B}_c^*$ ”。对于自旋-1/2 和自旋-3/2 的单底重子，需要做替换 $c \rightarrow b$ 。

Figure 6.2 Spin-1/2 singly charmed baryons. Here (a) represents SU(3) anti-triplets $\bar{\mathbf{3}}$ and (b) represents SU(3) sextets $\mathbf{6}$. The spin-3/2 singly charmed baryons only have SU(3) sextets $\mathbf{6}$ as shown by panel (b) just with the replacement “ $\mathcal{B}_c \rightarrow \mathcal{B}_c^*$ ”. For spin-1/2 and spin-3/2 singly bottomed baryons, a replacement $c \rightarrow b$ is needed.

导味道自旋重叠因子的新方法。第三节将利用计算得到的形状因子和重叠因子的理论结果，对 239 个半轻弱衰变过程进行唯象研究，并将讨论双重味重子半轻弱衰变宽度之间的 SU(3) 对称性破缺效应。最后一节将给出简短的总结。附录 A 和 B 将简要介绍初末态重子味道自旋空间的波函数和螺旋度振幅推导方法。

6.1 理论框架

本节将简要介绍由荷电流和 FCNC 诱导的重子跃迁的理论框架，包括自旋为 1/2 和 3/2 重子态的定义，以及跃迁形状因子的抽取。读者可以从参考文献 [65, 68] 中找到更多详细信息。

6.1.1 光前夸克模型

强子的物理波函数包括坐标、颜色、自旋和味道空间。领头阶衰变的费曼图如图 6.3 所示，在旁观者 diquark 和参与弱衰变的夸克之间没有颜色交换。本小节将借助坐标空间（动量空间）的波函数给出理论框架。

在光前夸克模型中， $J^P = 1/2^+$ 重子态的波动函数可写为：

$$|\mathcal{B}(P, S, S_z)\rangle = \int \{d^3 p_1\} \{d^3 p_2\} 2(2\pi)^3 \delta^3(\vec{P} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \times \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi^{SS_z}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) |Q_1(p_1, \lambda_1)(di)(p_2, \lambda_2)\rangle, \quad (6.1)$$

其中 $Q_1 = b, c$ 是初态重夸克，“di”表示图 6.3 中所示的 diquark。 λ_1 和 λ_2 为它们的螺旋

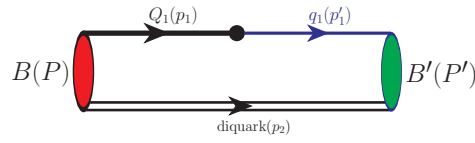


图 6.3 双重味重子 B 衰变为自旋 1/2 和自旋 3/2 的重子 B' 的费曼图，假设两个旁观者夸克为一个 diquark。 P 和 P' 分别是初态和末态重子的动量。在夸克层次上描述的是：一个动量为 p_1 的重夸克 Q_1 到一个动量为 p_1' 的较轻夸克 q_1 的跃迁。diquark 的动量为 p_2 。黑点表示弱相互作用顶点。

Figure 6.3 Feynman diagram for doubly heavy baryons B into a spin-1/2 and spin-3/2 ground-state baryons B' with two spectator quarks as a diquark. Here P and P' are the momentum of the initial and final baryons, respectively. In quark level, the transition is one heavy quark Q_1 with momentum p_1 decays into a lighter quark q_1 with momentum p_1' , and the diquark with momentum p_2 . The black ball means the weak interaction vertex.

度， P 是重子的总动量， p_1, p_2 分别为重夸克和 diquark 的在壳的光前动量。在光前夸克模型中， $p = (p^-, p^+, p_\perp)$ ，其中 $p^\pm = p^0 \pm p^3$ 和 $p_\perp = (p^1, p^2)$ ，而动量 \bar{P}, \bar{p}_1 和 \bar{p}_2 的定义为 $\bar{p} = (p^+, p_\perp)$ 。则利用在壳条件可以得到 $p^- = (m^2 + p_\perp^2)/p^+$ 。

需要强调的是，本章只考虑领头阶的贡献。这是因为在旁观者 diquark 和参与弱相互作用的夸克之间引入更高阶的修正，会破坏重子的夸克-diquark 假设。在进行更高阶的修正时，就无法将整个系统分解成等式 (6.1) 应该考虑重子中三个夸克之间所有的动力学，具体的研究可以参考文献 [71]。

Ψ^{SS_z} 是动量-空间波函数，可以用以下等式表示，

$$\Psi^{SS_z}(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{\sqrt{2(p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)}} \bar{u}(p_1, \lambda_1) \Gamma_{S(A)} u(\bar{P}, S_z) \phi(x, k_\perp), \quad (6.2)$$

这里 Γ 是衰变的夸克 Q_1 和重子态中 diquark 的耦合顶点，当涉及到标量的 diquark 时，耦合顶点为 $\Gamma_S = 1$ 。当涉及到轴向矢量的 diquark 时，耦合顶点为 [70]

$$\Gamma_A = \frac{\gamma_5}{\sqrt{3}} \left(\not{\epsilon}^*(p_2, \lambda_2) - \frac{M_0 + m_1 + m_2}{\bar{P} \cdot p_2 + m_2 M_0} \epsilon^*(p_2, \lambda_2) \cdot \bar{P} \right). \quad (6.3)$$

其中动量 \bar{P} 是重夸克 Q 和 diquark 的在壳动量之和，有 $\bar{P} = p_1 + p_2$ 和 $\bar{P}^2 = M_0^2$ 。由于重子中重夸克和 diquark 不能同时在壳，不变质量 M_0 与重子质量 M 是不同的。重子的动量 P 和质量 M 满足质壳条件 $M^2 = P^2$ 和 $\mathbf{P}^2 + M^2 = E^2$ ，对于动量 \bar{P} ， $\bar{P}^2 + M^2 \neq E^2$ 。 m_1 和 m_2 分别是重夸克 Q_1 和 diquark 的质量。

式 (6.2) 中的 ϕ 是高斯型函数：

$$\phi = 4 \left(\frac{\pi}{\beta^2} \right)^{3/4} \sqrt{\frac{e_1 e_2}{x_1 x_2 M_0}} \exp\left(\frac{-\vec{k}^2}{2\beta^2} \right). \quad (6.4)$$

在 \bar{P} 质心系中， e_1 和 e_2 分别为重夸克和 diquark 的能量。 x_1 和 x_2 为光前动量分数满足

$0 < x_2 < 1$ 和 $x_1 + x_2 = 1$ 。为了描述组分夸克的内部运动，引入了内部动量

$$\begin{aligned} k_i &= (k_i^-, k_i^+, k_{i\perp}) = (e_i - k_{iz}, e_i + k_{iz}, k_{i\perp}) = \left(\frac{m_i^2 + k_{i\perp}^2}{x_i M_0}, x_i M_0, k_{i\perp} \right), \\ p_1^+ &= x_1 \bar{P}^+, \quad p_2^+ = x_2 \bar{P}^+, \\ p_{1\perp} &= x_1 \bar{P}_\perp + k_{1\perp}, \quad p_{2\perp} = x_2 \bar{P}_\perp + k_{2\perp}, \quad k_\perp = -k_{1\perp} = k_{2\perp}, \end{aligned}$$

式 (6.4) 中 \vec{k} 为 diquark 的内部三动量, $\vec{k} = (k_{2\perp}, k_{2z}) = (k_\perp, k_z)$ 。参数 β 描述了组分夸克的动量分布, 具体的数值在表 6.2 中给出。不变质量的平方 M_0^2 可以表示为内部变量 $(x_i, k_{i\perp})$ 的函数,

$$M_0^2 = \frac{k_{1\perp}^2 + m_1^2}{x_1} + \frac{k_{2\perp}^2 + m_2^2}{x_2}.$$

利用 $M_0 = e_1 + e_2$, 可以将 e_i 和 k_z 用内部变量 $(x_i, k_{i\perp})$ 的表示为,

$$e_i = \frac{x_i M_0}{2} + \frac{m_i^2 + k_{i\perp}^2}{2x_i M_0} = \sqrt{m_i^2 + k_{i\perp}^2 + k_{iz}^2}, \quad k_{iz} = \frac{x_i M_0}{2} - \frac{m_i^2 + k_{i\perp}^2}{2x_i M_0}.$$

实际计算中取 $x = x_2$ 和 $x_1 = 1 - x$ 。

类似于 $1/2^+$ 重子的情况, $3/2^+$ 的重子态有与式 (6.1) 相似的表达式, 但耦合顶点是不同的 [73]:

$$\Psi^{SS_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{\sqrt{2(p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)}} \bar{u}(p_1, \lambda_1) \Gamma_A^\alpha(p_2, \lambda_2) u_\alpha(\bar{P}, S_z) \phi(x, k_\perp), \quad (6.5)$$

与

$$\Gamma_A^\alpha = - \left(\epsilon^{*\alpha}(p_2, \lambda_2) - \frac{P_2^\alpha}{\bar{P} \cdot p_2 + m_2 M_0} \epsilon^*(p_2, \lambda_2) \cdot \bar{P} \right). \quad (6.6)$$

利用式 (6.1-6.2), 自旋-1/2 的重子跃迁到自旋-1/2 的重子的矩阵元可以表示为,

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \bar{u}(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}'_{S(A)}(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)} u(\bar{P}, S_z), \quad (6.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \bar{u}(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}'_{S(A)}(\not{p}'_1 + m'_1) i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)} u(\bar{P}, S_z). \quad (6.8) \end{aligned}$$

利用式 (6.1-6.2) 和 (6.5), 自旋-1/2 的重子跃迁到自旋为 3/2 的重子的矩阵元可以表示为,

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \left[\bar{\Gamma}_A^\alpha(\not{p}'_1 + m_1') \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A \right] u(\bar{P}, S_z), \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ & \times \sum_{\lambda_2} \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \left[\bar{\Gamma}_A^\alpha(\not{p}'_1 + m_1') i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A \right] u(\bar{P}, S_z). \end{aligned} \quad (6.10)$$

在式 (6.2-6.3) 和 (6.5-6.10) 中,

$$m_1 = m_Q, \quad m_1' = m_q, \quad m_2 = m_{(di)}, \quad (6.11)$$

$$\bar{P} = p_1 + p_2, \quad \bar{P}' = p_1' + p_2, \quad M_0^2 = \bar{P}^2, \quad M_0'^2 = \bar{P}'^2, \quad (6.12)$$

p_1 和 p_1' 分别为参与弱衰变的初末态夸克的四动量, p_2 为 diquark 的动量, 如图 6.3 所示。 P 和 P' 分别是初态重子 \mathcal{B} 和末态重子 \mathcal{B}' 的四动量。 M 和 M' 分别为初末态重子的质量。需要注意, M_0 和 M_0' 分别为初末态重子的不变质量, 与 M 和 M' 是不同的。如图 6.3 所示, $q_1 = u, d, s, c$ 为参与弱衰变的末态夸克。当 diquark 是一个标量 diquark, 耦合顶点的定义为:

$$\Gamma_S = \bar{\Gamma}'_S = 1, \quad (6.13)$$

当 diquark 是一个轴矢量的 diquark, 耦合顶点的定义为,

$$\bar{\Gamma}'_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(-\not{\epsilon}(p_2, \lambda_2) + \frac{M_0' + m_1' + m_2}{\bar{P}' \cdot p_2 + m_2 M_0'} \epsilon(p_2, \lambda_2) \cdot \bar{P}' \right) \gamma_5, \quad (6.14)$$

和

$$\bar{\Gamma}_A^\alpha = - \left(\epsilon^\alpha(p_2, \lambda_2) - \frac{p_2^\alpha}{\bar{P}' \cdot p_2 + m_2 M_0'} \epsilon(p_2, \lambda_2) \cdot \bar{P}' \right). \quad (6.15)$$

1/2 \rightarrow 1/2 的跃迁矩阵元可以参数化为,

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\ &= \bar{u}(P', S'_z) \left[\gamma_\mu f_{1,S(A)}(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_{2,S(A)}(q^2) + \frac{q_\mu}{M} f_{3,S(A)}(q^2) \right] u(P, S_z) \\ & \quad - \bar{u}(P', S'_z) \left[\gamma_\mu g_{1,S(A)}(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} g_{2,S(A)}(q^2) + \frac{q_\mu}{M} g_{3,S(A)}(q^2) \right] \gamma_5 u(P, S_z), \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\
&= \bar{u}(P', S'_z) \left[\frac{f_{1,S(A)}^T(q^2)}{M(M' - M)} (q^2 \gamma_\mu - \not{q} q_\mu) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_{2,S(A)}^T(q^2) \right] u(P, S_z) \\
&+ \bar{u}(P', S'_z) \left[\frac{g_{1,S(A)}^T(q^2)}{M(M + M')} (q^2 \gamma_\mu - \not{q} q_\mu) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} g_{2,S(A)}^T(q^2) \right] \gamma_5 u(P, S_z). \quad (6.17)
\end{aligned}$$

本文是按照文献 [68] 中的方式来抽取形状因子 $f_{1,2,3,S(A)}$ 的。将 $\bar{u}(\bar{P}, S_z)(\bar{\Gamma}^\mu)_i u(\bar{P}', S'_z)$ 和 $\bar{u}(P, S_z)(\Gamma^\mu)_i u(P', S'_z)$ 分别乘以式 (6.7) 和式 (6.16) 的这一部分矩阵元 $\langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma_\mu Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle$ 。同时在积分时取近似 $P^{(\prime)} \rightarrow \bar{P}^{(\prime)}$ 。在对初末态重子极化求和后，就可以得到如下三个线性方程，

$$\begin{aligned}
& \text{Tr} \left\{ (\Gamma^\mu)_i (\not{P}' + M') \left[\gamma_\mu f_{1,S(A)}(q^2) + i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} f_{2,S(A)}(q^2) + \frac{q_\mu}{M} f_{3,S(A)}(q^2) \right] (\not{P} + M) \right\} \\
&= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \\
&\times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left[(\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\not{P}}' + M'_0) \bar{\Gamma}'_{S(A)}(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)}(\bar{\not{P}} + M_0) \right], \quad (6.18)
\end{aligned}$$

其中 $(\bar{\Gamma}^\mu)_i = \{\gamma^\mu, \bar{P}^\mu, \bar{P}'^\mu\}$ 和 $(\Gamma^\mu)_i = \{\gamma^\mu, P^\mu, P'^\mu\}$ 。通过求解式 (6.18) 中的三个方程，得到形状因子 $f_{1,2,3,S(A)}$ 的具体表达式如下：

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{1}{4[(M - M')^2 - q^2][(M + M')^2 - q^2]} \{-2(B_2 - B_3)(M - M')(M + M')^2 \\
&\quad - B_1(q^2)^2 + q^2[B_1(M + M')^2 - 2B_2(2M + M') - 2B_3(M + 2M')]\}, \\
f_2 &= \frac{1}{4[(M - M')^2 - q^2][(M + M')^2 - q^2]} \{-Mq^2[B_1(M + M') + 2B_2 + 2B_3] \\
&\quad + M(M + M')[B_1(M + M')^2 + 2B_2(M' - 2M) + 2B_3(M - 2M')]\}, \\
f_3 &= \frac{M}{4[(M - M')^2 - q^2][(M + M')^2 - q^2]} \{B_1(M - M')[q^2 - (M + M')^2] \\
&\quad + 2B_2(4M^2 - MM' + M'^2 - q^2) + 2B_3(-M^2 + MM' - 4M'^2 + q^2)\},
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
B_i &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \\
&\times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left[(\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\not{P}}' + M'_0) \bar{\Gamma}'_{S(A)}(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)}(\bar{\not{P}} + M_0) \right].
\end{aligned}$$

利用相似的方法可以计算出形状因子 $g_{1,2,3,S(A)}$,

$$\begin{aligned}
g_1 &= \frac{1}{4[(M-M')^2 - q^2]^2[(M+M')^2 - q^2]} \{-2(R_2 - R_3)(M+M')(M-M')^2 \\
&\quad - R_1(q^2)^2 + q^2[R_1(M-M')^2 + 2R_2(M'-2M) - 2R_3(M-2M')]\}, \\
g_2 &= \frac{1}{4[(M-M')^2 - q^2]^2[(M+M')^2 - q^2]} \{Mq^2[R_1(M-M') + 2R_2 + 2R_3] \\
&\quad - M(M-M')[R_1(M-M')^2 - 2R_2(2M+M') + 2R_3(M+2M')]\}, \\
g_3 &= \frac{M}{4[(M-M')^2 - q^2]^2[(M+M')^2 - q^2]} \{R_1(M+M')[(M-M')^2 - q^2] \\
&\quad - 2R_2(4M^2 + MM' + M'^2 - q^2) + 2R_3(M^2 + MM' + 4M'^2 - q^2)\},
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
R_i &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+} (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')} \\
&\quad \times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left[(\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\mathcal{P}}' + M_0') \bar{\Gamma}'_{S(A)} (\not{p}'_1 + m_1') \gamma_\mu \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)} (\bar{\mathcal{P}} + M_0) \right].
\end{aligned}$$

那么由式 (6.17) 定义的张量形状因子 $f_{1,2,S(A)}^T$ 或 $g_{1,2,S(A)}^T$ 可以用与形状因子 $f_{1,2,3,S(A)}$ 和 $g_{1,2,3,S(A)}$ 相似的方法进行抽取, 不同之处为: $(\Gamma^\mu)_i = \{\gamma^\mu, P^\mu\}$ 和 $(\bar{\Gamma}^\mu)_i = \{\gamma^\mu, \bar{P}^\mu\}$,

$$\begin{aligned}
f_1^T &= \frac{M(M-M')\{B_1^T[q^2 - (M+M')^2] + 6B_2^T(M+M')\}}{4[(M-M')^2 - q^2][(M+M')^2 - q^2]^2}, \\
f_2^T &= \frac{M(M+M')^2[B_1^T(M+M') - 2B_2^T] - Mq^2[B_1^T(M+M') + 4B_2^T]}{4[(M-M')^2 - q^2][(M+M')^2 - q^2]^2}, \\
g_1^T &= \frac{M(M+M')\{R_1^T[(M-M')^2 - q^2] + 6R_2^T(M'-M)\}}{4[(M-M')^2 - q^2]^2[(M+M')^2 - q^2]}, \\
g_2^T &= \frac{Mq^2[R_1^T(M-M') + 4R_2^T] + M(M-M')^2[R_1^T(M'-M) + 2R_2^T]}{4[(M-M')^2 - q^2]^2[(M+M')^2 - q^2]}, \quad (6.19)
\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
B_i^T &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+} (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')} \\
&\quad \times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left[(\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\mathcal{P}}' + M_0') \bar{\Gamma}'_{S(A)} (\not{p}'_1 + m_1') i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)} (\bar{\mathcal{P}} + M_0) \right], \\
R_i^T &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+} (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')} \\
&\quad \times \sum_{\lambda_2} \text{Tr} \left[(\bar{\Gamma}^\mu)_i (\bar{\mathcal{P}}' + M_0') \bar{\Gamma}'_{S(A)} (\not{p}'_1 + m_1') i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{S(A)} (\bar{\mathcal{P}} + M_0) \right].
\end{aligned}$$

$1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁矩阵元可以用相似的方法进行参数化:

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\
&= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{f}_1(q^2) \frac{P^\alpha}{M} (\gamma^\mu - \frac{\not{q}}{q^2} q^\mu) + \mathbf{f}_2(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} (\frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu - \mathcal{P}^\mu) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{f}_3(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} \frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu + \mathbf{f}_4(q^2) (g^{\alpha\mu} - \frac{q^\alpha q^\mu}{q^2}) \right] \gamma_5 u(P, S_z) \\
&\quad - \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{g}_1(q^2) P^\alpha (\gamma^\mu - \frac{\not{q}}{q^2} q^\mu) + \mathbf{g}_2(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} (\frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu - \mathcal{P}^\mu) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{g}_3(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} \frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu + \mathbf{g}_4(q^2) (g^{\alpha\mu} - \frac{q^\alpha q^\mu}{q^2}) \right] u(P, S_z), \quad (6.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\
&= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{f}_1^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M} (\gamma^\mu - \frac{\not{q}}{q^2} q^\mu) + \mathbf{f}_2^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} (\frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu - \mathcal{P}^\mu) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{f}_3^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} \frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu + \mathbf{f}_4^T(q^2) (g^{\alpha\mu} - \frac{q^\alpha q^\mu}{q^2}) \right] \gamma_5 u(P, S_z) \\
&\quad + \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{g}_1^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M} (\gamma^\mu - \frac{\not{q}}{q^2} q^\mu) + \mathbf{g}_2^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} (\frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu - \mathcal{P}^\mu) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{g}_3^T(q^2) \frac{P^\alpha}{M^2} \frac{M^2 - M'^2}{q^2} q^\mu + \mathbf{g}_4^T(q^2) (g^{\alpha\mu} - \frac{q^\alpha q^\mu}{q^2}) \right] u(P, S_z). \quad (6.21)
\end{aligned}$$

其中 $q^\mu = P^\mu - P'^\mu$ 和 $\mathcal{P}^\mu = P^\mu + P'^\mu$ 。在文章 [24] 中, $1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁矩阵元可以用形状因子 $\mathbf{f}_{1,2,3,4}^{(T)}$ 和 $\mathbf{g}_{1,2,3,4}^{(T)}$ 进行参数化:

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\
&= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\gamma^\mu P^\alpha \frac{\mathbf{f}'_1(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{f}'_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{\mathbf{f}'_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + \mathbf{f}'_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 u(P, S_z) \\
&\quad - \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\gamma^\mu P^\alpha \frac{\mathbf{g}'_1(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{g}'_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{\mathbf{g}'_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + \mathbf{g}'_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] u(P, S_z), \quad (6.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle \\
&= \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\gamma^\mu P^\alpha \frac{\mathbf{f}_1^T(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{f}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{\mathbf{f}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + \mathbf{f}_4^T(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 u(P, S_z) \\
&\quad + \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\gamma^\mu P^\alpha \frac{\mathbf{g}_1^T(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{g}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{\mathbf{g}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + \mathbf{g}_4^T(q^2) g^{\alpha\mu} \right] u(P, S_z). \quad (6.23)
\end{aligned}$$

由式 (6.20-6.21) 定义的形状因子 $\mathbf{f}_{1,2,3,4}^{(T)}$ 和 $\mathbf{g}_{1,2,3,4}^{(T)}$ 能够与由式 (6.22-6.23) 定义的形状因子

$\mathbf{f}'_{1,2,3,4}(T)$ 和 $\mathbf{g}'_{1,2,3,4}(T)$ 用下列公式联系起来:

$$\mathbf{f}_1^{(T)}(q^2) = \mathbf{f}'_1(T)(q^2), \quad \mathbf{f}_2^{(T)}(q^2) = -\frac{1}{2} \left[\mathbf{f}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{f}'_3(T)(q^2) \right], \quad \mathbf{f}_4^{(T)}(q^2) = \mathbf{f}'_4(T)(q^2), \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_3^{(T)}(q^2) &= \frac{M^2}{M^2 - M'^2} \left[\mathbf{f}'_1(T)(q^2) \frac{-M - M'}{M} + \mathbf{f}'_4(T)(q^2) \right] + \frac{1}{2} \left[\mathbf{f}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{f}'_3(T)(q^2) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{q^2}{M^2 - M'^2} \left[\mathbf{f}'_2(T)(q^2) - \frac{M}{M'} \mathbf{f}'_3(T)(q^2) \right], \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\mathbf{g}_1^{(T)}(q^2) = \mathbf{g}'_1(T)(q^2), \quad \mathbf{g}_2^{(T)}(q^2) = -\frac{1}{2} \left[\mathbf{g}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{g}'_3(T)(q^2) \right], \quad \mathbf{g}_4^{(T)}(q^2) = \mathbf{g}'_4(T)(q^2), \quad (6.26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_3^{(T)}(q^2) &= \frac{M^2}{M^2 - M'^2} \left[\mathbf{g}'_1(T)(q^2) \frac{M - M'}{M} + \mathbf{g}'_4(T)(q^2) \right] + \frac{1}{2} \left[\mathbf{g}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{g}'_3(T)(q^2) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{q^2}{M^2 - M'^2} \left[\mathbf{g}'_2(T)(q^2) - \frac{M}{M'} \mathbf{g}'_3(T)(q^2) \right]. \end{aligned} \quad (6.27)$$

在等式 (6.21) 的左右两边上乘以 q^μ 可以得到:

$$\begin{aligned} \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{f}_3^T(q^2) P^\alpha \frac{M^2 - M'^2}{M^2} \right] \gamma_5 u(P, S_z) &= 0, \\ \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\mathbf{g}_3^T(q^2) P^\alpha \frac{M^2 - M'^2}{M^2} \right] u(P, S_z) &= 0, \end{aligned} \quad (6.28)$$

由此得到 $\mathbf{f}_3^T(q^2) = \mathbf{g}_3^T(q^2) = 0$ 。利用式 (6.24)-(6.27), 可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1^T(q^2) &= \frac{M}{M' + M} \left\{ \mathbf{f}'_4(T)(q^2) + \frac{M^2 - M'^2}{M^2} \left[\frac{1}{2} \left(\mathbf{f}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{f}'_3(T)(q^2) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{q^2}{M^2 - M'^2} \left(\mathbf{f}'_2(T)(q^2) - \frac{M}{M'} \mathbf{f}'_3(T)(q^2) \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1^T(q^2) &= \frac{M}{M' - M} \left\{ \mathbf{g}'_4(T)(q^2) + \frac{M^2 - M'^2}{M^2} \left[\frac{1}{2} \left(\mathbf{g}'_2(T)(q^2) + \frac{M}{M'} \mathbf{g}'_3(T)(q^2) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{q^2}{M^2 - M'^2} \left(\mathbf{g}'_2(T)(q^2) - \frac{M}{M'} \mathbf{g}'_3(T)(q^2) \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

可以用如下方式抽取形状因子 $\mathbf{f}'_{1,2,3,4}$ 和 $\mathbf{g}'_{1,2,3,4}$ [68]。在式 (6.9) 和式 (6.22) 的这一部分矩阵元 “ $\langle \mathcal{B}_f^*(P', S' = \frac{3}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 \gamma^\mu Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle$ ” 分别乘以 $\bar{u}(P, S_z) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i u_\beta(P', S'_z)$ 和 $\bar{u}(P, S_z) (\Gamma_5^{\mu\beta})_i u_\beta(P', S'_z)$ 。同时在积分的时候取近似 $P^{(\prime)} \rightarrow \bar{P}^{(\prime)}$ 。在对初末态重子的极化求和后, 就可以得到如下四个方程:

$$\begin{aligned} &\text{Tr} \left\{ u_\beta(P', S'_z) \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\gamma^\mu P^\alpha \frac{\mathbf{f}'_1(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{f}'_2(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\mathbf{f}'_3(q^2)}{MM'} P^\alpha P^\mu + \mathbf{f}'_4(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 (\not{P} + M) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\} \\ &= \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ &\quad \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}_A'^\alpha (\not{p}'_1 + m_1') \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{P} + M_0) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\}, \end{aligned} \quad (6.31)$$

其中 $(\Gamma_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu P^\beta, P'^\mu P^\beta, P^\mu P^\beta, g^{\mu\beta}\}\gamma_5$ 和 $(\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}'^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, g^{\mu\beta}\}\gamma_5$ 。自旋-3/2 的旋量的自旋求和为 [73, 164],

$$\sum_{S'_z=-3/2}^{3/2} u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) = -(\bar{\not{P}}' + M'_0) \left[G_{\beta\alpha}(\bar{P}') - \frac{1}{3} G_{\beta\sigma}(\bar{P}') G_{\alpha\lambda}(\bar{P}') \gamma^\sigma \gamma^\lambda \right],$$

其中 $G_{\beta\alpha}(\bar{P}') = g_{\beta\alpha} - \bar{P}'_\beta \bar{P}'_\alpha / M_0'^2$ 。解以上四个方程, 就可以得到形状因子的解析表达式为:

$$\mathbf{f}'_1(q^2) = \frac{MM'}{2[M^4 - 2M^2(M'^2 + q^2) + (M'^2 - q^2)^2]} \left\{ -4M' [H_1((M - M')^2 - q^2) + H_3 M'] \right. \\ \left. - 2H_2(M^2 - 4MM' + M'^2 - q^2) + H_4 [M^4 - 2M^2(M'^2 + q^2) + (M'^2 - q^2)^2] \right\},$$

$$\mathbf{f}'_2(q^2) = \frac{M^2 M'^2}{[(M - M')^2 - q^2]^3 [(M + M')^2 - q^2]^2} \left\{ 2M' [H_1((M - M')^2 - q^2) + 10H_3 M'] \right. \\ \left. - 4H_2(2M^2 + MM' + 2M'^2 - 2q^2) + H_4 [M^4 - 2M^2(M'^2 + q^2) + (M'^2 - q^2)^2] \right\},$$

$$\mathbf{f}'_3(q^2) = \frac{MM'}{[(M - M')^2 - q^2]^3 [(M + M')^2 - q^2]^2} \times \\ \left\{ M' \left[H_1((M - M')^2 - q^2) (M^2 - 4MM' + M'^2 - q^2) \right. \right. \\ \left. \left. - 4H_3 M' (2M^2 + MM' + 2M'^2 - 2q^2) \right] \right. \\ \left. + 2H_2 [M^4 - 2M^3 M' + 2M^2 (6M'^2 - q^2) + 2MM' (q^2 - M'^2) + (M'^2 - q^2)^2] \right. \\ \left. - H_4 [(M - M')^2 - q^2] (M^2 - MM' + M'^2 - q^2) [(M + M')^2 - q^2] \right\},$$

$$\mathbf{f}'_4(q^2) = \frac{1}{2[(M - M')^2 - q^2]^2 [(M + M')^2 - q^2]} \left\{ M' [H_1 (q^2 - (M - M')^2) + 2H_3 M'] \right. \\ \left. - 2H_2 (M^2 - MM' + M'^2 - q^2) + H_4 [M^4 - 2M^2 (M'^2 + q^2) + (M'^2 - q^2)^2] \right\},$$

其中 H_i 可定义为,

$$H_i = \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}_A'^{\alpha}(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{\not{P}} + M_0) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\}. \quad (6.32)$$

形状因子 $\mathbf{g}'_{1,2,3,4}$ 可以利用相同的方法计算得到。其中 \mathbf{g}'_1 和 \mathbf{g}'_3 分别与 \mathbf{f}'_1 和 \mathbf{f}'_3 有相似的表达式, 但需要做替换: $M' \rightarrow -M'$ 和 $H_i \rightarrow K_i$ 。 \mathbf{g}'_2 和 \mathbf{g}'_4 分别与 \mathbf{f}'_2 和 \mathbf{f}'_4 有相似的表达式, 但需要做替换: $M' \rightarrow -M'$ 和 $H_i \rightarrow -K_i$ 。 K_i 的定义为,

$$K_i = \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}_A'^{\alpha}(\not{p}'_1 + m'_1) \gamma_\mu \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{\not{P}} + M_0) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\}, \quad (6.33)$$

其中 $(\bar{\Gamma}^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, g^{\mu\beta}\}$ 。值得指出的是, $\mathbf{f}_{1,2,3,4}^T$ 和 $\mathbf{g}_{1,2,3,4}^T$ 是相互依赖的, 等式 (6.23) 的左右两边乘以 q^μ 后可以得到:

$$\begin{aligned} \bar{u}_\alpha(P', S'_z) & \left[(-M - M') P^\alpha \frac{\mathbf{f}_1^T(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{f}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P \cdot q \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{f}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P' \cdot q + \mathbf{f}_4^T(q^2) q^\alpha \right] \gamma_5 u(P, S_z) = 0, \\ \bar{u}_\alpha(P', S'_z) & \left[(M - M') P^\alpha \frac{\mathbf{g}_1^T(q^2)}{M} + \frac{\mathbf{g}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P \cdot q \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{g}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P' \cdot q + \mathbf{g}_4^T(q^2) q^\alpha \right] u(P, S_z) = 0, \end{aligned} \quad (6.34)$$

可以得到如下两个关系式:

$$\frac{P^\alpha}{M} \mathbf{f}_1^T(q^2) = \frac{1}{(M + M')} \left[\frac{\mathbf{f}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P \cdot q + \frac{\mathbf{f}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P' \cdot q + \mathbf{f}_4^T(q^2) q^\alpha \right], \quad (6.35)$$

$$\frac{P^\alpha}{M} \mathbf{g}_1^T(q^2) = -\frac{1}{(M - M')} \left[\frac{\mathbf{g}_2^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P \cdot q + \frac{\mathbf{f}_3^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P' \cdot q + \mathbf{g}_4^T(q^2) q^\alpha \right]. \quad (6.36)$$

利用以上关系式, 矩阵元 $\langle \mathcal{B}'(P', S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1 | \mathcal{B}(P, S_z) \rangle$ 可以用形状因子 $\mathbf{f}_{2,3,4}^T$ 和 $\mathbf{g}_{2,3,4}^T$ 进行参数化。用与抽取形状因子 $\mathbf{f}'_{1,2,3,4}$ 和 $\mathbf{g}'_{1,2,3,4}$ 相同的方法 [68] 来抽取出形状因子 $\mathbf{f}_{2,3,4}^T$ 和 $\mathbf{g}_{2,3,4}^T$ 。分别在式 (6.10) 和式 (6.23) 的 “ $\langle \mathcal{B}'_f(P', S' = \frac{1}{2}, S'_z) | \bar{q}_1 i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} Q_1 | \mathcal{B}_i(P, S = \frac{1}{2}, S_z) \rangle$ ” 这一部分矩阵元乘以 $\bar{u}(P, S_z) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i u_\beta(P', S'_z)$ 和 $\bar{u}(P, S_z) (\Gamma_5^{\mu\beta})_i u_\beta(P', S'_z)$ 。同时在积分时需要做近似 $P^{(\prime)} \rightarrow \bar{P}^{(\prime)}$ 。在对初末态的极化进行求和后, 可以得到如下三个式子,

$$\begin{aligned} & \int \{d^3 p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0) (p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0')}} \\ & \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}', S'_z) \bar{\Gamma}_A^{\alpha} (\not{p}'_1 + m'_1) i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{\not{P}} + M_0) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\} \\ & = \text{Tr} \left\{ u_\beta(P', S'_z) \bar{u}_\alpha(P', S'_z) \left[\frac{\gamma^\mu}{M + M'} \left(\frac{\mathbf{f}_{2,A}^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P \cdot q + \frac{\mathbf{f}_{3,A}^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P' \cdot q + \mathbf{f}_{4,A}^T(q^2) q^\alpha \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{\mathbf{f}_{2,A}^T(q^2)}{M^2} P^\alpha P^\mu + \frac{\mathbf{f}_{3,A}^T(q^2)}{MM'} P^\alpha P'^\mu + \mathbf{f}_{4,A}^T(q^2) g^{\alpha\mu} \right] \gamma_5 (\not{P} + M) (\Gamma_5^{\mu\beta})_i \right\}, \end{aligned} \quad (6.37)$$

其中 $(\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, g^{\mu\beta}\} \gamma_5$ 和 $(\Gamma_5^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu P^\beta, P^\mu P^\beta, g^{\mu\beta}\} \gamma_5$ 。

解上述三个方程可以得到形状因子 $\mathbf{f}_{2,3,4}^T$ 的表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2^T(q^2) & = \frac{M^2 M'^2}{[(M - M')^2 - q^2]^3 [(M + M')^2 - q^2]^2} \times \\ & \quad \left\{ [(M - M')^2 - q^2] [2H_1^T M' + H_3^T ((M + M')^2 - q^2)] \right. \\ & \quad \left. - 4H_2^T (2M^2 + MM' - 3M'^2 - 2q^2) \right\}, \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$\mathbf{f}_3'^T(q^2) = \frac{MM'}{[(M-M')^2 - q^2]^3 [(M+M')^2 - q^2]^2} \times \left\{ [(M-M')^2 - q^2] [H_1^T M' (M^2 - 4MM' + M'^2 - q^2) - H_3^T (M^2 - MM' + M'^2 - q^2) ((M+M')^2 - q^2)] \right. \\ \left. 2H_2^T [M^4 - 2M^3M' + M^2(8M'^2 - 2q^2) + 2MM'(q^2 - 2M'^2) - 3M'^4 + 2M'^2q^2 + q^4] \right\}, \quad (6.39)$$

$$\mathbf{f}_4'^T(q^2) = \frac{1}{2[(M-M')^2 - q^2]^2 [(M+M')^2 - q^2]} \times \left\{ 2H_2^T [M(M' - M) + q^2] \right. \\ \left. + [(M-M')^2 - q^2] [H_3^T ((M+M')^2 - q^2) - H_1^T M'] \right\}, \quad (6.40)$$

其中 H_i^T 可以由式 (6.41) 定义的,

$$H_i^T = \int \{d^3p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp)\phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \\ \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}, S_z) \bar{\Gamma}_A^{\nu\alpha}(\not{p}'_1 + m'_1) i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{\not{P}} + M_0) (\bar{\Gamma}_5^{\mu\beta})_i \right\}. \quad (6.41)$$

用相同的方法, 可以得到形状因子 $g_{2,3,4}'^T$ 。 $\mathbf{g}_2'^T$ 和 $\mathbf{g}_4'^T$ 与 $\mathbf{f}_2'^T$ 和 $\mathbf{f}_4'^T$ 是相似的, 但要做变换: $M' \rightarrow -M'$ 和 $H_i^T \rightarrow -K_i^T$ 。 $\mathbf{g}_3'^T$ 与 $\mathbf{f}_3'^T$ 是相似的, 但要做变换: $M' \rightarrow -M'$ 和 $H_i^T \rightarrow K_i^T$ 。 K_i^T 可以通过下式 (6.42) 定义为,

$$K_i^T = \int \{d^3p_2\} \frac{\phi'(x', k'_\perp)\phi(x, k_\perp)}{2\sqrt{p_1^+ p_1'^+ (p_1 \cdot \bar{P} + m_1 M_0)(p_1' \cdot \bar{P}' + m_1' M_0)}} \\ \times \sum_{S'_z, \lambda_2} \text{Tr} \left\{ u_\beta(\bar{P}', S'_z) \bar{u}_\alpha(\bar{P}, S_z) \bar{\Gamma}_A^{\nu\alpha}(\not{p}'_1 + m'_1) i\sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} \gamma_5 (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_A(\bar{\not{P}} + M_0) (\bar{\Gamma}^{\mu\beta})_i \right\}, \quad (6.42)$$

和 $(\bar{\Gamma}^{\mu\beta})_i = \{\gamma^\mu \bar{P}^\beta, \bar{P}^\mu \bar{P}^\beta, g^{\mu\beta}\}$ 。

6.1.2 味道自旋空间的波函数

上一小节给出了形状因子的具体表达式。对于 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁, 物理的形状因子是标量和轴矢量的 diquark 旁观者给出的跃迁形状因子的线性组合。

$$F^{\text{phy}}(q^2) = c_S \times F_S + c_A \times F_A, \quad (6.43)$$

重叠因子 c_S 和 c_A 是由初末态重子的味道自旋波函数的内积得出的, S 和 A 分别对应于这些双重味重子的衰变中标量和轴矢量的旁观者 diquark。强子矩阵元可以写成:

$$\langle B' | \Gamma_\mu | B \rangle = c_S \langle q_1 [Q_2 q]_S | \Gamma_\mu | Q_1 [Q_2 q]_S \rangle + c_A \langle q_1 \{Q_2 q\}_A | \Gamma_\mu | Q_1 \{Q_2 q\}_A \rangle, \quad (6.44)$$

形状因子 $f_{i,S}$ 和 $f_{i,A}$ 可以从式 (6.18) 中计算出来, 分别与矩阵元 $\langle q_1[Q_2q]_S | \Gamma_\mu | Q_1[Q_2q]_S \rangle$ 和 $\langle q_1\{Q_2q\}_A | \Gamma_\mu | Q_1\{Q_2q\}_A \rangle$ 相关。其中流 Γ_μ 为 $\Gamma_\mu = \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_1$ 或 $\bar{q}_1 \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{M} (1 + \gamma_5) Q_1$ 。有必要再次指出上述表达式是领头阶的结果。考虑弱电流和旁观者夸克之间的相互作用, 将会影响标量或轴矢量 diquark 的假设。

对于跃迁 $1/2 \rightarrow 3/2$, 末态重子中的 diquark 不能是标量的, 那么跃迁矩阵元 $\langle q_1[Q_2q]_S | \Gamma_\mu | Q_1[Q_2q]_S \rangle$ 为零, 物理形状因子为

$$F^{\text{phy}}(q^2) = c_A \times F_A. \quad (6.45)$$

通过对初末态重子的味道自旋波函数求内积可以计算出来式 (6.43) 和 (6.45) 中的重叠因子 c_S 和 c_A 。初末态重子波函数的详细计算在附录 A 给出。双粲重子三重态 Ξ_{cc}^{++} 、 Ξ_{cc}^+ 和 Ω_{cc}^+ 的味道自旋波函数为:

$$\mathcal{B}_{cc} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} c^1 (c^2 q)_S + \frac{1}{2} c^1 (c^2 q)_A \right) + (c^1 \leftrightarrow c^2) \right], \quad (6.46)$$

其中由 c^1 和 c^2 表示的两个粲夸克是对称的。双底重子 SU(3) 三重态 Ξ_{bb}^0 、 Ξ_{bb}^- 和 Ω_{bb}^- 的味道自旋波函数可以通过替换 $c \rightarrow b$ 得到。而底粲重子可以形成两组 SU(3) 三重态: (Ξ_{bc} , Ω_{bc}) 和 (Ξ'_{bc} , Ω'_{bc})。底-粲重子 (Ξ_{bc} , Ω_{bc}) 的味道自旋波函数为:

$$\mathcal{B}_{bc} = -\frac{\sqrt{3}}{2} b(cq)_S + \frac{1}{2} b(cq)_A = -\frac{\sqrt{3}}{2} c(bq)_S + \frac{1}{2} c(bq)_A, \quad q = u, d, s, \quad (6.47)$$

而底-粲重子 (Ξ'_{bc} , Ω'_{bc}) 的味道自旋波函数为:

$$\mathcal{B}'_{bc} = -\frac{1}{2} b(cq)_S - \frac{\sqrt{3}}{2} b(cq)_A = \frac{1}{2} c(bq)_S + \frac{\sqrt{3}}{2} c(bq)_A, \quad q = u, d, s. \quad (6.48)$$

单粲重子的反三重态的味道自旋波函数为:

$$\begin{aligned} \Lambda_c^+ &= -\frac{1}{2} d(cu)_S + \frac{\sqrt{3}}{2} d(cu)_A = \frac{1}{2} u(cd)_S - \frac{\sqrt{3}}{2} u(cd)_A, \\ \Xi_c^+ &= -\frac{1}{2} s(cu)_S + \frac{\sqrt{3}}{2} s(cu)_A = \frac{1}{2} u(cs)_S - \frac{\sqrt{3}}{2} u(cs)_A, \\ \Xi_c^0 &= -\frac{1}{2} s(cd)_S + \frac{\sqrt{3}}{2} s(cd)_A = \frac{1}{2} d(cs)_S - \frac{\sqrt{3}}{2} d(cs)_A. \end{aligned} \quad (6.49)$$

单粲重子的六重态的味道自旋波函数为:

$$\begin{aligned} \Sigma_c^{++} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} u^1 (cu^2)_S + \frac{1}{2} u^1 (cu^2)_A + (u^1 \leftrightarrow u^2) \right], \\ \Sigma_c^+ &= \frac{\sqrt{3}}{2} d(cu)_S + \frac{1}{2} d(cu)_A = \frac{\sqrt{3}}{2} u(cd)_S + \frac{1}{2} u(cd)_A, \\ \Sigma_c^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} d^1 (cd^2)_S + \frac{1}{2} d^1 (cd^2)_A + (d^1 \leftrightarrow d^2) \right], \end{aligned} \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned}
\Xi_c'^+ &= \frac{\sqrt{3}}{2}s(cu)_S + \frac{1}{2}s(cu)_A = \frac{\sqrt{3}}{2}u(cs)_S + \frac{1}{2}u(cs)_A, \\
\Xi_c'^0 &= \frac{\sqrt{3}}{2}s(cd)_S + \frac{1}{2}s(cd)_A = \frac{\sqrt{3}}{2}d(cs)_S + \frac{1}{2}d(cs)_A, \\
\Omega_c^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2}s^2(cs^1)_S + \frac{1}{2}s^2(cs^1)_A + (s^1 \leftrightarrow s^2) \right].
\end{aligned} \tag{6.51}$$

将式 (6.49-6.51) 中的 c 换成 b 就可以得到单底重子的味道自旋的波函数。自旋-3/2 的末态重子 \mathcal{B}^* 的味道自旋波函数为:

$$\mathcal{B}_{Qqq'}^* = q(Qq')_A = q'(Qq)_A, \quad \mathcal{B}_{Qq}^* = \sqrt{2}q(Qq)_A, \tag{6.52}$$

$$\mathcal{B}_{Q'q}^* = Q(Q'q)_A = Q'(Qq)_A, \quad \mathcal{B}_{Q'Q}^* = \sqrt{2}Q(Qq)_A, \tag{6.53}$$

其中 $q^{(\prime)} = u, d, s$, 和 $Q^{(\prime)} = c, b$ 。

利用上述双重味重子和单重重子的波函数, 可以计算得到每个跃迁过程的重叠因子 c_S 和 c_A (见表 6.1)。在 $SU(3)$ 对称下, 双重味重子可以形成三重态, 而单重重子可以构成反三重态和六重态。利用味道空间的 $SU(3)$ 对称性, 本文重新计算了味道自旋重叠因子 c_S 和 c_A , 计算细节读者可以参阅附录 C。利用 $SU(3)$ 对称性, 可以获得与表 6.1 中相同的 c_S 和 c_A 数值结果。对于末态自旋为 1/2 的重子, 旁观者 diquark 可以为标量和轴矢量 diquark, 物理的形状因子为:

$$\begin{aligned}
f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} &= c_S f_{i,S} + c_A f_{i,A}, & g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} &= c_S g_{i,S} + c_A g_{i,A}, \\
f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}, T} &= c_S f_{i,S}^T + c_A f_{i,A}^T, & g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}, T} &= c_S g_{i,S}^T + c_A g_{i,A}^T,
\end{aligned}$$

其中形状因子 $f_{i,S(A)}$ 、 $g_{i,S(A)}$ 、 $f_{i,S(A)}^T$ 和 $g_{i,S(A)}^T$ 是由式 (6.16-6.17) 定义的。然而对于自旋为 3/2 的末态 (只包含轴矢量的 diquark), 物理的跃迁形状因子为

$$f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} = c_A \mathbf{f}_i, \quad g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} = c_A \mathbf{g}_i, \quad f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}, T} = c_A \mathbf{f}_i^T, \quad g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}, T} = c_A \mathbf{g}_i^T, \tag{6.55}$$

其中形状因子 \mathbf{f}_i 、 \mathbf{g}_i 、 \mathbf{f}_i^T 和 \mathbf{g}_i^T 由式 (6.20-6.21) 定义。

6.2 形状因子的数值结果

夸克的质量取为 [83-91],

$$m_u = m_d = 0.25 \text{ GeV}, \quad m_s = 0.37 \text{ GeV}, \quad m_c = 1.4 \text{ GeV}, \quad m_b = 4.8 \text{ GeV}. \tag{6.56}$$

diquark 的质量近似地取为: $m_{[cq]} = m_c + m_q$ 和 $m_{[bq]} = m_b + m_q$, 其中 $q = u, d, s$ 。初态双重味重子的质量在表 4.1 中给出, $\Xi_{QQ'}$ 的寿命在式 (5.38) 中给出, $\Omega_{QQ'}$ 的寿命为:

$$\tau_{\Omega_{cc}^+} = 180\text{fs} [160], \quad \tau_{\Omega_{bc}^0} = 220\text{fs} [165], \quad \tau_{\Omega_{bb}^-} = 800\text{fs} [165]. \tag{6.57}$$

表 6.2 给出了末态重子的质量和式 (6.4) 中高斯型波函数的形状参数 β [134, 138]。

表 6.1 重叠因子的结果

Table 6.1 Results of the overlapping factors

transitions	c_S	c_A	transitions	c_S	c_A	transitions	c_S	c_A	transitions	c_A	transitions	c_A
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Lambda_b^0$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_b^0$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0}$	1	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Xi_b^0$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}$	1
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{1}{2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Sigma_b^-$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{1}{2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^-$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{1}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^-$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*-}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Omega_b^-$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$				
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+}$	1	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Lambda_c^+$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_{cc}^+$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^+$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$\frac{1}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Omega_{cc}^+$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0$	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^+$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_b^+$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	1	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_b^+$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Lambda_b^+$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0}$	$\frac{1}{2}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^0$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Sigma_b^0$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{1}{2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^+$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^0$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^0$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*+}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Xi_c^+$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^0$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*-}$	1
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}$	1	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-}$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$\frac{1}{2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^-$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Omega_c^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Lambda_c^+$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^{*0}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$\frac{1}{2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^0$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_c^+$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Xi_{bc}^{0+} \rightarrow \Sigma_c^0$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$-\frac{\sqrt{6}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^{*0}$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^-$	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\Omega_{bc}^{0+} \rightarrow \Xi_c^0$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$				

表 6.2 末态重子的质量（以 GeV 为单位）和高斯型波函数 (6.4) 中的形状参数 β [134, 138]。Table 6.2 Masses of singly heavy baryons (in unit of GeV) and the shape parameters β 's in the Gaussian-type wave functions Eq. (6.4) [134, 138].

baryons	Λ_c^+	Σ_c^{++}	Σ_c^+	Σ_c^0	Ξ_c^+	$\Xi_c'^+$	Ξ_c^0	$\Xi_c'^0$	Ω_c^0
masses	2.286	2.454	2.453	2.454	2.468	2.576	2.471	2.578	2.695
baryons	Λ_b^0	Σ_b^+	Σ_b^0	Σ_b^-	Ξ_b^0	$\Xi_b'^0$	Ξ_b^-	$\Xi_b'^-$	Ω_b^-
masses	5.620	5.811	5.814	5.816	5.793	5.935	5.795	5.935	6.046
baryons	Σ_c^{*++}	Σ_c^{*+}	Σ_c^{*0}	$\Xi_c'^{*+}$	$\Xi_c'^{*0}$	$\Omega_c'^{*0}$	Ξ_{cc}^{*++}	Ξ_{cc}^{*+}	Ω_{cc}^{*+}
masses	2.518	2.518	2.518	2.646	2.646	2.766	3.692	3.692	3.822
baryons	Σ_b^{*+}	Σ_b^{*0}	Σ_b^{*-}	$\Xi_b'^{*0}$	$\Xi_b'^{*-}$	$\Omega_b'^{*-}$	Ξ_{bc}^{*+}	Ξ_{bc}^{*0}	Ω_{bc}^{*0}
masses	5.832	5.833	5.835	5.949	5.955	6.085	6.985	6.985	7.059
$\beta_{u[cq]}$	$\beta_{d[cq]}$	$\beta_{s[cq]}$	$\beta_{c[cq]}$	$\beta_{b[cq]}$	$\beta_{u[bq]}$	$\beta_{d[bq]}$	$\beta_{s[bq]}$	$\beta_{c[bq]}$	$\beta_{b[bq]}$
0.470	0.470	0.535	0.753	0.886	0.562	0.562	0.623	0.886	1.472

将以上输入参数代入第 6.1.1 小节中推导得到的形状因子的解析表达式中，就可以计算与标量或轴矢量 diquarks 有关的形状因子。每个形状因子都是 q^2 的函数，则为了得到形状因子对动量 q^2 的依赖关系，对于 $b \rightarrow u, d, s, c$ 过程，本文采用以下参数化方案：

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left(\frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}, \quad (6.58)$$

其中 $F(0)$ 是跃迁形状因子在 $q^2 = 0$ 处的数值结果， m_{fit} 和 δ 是两个需要拟合的参数，本章利用形状因子在 $q^2 = \{-0.0001, -2, -4, -6, -8, -10\}$ 的数值结果来拟合出来参数 m_{fit} 和 δ 。当 m_{fit} 的拟合结果是使用上述参数化方案的虚部的结果时，需要采用以下修改后的参数化方案，

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 + \frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} + \delta \left(\frac{q^2}{m_{\text{fit}}^2} \right)^2}, \quad (6.59)$$

表格中用上标 “*” 标记虚部的结果。式 (6.58) 和 (6.59) 中的形状因子 $F(q^2)$ 表示：由式 (6.16-6.17) 定义出来的 $f_{i,S(A)}^{(T)}$ 和 $g_{i,S(A)}^{(T)}$ ，以及由式 (6.20-6.21) 定义的形状因子 $\mathbf{f}_i^{(T)}$ 和 $\mathbf{g}_i^{(T)}$ 。

在光前夸克模型中，形状因子是在非物理区域 $q^2 = -q_1^2 \leq 0$ （类空区域）计算的。如文献 [68, 70-72, 74, 75, 78, 79, 166, 167] 中讨论的，本文利用式 (6.58) 和 (6.59) 将形状因子解析地扩展到物理区域 $q^2 \geq 0$ （类时区域）。对于 c 夸克衰变过程，采用单极点假设，

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - \frac{q^2}{m_{\text{pole}}^2}}, \quad (6.60)$$

对于 $c \rightarrow u, d, s$ 衰变， m_{pole} 分别为 1.87, 1.87, 1.97 GeV。

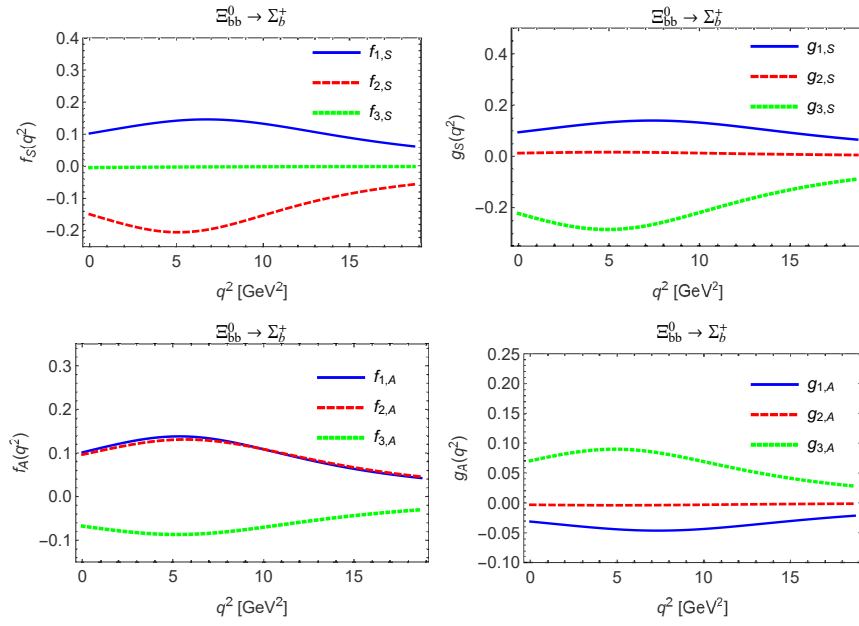


图 6.4 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性。前两个图对应于标量 diquark 的形状因子，后两个图对应于轴矢量 diquark 的形状因子。表 6.4 给出了 $F(0)$, δ 和 m_{fit} 的数值结果。

Figure 6.4 q^2 dependence of the form factors for the transition $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$. The two graphs in the first line correspond to form factors with scalar diquarks, the two graphs in the second correspond to form factors with axial-vector diquarks. The numerical result of $F(0)$, δ and m_{fit} are shown in Tab. 6.4.

- 对于由荷电流诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的跃迁过程，涉及到标量 diquark 或轴矢量 diquark 旁观者的形状因子的结果在表 6.3、6.4 和 6.5 中给出。如等式 (6.16) 中所示，形状因子的数值结果可用于计算物理强子跃迁矩阵元。以 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$ 为例，图 6.4 中给出了形状因子对 q^2 的依赖关系。在图 6.4 中所示的积分区间内中，形状因子 $f_{1,2,3}$ 和 $g_{1,2,3}$ 没有奇异点。
- 由 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的跃迁过程，涉及到标量 diquark 或轴矢量 diquark 旁观者的形状因子，结果在表 6.6、6.8 和 6.7 中给出。借助于形状因子和等式 (6.16-6.17) 的结果，可以计算物理强子跃迁矩阵元。以 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$ 为例，这些形状因子对 q^2 依赖性，如图 6.5 所示。可以看到，这些形状因子对 q^2 依赖较平缓。
- 对于由荷电流诱导的 $1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁过程，涉及到轴矢量 diquark 旁观者形状因子的数值结果在表 6.9 和 6.10 中给出。如式 (6.20) 所示，形状因子的数值结果可用于计算物理强子的跃迁矩阵元。以 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0}$ 为例，图 6.6 中给出形状因子对的依赖性。如图 6.6 所示，这些形状因子在 q^2 的取值范围内是稳定的。
- 对于由 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁过程，涉及到轴矢量 diquark 的形状因子的结果在表 6.9 和 6.10 中给出。如式 (6.20) 和 (6.21) 所示，形状因子的数值结果可以用来计算物理的跃迁形状因子。以跃迁 $\Omega_{bb} \rightarrow \Xi_b^{*-}$ 为例，图 6.6 描述了形状因子对 q^2 的依赖性。曲线在大的 q^2 处平稳地趋近于零。

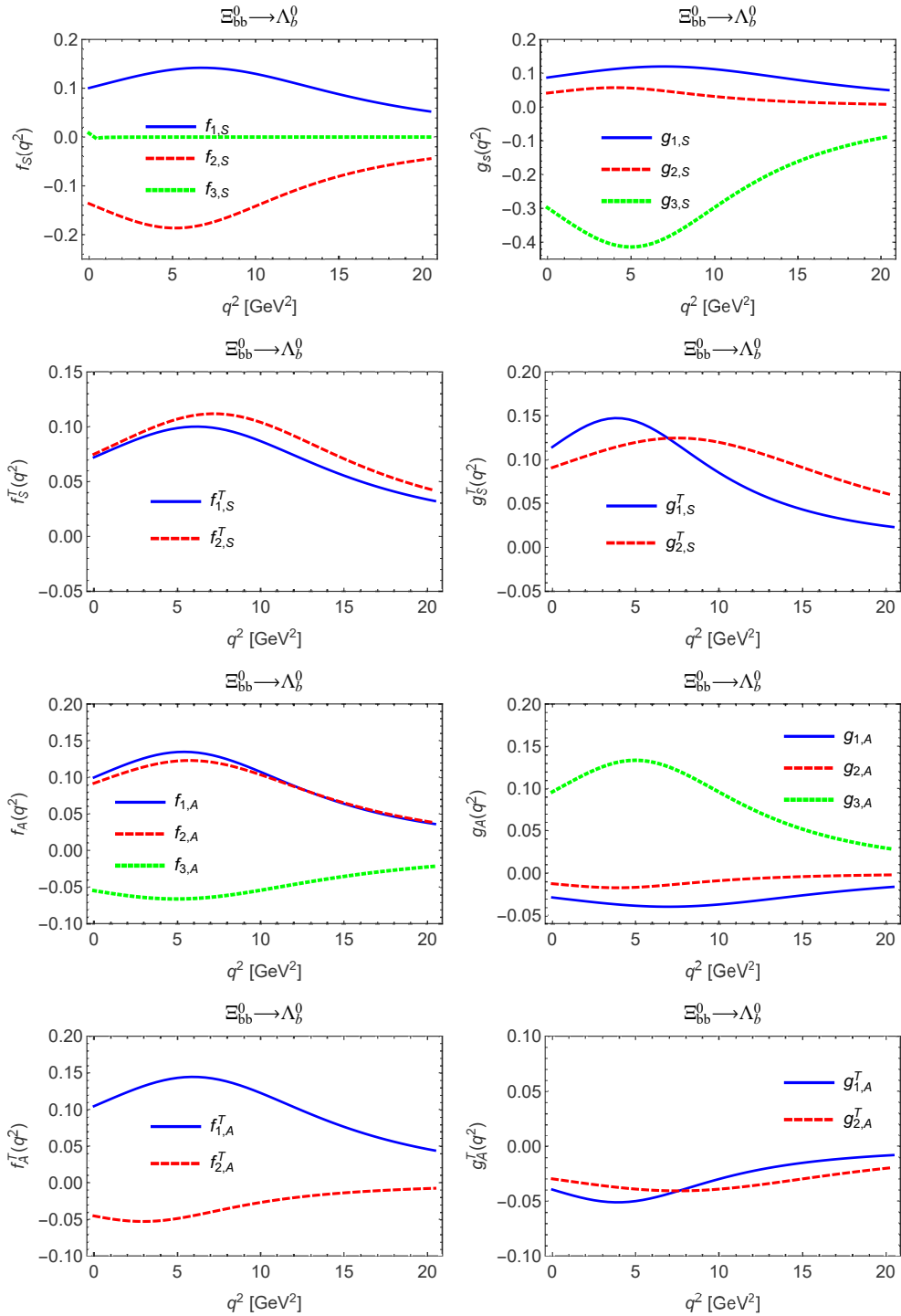


图 6.5 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性。前四个图对应于标量 diquark 的形状因子，后四个图对应于轴矢量 diquark 的形状因子。

Figure 6.5 q^2 dependence of the form factors for $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0$. The first four graphs correspond to form factors with scalar diquark, the last four graphs correspond to form factors with axial-vector diquark.

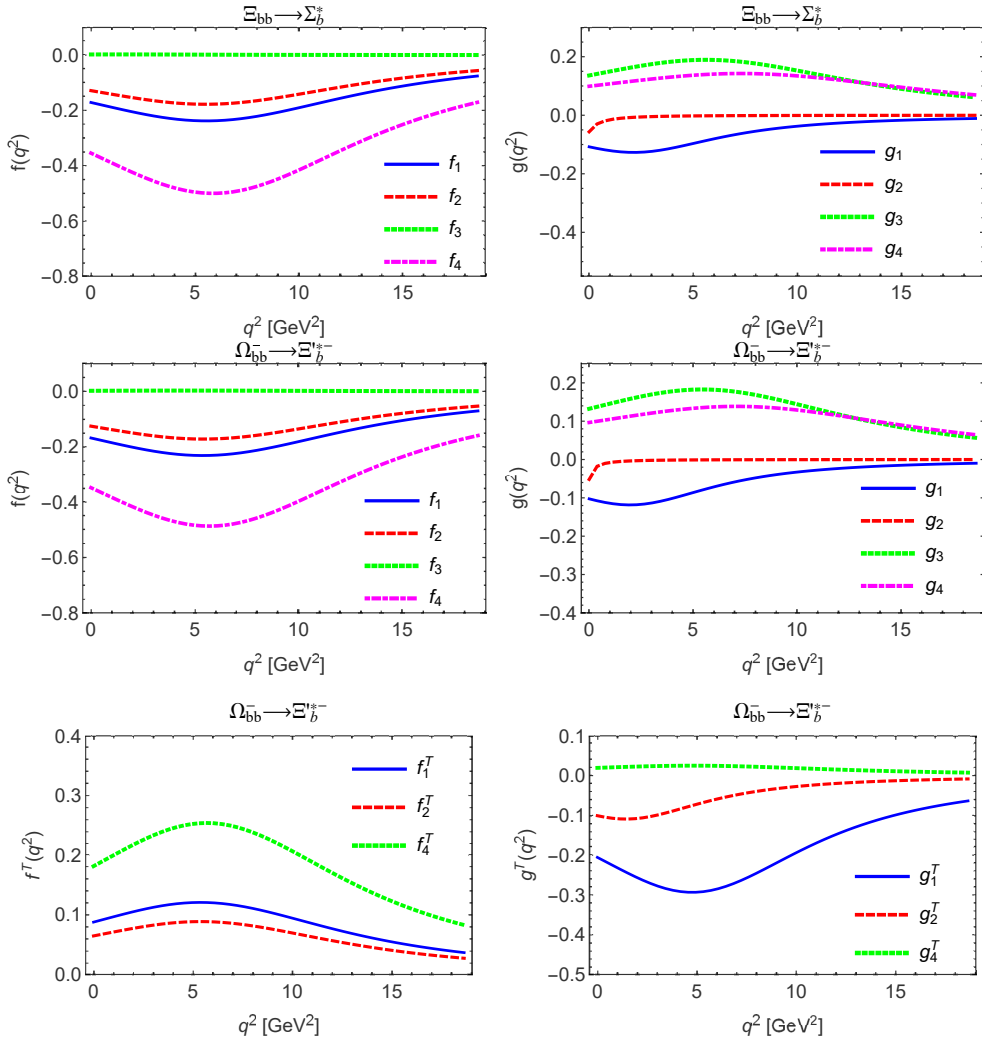


图 6.6 $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*$ 和 $\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{* -}$ 跃迁的形状因子对 q^2 的依赖性。

Figure 6.6 q^2 dependence of the transition $\Xi_{bb} \rightarrow \Sigma_b^*$ and $\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{* -}$ form factors.

表 6.3 $c \rightarrow d, s$ 过程中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}$ 和 $g_{i,S(A)}$ 在 $q^2 = 0$ 的数值结果。我们利用式 (6.60) 对这些形状因子进行参数化, 对于衰变 $c \rightarrow d, s$, 单极点 m_{pole} 的取值分别为 1.87, 1.97 GeV。

Table 6.3 Numerical results for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ form factors $f_{i,S(A)}$ and $g_{i,S(A)}$ at $q^2 = 0$ of $c \rightarrow d, s$ processes. The parametrization scheme in Eq. (6.60) is introduced for these form factors, and the values of the singly pole m_{pole} s are taken as 1.87, 1.97 GeV for $c \rightarrow d, s$, respectively.

F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.495	$g_{1,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.332	$f_{1,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.489	$g_{1,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.111
$f_{2,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.621	$g_{2,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	1.004	$f_{2,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.290	$g_{2,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.325
$f_{3,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.832	$g_{3,S}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	-2.957	$f_{3,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.648	$g_{3,A}^{\Xi_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.943
$f_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.536	$g_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.422	$f_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.529	$g_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	-0.141
$f_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	-0.732	$g_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.561	$f_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.427	$g_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	-0.177
$f_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.620	$g_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	-0.808	$f_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.423	$g_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Sigma_c}$	0.215
$f_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.588	$g_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.424	$f_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.582	$g_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	-0.141
$f_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	-0.817	$g_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	1.105	$f_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.270	$g_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	-0.358
$f_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	1.056	$g_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	-2.936	$f_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.873	$g_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c}$	0.927
$f_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.626	$g_{1,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.507	$f_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.620	$g_{1,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	-0.169
$f_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	-0.904	$g_{2,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.641	$f_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.397	$g_{2,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	-0.203
$f_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.858	$g_{3,S}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	-0.014	$f_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	0.665	$g_{3,A}^{\Xi_c^0 \rightarrow \Xi_c'}$	-0.057
$f_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.501	$g_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.357	$f_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.496	$g_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.119
$f_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.666	$g_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.875	$f_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.351	$g_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.283
$f_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.741	$g_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	-2.588	$f_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.555	$g_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^0}$	0.819
$f_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.529	$g_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.419	$f_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.523	$g_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	-0.140
$f_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	-0.741	$g_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.553	$f_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.453	$g_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	-0.175
$f_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.593	$g_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	-0.857	$f_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.398	$g_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0}}$	0.234
$f_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.618	$g_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.500	$f_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.613	$g_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.167
$f_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.901	$g_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.653	$f_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.430	$g_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.208
$f_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.837	$g_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.159	$f_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	0.645	$g_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.005
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.455	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.274	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.454	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.091
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-1.471	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	2.114	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.023	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.702
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	1.469	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-15.140	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	1.319	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0}$	5.021
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	0.517	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	0.370	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	0.516	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.123
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	-1.716	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	1.388	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	0.305	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.460
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	1.115	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	-7.892	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	0.946	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b}$	2.598
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	0.537	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	0.353	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	0.536	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	-0.118
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	-1.851	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	2.362	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	-0.055	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	-0.785
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	1.854	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	-16.090	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	1.700	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b}$	5.333
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	0.599	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	0.454	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	0.599	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	-0.151
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	-2.076	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	1.439	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	0.237	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	-0.477
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	1.474	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	-3.628	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	1.303	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'}$	1.172
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	0.499	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	0.330	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	0.498	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.110
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	-1.841	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	1.818	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.025	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	-0.603
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	1.357	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	-12.730	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	1.195	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^-}$	4.214
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.552	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.418	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.551	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	-0.139
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	-2.104	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	1.030	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.196	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	-0.340
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	1.013	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	-3.102	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.834	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^-}$	0.998
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.640	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.510	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.639	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.170
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	-2.590	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.944	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	0.028	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	-0.312
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	1.363	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	4.871	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	1.182	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^-}$	-1.665

表 6.4 双底重子 \mathcal{B}_{bb} 衰变过程 $b \rightarrow u, c$ 中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}^{(T)}$ 和 $g_{i,S(A)}^{(T)}$ 的数值结果。我们利用式 (6.58) 对这些形状因子进行参数化, 其中带星号的参数化方案为式 (6.59)。

Table 6.4 Numerical results for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ form factors $f_{i,S(A)}^{(T)}$ and $g_{i,S(A)}^{(T)}$ of doubly bottom baryon \mathcal{B}_{bb} decay with $b \rightarrow u, c$ processes. The parametrization scheme in Eq. (6.59) is introduced for these form factors with asterisk, and Eq. (6.58) for all the other ones.

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.102	3.35	0.84	$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.149	3.06	0.92	$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.004*	3.13*	0.99*
$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.094	3.36	0.76	$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.013	3.36	1.11	$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.223	3.35	1.14
$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.102	3.18	0.94	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.096	3.28	0.95	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.068	3.44	1.13
$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.031	3.35	0.76	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	-0.003	3.46	1.21	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^-}$	0.071	3.37	1.16
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.471	4.23	0.76	$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	-0.659	3.15	0.46	$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.096	3.36	6.76
$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.458	3.54	0.19	$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	-0.087*	0.97*	0.06*	$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.573	1.34	-0.33
$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.469	3.88	0.74	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.318	5.18	2.26	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	-0.079*	5.06*	3.69*
$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	-0.153	3.53	0.19	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	0.032*	0.61*	0.03*	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(+)}}$	-0.208*	1.62*	-0.00*
$f_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.100	3.40	0.86	$f_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.136	3.10	0.93	$f_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.008	0.32	-0.01
$g_{1,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.087	3.57	0.91	$g_{2,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.041	2.70	0.89	$g_{3,S}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.298	2.99	0.89
$f_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.100	3.22	0.96	$f_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.092	3.36	0.99	$f_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.055	3.79	1.45
$g_{1,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.029	3.56	0.91	$g_{2,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.013	2.68	0.92	$g_{3,A}^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.096	2.98	0.89
$f_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.098	3.36	0.86	$f_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.137	3.09	0.95	$f_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.004*	0.88*	0.06*
$g_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.086	3.50	0.89	$g_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.034	2.70	0.89	$g_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.283	3.01	0.93
$f_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.097	3.19	0.97	$f_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.090	3.32	0.99	$f_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.057	3.65	1.35
$g_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.029	3.49	0.89	$g_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.010	2.67	0.91	$g_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0}$	0.091	3.01	0.92
$f_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.099	3.33	0.85	$f_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.147	3.06	0.94	$f_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.005*	3.63*	1.60*
$g_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.091	3.35	0.79	$g_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.013	3.19	0.99	$g_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.226	3.29	1.13
$f_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.098	3.16	0.96	$f_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.094	3.26	0.96	$f_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.066	3.42	1.15
$g_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.030	3.34	0.79	$g_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	-0.003	3.23	1.00	$g_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{\prime 0}}$	0.072	3.31	1.14
$f_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.457	4.27	0.81	$f_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.633	3.20	0.49	$f_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.128	2.70	1.76
$g_{1,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.432	3.76	0.31	$g_{2,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.019*	2.06*	0.34*	$g_{3,S}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.004*	1.68*	0.21*
$f_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.455	3.92	0.79	$f_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	0.302	5.44	2.83	$f_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.041*	2.82*	0.64*
$g_{1,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.144	3.75	0.31	$g_{2,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.003*	1.88*	0.27*	$g_{3,A}^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(+)}}$	-0.014*	1.57*	0.19*

表 6.5 底-粲重子 $\mathcal{B}_{bc^{(\prime)}}$ 衰变的形状因子, 其他与表 6.4 相同Table 6.5 Same with Tab. 6.4 expect for bottom charm baryon $\mathcal{B}_{bc^{(\prime)}}$ decay

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.143	3.76	0.66	$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.067	3.23	0.72	$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.001*	1.12*	0.11*
$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.123	4.17	0.85	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.046	2.81	0.76	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.197	3.07	0.68
$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.138	3.34	0.77	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.147	3.42	0.71	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.095	3.54	0.78
$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.041	4.07	0.81	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.011	2.75	0.95	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Sigma_c}$	0.057	3.04	0.68
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.546	5.01	0.64	$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	-0.245	3.63	0.45	$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.049	2.84	1.49
$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.512	5.12	0.51	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.086	4.19	2.20	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	-0.492	6.16	5.80
$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.536	4.17	0.61	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.488	4.33	0.59	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	-0.167	5.52	1.81
$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	-0.171	4.96	0.49	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	-0.019	4.63	5.41	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_{cc}}$	0.133	7.25	12.30
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.143	3.79	0.68	$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.055	3.27	0.73	$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.009*	0.52*	0.06*
$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.117	4.51	1.16	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.070	2.80	0.77	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.224	2.99	0.68
$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.138	3.37	0.80	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.147	3.47	0.74	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.087	3.71	0.88
$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.039	4.38	1.08	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.019	2.75	0.89	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.067	2.96	0.68
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.133	3.66	0.70	$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.060	3.17	0.77	$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.004	0.59	-0.04
$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.111	4.15	0.97	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.053	2.77	0.84	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.204	2.98	0.73
$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.129	3.29	0.82	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.135	3.37	0.77	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.084	3.52	0.86
$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.037	4.07	0.93	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.014	2.73	0.98	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^+}$	0.061	2.95	0.73
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.133	3.64	0.69	$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.067	3.14	0.76	$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.001*	2.30*	0.40*
$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.115	3.97	0.82	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.038	2.81	0.84	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.185	3.04	0.74
$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.129	3.27	0.81	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.136	3.34	0.75	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.089	3.42	0.80
$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.038	3.89	0.79	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	-0.010	2.76	1.04	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_c^{'+}}$	0.055	3.03	0.74
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.540	4.79	0.61	$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	-0.267	3.42	0.42	$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.034	5.44	48.00
$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.513	4.64	0.31	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.039*	4.04*	2.72*	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	-0.379*	6.47*	10.50*
$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.532	4.05	0.60	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.476	4.22	0.59	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	-0.178	4.72	0.99
$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	-0.171	4.53	0.31	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	-0.004*	2.41*	0.57*	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Omega_{cc}^+}$	0.098*	4.79*	3.69*

表 6.6 $c \rightarrow u$ 过程中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}$ 和 $g_{i,S(A)}$ 在 $q^2 = 0$ 的数值结果。我们利用式 (6.60) 对这些形状因子进行参数化, 对于衰变 $c \rightarrow u$, 单极点 m_{pole} 的取值为 1.87 GeV。

Table 6.6 Numerical results for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ form factors $f_{i,S(A)}$ and $g_{i,S(A)}$ at $q^2 = 0$ of $c \rightarrow u$ processes. The parametrization scheme in Eq. (6.60) is introduced for these form factors, and the value of the singly pole m_{pole} is taken as 1.87 GeV for $c \rightarrow u$.

F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.536	$g_{1,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.422	$f_{1,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.529	$g_{1,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.141
$f_{2,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.732	$g_{2,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.558	$f_{2,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.428	$g_{2,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.176
$f_{3,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.619	$g_{3,S}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.788	$f_{3,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.422	$g_{3,A}^{\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.208
$f_{1,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.181	$g_{1,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	1.958	$f_{1,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.282	$g_{1,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.670
$f_{2,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.482	$g_{2,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	0.415	$f_{2,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.150	$g_{2,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Sigma_c}$	-0.135
$f_{1,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.495	$g_{1,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.332	$f_{1,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.489	$g_{1,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.111
$f_{2,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.621	$g_{2,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	1.004	$f_{2,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.290	$g_{2,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.325
$f_{3,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.832	$g_{3,S}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-2.957	$f_{3,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.648	$g_{3,A}^{\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.943
$f_{1,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.178	$g_{1,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.928	$f_{1,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.271	$g_{1,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.323
$f_{2,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.363	$g_{2,S}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.430	$f_{2,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.133	$g_{2,A}^{T\Xi_c \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.140
$f_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.501	$g_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.356	$f_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.495	$g_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.119
$f_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.664	$g_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.883	$f_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.349	$g_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.285
$f_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.744	$g_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-2.622	$f_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.559	$g_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.830
$f_{1,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.178	$g_{1,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	1.214	$f_{1,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.269	$g_{1,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.418
$f_{2,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.397	$g_{2,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.421	$f_{2,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.135	$g_{2,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.138
$f_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.529	$g_{1,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.418	$f_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.523	$g_{1,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.139
$f_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.739	$g_{2,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.560	$f_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.451	$g_{2,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.177
$f_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.596	$g_{3,S}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.901	$f_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.402	$g_{3,A}^{\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.249
$f_{1,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.181	$g_{1,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	1.961	$f_{1,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.278	$g_{1,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.669
$f_{2,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.478	$g_{2,S}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	0.411	$f_{2,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.147	$g_{2,A}^{T\Omega_c^+ \rightarrow \Xi_c^+}$	-0.134
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.146	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.227	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.144	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.076
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	2.315	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.795	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	3.504	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.272
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.468	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	13.260	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.559	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-4.494
$f_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.007	$g_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	1.817	$f_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.023	$g_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.618
$f_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.465	$g_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.095	$f_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	0.093	$g_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Sigma_b}$	-0.031
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.129	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.169	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.127	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.056
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	1.699	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.164	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	2.582	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.060
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.288	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	4.308	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.370	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-1.491
$f_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.005	$g_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.885	$f_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.021	$g_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.304
$f_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.344	$g_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.100	$f_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	0.067	$g_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(0)} \rightarrow \Lambda_b^0}$	-0.032
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.145	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.204	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.143	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.068
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	2.119	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.471	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	3.200	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.163
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.393	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	8.680	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.482	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-2.955
$f_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.004	$g_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	1.399	$f_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.024	$g_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.476
$f_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.419	$g_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.103	$f_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.086	$g_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.033
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.160	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.259	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.158	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.086
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	2.720	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-1.137	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	4.095	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.385
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.571	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	19.110	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.668	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-6.448
$f_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.005	$g_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	2.412	$f_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.026	$g_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.817
$f_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.535	$g_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.097	$f_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	0.112	$g_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(0)} \rightarrow \Xi_b^0}$	-0.031

表 6.7 衰变过程 $b \rightarrow d$ 中 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的形状因子 $f_{i,S(A)}^{(T)}$ 和 $g_{i,S(A)}^{(T)}$ 的数值结果。我们利用式 (6.58) 对这些形状因子进行参数化, 其中带星号的参数化方案为式 (6.59)。

Table 6.7 Numerical results for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ form factors $f_{i,S(A)}^{(T)}$ and $g_{i,S(A)}^{(T)}$ of $b \rightarrow d$ processes. The parametrization scheme in Eq. (6.59) is introduced for these form factors with asterisk, and Eq. (6.58) for all the other ones.

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ
$f_{1,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.100	3.40	0.86	$g_{1,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.087	3.57	0.91	$f_{1,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.100	3.22	0.96	$g_{1,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.029	3.56	0.91
$f_{2,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.136	3.10	0.93	$g_{2,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.041	2.70	0.89	$f_{2,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.092	3.36	0.99	$g_{2,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.013	2.68	0.92
$f_{3,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.008	0.32	-0.01	$g_{3,S}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.298	2.99	0.89	$f_{3,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.055	3.79	1.45	$g_{3,A}^{\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.096	2.98	0.89
$f_{1,S}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.072	3.32	0.89	$g_{1,S}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.114	2.93	1.12	$f_{1,A}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.104	3.27	0.90	$g_{1,A}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.040	2.94	1.10
$f_{2,S}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.075	3.30	0.76	$g_{2,S}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	0.091	3.73	0.93	$f_{2,A}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.045	3.20	1.74	$g_{2,A}^{T \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 b}$	-0.030	3.74	0.93
$f_{1,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.102	3.35	0.83	$g_{1,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.094	3.36	0.76	$f_{1,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.102	3.18	0.94	$g_{1,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.031	3.35	0.76
$f_{2,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.150	3.06	0.92	$g_{2,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.012	3.42	1.17	$f_{2,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.096	3.28	0.95	$g_{2,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.003	3.57	1.32
$f_{3,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.004*	3.24*	1.09*	$g_{3,S}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.222	3.36	1.16	$f_{3,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.068	3.44	1.13	$g_{3,A}^{\Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.070	3.38	1.17
$f_{1,S}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.072	3.25	0.87	$g_{1,S}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.154	2.75	1.17	$f_{1,A}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.105	3.21	0.88	$g_{1,A}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.053	2.75	1.14
$f_{2,S}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.083	3.22	0.74	$g_{2,S}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	0.090	4.00	1.25	$f_{2,A}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.047	3.16	1.71	$g_{2,A}^{T \Xi^{\pm} b b \rightarrow \Sigma^{\pm} b}$	-0.029	4.02	1.27
$f_{1,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.098	3.36	0.86	$g_{1,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.086	3.50	0.89	$f_{1,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.097	3.19	0.97	$g_{1,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.029	3.49	0.89
$f_{2,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.137	3.09	0.95	$g_{2,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.034	2.70	0.88	$f_{2,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.090	3.32	0.99	$g_{2,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.010	2.68	0.90
$f_{3,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.004*	0.96*	0.06*	$g_{3,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.282	3.01	0.93	$f_{3,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.057	3.64	1.34	$g_{3,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.091	3.01	0.93
$f_{1,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.069	3.28	0.90	$g_{1,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.119	2.88	1.14	$f_{1,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.101	3.24	0.91	$g_{1,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.041	2.89	1.13
$f_{2,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.074	3.26	0.77	$g_{2,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.088	3.74	0.98	$f_{2,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.044	3.18	1.73	$g_{2,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.029	3.75	0.99
$f_{1,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.099	3.33	0.85	$g_{1,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.091	3.35	0.79	$f_{1,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.098	3.16	0.96	$g_{1,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.030	3.34	0.79
$f_{2,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.147	3.06	0.94	$g_{2,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.013	3.19	0.99	$f_{2,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.094	3.26	0.96	$g_{2,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.003	3.23	1.00
$f_{3,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.005*	3.63*	1.60*	$g_{3,S}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.226	3.29	1.13	$f_{3,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.066	3.42	1.15	$g_{3,A}^{\Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.072	3.31	1.14
$f_{1,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.069	3.24	0.88	$g_{1,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.148	2.76	1.19	$f_{1,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.101	3.20	0.89	$g_{1,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.051	2.76	1.17
$f_{2,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.080	3.20	0.76	$g_{2,S}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	0.087	3.93	1.21	$f_{2,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.045	3.15	1.71	$g_{2,A}^{T \Omega_b^{\pm} \rightarrow \Xi_b^{\pm} b}$	-0.029	3.95	1.23
$f_{1,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.143	3.74	0.56	$g_{1,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.117	4.48	1.06	$f_{1,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.138	3.28	0.59	$g_{1,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.039	4.35	0.97
$f_{2,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.055	3.19	0.55	$g_{2,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.070	2.67	0.52	$f_{2,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.147	3.39	0.57	$g_{2,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.019	2.60	0.56
$f_{3,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.009	2.60	3.48	$g_{3,S}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.224	2.90	0.50	$f_{3,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.087	3.63	0.70	$g_{3,A}^{\Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.067	2.87	0.50
$f_{1,S}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.068	3.54	0.61	$g_{1,S}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.010*	0.80*	0.34*	$f_{1,A}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.138	3.42	0.58	$g_{1,A}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.002*	2.31*	0.68*
$f_{2,S}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.110	3.85	0.51	$g_{2,S}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	0.142	3.59	0.43	$f_{2,A}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.046	2.79	1.24	$g_{2,A}^{T \Xi^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+}$	-0.045	3.62	0.42
$f_{1,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.143	3.71	0.55	$g_{1,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.123	4.13	0.75	$f_{1,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.138	3.24	0.57	$g_{1,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.041	4.03	0.70
$f_{2,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.067	3.15	0.54	$g_{2,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.046	2.70	0.52	$f_{2,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.147	3.34	0.55	$g_{2,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.012	2.58	0.57
$f_{3,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.001*	1.22*	0.11*	$g_{3,S}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.197	2.98	0.51	$f_{3,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.095	3.46	0.61	$g_{3,A}^{\Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.057	2.95	0.50
$f_{1,S}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.064	3.51	0.59	$g_{1,S}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.006	7.53	17.40	$f_{1,A}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.135	3.37	0.56	$g_{1,A}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.007	3.65	0.79
$f_{2,S}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.119	3.71	0.47	$g_{2,S}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	0.140	3.70	0.49	$f_{2,A}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.047	2.77	1.19	$g_{2,A}^{T \Xi^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_c}$	-0.044	3.74	0.49
$f_{1,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.133	3.60	0.57	$g_{1,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.111	4.09	0.83	$f_{1,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.129	3.18	0.59	$g_{1,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.037	4.01	0.79
$f_{2,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.060	3.07	0.55	$g_{2,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.053	2.63	0.54	$f_{2,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.135	3.28	0.58	$g_{2,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.014	2.56	0.58
$f_{3,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.003	0.35	-0.02	$g_{3,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.204	2.88	0.52	$f_{3,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.084	3.43	0.65	$g_{3,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.061	2.85	0.52
$f_{1,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.064	3.40	0.60	$g_{1,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.001*	0.92*	0.14*	$f_{1,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.128	3.30	0.58	$g_{1,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.004	7.27	16.40
$f_{2,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.105	3.64	0.50	$g_{2,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.131	3.54	0.48	$f_{2,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.044	2.73	1.19	$g_{2,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.041	3.57	0.48
$f_{1,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.133	3.58	0.55	$g_{1,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.116	3.90	0.68	$f_{1,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.129	3.16	0.58	$g_{1,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.039	3.83	0.65
$f_{2,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.067	3.04	0.55	$g_{2,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.038	2.67	0.55	$f_{2,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.136	3.25	0.56	$g_{2,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.009	2.57	0.60
$f_{3,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.001*	1.89*	0.46*	$g_{3,S}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.185	2.95	0.53	$f_{3,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.089	3.33	0.61	$g_{3,A}^{\Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.055	2.93	0.53
$f_{1,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.062	3.38	0.58	$g_{1,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.010	2.96	0.46	$f_{1,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.126	3.26	0.56	$g_{1,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.008	3.05	0.51
$f_{2,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.110	3.56	0.48	$g_{2,S}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	0.129	3.62	0.52	$f_{2,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.045	2.72	1.16	$g_{2,A}^{T \Omega_b^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0}$	-0.041	3.65	0.53

表 6.8 衰变过程 $b \rightarrow s$ 的形状因子的数值结果, 其他与表 6.7 相同Table 6.8 Same with Tab. 6.7 except for $b \rightarrow s$ process.

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ
$f_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.141	3.56	0.81	$g_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.122	3.73	0.85	$f_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.140	3.35	0.89	$g_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.041	3.71	0.84
$f_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.189	3.16	0.83	$g_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.056	2.79	0.82	$f_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.123	3.55	0.96	$g_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.017	2.77	0.85
$f_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.016	0.34	-0.02	$g_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.406	3.14	0.86	$f_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.066	4.27	1.85	$g_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.130	3.13	0.86
$f_{1,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.091	3.43	0.82	$g_{1,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.156	2.84	0.95	$f_{1,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.134	3.38	0.83	$g_{1,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.054	2.85	0.93
$f_{2,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.108	3.42	0.70	$g_{2,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	0.128	3.96	0.96	$f_{2,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.061	3.25	1.54	$g_{2,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_b}$	-0.042	3.97	0.97
$f_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.143	3.52	0.79	$g_{1,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.130	3.53	0.70	$f_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.142	3.31	0.87	$g_{1,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.043	3.51	0.70
$f_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.202	3.13	0.81	$g_{2,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.024	3.45	1.24	$f_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.129	3.46	0.91	$g_{2,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.007	3.51	1.35
$f_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.003*	1.05*	0.10*	$g_{3,S}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.316	3.58	1.24	$f_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.080	3.77	1.24	$g_{3,A}^{\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.100	3.61	1.27
$f_{1,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.091	3.37	0.79	$g_{1,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.198	2.70	1.00	$f_{1,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.135	3.32	0.80	$g_{1,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.068	2.70	0.97
$f_{2,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.117	3.35	0.68	$g_{2,S}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	0.127	4.19	1.26	$f_{2,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.063	3.20	1.51	$g_{2,A}^{T\Xi_{bb} \rightarrow \Xi'_b}$	-0.042	4.22	1.28
$f_{1,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.139	3.49	0.80	$g_{1,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.125	3.53	0.74	$f_{1,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.137	3.29	0.88	$g_{1,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.042	3.52	0.73
$f_{2,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.198	3.13	0.83	$g_{2,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.028	3.16	1.00	$f_{2,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.125	3.44	0.92	$g_{2,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.008	3.16	1.03
$f_{3,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.003*	1.00*	0.09*	$g_{3,S}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.332	3.44	1.12	$f_{3,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.077	3.77	1.28	$g_{3,A}^{\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.106	3.46	1.14
$f_{1,S}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.088	3.36	0.81	$g_{1,S}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.186	2.71	1.01	$f_{1,A}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.130	3.31	0.82	$g_{1,A}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.064	2.72	0.98
$f_{2,S}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.112	3.33	0.70	$g_{2,S}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	0.123	4.10	1.19	$f_{2,A}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.060	3.20	1.51	$g_{2,A}^{T\Omega_{bb} \rightarrow \Omega_b}$	-0.041	4.12	1.21
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.203	4.07	0.66	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.167	4.99	1.32	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.196	3.56	0.74	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.056	4.81	1.19
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.079	3.37	0.65	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.097	2.84	0.70	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.203	3.68	0.69	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.027	2.78	0.83
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.015*	1.44*	0.74*	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.329	3.08	0.60	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.110	4.05	0.92	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.098	3.04	0.60
$f_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.085	3.85	0.74	$g_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.021*	0.92*	0.23*	$f_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.180	3.69	0.69	$g_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.001*	1.90*	0.27*
$f_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.160	4.13	0.54	$g_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	0.202	3.86	0.47	$f_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.064	5.43	29.40	$g_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi_c}$	-0.064	3.88	0.46
$f_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.204	4.04	0.64	$g_{1,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.174	4.66	0.99	$f_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.197	3.53	0.72	$g_{1,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.058	4.52	0.91
$f_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.090	3.35	0.64	$g_{2,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.074	2.86	0.70	$f_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.204	3.63	0.67	$g_{2,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.019	2.80	0.89
$f_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.007	0.07	-0.00	$g_{3,S}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.300	3.15	0.61	$f_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.118	3.86	0.80	$g_{3,A}^{\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.088	3.12	0.62
$f_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.083	3.82	0.71	$g_{1,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.006	0.50	-0.03	$f_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.177	3.65	0.67	$g_{1,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.006	6.30	5.21
$f_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.169	4.01	0.51	$g_{2,S}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	0.200	3.95	0.52	$f_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.065	5.16	23.60	$g_{2,A}^{T\Xi_{bc}^{(\prime)} \rightarrow \Xi'_c}$	-0.063	3.98	0.52
$f_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.192	3.91	0.66	$g_{1,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.165	4.40	0.90	$f_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.187	3.45	0.74	$g_{1,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.055	4.29	0.85
$f_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.091	3.25	0.67	$g_{2,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.064	2.86	0.77	$f_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.191	3.55	0.70	$g_{2,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.017	2.81	0.96
$f_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.004*	0.98*	0.07*	$g_{3,S}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.288	3.13	0.66	$f_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.114	3.72	0.80	$g_{3,A}^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.085	3.11	0.67
$f_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.081	3.68	0.72	$g_{1,S}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.001*	0.90*	0.07*	$f_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.169	3.54	0.68	$g_{1,A}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.006	3.65	0.58
$f_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.159	3.86	0.53	$g_{2,S}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	0.188	3.86	0.57	$f_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.063	4.90	19.50	$g_{2,A}^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c^0}$	-0.060	3.90	0.57

表 6.9 $c \rightarrow u, d, s$ 过程中 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁的形状因子 f_i 和 g_i 在 $q^2 = 0$ 的数值结果。我们利用式 (6.60) 对这些形状因子进行参数化, 对于衰变 $c \rightarrow u, d, s$, 单极点 m_{pole} 的取值分别为 1.87, 1.87, 1.97 GeV。

Table 6.9 Numerical results for the transition $1/2 \rightarrow 3/2$ form factors f_i and g_i at $q^2 = 0$ of $c \rightarrow u, d, s$ processes. The parametrization scheme in Eq. (6.60) is introduced for these form factors, and the value of the singly pole m_{pole} are taken as 1.87, 1.87, 1.97 GeV for $c \rightarrow u, d, s$, respectively.

F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$	F	$F(0)$
$f_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.979	$f_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.645	$f_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.047	$f_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-1.969
$g_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-5.792	$g_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-3.602	$g_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.947	$g_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.393
$f_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-1.017	$f_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-0.665	$f_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.046	$f_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-2.045
$g_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-6.244	$g_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-3.856	$g_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.980	$g_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.389
$f_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	-1.148	$f_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	-0.714	$f_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	0.049	$f_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	-2.297
$g_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	-10.350	$g_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	-6.428	$g_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	1.315	$g_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Xi_c^{*s}}$	0.404
$f_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-1.178	$f_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-0.732	$f_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	0.049	$f_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-2.359
$g_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-10.670	$g_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	-6.551	$g_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	1.337	$g_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0}}$	0.415
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-1.684	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.928	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.026	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-3.365
$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-12.570	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-6.337	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	1.412	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.561
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-1.690	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-0.931	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	0.026	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-3.377
$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-12.810	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	-6.479	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	1.419	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{*-}}$	0.559
$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	-1.949	$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	-1.019	$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	0.034	$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	-3.878
$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	-23.010	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	-12.440	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	1.732	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*-}}$	0.475
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-1.936	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-1.034	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.030	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-3.863
$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-24.640	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-13.000	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	1.926	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.583
$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-1.960	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-1.045	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.031	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-3.910
$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-25.950	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-13.770	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	1.961	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.572
$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-2.345	$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-1.177	$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.046	$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-4.661
$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-49.590	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-27.300	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	2.529	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.428
$f_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.979	$g_1^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-5.792	$f_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-0.733	$g_1^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-2.193
$f_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-0.645	$g_2^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-3.602	$f_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-1.380	$g_2^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-1.195
$f_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.047	$g_3^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.947	$f_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.095	$g_3^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.537
$f_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-1.969	$g_4^{\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.393	$f_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	-1.726	$g_4^{\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.157
$f_1^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.534	$g_1^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-2.469	$f_1^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.221	$g_1^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	12.050
$f_2^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.330	$g_2^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	-1.394	$f_2^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.379	$g_2^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	6.959
$f_4^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	1.076	$g_4^{T\Xi_{cc}^- \rightarrow \Sigma_c^*}$	0.032	$f_4^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.518	$g_4^{T\Xi_{bc}^{(\prime)-} \rightarrow \Sigma_b^*}$	0.122
$f_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-1.269	$g_1^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-13.390	$f_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.916	$g_1^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-7.008
$f_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.811	$g_2^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-8.823	$f_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-1.902	$g_2^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-4.130
$f_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.090	$g_3^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	1.366	$f_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.167	$g_3^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.746
$f_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-2.532	$g_4^{\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.129	$f_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-2.162	$g_4^{\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.104
$f_1^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.693	$g_1^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-4.387	$f_1^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.277	$g_1^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	18.900
$f_2^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.395	$g_2^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-2.582	$f_2^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.505	$g_2^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	10.710
$f_4^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	1.383	$g_4^{T\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.022	$f_4^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.648	$g_4^{T\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.140

表 6.10 $1/2 \rightarrow 3/2$ ($b \rightarrow u, d, c, s$) 跃迁的形状因子 f_i 和 g_i 的数值结果Table 6.10 Numerical results for $1/2 \rightarrow 3/2$ transition form factors f_i and g_i of $b \rightarrow u, d, c, s$ processes

F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ	F	$F(0)$	m_{fit}	δ
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.172	3.15	0.89	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.108	2.70	1.84	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	-0.108	3.24	0.57	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	0.021	3.86	1.02
$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.129	3.17	0.90	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.056*	0.51*	0.06*	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	-0.145	3.26	0.57	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	0.120	3.45	0.60
$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.002	2.95	0.91	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.136	3.15	0.89	$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	0.003	3.07	0.55	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	0.096	3.23	0.57
$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	-0.355	3.18	0.86	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0}}$	0.099	3.46	0.82	$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	-0.270	3.45	0.53	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*0}}$	0.174	3.76	0.54
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.168	3.14	0.91	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.099	2.71	1.87	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-0.106	3.15	0.58	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.016	5.08	3.70
$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.125	3.16	0.92	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.049*	0.27*	0.01*	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-0.135	3.17	0.58	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.100	3.54	0.74
$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.002	2.95	0.93	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.132	3.14	0.91	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.003	2.98	0.56	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.095	3.14	0.59
$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	-0.347	3.17	0.88	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0}}$	0.097	3.42	0.82	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	-0.259	3.32	0.54	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*0}}$	0.157	3.67	0.57
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	-0.752	3.52	0.53	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	-2.306	2.41	1.77	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	-0.479	3.88	0.41	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	-0.219*	1.02*	0.54*
$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	-0.473	3.69	0.62	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	-1.572*	3.12*	12.40*	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	-0.443	3.96	0.42	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	0.027*	1.55*	0.28*
$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	0.011	3.09	0.40	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	0.920	3.52	0.53	$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	0.019	3.79	0.32	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	0.629	3.87	0.41
$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	-1.513	3.57	0.50	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0}}$	0.376	6.07	3.37	$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	-1.038	4.18	0.35	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{cc}^{*0}}$	0.573	5.76	1.35
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-0.724	3.57	0.57	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-1.877	2.49	2.09	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	-0.500	3.70	0.37	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	-0.368	6.29	257.00
$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-0.459	3.73	0.66	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-1.229*	1.70*	1.53*	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	-0.445	3.77	0.38	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	-0.149*	0.38*	0.03*
$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	0.010	3.19	0.44	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	0.869	3.57	0.57	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	0.019	3.48	0.24	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	0.665	3.69	0.37
$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	-1.458	3.62	0.55	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0}}$	0.398	5.28	1.86	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	-1.071	3.94	0.31	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{cc}^{*0}}$	0.530	6.13	2.23
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.172	3.15	0.89	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.108	2.70	1.84	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	-0.108	3.23	0.54	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.021	3.86	1.01
$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.129	3.17	0.90	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.057*	0.54*	0.06*	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	-0.145	3.25	0.54	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.120	3.44	0.58
$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.002	2.95	0.91	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.136	3.15	0.89	$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.003	3.06	0.51	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.096	3.21	0.54
$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.355	3.18	0.86	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.099	3.46	0.82	$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	-0.270	3.44	0.51	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.174	3.75	0.52
$f_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.091	3.14	0.89	$g_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.215	2.82	0.82	$f_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.082	3.22	0.54	$g_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	-0.025	2.94	0.44
$f_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.067	3.16	0.90	$g_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	-0.107	3.05	3.24	$f_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.109	3.24	0.54	$g_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.080	3.82	0.79
$f_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.188	3.17	0.86	$g_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*+}}$	0.019	3.34	1.14	$f_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.207	3.43	0.51	$g_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_c^{*+}}$	0.086	3.59	0.55
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.168	3.14	0.91	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.103	2.70	1.86	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.106	3.13	0.55	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.016	5.13	3.95
$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.126	3.16	0.92	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.052*	0.46*	0.04*	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.135	3.16	0.55	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.100	3.53	0.71
$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.002	2.95	0.93	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.132	3.14	0.91	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.003	2.96	0.52	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.095	3.12	0.55
$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.348	3.16	0.88	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.097	3.42	0.83	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.259	3.31	0.52	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.157	3.66	0.55
$f_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.088	3.13	0.91	$g_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.206	2.82	0.83	$f_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.080	3.13	0.55	$g_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.032	2.77	0.45
$f_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.065	3.15	0.92	$g_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.101	3.05	3.24	$f_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.101	3.15	0.55	$g_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.064	4.16	1.26
$f_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.181	3.16	0.88	$g_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.019	3.30	1.14	$f_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.197	3.31	0.52	$g_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.075	3.52	0.58
$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.232	3.16	0.62	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.142	2.30	0.87	$f_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.153	3.42	0.54	$g_1^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.040	4.00	1.07
$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.172	3.20	0.64	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.065*	0.81*	0.28*	$f_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.196	3.45	0.55	$g_2^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.182	3.63	0.61
$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.003	2.91	0.57	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.191	3.17	0.62	$f_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.005	3.25	0.48	$g_3^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.141	3.40	0.54
$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.479	3.21	0.61	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.142	3.59	0.66	$f_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.375	3.66	0.51	$g_4^{\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.251	4.05	0.54
$f_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.126	3.16	0.62	$g_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.283	2.70	0.51	$f_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.120	3.41	0.54	$g_1^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	-0.028	2.91	0.36
$f_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.092	3.19	0.63	$g_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	-0.131	2.43	1.08	$f_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.152	3.44	0.54	$g_2^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.125	4.07	0.86
$f_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.260	3.20	0.61	$g_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*+}}$	0.031	3.45	0.78	$f_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.295	3.66	0.50	$g_4^{T, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_c^{*+}}$	0.124	3.89	0.57
$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.230	3.14	0.63	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.145	2.29	0.86	$f_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	-0.152	3.32	0.55	$g_1^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.035	4.65	2.31
$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.169	3.18	0.64	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.068*	1.21*	0.84*	$f_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	-0.186	3.36	0.55	$g_2^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.158	3.72	0.75
$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.003	2.89	0.58	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.189	3.15	0.62	$f_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.004	3.15	0.49	$g_3^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.141	3.30	0.55
$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.474	3.18	0.61	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.137	3.56	0.66	$f_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	-0.365	3.53	0.51	$g_4^{\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.231	3.96	0.57
$f_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.123	3.14	0.63	$g_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.277	2.69	0.51	$f_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.118	3.32	0.55	$g_1^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	-0.037	2.75	0.39
$f_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.089	3.17	0.64	$g_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	-0.128	2.43	1.07	$f_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.143	3.35	0.55	$g_2^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.105	4.37	1.31
$f_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.254	3.18	0.61	$g_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^{*+}}$	0.030	3.42	0.78	$f_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.284	3.53	0.51	$g_4^{T, \Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_c^{*+}}$	0.111	3.81	0.60

6.3 半轻弱衰变

对于荷电流过程 $c \rightarrow d, s l^+ \nu_l$, 有效哈密顿量为:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(c \rightarrow d, s l^+ \nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(V_{cd}^* [\bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l] + V_{cs}^* [\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l] \right). \quad (6.61)$$

对于 $b \rightarrow u, c l^- \bar{\nu}_l$ 过程, 有效哈密顿量为,

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(b \rightarrow u, c l^- \bar{\nu}_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(V_{ub} [\bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b] [\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l] + V_{cb} [\bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b] [\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l] \right). \quad (6.62)$$

而对于 FCNC 过程 $b \rightarrow s l^+ l^-$, 有效哈密顿量为,

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(b \rightarrow s l^+ l^-) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_{i=1}^{10} C_i(\mu) O_i(\mu). \quad (6.63)$$

在式 (6.61-6.63) 中, 费米常数和 CKM 矩阵元的取值为 [116]:

$$\begin{aligned} G_F &= 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}, \quad |V_{cd}| = 0.218, \quad |V_{cs}| = 0.997, \quad |V_{cb}| = 0.0422, \\ |V_{ub}| &= 0.00394, \quad |V_{ts}| = 0.0394, \quad |V_{td}| = 0.0081, \quad |V_{tb}| = 1.019. \end{aligned} \quad (6.64)$$

文献 [107] 给出了式 (6.63) 中算符 O_i 的具体形式, 并在领头阶对数近似下计算了算符 O_i 的威尔逊系数 C_i :

$$\begin{aligned} C_1 &= 1.107, \quad C_2 = -0.248, \quad C_3 = -0.011, \quad C_4 = -0.026, \quad C_5 = -0.007, \\ C_6 &= -0.031, \quad C_7^{\text{eff}} = -0.313, \quad C_9 = 4.344, \quad C_{10} = -4.669, \end{aligned} \quad (6.65)$$

其中 $m_W = 80.4 \text{ GeV}$ 和 $\mu = m_{b, \text{pole}}$ [107]。FCNC 过程 $\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{B}'_s l^+ l^-$ 的振幅可以采用如下形式,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}' l^+ l^-) &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi} \left\{ \left(C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle - 2m_b C_7^{\text{eff}} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} i \sigma_{\mu\nu} \frac{q^\nu}{q^2} (1 + \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \right) \bar{l} \gamma^\mu l \right. \\ &\quad \left. + C_{10} \langle \mathcal{B}' | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B} \rangle \bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l \right\}. \end{aligned} \quad (6.66)$$

在文献 [168-170] 中, C_7^{eff} 前的正负号是不同的。本章采用与文献 [168, 169] 相同的符号, 但与文献 [170] 是不同的。在上式 (6.66) 中, C_7^{eff} 和 C_9^{eff} 取为 [171],

$$\begin{aligned} C_7^{\text{eff}} &= C_7 - C_5/3 - C_6, \\ C_9^{\text{eff}}(q^2) &= C_9(\mu) + h(\hat{m}_c, \hat{s}) C_0 - \frac{1}{2} h(1, \hat{s}) (4C_3 + 4C_4 + 3C_5 + C_6) \\ &\quad - \frac{1}{2} h(0, \hat{s}) (C_3 + 3C_4) + \frac{2}{9} (3C_3 + C_4 + 3C_5 + C_6), \end{aligned} \quad (6.67)$$

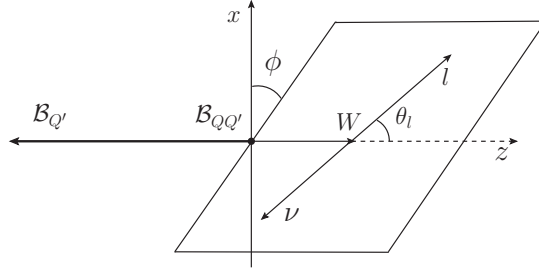


图 6.7 荷电流诱导的衰变的运动学

Figure 6.7 Kinematics for the charged current induced decay mode.

其中 $\hat{s} = q^2/m_b^2$, $C_0 = C_1 + 3C_2 + 3C_3 + C_4 + 3C_5 + C_6$ 和 $\hat{m}_c = m_c/m_b$ 。辅助函数 h 为

$$\begin{aligned}
 h(z, \hat{s}) &= -\frac{8}{9} \ln \frac{m_b}{\mu} - \frac{8}{9} \ln z + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x \\
 &\quad - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \times \begin{cases} \left(\ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi \right), & x \equiv \frac{4z^2}{\hat{s}} < 1 \\ 2 \arctan \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x \equiv \frac{4z^2}{\hat{s}} > 1 \end{cases}, \\
 h(0, \hat{s}) &= -\frac{8}{9} \ln \frac{m_b}{\mu} - \frac{4}{9} \ln \hat{s} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}i\pi.
 \end{aligned} \tag{6.68}$$

则对于 FCNC 过程 $b \rightarrow dl^+l^-$, 相应的有效哈密顿量可以通过替换 $s \rightarrow d$ 得到。

6.3.1 衰变宽度

6.3.1.1 荷电流的跃迁过程

荷电流诱导的衰变的运动学在图 6.7 中给出, 螺旋度振幅的定义为:

$$\begin{aligned}
 HV_{\lambda', \lambda_W}^\lambda &\equiv \langle \mathcal{B}_f^{(*)}(\lambda') | \bar{q} \gamma^\mu Q | \mathcal{B}_i(\lambda) \rangle \epsilon_{W\mu}^*(\lambda_W), \\
 HA_{\lambda', \lambda_W}^\lambda &\equiv \langle \mathcal{B}_f^{(*)}(\lambda') | \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 Q | \mathcal{B}_i(\lambda) \rangle \epsilon_{W\mu}^*(\lambda_W),
 \end{aligned} \tag{6.69}$$

其中 ϵ_μ 和 q_μ 是虚拟传播子 W 的极化矢量和四动量, λ_W 为虚拟传播子 W 的极化。有关螺旋度振幅的详细推导过程可以参阅附录 B。 λ 和 λ' 分别为初末态重子的螺旋度, 则螺旋度振幅可以用形状因子来表示。

- $B_i(\lambda) \rightarrow B_f(\lambda')$ 的跃迁矩阵元可以参数化为式 (6.16), 由荷电流诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的螺旋度振幅可以通过以下方程给出,

$$\begin{aligned}
 HV_{\frac{1}{2}, 0}^{-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left((M + M') f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} - \frac{q^2}{M} f_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} \right), \\
 HV_{\frac{1}{2}, 1}^{\frac{1}{2}} &= i \sqrt{2Q_-} \left(-f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} + \frac{M + M'}{M} f_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} \right), \\
 HA_{\frac{1}{2}, 0}^{-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left((M - M') g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} + \frac{q^2}{M} g_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} \right), \\
 HA_{\frac{1}{2}, 1}^{\frac{1}{2}} &= i \sqrt{2Q_+} \left(-g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} - \frac{M - M'}{M} g_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}} \right),
 \end{aligned} \tag{6.70}$$

和 $Q_{\pm} = 2(\mathbf{P} \cdot \mathbf{P}' \pm MM') = (M \pm M')^2 - q^2$ 。物理形状因子 $f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}$ 和 $g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}$ 在式 (6.54) 中定义。 M 和 M' 为初末态重子的质量。负螺旋度的振幅可以通过以下与正螺旋度的振幅关系式给出，

$$HV_{-\lambda', -\lambda_W}^{-\lambda} = HV_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} \quad \text{和} \quad HA_{-\lambda', -\lambda_W}^{-\lambda} = -HA_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda}. \quad (6.71)$$

总的螺旋度振幅为，

$$H_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} = HV_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} - HA_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda}. \quad (6.72)$$

极化的微分衰变宽度为：

$$\frac{d\Gamma_L}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 |\vec{P}'|}{(2\pi)^3 24M^2} (|H_{\frac{1}{2}, 0}^{-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2}, 0}^{\frac{1}{2}}|^2), \quad (6.73)$$

$$\frac{d\Gamma_T}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 q^2 |\vec{P}'|}{(2\pi)^3 24M^2} (|H_{\frac{1}{2}, 1}^{-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2}, -1}^{\frac{1}{2}}|^2), \quad (6.74)$$

和 $|\vec{P}'| = \sqrt{Q_+ Q_-} / 2M$ 。

- $B_i(\lambda) \rightarrow B_f^*(\lambda')$ 的跃迁矩阵元可以参数化为式 (6.20)，由荷电流诱导的 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁的螺旋度振幅可以通过以下方程给出，

$$HV_{3/2, 1}^{-1/2} = -i\sqrt{Q_-} f_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}}, \quad HV_{1/2, 1}^{1/2} = i\sqrt{\frac{Q_-}{3}} \left[f_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} - \frac{Q_+}{MM'} f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} \right], \quad (6.75)$$

$$HV_{1/2, 0}^{-1/2} = i\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left[\frac{M^2 - M'^2 - q^2}{2M'} f_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} - \frac{M - M'}{2MM'} Q_+ f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} - \frac{Q_+ Q_-}{2M^2 M'} f_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} \right], \quad (6.76)$$

$$HA_{3/2, 1}^{-1/2} = i\sqrt{Q_+} f_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}}, \quad HA_{1/2, 1}^{1/2} = i\sqrt{\frac{Q_+}{3}} \left[g_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} - \frac{Q_-}{MM'} g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} \right], \quad (6.77)$$

$$HA_{1/2, 0}^{-1/2} = -i\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left[\frac{M^2 - M'^2 - q^2}{2M'} g_4^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} + \frac{M + M'}{2MM'} Q_- g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} - \frac{Q_+ Q_-}{2M^2 M'} g_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}} \right], \quad (6.78)$$

其中 $f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}}$ 和 $g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}}$ 在式 (6.55) 中定义，是物理形状因子。 M 和 M' 为初末态重子的质量。负螺旋度的振幅可以通过以下与正螺旋度的振幅关系式给出，

$$HV_{-\lambda', -\lambda_W}^{-\lambda} = -HV_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} \quad \text{和} \quad HA_{-\lambda', -\lambda_W}^{-\lambda} = HA_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda}. \quad (6.79)$$

则总的螺旋度振幅为

$$H_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} = HV_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda} - HA_{\lambda', \lambda_W}^{\lambda}. \quad (6.80)$$

极化的微分衰变宽度为

$$\frac{d\Gamma_L}{dq^2} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} |V_{CKM}|^2 \frac{q^2 |\vec{P}'|}{24M^2} [|H_{1/2, 0}^{-1/2}|^2 + |H_{-1/2, 0}^{1/2}|^2], \quad (6.81)$$

$$\frac{d\Gamma_T}{dq^2} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} |V_{CKM}|^2 \frac{q^2 |\vec{P}'|}{24M^2} [|H_{1/2, 1}^{1/2}|^2 + |H_{-1/2, -1}^{-1/2}|^2 + |H_{3/2, 1}^{-1/2}|^2 + |H_{-3/2, -1}^{1/2}|^2]. \quad (6.82)$$

6.3.1.2 FCNC 跃迁

对于 FCNC 诱导的跃迁，螺旋度振幅为，

$$\begin{aligned} H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda} &\equiv \left(C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}^{(*)}(\lambda') | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B}(\lambda) \rangle \right. \\ &\quad \left. - C_7^{\text{eff}} 2m_b \langle \mathcal{B}^{(*)}(\lambda') | \bar{s} i \sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{q^2} (1 + \gamma_5) b | \mathcal{B}(\lambda) \rangle \right) \epsilon_\mu^*(\lambda_V), \\ H_{\lambda',t}^{\mathcal{V}_i,\lambda} &\equiv \left(C_9^{\text{eff}}(q^2) \langle \mathcal{B}^{(*)}(\lambda') | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B}(\lambda) \rangle \right) \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \end{aligned} \quad (6.83)$$

和

$$\begin{aligned} H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{A}_i,\lambda} &\equiv \left(C_{10} \langle \mathcal{B}^{(*)}(\lambda') | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B}(\lambda) \rangle \right) \epsilon_\mu^*(\lambda_V), \\ H_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_i,\lambda} &\equiv \left(C_{10} \langle \mathcal{B}^{(*)}(\lambda') | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | \mathcal{B}(\lambda) \rangle \right) \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \end{aligned} \quad (6.84)$$

这里 ϵ_μ 和 q_μ 是虚拟传播子 V 的极化矢量和四动量， λ_V 是虚拟传播子 V 的极化。 λ 和 λ' 分别为初末态重子的螺旋度。在下文中，上标“ \mathcal{V}_i ”和“ \mathcal{A}_i ”分别对应于轻子部分 $\bar{l} \gamma^\mu l$ 和 $\bar{l} \gamma^\mu \gamma_5 l$ 。

- $B_i(\lambda) \rightarrow B_f(\lambda')$ 的跃迁矩阵元可以参数化为式 (6.16)-(6.17)，由 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁的螺旋度振幅可以表达为

$$\begin{aligned} HV_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_i,-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left((M + M') F_1^{\mathcal{V}_i} - \frac{q^2}{M} F_2^{\mathcal{V}_i} \right), \quad HV_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{V}_i,\frac{1}{2}} = i \sqrt{2Q_-} \left(-F_1^{\mathcal{V}_i} + \frac{M + M'}{M} F_2^{\mathcal{V}_i} \right), \\ HA_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_i,-\frac{1}{2}} &= -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left((M - M') G_1^{\mathcal{V}_i} + \frac{q^2}{M} G_2^{\mathcal{V}_i} \right), \quad HA_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{V}_i,\frac{1}{2}} = i \sqrt{2Q_+} \left(-G_1^{\mathcal{V}_i} - \frac{M - M'}{M} G_2^{\mathcal{V}_i} \right), \end{aligned} \quad (6.85)$$

以及

$$HV_{-\lambda',-\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,-\lambda} = HV_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}, \quad HA_{-\lambda',-\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,-\lambda} = -HA_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}. \quad (6.86)$$

其中“HV”和“HA”分别对应于式 (6.83) 中 Γ^μ 和 $\Gamma^\mu \gamma_5$ 这两部分。总的螺旋度振幅为

$$H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda} = HV_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda} - HA_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}. \quad (6.87)$$

螺旋度振幅 $H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{A}_i,\lambda}$ 的具体表达式与 $H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}$ 的相似，除了 $F_i^{\mathcal{V}_i} \rightarrow F_i^{\mathcal{A}_i}$ 和 $G_i^{\mathcal{V}_i} \rightarrow G_i^{\mathcal{A}_i}$ 。对于 FCNC 诱导的跃迁，还需要计算虚的矢量传播子 V 的类时极化螺旋度振幅 $H_t^{\mathcal{A}_i}$

$$\begin{aligned} HV_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}} &= HV_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}} = -i \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left((M - M') F_1^{\mathcal{A}_i} + \frac{q^2}{M} F_3^{\mathcal{A}_i} \right), \\ -HA_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}} &= HA_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}} = -i \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left((M + M') G_1^{\mathcal{A}_i} - \frac{q^2}{M} G_3^{\mathcal{A}_i} \right) \end{aligned} \quad (6.88)$$

和

$$H_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_l,\lambda} \equiv HV_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_l,\lambda} - HA_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_l,\lambda}. \quad (6.89)$$

有关以上式子, 需要做以下说明:

$$\begin{aligned} F_1^{\mathcal{V}_l}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2) - C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b}{M' - M} f_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},T}(q^2), \\ F_2^{\mathcal{V}_l}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)f_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2) - C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b M}{q^2} f_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},T}(q^2), \\ G_1^{\mathcal{V}_l}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2) + C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b}{M' + M} g_1^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},T}(q^2), \\ G_2^{\mathcal{V}_l}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)g_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2) + C_7^{\text{eff}} \frac{2m_b M}{q^2} g_2^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},T}(q^2), \end{aligned} \quad (6.90)$$

以及 $F_i^{\mathcal{A}_l}(q^2) \equiv C_{10} f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2)$, $G_i^{\mathcal{A}_l}(q^2) \equiv C_{10} g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}(q^2)$ ($i = 1, 2, 3$)。其中 $f_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},(T)}(q^2)$ 和 $g_i^{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2},(T)}(q^2)$ 是由式 (6.54) 定义的物理形状因子。纵向和横向极化的微分衰变宽度为,

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_L}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 \alpha_{em}^2 |\vec{P}'| |\vec{p}_1|}{24(2\pi)^5 M^2 \sqrt{q^2}} \left\{ (q^2 + 2m_l^2) (|H_{-\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_l,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_l,-\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad \left. + (q^2 - 4m_l^2) (|H_{-\frac{1}{2},0}^{\mathcal{A}_l,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{A}_l,-\frac{1}{2}}|^2) + 6m_l^2 (|H_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_l,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_l,-\frac{1}{2}}|^2) \right\}, \end{aligned} \quad (6.91)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_T}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{CKM}|^2 \alpha_{em}^2 |\vec{P}'| |\vec{p}_1|}{24(2\pi)^5 M^2 \sqrt{q^2}} \left\{ (q^2 + 2m_l^2) (|H_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{V}_l,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{\mathcal{V}_l,-\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad \left. + (q^2 - 4m_l^2) (|H_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{A}_l,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{\mathcal{A}_l,-\frac{1}{2}}|^2) \right\}. \end{aligned} \quad (6.92)$$

其中对于 $b \rightarrow s$ 过程有 $V_{CKM} = V_{tb}V_{ts}^*$, 对于 $b \rightarrow d$ 过程有 $V_{CKM} = V_{tb}V_{td}^*$, 以及 $|\vec{p}_1| = \frac{1}{2}\sqrt{q^2 - 4m_l^2}$ 。

- $1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁矩阵元可以参数化为式 (6.20)-(6.21), 由 FCNC 诱导的螺旋度振幅可以表示为下式,

$$HV_{3/2,1}^{\mathcal{V}_l,-1/2} = -i\sqrt{Q_-}\mathcal{F}_4^{\mathcal{V}_l}, \quad HV_{1/2,1}^{\mathcal{V}_l,1/2} = i\sqrt{\frac{Q_-}{3}} \left[\mathcal{F}_4^{\mathcal{V}_l} - \frac{Q_+}{MM'}\mathcal{F}_1^{\mathcal{V}_l} \right], \quad (6.93)$$

$$HV_{1/2,0}^{\mathcal{V}_l,-1/2} = i\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{Q_-}}{\sqrt{q^2}} \left[\frac{M^2 - M'^2 - q^2}{2M'}\mathcal{F}_4^{\mathcal{V}_l} - \frac{M - M'}{2MM'}Q_+\mathcal{F}_1^{\mathcal{V}_l} - \frac{Q_+Q_-}{2M^2M'}\mathcal{F}_2^{\mathcal{V}_l} \right], \quad (6.94)$$

$$HA_{3/2,1}^{\mathcal{V}_l,-1/2} = i\sqrt{Q_+}\mathcal{G}_4^{\mathcal{V}_l}, \quad HA_{1/2,1}^{\mathcal{V}_l,1/2} = i\sqrt{\frac{Q_+}{3}} \left[\mathcal{G}_4^{\mathcal{V}_l} - \frac{Q_-}{MM'}\mathcal{G}_1^{\mathcal{V}_l} \right], \quad (6.95)$$

$$HA_{1/2,0}^{\mathcal{V}_l,-1/2} = -i\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{Q_+}}{\sqrt{q^2}} \left[\frac{M^2 - M'^2 - q^2}{2M'}\mathcal{G}_4^{\mathcal{V}_l} + \frac{M + M'}{2MM'}Q_-\mathcal{G}_1^{\mathcal{V}_l} - \frac{Q_+Q_-}{2M^2M'}\mathcal{G}_2^{\mathcal{V}_l} \right]. \quad (6.96)$$

和

$$HV_{-\lambda',-\lambda_W}^{\mathcal{V}_l,-\lambda} = -HV_{\lambda',\lambda_W}^{\mathcal{V}_l,\lambda}, \quad HA_{-\lambda',-\lambda_W}^{\mathcal{V}_l,-\lambda} = HA_{\lambda',\lambda_W}^{\mathcal{V}_l,\lambda}. \quad (6.97)$$

其中“HV”和“HA”分别对应于式(6.83)的 Γ^μ 和 $\Gamma^\mu\gamma_5$ 部分。这样总的螺旋度振幅为,

$$H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda} = HV_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda} - HA_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}. \quad (6.98)$$

$H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{A}_i,\lambda}$ 的具体表达式与 $H_{\lambda',\lambda_V}^{\mathcal{V}_i,\lambda}$ 的相似,除了 $\mathcal{F}_i^{\mathcal{V}_i} \rightarrow \mathcal{F}_i^{\mathcal{A}_i}$ 和 $\mathcal{G}_i^{\mathcal{V}_i} \rightarrow \mathcal{G}_i^{\mathcal{A}_i}$ 。

对于 FCNC 诱导的跃迁,还需要计算虚的矢量传播子 V 的类时极化螺旋度振幅 $H_t^{\mathcal{A}_i}$,

$$\begin{aligned} -HV_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}} &= HV_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}} = i\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{Q_+}\frac{Q_-}{2MM'}\frac{M^2-M'^2}{M}\mathcal{F}_3^{\mathcal{A}_i}, \\ HA_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}} &= HA_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}} = -i\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{Q_-}\frac{Q_+}{2MM'}\frac{M^2-M'^2}{M}\mathcal{G}_3^{\mathcal{A}_i} \end{aligned} \quad (6.99)$$

和

$$H_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_i,\lambda} = HV_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_i,\lambda} - HA_{\lambda',t}^{\mathcal{A}_i,\lambda}. \quad (6.100)$$

有关式(6.93-6.100)中的符号,做以下说明:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_i^{\mathcal{V}_i}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)f_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2}}(q^2) - C_7^{\text{eff}}\frac{2m_bM}{q^2}f_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2},T}(q^2), \\ \mathcal{G}_i^{\mathcal{V}_i}(q^2) &\equiv C_9^{\text{eff}}(q^2)g_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2}}(q^2) + C_7^{\text{eff}}\frac{2m_bM}{q^2}g_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2},T}(q^2), \\ \mathcal{F}_i^{\mathcal{A}_i}(q^2) &\equiv C_{10}f_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2}}(q^2), \quad \mathcal{G}_i^{\mathcal{A}_i}(q^2) \equiv C_{10}g_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2}}(q^2), \quad (i=1,2,3,4). \end{aligned} \quad (6.101)$$

其中由式(6.55)定义的 $f_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2},(T)}(q^2)$ 和 $g_i^{\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2},(T)}(q^2)$ 是物理形状因子。纵向极化和横向极化的微分衰变宽度为

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_L}{dq^2} &= \frac{G_F^2|V_{CKM}|^2\alpha_{em}^2|\vec{P}'||\vec{p}_1|}{24(2\pi)^5M^2\sqrt{q^2}} \left\{ (q^2+2m_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_i,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{V}_i,-\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad \left. + (q^2-4m_l^2)(|H_{-\frac{1}{2},0}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},0}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}}|^2) + 6m_l^2(|H_{-\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{1}{2},t}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}}|^2) \right\}, \end{aligned} \quad (6.102)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_T}{dq^2} &= \frac{G_F^2|V_{CKM}|^2\alpha_{em}^2|\vec{P}'||\vec{p}_1|}{24(2\pi)^5M^2\sqrt{q^2}} \left\{ (q^2+2m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{V}_i,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{\mathcal{V}_i,-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{3}{2},1}^{\mathcal{V}_i,-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{3}{2},-1}^{\mathcal{V}_i,\frac{1}{2}}|^2) \right. \\ &\quad \left. + (q^2-4m_l^2)(|H_{\frac{1}{2},1}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{1}{2},-1}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{\frac{3}{2},1}^{\mathcal{A}_i,-\frac{1}{2}}|^2 + |H_{-\frac{3}{2},-1}^{\mathcal{A}_i,\frac{1}{2}}|^2) \right\}. \end{aligned} \quad (6.103)$$

对于 $b \rightarrow s$ 过程,有 $V_{CKM} = V_{tb}V_{ts}^*$,对于 $b \rightarrow d$ 过程,有 $V_{CKM} = V_{tb}V_{td}^*$,以及 $|\vec{p}_1| = \frac{1}{2}\sqrt{q^2-4m_l^2}$ 。

最后总的微分衰变宽度为

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{d\Gamma_L}{dq^2} + \frac{d\Gamma_T}{dq^2}, \quad (6.104)$$

利用以下积分,就可以得到总宽度为,

$$\Gamma = \int_{q_{\min}^2}^{(M-M')^2} dq^2 \frac{d\Gamma}{dq^2}, \quad (6.105)$$

其中对于荷电流,积分下限设为 $q_{\min}^2 = 0$,而对于 FCNC 的衰变,积分下限与末态轻子的质量有关 $q_{\min}^2 = 4m_l^2$ 。本文还将计算纵向衰变宽度与横向衰变宽度的比值 Γ_L/Γ_T 。

6.3.2 半轻衰变的结果

- 对于由 V - A 流诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁, 积分部分衰变宽度, 相关分支比和比值 Γ_L/Γ_T 在表 6.11 中给出。图 6.8 给出了微分衰变宽度对 q^2 的依赖性。
- 对于由 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 跃迁, 积分部分衰变宽度, 相关分支比和比值 Γ_L/Γ_T 在表 6.12 中给出。图 6.9 给出了微分衰变宽度对 q^2 的依赖性。
- 对于由 V - A 流诱导的 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁, 积分部分衰变宽度, 相关分支比和比值 Γ_L/Γ_T 在表 6.13 中给出。图 6.10 给出了微分衰变宽度对 q^2 的依赖性。
- 对于由 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁, 积分部分衰变宽度, 相关分支比和比值 Γ_L/Γ_T 在表 6.14 中给出。图 6.11 给出了微分衰变宽度对 q^2 的依赖性。
- 从表 6.11-6.14 中可以发现, 四种情况下的衰变宽度有明显的差别:

$$\begin{aligned} \Gamma(\text{荷电流诱导的 } 1/2 \rightarrow 1/2 \text{ 跃迁}) &> \Gamma(\text{荷电流诱导的 } 1/2 \rightarrow 3/2 \text{ 跃迁}) \\ &> \Gamma(\text{FCNC 诱导的 } 1/2 \rightarrow 1/2 \text{ 跃迁}) > \Gamma(\text{FCNC 诱导的 } 1/2 \rightarrow 3/2 \text{ 跃迁}). \end{aligned}$$

在 FCNC 诱导的 $1/2 \rightarrow 1/2$ 和 $1/2 \rightarrow 3/2$ 的跃迁中, 对于 $l = e/\mu$ 情况, 衰变宽度两者彼此非常接近, 但对于 $l = \tau$ 的情况, 其衰变宽度大小要比前两者小一个数量级。这是因为在 $l = \tau$ 的情况下相空间要小得多。

- 本文对涉及轴矢量 diquark 的情况的动量-空间波函数 Ψ^{SS_z} 进行了合理的修改, 如式 (6.2) 和 (6.3) 所示。而在文献 [8, 24, 28], 涉及轴矢量 diquark 情况的动量-空间波函数 Ψ^{SS_z} 的定义为:

$$\Psi^{SS_z}(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{A}{\sqrt{2(p_1 \cdot \tilde{P} + m_1 M_0)}} \bar{u}(p_1, \lambda_1) \Gamma u(\tilde{P}, S_z) \phi(x, k_\perp), \quad (6.106)$$

$$\Gamma = -\frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 (\not{\epsilon}^*(p_2, \lambda_2)) \quad \text{和} \quad A = \sqrt{\frac{3(m_1 M_0 + p_1 \cdot \tilde{P})}{3m_1 M_0 + p_1 \cdot \tilde{P} + 2(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot \tilde{P})/m_2^2}}. \quad (6.107)$$

有关形状因子的抽取方法, 本文采用与文献 [24, 28] 相同的方法, 但与文献 [8] 的不同。为了找出这两个因素对形状因子和分衰变宽度的影响: 形状因子的抽取方法和涉及轴矢量 diquark 重子波函数。本文以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ 、 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$ 和 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^+ \nu_l$ 三个衰变过程为例, 在表 6.15 给出了的形状因子和部分衰变宽度的数值结果与文献 [8, 24, 28] 的比较。

通过比较每个衰变的前两行发现, 由涉及轴矢量 diquark 的不同波动函数, 引起的部分衰变宽度差异很小, 但会对形状因子产生很大的影响。通过比较衰变 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ 的第二行和第三行, 可以发现这些形状因子的抽取方法将对形状因子和衰变宽度产生一定的影响。因此形状因子的抽取方法对形状因子和衰变宽度的影响远大于不同的波函数 Ψ^{SS_z} 产生的影响。

- 从表 6.12 中, 可以发现,

$$\mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l) = 5.57 \times 10^{-2}, \quad \mathcal{B}(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l) = 3.40 \times 10^{-2}, \quad (6.108)$$

$$\mathcal{B}(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^+ l^+ \nu_l) = 7.67 \times 10^{-2}, \quad \mathcal{B}(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l) = 2.50 \times 10^{-2}. \quad (6.109)$$

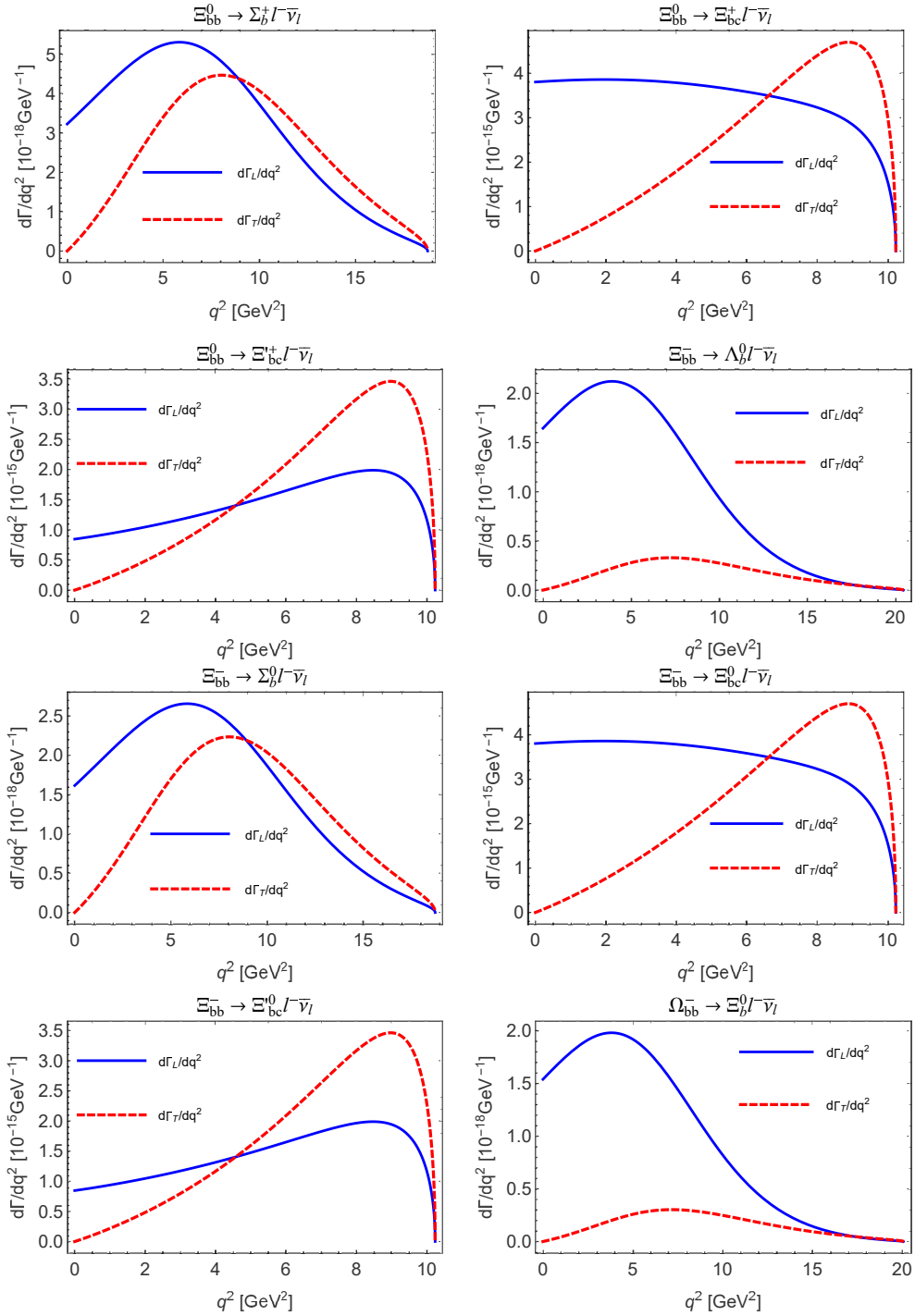


图 6.8 衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b(\mathcal{B}_{bc})l^- \bar{\nu}_l$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性。蓝色实线表示由式 (6.73) 定义的 $d\Gamma_L/dq^2$ ，红色虚线表示由式 (6.74) 定义的 $d\Gamma_T/dq^2$ 。

Figure 6.8 The differential decay widths $d\Gamma_L/dq^2$ and $d\Gamma_T/dq^2$ for the processes $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b(\mathcal{B}_{bc})l^- \bar{\nu}_l$ dependence on q^2 . Blue solid line: $d\Gamma_L/dq^2$ defined with Eq. (6.73), red dashes line: $d\Gamma_T/dq^2$ defined with Eq. (6.74).

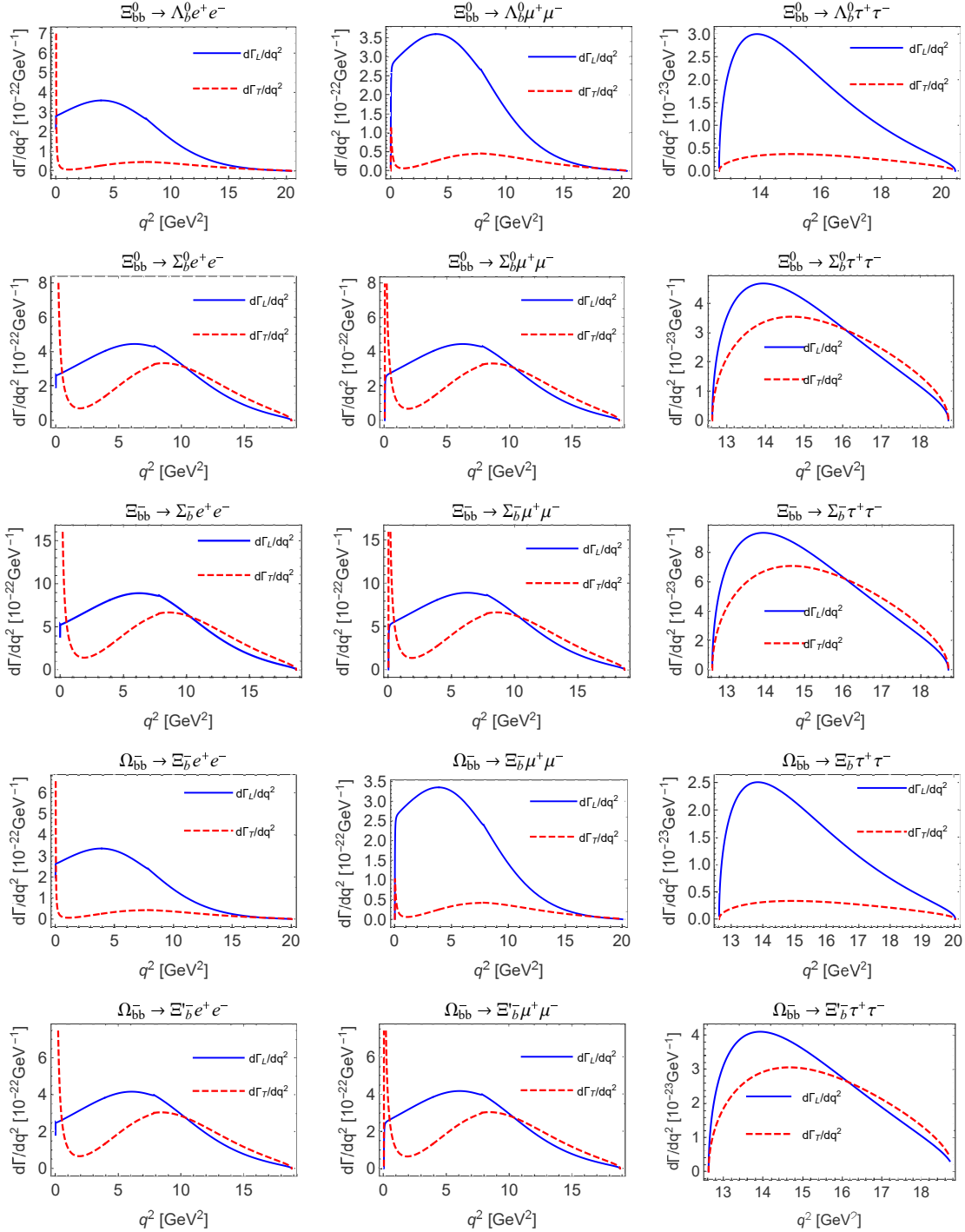


图 6.9 衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b l^+ l^-$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性。蓝色实线表示由式 (6.91) 定义的 $d\Gamma_L/dq^2$ ，红色虚线表示由式 (6.92) 定义的 $d\Gamma_T/dq^2$ 。

The differential decay widths $d\Gamma_L/dq^2$ and $d\Gamma_T/dq^2$ for the processes $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b l^+ l^-$ dependence on q^2 . Blue solid line: $d\Gamma_L/dq^2$ defined with Eq. (6.91), red dashes line: $d\Gamma_T/dq^2$ defined with Eq. (6.92).

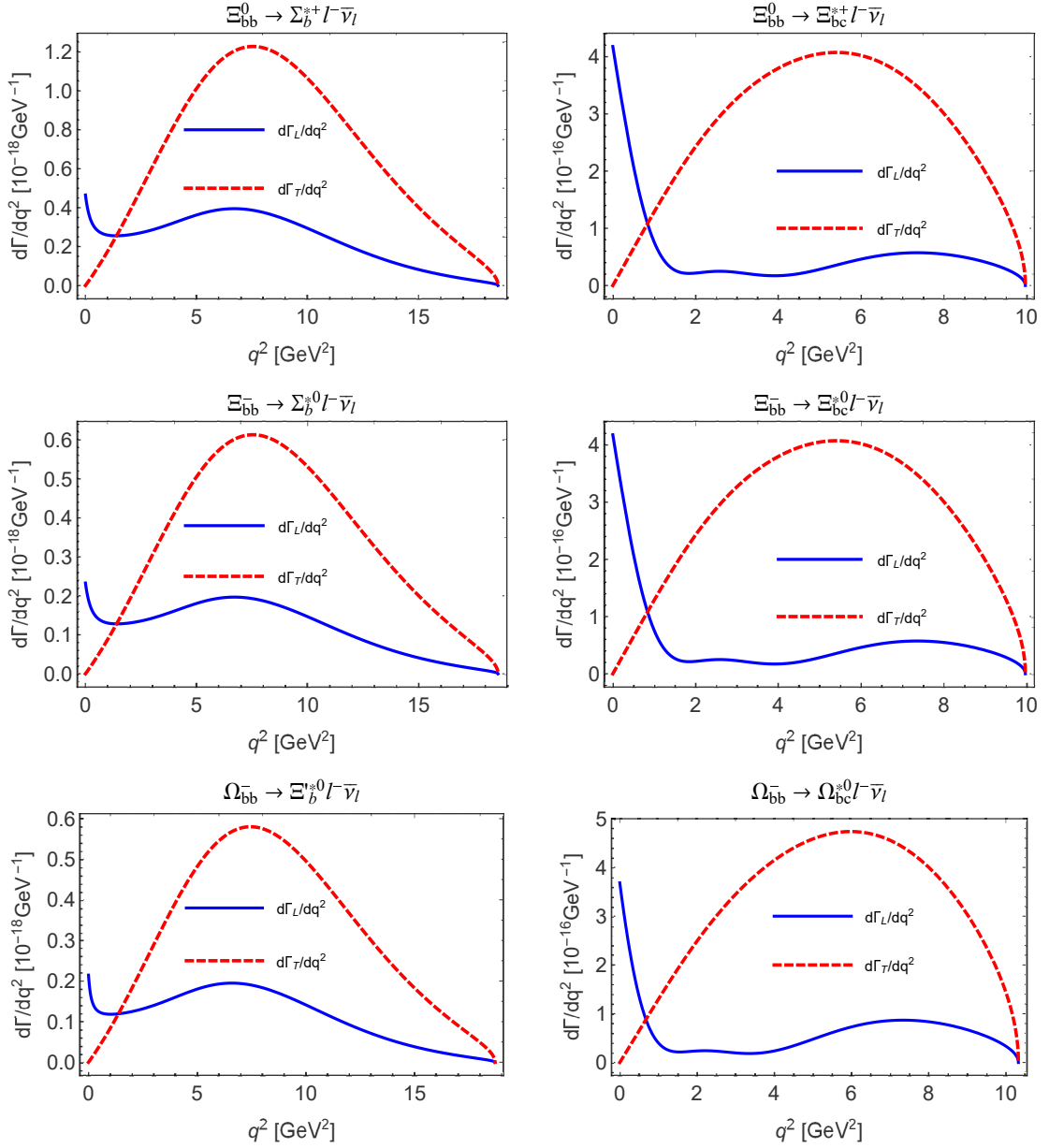


图 6.10 衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^*(\mathcal{B}_{bc}^*)l^- \bar{\nu}_l$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性。蓝色实线表示由式 (6.81) 定义的 $d\Gamma_L/dq^2$ ，红色虚线表示由式 (6.82) 定义的 $d\Gamma_T/dq^2$ 。

Figure 6.10 The differential decay widths $d\Gamma_L/dq^2$ and $d\Gamma_T/dq^2$ for the processes $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^*(\mathcal{B}_{bc}^*)l^- \bar{\nu}_l$ dependence on q^2 . Blue solid line: $d\Gamma_L/dq^2$ defined with Eq. (6.81), red dashes line: $d\Gamma_T/dq^2$ defined with Eq. (6.82).

表 6.11 由荷电流诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T Table 6.11 The decay widths, branching ratios and Γ_L/Γ_T s for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ with the charge current.

channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T	channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$	7.97×10^{-15}	3.10×10^{-3}	2.42	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.06×10^{-16}	5.96×10^{-5}	1.27
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$	1.09×10^{-14}	4.25×10^{-3}	0.86	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	6.02×10^{-14}	3.38×10^{-2}	1.42
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$	8.74×10^{-14}	3.40×10^{-2}	3.07	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	3.21×10^{-14}	1.81×10^{-2}	0.84
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$	1.43×10^{-13}	5.57×10^{-2}	0.94	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	2.39×10^{-17}	1.35×10^{-5}	5.93
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$	2.17×10^{-14}	1.48×10^{-3}	0.86	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	5.29×10^{-17}	2.98×10^{-5}	1.27
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	8.63×10^{-14}	5.90×10^{-3}	3.10	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	6.02×10^{-14}	3.38×10^{-2}	1.42
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	1.41×10^{-13}	9.67×10^{-3}	0.95	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	3.21×10^{-14}	1.81×10^{-2}	0.84
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$	5.87×10^{-15}	1.60×10^{-3}	2.94	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	2.18×10^{-17}	2.65×10^{-5}	5.98
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l$	1.03×10^{-14}	2.83×10^{-3}	0.87	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}_l$	4.87×10^{-17}	5.92×10^{-5}	1.28
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0 l^+ \nu_l$	2.80×10^{-13}	7.67×10^{-2}	0.94	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	5.24×10^{-14}	6.37×10^{-2}	1.64
				$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0 l^- \bar{\nu}_l$	2.55×10^{-14}	3.11×10^{-2}	0.89
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	4.62×10^{-15}	1.71×10^{-3}	2.13	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++} l^- \bar{\nu}_l$	8.00×10^{-17}	2.97×10^{-5}	1.13
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^+ l^+ \nu_l$	5.54×10^{-15}	2.06×10^{-3}	0.79	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}_l$	4.26×10^{-14}	1.58×10^{-2}	2.21
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^+ l^+ \nu_l$	4.89×10^{-14}	1.81×10^{-2}	2.70	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.76×10^{-17}	2.48×10^{-6}	6.24
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	6.73×10^{-14}	2.50×10^{-2}	0.89	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	4.00×10^{-17}	5.65×10^{-6}	1.13
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^+ \nu_l$	1.10×10^{-14}	1.55×10^{-3}	0.79	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	4.26×10^{-14}	6.01×10^{-3}	2.21
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^+ l^+ \nu_l$	4.85×10^{-14}	6.85×10^{-3}	2.71	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.40×10^{-17}	4.69×10^{-6}	6.21
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	6.73×10^{-14}	9.51×10^{-3}	0.89	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	3.27×10^{-17}	1.09×10^{-5}	1.16
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	2.93×10^{-15}	9.81×10^{-4}	2.73	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	4.11×10^{-14}	1.37×10^{-2}	2.15
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	3.96×10^{-15}	1.33×10^{-3}	0.90				
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu_l$	1.01×10^{-13}	3.36×10^{-2}	1.03				
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l$	6.24×10^{-15}	2.31×10^{-3}	0.74	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	3.31×10^{-17}	1.23×10^{-5}	5.75
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^+ l^+ \nu_l$	2.02×10^{-15}	7.50×10^{-4}	3.75	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l^- \bar{\nu}_l$	1.86×10^{-14}	6.90×10^{-3}	0.95
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^+ l^+ \nu_l$	5.91×10^{-14}	2.19×10^{-2}	0.88	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.38×10^{-17}	1.95×10^{-6}	1.21
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	2.65×10^{-14}	9.83×10^{-3}	4.33	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.65×10^{-17}	2.34×10^{-6}	5.76
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^+ l^+ \nu_l$	4.01×10^{-15}	5.67×10^{-4}	3.78	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.86×10^{-14}	2.63×10^{-3}	0.95
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^+ l^+ \nu_l$	5.84×10^{-14}	8.26×10^{-3}	0.88	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.14×10^{-17}	3.81×10^{-6}	1.27
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l$	2.65×10^{-14}	3.75×10^{-3}	4.33	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.35×10^{-17}	4.52×10^{-6}	5.85
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	3.38×10^{-15}	1.13×10^{-3}	0.92	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+ l^- \bar{\nu}_l$	1.85×10^{-14}	6.18×10^{-3}	0.95
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l$	1.62×10^{-15}	5.42×10^{-4}	4.25				
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^- l^+ \nu_l$	4.40×10^{-14}	1.47×10^{-2}	4.76				

表 6.12 由 FCNC 诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T Table 6.12 The decay widths, branching ratios and Γ_L/Γ_T s for the transition $1/2 \rightarrow 1/2$ with FCNC.

channels	Γ/GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T	channels	Γ/GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 e^+ e^-$	4.15×10^{-21}	2.33×10^{-9}	5.28	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$	1.62×10^{-19}	9.13×10^{-8}	4.70
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 e^+ e^-$	1.05×10^{-20}	5.91×10^{-9}	0.90	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$	4.32×10^{-19}	2.43×10^{-7}	0.85
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- e^+ e^-$	2.10×10^{-20}	1.18×10^{-8}	0.90	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	1.62×10^{-19}	9.12×10^{-8}	4.69
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	3.79×10^{-21}	4.61×10^{-9}	5.24	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	4.32×10^{-19}	2.43×10^{-7}	0.85
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	9.71×10^{-21}	1.18×10^{-8}	0.90	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- e^+ e^-$	8.05×10^{-19}	9.79×10^{-7}	0.85
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 \mu^+ \mu^-$	3.98×10^{-21}	2.24×10^{-9}	6.88	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \mu^+ \mu^-$	1.56×10^{-19}	8.75×10^{-8}	5.99
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 \mu^+ \mu^-$	8.69×10^{-21}	4.89×10^{-9}	1.33	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \mu^+ \mu^-$	3.61×10^{-19}	2.03×10^{-7}	1.20
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- \mu^+ \mu^-$	1.74×10^{-20}	9.77×10^{-9}	1.33	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	1.56×10^{-19}	8.75×10^{-8}	5.99
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	3.63×10^{-21}	4.41×10^{-9}	6.90	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	3.61×10^{-19}	2.03×10^{-7}	1.20
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	7.98×10^{-21}	9.71×10^{-9}	1.35	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \mu^+ \mu^-$	6.70×10^{-19}	8.14×10^{-7}	1.21
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 \tau^+ \tau^-$	1.51×10^{-22}	8.49×10^{-11}	5.83	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-$	6.68×10^{-21}	3.76×10^{-9}	5.71
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^0 \tau^+ \tau^-$	3.39×10^{-22}	1.91×10^{-10}	1.16	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 \tau^+ \tau^-$	1.54×10^{-20}	8.65×10^{-9}	1.05
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^- \tau^+ \tau^-$	6.76×10^{-22}	3.80×10^{-10}	1.16	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	6.65×10^{-21}	3.74×10^{-9}	5.69
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	1.22×10^{-22}	1.49×10^{-10}	5.52	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	1.54×10^{-20}	8.65×10^{-9}	1.05
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	2.96×10^{-22}	3.60×10^{-10}	1.17	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- \tau^+ \tau^-$	2.78×10^{-20}	3.37×10^{-8}	1.08
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ e^+ e^-$	3.71×10^{-21}	1.37×10^{-9}	5.29	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	1.19×10^{-19}	4.43×10^{-8}	4.90
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ e^+ e^-$	9.04×10^{-21}	3.35×10^{-9}	0.81	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	2.97×10^{-19}	1.10×10^{-7}	0.77
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 e^+ e^-$	1.81×10^{-20}	2.56×10^{-9}	0.81	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	1.19×10^{-19}	1.69×10^{-8}	4.90
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	3.03×10^{-21}	1.01×10^{-9}	5.14	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	2.97×10^{-19}	4.20×10^{-8}	0.77
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	7.69×10^{-21}	2.57×10^{-9}	0.82	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	5.17×10^{-19}	1.73×10^{-7}	0.78
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \mu^+ \mu^-$	3.54×10^{-21}	1.31×10^{-9}	7.20	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	1.13×10^{-19}	4.18×10^{-8}	7.17
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \mu^+ \mu^-$	7.66×10^{-21}	2.84×10^{-9}	1.11	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	2.41×10^{-19}	8.93×10^{-8}	1.15
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \mu^+ \mu^-$	1.53×10^{-20}	2.17×10^{-9}	1.11	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	1.13×10^{-19}	1.59×10^{-8}	7.16
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	2.89×10^{-21}	9.68×10^{-10}	6.95	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	2.41×10^{-19}	3.41×10^{-8}	1.15
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	6.52×10^{-21}	2.18×10^{-9}	1.13	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	4.19×10^{-19}	1.40×10^{-7}	1.17
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \tau^+ \tau^-$	3.28×10^{-22}	1.22×10^{-10}	12.5	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	8.64×10^{-21}	3.21×10^{-9}	11.9
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^+ \tau^-$	6.92×10^{-22}	2.57×10^{-10}	1.68	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	1.73×10^{-20}	6.41×10^{-9}	1.72
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.39×10^{-21}	1.96×10^{-10}	1.67	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	8.60×10^{-21}	1.22×10^{-9}	11.8
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	2.12×10^{-22}	7.09×10^{-11}	9.20	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.73×10^{-20}	2.44×10^{-9}	1.71
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	5.17×10^{-22}	1.73×10^{-10}	1.55	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	2.62×10^{-20}	8.77×10^{-9}	1.60
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ e^+ e^-$	3.23×10^{-21}	1.20×10^{-9}	0.84	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	1.08×10^{-19}	4.02×10^{-8}	0.82
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ e^+ e^-$	3.50×10^{-21}	1.30×10^{-9}	4.76	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ e^+ e^-$	1.15×10^{-19}	4.25×10^{-8}	4.60
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 e^+ e^-$	7.01×10^{-21}	9.90×10^{-10}	4.76	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	1.08×10^{-19}	1.53×10^{-8}	0.82
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	2.78×10^{-21}	9.30×10^{-10}	0.87	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	1.15×10^{-19}	1.62×10^{-8}	4.59
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	2.93×10^{-21}	9.80×10^{-10}	4.75	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 e^+ e^-$	1.97×10^{-19}	6.58×10^{-8}	4.60
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \mu^+ \mu^-$	2.70×10^{-21}	1.00×10^{-9}	1.20	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	8.72×10^{-20}	3.23×10^{-8}	1.26
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \mu^+ \mu^-$	3.34×10^{-21}	1.24×10^{-9}	6.40	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \mu^+ \mu^-$	1.08×10^{-19}	4.00×10^{-8}	6.68
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \mu^+ \mu^-$	6.68×10^{-21}	9.44×10^{-10}	6.40	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	8.72×10^{-20}	1.23×10^{-8}	1.26
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	2.32×10^{-21}	7.77×10^{-10}	1.25	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	1.08×10^{-19}	1.52×10^{-8}	6.67
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	2.79×10^{-21}	9.34×10^{-10}	6.36	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \mu^+ \mu^-$	1.85×10^{-19}	6.19×10^{-8}	6.68
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \tau^+ \tau^-$	1.60×10^{-22}	5.93×10^{-11}	0.90	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	4.26×10^{-21}	1.58×10^{-9}	0.91
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^+ \tau^+ \tau^-$	2.70×10^{-22}	1.00×10^{-10}	8.06	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ \tau^+ \tau^-$	7.27×10^{-21}	2.70×10^{-9}	8.91
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^0 \tau^+ \tau^-$	5.40×10^{-22}	7.63×10^{-11}	8.04	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	4.26×10^{-21}	6.02×10^{-10}	0.91
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.27×10^{-22}	4.24×10^{-11}	0.86	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	7.25×10^{-21}	1.02×10^{-9}	8.86
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.86×10^{-22}	6.21×10^{-11}	6.86	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.02×10^{-20}	3.41×10^{-9}	7.60

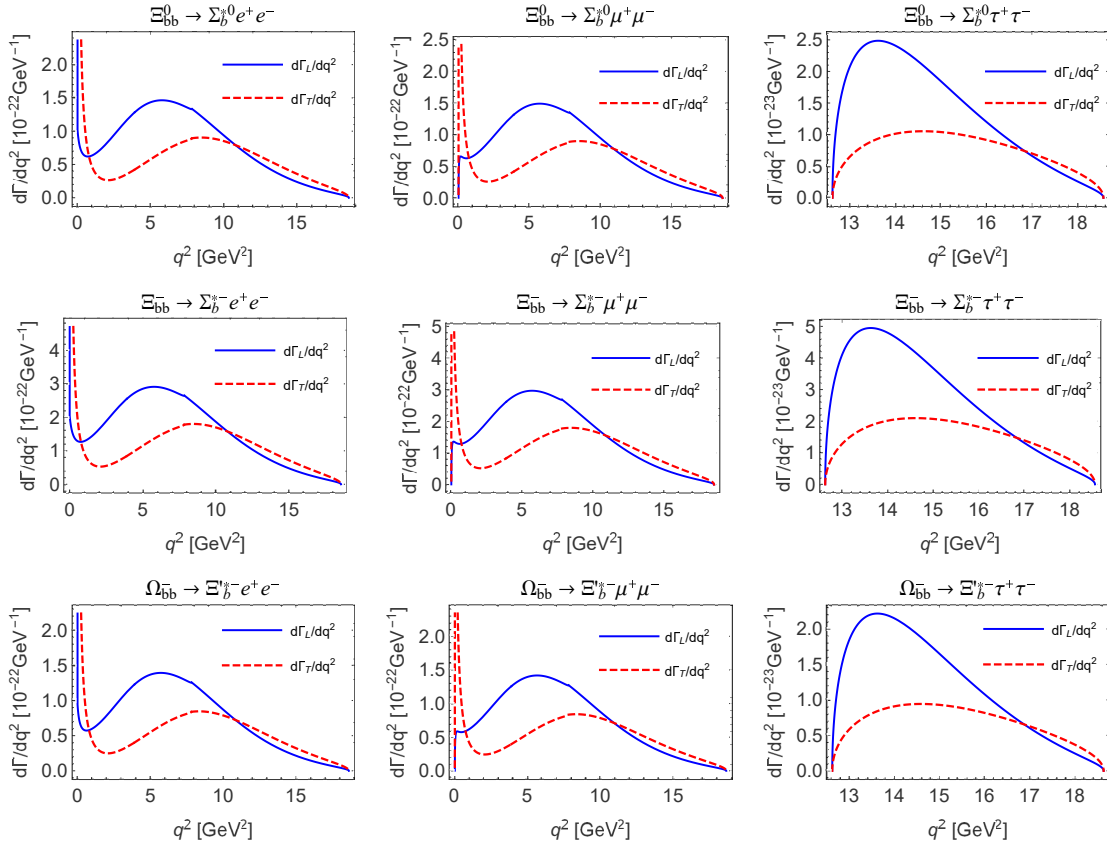


图 6.11 衰变 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^* l^+ l^-$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖性。蓝色实线表示由式 (6.102) 定义的 $d\Gamma_L/dq^2$ ，红色虚线表示由式 (6.103) 定义的 $d\Gamma_T/dq^2$ 。

Figure 6.11 The differential decay widths $d\Gamma_L/dq^2$ and $d\Gamma_T/dq^2$ for the processes $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^* l^+ l^-$ dependence on q^2 . Blue solid line: $d\Gamma_L/dq^2$ defined with Eq. (6.102), red dashes line: $d\Gamma_T/dq^2$ defined with Eq. (6.103).

希望 LHC 和 BelleII 实验首先探测到这些衰变道。

- 以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ 、 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$ 、 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$ 和 $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0} e^+ e^-$ 这四个衰变过程的衰变宽度为例，来分析模型参数和 $c \rightarrow d, s$ 跃迁的单极点假设带来的误差：

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l) &= (7.97 \pm 0.65 \pm 1.28 \pm 1.55 \pm 1.65) \times 10^{-15} \text{ GeV}, \\ \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l) &= (1.43 \pm 0.23 \pm 0.29 \pm 0.29 \pm 0.16) \times 10^{-15} \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (6.110)$$

其中误差分别来自于 β_i 、 β_f 、 m_{di} 和 m_{pole} ：

$$\begin{aligned} \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-) &= (1.62 \pm 0.69 \pm 0.96 \pm 0.17) \times 10^{-19} \text{ GeV}, \\ \Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0} e^+ e^-) &= (1.45 \pm 0.19 \pm 0.70 \pm 0.43) \times 10^{-19} \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (6.111)$$

其中误差分别来自于 β_i 、 β_f 和 m_{di} 。以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$ 为例，我们在表 6.16 中给出了形状因子的误差估计。从式 (6.110-6.111) 和表 6.16 中可以看出，这些参数带来的误差是较大的。

表 6.13 由荷电流诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 3/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T Table 6.13 The decay widths, branching ratios and Γ_L/Γ_T s for the transition $1/2 \rightarrow 3/2$ with the charge current.

channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T	channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^+ \nu_l$	1.43×10^{-15}	5.55×10^{-4}	0.92	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	2.33×10^{-17}	1.31×10^{-5}	0.94
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} l^+ \nu_l$	2.85×10^{-15}	1.95×10^{-4}	0.92	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^- \bar{\nu}_l$	1.16×10^{-17}	6.52×10^{-6}	0.94
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0} l^+ \nu_l$	1.35×10^{-15}	3.69×10^{-4}	0.93	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*0} l^- \bar{\nu}_l$	1.11×10^{-17}	1.35×10^{-5}	0.97
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{*+} l^+ \nu_l$	1.74×10^{-14}	6.76×10^{-3}	1.08	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	3.68×10^{-15}	2.07×10^{-3}	0.42
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0} l^+ \nu_l$	1.74×10^{-14}	1.19×10^{-3}	1.08	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{*0} l^- \bar{\nu}_l$	3.68×10^{-15}	2.07×10^{-3}	0.42
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0} l^+ \nu_l$	3.45×10^{-14}	9.45×10^{-3}	1.07	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{*0} l^- \bar{\nu}_l$	4.57×10^{-15}	5.56×10^{-3}	0.45
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^+ \nu_l$	1.16×10^{-15}	4.31×10^{-4}	0.69	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	3.55×10^{-17}	1.31×10^{-5}	0.89
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*-} l^+ \nu_l$	2.29×10^{-15}	3.24×10^{-4}	0.69	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	1.77×10^{-17}	2.51×10^{-6}	0.89
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*+} l^+ \nu_l$	7.38×10^{-16}	2.47×10^{-4}	0.81	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	1.37×10^{-17}	4.59×10^{-6}	0.95
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{*0} l^+ \nu_l$	1.36×10^{-14}	5.04×10^{-3}	0.78	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	1.06×10^{-14}	3.92×10^{-3}	1.46
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{*-} l^+ \nu_l$	1.30×10^{-14}	1.84×10^{-3}	0.79	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	1.06×10^{-14}	1.49×10^{-3}	1.46
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{*+} l^+ \nu_l$	1.50×10^{-14}	5.03×10^{-3}	1.00	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	7.31×10^{-15}	2.44×10^{-3}	1.21
$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_b^{*0} l^+ \nu_l$	3.48×10^{-15}	1.29×10^{-3}	0.69	$\Xi_{bc}^{'+} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	1.06×10^{-16}	3.94×10^{-5}	0.89
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_b^{*-} l^+ \nu_l$	6.87×10^{-15}	9.71×10^{-4}	0.69	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	5.32×10^{-17}	7.52×10^{-6}	0.89
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_b^{*+} l^+ \nu_l$	2.21×10^{-15}	7.40×10^{-4}	0.81	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	4.12×10^{-17}	1.38×10^{-5}	0.95
$\Xi_{bc}^{\prime +} \rightarrow \Xi_b^{*0} l^+ \nu_l$	4.08×10^{-14}	1.51×10^{-2}	0.78	$\Xi_{bc}^{\prime +} \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	3.17×10^{-14}	1.17×10^{-2}	1.46
$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_b^{*-} l^+ \nu_l$	3.90×10^{-14}	5.51×10^{-3}	0.79	$\Xi_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Xi_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	3.17×10^{-14}	4.48×10^{-3}	1.46
$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_b^{*+} l^+ \nu_l$	4.51×10^{-14}	1.51×10^{-2}	1.00	$\Omega_{bc}^{\prime 0} \rightarrow \Omega_{cc}^{*+} l^- \bar{\nu}_l$	2.19×10^{-14}	7.33×10^{-3}	1.21

- 不同衰变道的纵向和横向衰变宽度的比值 Γ_L/Γ_T 有以下关系：

$$c \rightarrow d : \Gamma_L/\Gamma_T(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{*+} l^+ \nu_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*0} l^+ \nu_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0} l^+ \nu_l), \quad (6.112)$$

$$c \rightarrow s : \Gamma_L/\Gamma_T(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{*+} l^+ \nu_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*0} l^+ \nu_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{*0} l^+ \nu_l), \quad (6.113)$$

这些衰变道在夸克层次上的衰变相同，且末态单重重子都属于 SU(3) 六重态，利用 SU(3) 对称性计算得到它们的重叠因子相同，在其他的衰变道也存在相似的关系。

对于 $1/2 \rightarrow 3/2$ 跃迁，有如下关系式：

$$\Gamma_L/\Gamma_T(B'_{bc} \rightarrow B_b^{*+} l^+ \nu_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(B_{bc} \rightarrow B_b^{*+} l^+ \nu_l), \quad (6.114)$$

$$\Gamma_L/\Gamma_T(B'_{bc} \rightarrow B_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(B_{bc} \rightarrow B_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l), \quad (6.115)$$

$$\Gamma_L/\Gamma_T(B'_{bc} \rightarrow B_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l) = \Gamma_L/\Gamma_T(B_{bc} \rightarrow B_c^{*+} l^- \bar{\nu}_l), \quad (6.116)$$

因为这些衰变道的夸克层次上的衰变相同，并且末态的单重重子的自旋均为 $3/2$ （只涉及轴矢量 diquark），则这些衰变过程的物理形状因子相同。如图 6.8-6.11 和表 6.11-6.14 所示，这些衰变道具有相同的 Γ_L/Γ_T 且具有相似的 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 对 q^2 的依赖图。

表 6.14 由 FCNC 诱导的跃迁 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的衰变宽度、分支比和比值 Γ_L/Γ_T Table 6.14 The decay widths, branching ratios and Γ_L/Γ_T s for the transition $1/2 \rightarrow 3/2$ with FCNC.

channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T	channels	Γ / GeV	\mathcal{B}	Γ_L/Γ_T
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0} e^+ e^-$	3.27×10^{-21}	1.84×10^{-9}	0.80	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0} e^+ e^-$	1.45×10^{-19}	8.15×10^{-8}	0.75
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*-} e^+ e^-$	6.52×10^{-21}	3.67×10^{-9}	0.80	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} e^+ e^-$	1.43×10^{-19}	8.05×10^{-8}	0.74
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} e^+ e^-$	3.06×10^{-21}	3.72×10^{-9}	0.81	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- e^+ e^-$	2.71×10^{-19}	3.30×10^{-7}	0.74
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0} \mu^+ \mu^-$	2.56×10^{-21}	1.44×10^{-9}	1.35	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0} \mu^+ \mu^-$	1.19×10^{-19}	6.69×10^{-8}	1.12
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*-} \mu^+ \mu^-$	5.11×10^{-21}	2.87×10^{-9}	1.35	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} \mu^+ \mu^-$	1.17×10^{-19}	6.58×10^{-8}	1.12
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} \mu^+ \mu^-$	2.40×10^{-21}	2.92×10^{-9}	1.36	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \mu^+ \mu^-$	2.22×10^{-19}	2.70×10^{-7}	1.12
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{*0} \tau^+ \tau^-$	1.27×10^{-22}	7.13×10^{-11}	1.76	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^{*0} \tau^+ \tau^-$	8.18×10^{-21}	4.60×10^{-9}	1.87
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{*-} \tau^+ \tau^-$	2.52×10^{-22}	1.42×10^{-10}	1.76	$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} \tau^+ \tau^-$	7.96×10^{-21}	4.48×10^{-9}	1.88
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^{*-} \tau^+ \tau^-$	1.14×10^{-22}	1.39×10^{-10}	1.75	$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b^- \tau^+ \tau^-$	1.45×10^{-20}	1.76×10^{-8}	1.85
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^+ e^-$	3.51×10^{-21}	1.30×10^{-9}	0.71	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} e^+ e^-$	1.24×10^{-19}	4.61×10^{-8}	0.66
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} e^+ e^-$	7.02×10^{-21}	9.92×10^{-10}	0.71	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} e^+ e^-$	1.24×10^{-19}	1.76×10^{-8}	0.66
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} e^+ e^-$	2.77×10^{-21}	9.26×10^{-10}	0.75	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 e^+ e^-$	2.07×10^{-19}	6.92×10^{-8}	0.68
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} \mu^+ \mu^-$	3.09×10^{-21}	1.15×10^{-9}	0.91	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} \mu^+ \mu^-$	1.07×10^{-19}	3.98×10^{-8}	0.86
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	6.18×10^{-21}	8.74×10^{-10}	0.91	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	1.07×10^{-19}	1.52×10^{-8}	0.86
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	2.41×10^{-21}	8.07×10^{-10}	0.98	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \mu^+ \mu^-$	1.77×10^{-19}	5.91×10^{-8}	0.92
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} \tau^+ \tau^-$	4.19×10^{-22}	1.55×10^{-10}	1.36	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} \tau^+ \tau^-$	1.33×10^{-20}	4.91×10^{-9}	1.37
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	8.38×10^{-22}	1.18×10^{-10}	1.36	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	1.33×10^{-20}	1.87×10^{-9}	1.37
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	2.55×10^{-22}	8.53×10^{-11}	1.37	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \tau^+ \tau^-$	1.72×10^{-20}	5.77×10^{-9}	1.37
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} e^+ e^-$	1.05×10^{-20}	3.90×10^{-9}	0.71	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} e^+ e^-$	3.73×10^{-19}	1.38×10^{-7}	0.66
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} e^+ e^-$	2.11×10^{-20}	2.98×10^{-9}	0.71	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} e^+ e^-$	3.73×10^{-19}	5.27×10^{-8}	0.66
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} e^+ e^-$	8.31×10^{-21}	2.78×10^{-9}	0.75	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 e^+ e^-$	6.21×10^{-19}	2.08×10^{-7}	0.68
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} \mu^+ \mu^-$	9.27×10^{-21}	3.44×10^{-9}	0.91	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} \mu^+ \mu^-$	3.22×10^{-19}	1.19×10^{-7}	0.86
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	1.85×10^{-20}	2.62×10^{-9}	0.91	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	3.22×10^{-19}	4.55×10^{-8}	0.86
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \mu^+ \mu^-$	7.24×10^{-21}	2.42×10^{-9}	0.98	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \mu^+ \mu^-$	5.31×10^{-19}	1.77×10^{-7}	0.92
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{*+} \tau^+ \tau^-$	1.26×10^{-21}	4.66×10^{-10}	1.36	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_c^{*+} \tau^+ \tau^-$	3.98×10^{-20}	1.47×10^{-8}	1.37
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	2.51×10^{-21}	3.55×10^{-10}	1.36	$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	3.98×10^{-20}	5.62×10^{-9}	1.37
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{*0} \tau^+ \tau^-$	7.65×10^{-22}	2.56×10^{-10}	1.37	$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_c^0 \tau^+ \tau^-$	5.17×10^{-20}	1.73×10^{-8}	1.37

表 6.15 本章 (This) 和文献 [8, 24, 28] 之间的形状因子和衰变宽度 Γ 的比较, “SE” 表示 “形状因子的抽取方法与本章相同”。

Table 6.15 The comparison of form factors and decay widths Γ between this work (This) and Zhao's work [8, 24, 28], and "SE" means “the same extraction method of the form factors as this work”.

衰变道	$f_{1,S}$	$f_{2,S}$	$f_{3,S}$	$g_{1,S}$	$g_{2,S}$	$g_{3,S}$	$f_{1,A}$	$f_{2,A}$	$f_{3,A}$	$g_{1,A}$	$g_{2,A}$	$g_{3,A}$	Γ/GeV
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ [This]	0.495	-0.621	0.832	0.332	1.004	-2.957	0.489	0.290	0.648	-0.111	-0.325	0.943	7.97×10^{-15}
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ [SE]	0.495	-0.621	0.832	0.332	1.004	-2.957	0.479	0.268	0.650	-0.111	-0.307	1.702	7.96×10^{-15}
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l$ [8]	0.653	-0.738		0.533	-0.053		0.637	0.725		-0.167	-0.028		1.05×10^{-14}
channel	$f_{1,A}$	$f_{2,A}$	$f_{3,A}$	$g_{1,A}$	$g_{2,A}$	$g_{3,A}$	$f_{1,A}^T$	$f_{2,A}^T$	$g_{1,A}^T$	$g_{2,A}^T$			Γ/GeV
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$ [This]	0.140	0.123	-0.066	-0.041	-0.017	0.130	0.134	-0.061	-0.054	-0.042			1.62×10^{-19}
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 e^+ e^-$ [28]	0.138	0.132	-0.068	-0.030	-0.055	0.261	0.134	-0.066	0.032	-0.049			1.98×10^{-19}
channel	$f_{1,A}$	$f_{2,A}$	$f_{3,A}$	$f_{4,A}$	$g_{1,A}$	$g_{2,A}$	$g_{3,A}$	$g_{4,A}$					Γ/GeV
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{++} l^+ \nu_l$ [This]	-0.979	-0.645	0.047	-1.969	-5.792	-3.602	0.947	0.393					1.43×10^{-15}
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{++} l^+ \nu_l$ [24]	-1.121	1.845	-1.703	-1.827	-8.292	-5.262	0.942	0.295					1.26×10^{-15}

表 6.16 以 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$ 为例, 对形状因子进行误差分析。第一个数字是中心值, 其后三个误差分别来自于参数 $\beta_i = \beta_{\Xi_{cc}^{++}}$ 、 $\beta_f = \beta_{\Lambda_c^+}$ 和 $m_{di} = m_{(cu)}$, 这些参数误差大小为中心值的 10%。

Table 6.16 Error estimates for the form factors, taking $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$ as an example. The first number is the central value, and following 3 errors come from $\beta_i = \beta_{\Xi_{cc}^{++}}$, $\beta_f = \beta_{\Lambda_c^+}$ and $m_{di} = m_{(cu)}$, respectively. These parameters are all varied by 10%.

F	$F(0)$	F	$F(0)$
$f_{1,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.495 \pm 0.020 \pm 0.034 \pm 0.042$	$f_{1,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.489 \pm 0.019 \pm 0.034 \pm 0.042$
$f_{2,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$-0.621 \pm 0.119 \pm 0.065 \pm 0.227$	$f_{2,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.290 \pm 0.074 \pm 0.080 \pm 0.199$
$f_{3,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.832 \pm 0.130 \pm 0.165 \pm 0.202$	$f_{3,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.648 \pm 0.122 \pm 0.170 \pm 0.194$
$g_{1,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.332 \pm 0.020 \pm 0.004 \pm 0.086$	$g_{1,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$-0.111 \pm 0.007 \pm 0.001 \pm 0.003$
$g_{2,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$1.004 \pm 0.059 \pm 0.199 \pm 0.170$	$g_{2,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$-0.325 \pm 0.021 \pm 0.065 \pm 0.058$
$g_{3,S}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$-2.957 \pm 0.973 \pm 0.804 \pm 0.731$	$g_{3,A}^{\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+}$	$0.943 \pm 0.330 \pm 0.264 \pm 0.247$

- 从图 6.9 和 6.11 中可以发现, 衰变道 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b^{(*)} e^+ e^- / \mu^+ \mu^-$ 和 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_{bc}^{(*)} l^- \bar{\nu}_l$ 的微分衰变宽度 $d\Gamma_L/dq^2$ 和 $d\Gamma_T/dq^2$ 在较小的 q^2 处, 存在一定的发散, 这是因为它们的螺旋度振幅式 (6.76)、(6.85)、(6.88)、(6.94) 和 (6.96) 包含有发散因子 $1/\sqrt{q^2}$ 。

6.3.3 SU(3) 对称性分析

文献 [10, 18] 基于味道对称性对双重味重子弱衰变进行了研究分析。接下来我们将在 SU(3) 对称性极限下, 研究这些半轻衰变宽度之间存在许多关系。

- 对于 $c \rightarrow d, s$ 过程:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l), \quad \Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l) = \Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{(*)0} l^+ \nu_l) &= 2\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^{(*)+} l^+ \nu_l) = 2\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{(*)0} l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^{(*)0} l^+ \nu_l) &= 2\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c'^{(*)+} l^+ \nu_l) = 2\Gamma(\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c'^{(*)0} l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l), \quad \Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b^0 l^+ \nu_l) = 2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l), \\
2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_b^{(*)0} l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_b^{(*)-} l^+ \nu_l) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^{(*)-} l^+ \nu_l), \\
2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_b'^{(*)0} l^+ \nu_l) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_b'^{(*)-} l^+ \nu_l) = \Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_b'^{(*)-} l^+ \nu_l).
\end{aligned}$$

- 对于 $b \rightarrow u, c$ 过程:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0 l^- \bar{\nu}_l) &= \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0 l^- \bar{\nu}_l), \\
\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^{(*)0} l^- \bar{\nu}_l) = \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^{(*)0} l^- \bar{\nu}_l), \\
\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) &= 2\Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{(*)0} l^- \bar{\nu}_l) = 2\Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{(*)0} l^- \bar{\nu}_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_{cc}^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_{cc}^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) = \Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_{cc}^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_c^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_c^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c'^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l).
\end{aligned}$$

根据味道空间的 SU(3) 对称性, 这些 FCNC 过程之间存在以下关系:

- 对于 $b \rightarrow d$ 过程:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ l^-) &= \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-), \\
2\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^{(*)0} l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^{(*)-} l^+ l^-) = 2\Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{(*)0} l^+ l^-), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ l^-) &= \Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-), \\
2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Sigma_c^{(*)+} l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Sigma_c^{(*)0} l^+ l^-) = 2\Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c'^{(*)0} l^+ l^-).
\end{aligned}$$

- 对于 $b \rightarrow s$ 过程:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b^0 l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^- l^+ l^-), \\
2\Gamma(\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_b'^{(*)0} l^+ l^-) &= 2\Gamma(\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_b'^{(*)-} l^+ l^-) = \Gamma(\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_b'^{(*)-} l^+ l^-), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ l^-) &= \Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c^0 l^+ l^-), \\
2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)+} \rightarrow \Xi_c'^{(*)+} l^+ l^-) &= 2\Gamma(\Xi_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Xi_c'^{(*)0} l^+ l^-) = \Gamma(\Omega_{bc}^{(\prime)0} \rightarrow \Omega_c'^{(*)0} l^+ l^-).
\end{aligned}$$

将上述由 SU(3) 对称性预测的方程与本文中的相应的数值结果进行比较, 可以发现:

- 本章大多数的数值结果之间的关系与 SU(3) 对称性预言的关系很好地吻合, 但以

下情况除外

$$\begin{aligned}
\Gamma(\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0 l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^- l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^{(*)0} l^+ \nu_l) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^{(*)-} l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^{(*)0} l^+ \nu_l) &= \frac{1}{2} \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^{(*)-} l^+ \nu_l), \\
\Gamma(\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l) &= \Gamma(\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^{(*)+} l^- \bar{\nu}_l).
\end{aligned} \tag{6.117}$$

利用

$$\frac{\text{最大值}[\Gamma_{\text{等式左边}}, \Gamma_{\text{等式右边}}] - \text{最小值}[\Gamma_{\text{等式左边}}, \Gamma_{\text{等式右边}}]}{\text{最大值}[\Gamma_{\text{等式左边}}, \Gamma_{\text{等式右边}}]}, \tag{6.118}$$

可以计算出这五个关系等式破坏 SU(3) 对称性的程度：大于 20% 但小于 50%。考虑到同位旋对称性，可以忽略了 u 和 d 夸克之间的质量差。但由于奇异夸克 s 要重得多，因此涉及到 u, d 夸克和 s 夸克的衰变道，它们之间的 SU(3) 对称性关系就会有明显的破缺。式 (6.117) 中所有破缺关系都是因为这个原因。

- 式 (6.117) 中的前 4 个关系等式是涉及 c 夸克的衰变，而最后一个关系等式是涉及 b 夸克的衰变。这表明涉及 c 夸克的衰变道比较容易破坏 SU(3) 对称性。这是因为 c 夸克衰变的相空间较小，因此衰变振幅对初末态重子的质量更为敏感。
- 涉及 Qs diquark 的衰变宽度的 SU(3) 对称性破坏效应比涉及 Qu/Qd diquark (其中 $Q = b, c$) 的情况大。且涉及 cq diquark 的衰变宽度的 SU(3) 对称性破坏效应比涉及 bq diquark 的情况大。
- SU(3) 对称性破坏效应在 $l = e/\mu$ 情况下比在 $l = \tau$ 情况下小。这可以归因于 $l = \tau$ 情况下的相空间小得多。相空间越小，对初末态重子质量的变化越敏感。

6.4 小结

本章采用光前夸克模型的方法系统地研究了双重味重子弱衰变的跃迁形状因子。我们在表 6.3-6.10 列出了形状因子对 q^2 的分布的依赖关系的数值结果。相较于文献 [8, 24, 28] 对双重味重子弱衰变的研究，本章做了如下改进：

- 增加了对由 FCNC 诱导的从自旋为 1/2 到自旋为 3/2 的跃迁预言；
- 采用新的抽取方法来抽取形状因子；
- 更新了涉及轴矢量 diquark 自旋为 1/2 重子态的波函数；
- 更新了自旋为 3/2 重子态的波函数；
- 使用 SU(3) 味道对称性方法给出推导重叠因子的新方法；
- 用图的形式展示了形状因子的动量分布。

利用形状因子的数值结果，我们对双重味重子的半轻弱衰变进行了唯象研究并计算了可观测量，可观测量的估计值列在表 6.11-6.14 中。本章详细地讨论了味道 SU(3) 对称性及对称性破坏的来源。我们发现，

- 对于自旋为 $1/2$ 到自旋为 $1/2$ 的 $c \rightarrow d, s$ 半轻衰变过程，大部分的分支比在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 这个区间内，且有很大可能得到 LHC 或 Belle-II 实验的检验；
- 不同的抽取形状因子的方法可能产生很大的误差；
- 模型参数对形状因子和衰变宽度产生的误差较大；
- 式 (6.112)-(6.116) 中纵向极化和横向极化的衰变宽度的比值 Γ_L/Γ_T 相同，这是因为等式 (6.112)-(6.116) 涉及到的衰变道在夸克层次上具有相同的衰变，且它们的重叠因子和形状因子也是相同的；
- 本章的理论估计值与文献 [8, 24, 28] 中的理论结果大部分是相同的；
- 由于本章忽略了 u 和 d 夸克之间的质量差，且奇异夸克 s 的质量相较于前两者要大得多，因此涉及到 u, d 夸克和 s 夸克的衰变道，它们之间的 SU(3) 对称性关系 (6.117) 就会出现明显的破缺；
- 涉及粲夸克衰变的双重味重子衰变宽度的 SU(3) 对称性破坏效应非常大，而涉及底夸克衰变的双重味重子衰变宽度的 SU(3) 对称性破坏效应比较小。

基于夸克-diquark 组分构成的观点，本章利用传统的光前夸克模型研究了形状因子。我们希望将来可以在 LHCb 和其他实验中来检验这些半轻衰变的唯象上的理论预言。

第七章 总结与展望

2017 年, LHCb 合作组通过 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ 衰变道, 确认了双粲重子 Ξ_{cc}^{++} 的存在, 测得质量为 $m_{\Xi_{cc}^{++}} = (3621.40 \pm 0.72 \pm 0.27 \pm 0.14) \text{ MeV}$, 并在 2018 年精确测量了其寿命为 $\tau_{\Xi_{cc}^{++}} = (256_{-0.022}^{+0.024} \pm 0.014) \text{ fs}$ 。可以相信, 随着实验数据的不断积累, LHC 和其他高能实验在不久的将来观测到其他双重味重子(双粲重子、双底重子、底-粲重子)。由于实验上是通过弱衰变过程观测到双粲重子, 理论上关于双重味重子弱衰变的唯象研究将会对未来实验的测量具有重要的价值。本文系统地研究了双重味重子的多体弱衰变中的一类情况: 半轻弱衰变。我们考虑了以树图为主的荷电流过程和味道改变的中性流过程, 并用 QCD 求和规则方法计算了双重味重子的“衰变常数”和质量, 来作为研究双重味重子的半轻弱衰变输入参数。

味道改变的中性流过程为检验标准模型以及寻找可能存在的新物理提供了重要的场所。在介子领域, 典型的味道改变的中性流过程如 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ 和 $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$, 实验上和理论上已经有了很多关于这两个衰变的研究, 但在重子领域还未受到较多关注。本文第三章, 在标准模型和新物理框架下, 研究了超子的味道改变的中性流衰变过程 $s \rightarrow d \nu \bar{\nu}$, 计算了半轻弱衰变的分支比。本文发现, 在标准模型框架下, 这些轻重子的半轻弱衰变过程的分支比为 $10^{-14} \sim 10^{-11}$, 形状因子给出的误差约为 $5\% \sim 10\%$ 。在考虑新物理贡献后, 本文发现这些衰变道的衰变分支比可以增加 $2 \sim 7$ 倍。这些理论计算结果对未来 BESIII 和其它相关实验上进行超子弱衰变的实验研究具有重要的参考价值。

本文第四章利用 QCD 求和规则方法计算了双重味重子 Ξ_{cc} 、 Ω_{cc} 、 Ξ_{bb} 、 Ω_{bb} 、 Ξ_{bc} 和 Ω_{bc} 的“衰变常数”及质量。计算中考虑了来自 $J^P = 1/2^+$ 的基态重子和负宇称 $J^P = 1/2^-$ 重子的贡献。论文发现, 计算得到的双粲重子的质量与 LHCb 实验组的测量结果在误差范围内是一致的。相较于只考虑 $J^P = 1/2^+$ 的基态重子时, 同时考虑正负宇称重子后计算得到“衰变常数”的数值结果差别不大。计算得到的“衰变常数”可以作为 QCD 求和规则中研究双重味重子的半轻弱衰变及其他性质的输入参数。

本文第五章研究了双重味重子的荷电流衰变过程。我们利用光锥求和规则方法计算了双重味重子 $\Xi_{QQ'}$ 到单重味重子六重态 $\Sigma_{Q'}$ 的跃迁形状因子, 然后利用这些形状因子和双重味重子的“衰变常数”与质量的数值结果, 计算出了相应的半轻弱衰变过程的衰变宽度和分支比。本文发现最有可能在实验上观测到的衰变过程为 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+ l^+ \nu_l$ 和 $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0 l^+ \nu_l$, 它们的分支比在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 量级。通过与其他文章的理论结果比较发现, 我们对半轻衰变宽度的理论估计值与其他的理论的预测值大部分是一致。期望本章对分支比的理论预言可以得到未来 LHC 和其他实验的证实, 同时期望这些计算能够帮助人们理解单重重子 $\Sigma_{Q'}$ 的 LCDAs, 并且期待在将来对该 LCDAs 进行进一步的改进以及对该 LCSR 计算进行更高阶的修正。

利用光前夸克模型方法, 论文第六章系统地研究了双重味重子的半轻弱衰变形状因

子。衰变过程包含自旋为 $1/2$ 的初态重子跃迁到自旋为 $1/2$ 或 $3/2$ 的末态重子的荷电流过程以及相应的味道改变中性流过程。在夸克层次上, 这些衰变过程由 $c \rightarrow d/sl^+\nu$ 、 $b \rightarrow c/ul^-\bar{\nu}$ 和 $b \rightarrow d/sl^+l^-$ 诱导。在光前夸克模型框架下, 论文计算了这些跃迁过程的形状因子。利用味道空间的 $SU(3)$ 对称性, 论文重新推导了味道自旋重叠因子。利用计算得到的形状因子和重叠因子的理论结果, 论文预言了 239 个半轻弱衰变过程的衰变宽度和衰变分支比, 列在表 6.11-6.14 中。通过分析发现

- 最有可能在实验上观测到的“黄金衰变道”为由 $c \rightarrow d/sl^+\nu$ 诱导的衰变过程, 其分支比为 $10^{-3} \sim 10^{-2}$;
- 对于自旋为 $1/2$ 到自旋为 $1/2$ 的 $c \rightarrow d,s$ 半轻衰变过程, 大部分的分支比在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 这个区间内, 且有很大可能得到 LHC 或 Belle-II 实验的检验;
- 不同的抽取形状因子的方法可能产生很大的误差;
- 模型参数对形状因子和衰变宽度产生的误差较大;
- 式 (6.112)-(6.116) 中纵向极化和横向极化的衰变宽度的比值 Γ_L/Γ_T 相同, 这是因为等式 (6.112)-(6.116) 涉及到的衰变道在夸克层次上具有相同的衰变, 且它们的重叠因子和形状因子也是相同的;
- 本文理论估计值与文献 [8, 24, 28] 中的理论结果大部分是相同的;
- 由于忽略了 u 和 d 夸克之间的质量差, 且奇异夸克 s 的质量相较于前两者要大得多, 因此涉及到 u,d 夸克和 s 夸克的衰变道, 它们之间的 $SU(3)$ 对称性关系 (6.117) 就会被显著地破坏;
- 涉及粲夸克衰变的双重重子衰变宽度的 $SU(3)$ 对称性破坏效应非常大, 而涉及底夸克衰变的双重重子衰变宽度的 $SU(3)$ 对称性破坏效应比较小。

期望未来 LHC 和 BelleII 的实验测量能够验证本论文给出的理论预言, 从而检验 QCD 求和规则、光锥求和规则和光前夸克模型方法的正确性, 进而理解双重味重子半轻弱衰变的动力学机制。有关双重味重子的理论研究还有很多工作需要做:

- 在光前夸克模型计算中, 本文假设两个不参与弱相互作用的旁观者夸克为一个 di-quark, 简化了计算, 但带来了一定误差。因此需要完整 QCD 处理方法;
- 本文借助光锥求和规则方法只研究了 $1/2 \rightarrow 1/2$ 的荷电流过程, 末态为 $3/2$ 的过程需要计算, 味道改变的中性流过程也是需要研究计算的;
- 本文只对双重味重子的半轻弱衰变过程进行了研究, 相应的非轻弱衰变过程也是需要研究。

附录 A 初末态重子的波函数

A.1 自旋味道空间的波函数

文献 [172] 给出了味道空间的波函数。在标准味道自旋的基上, 双重味重子的波函数如下。对于重子 \mathcal{B}_{QQq} ($\Xi_{cc}^{++,+}$, Ω_{cc}^+ , $\Xi_{bb}^{0,-}$ 和 Ω_{bb}^-), 它们的自旋味道波函数为

$$|\mathcal{B}_{QQq}, \uparrow\rangle = (QQq) \left(\frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\uparrow + \downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow) \right), \quad (\text{A.1})$$

其中 $q = u, d, s$ 和 $Q = c, b$ 。对于含有两个不同重夸克的重子 $\mathcal{B}_{Q_1Q_2q}$ ($\Xi_{bc}^{+,0}$ 和 Ω_{bc}^0), 它们的自旋味道波函数为

$$|\mathcal{B}_{Q_1Q_2q}, \uparrow\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1Q_2 + Q_2Q_1)q \right) \left(\frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\uparrow + \downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow) \right), \quad (\text{A.2})$$

其中这两个不同的重夸克是对称的。而当两个不同的重味夸克是反对称的时, 重子 $\mathcal{B}'_{Q_1Q_2q}$ (Ξ_{bc}^+ , Ξ_{bc}^0 和 Ω_{bc}^0) 的味道自旋波函数为

$$|\mathcal{B}_{Q_1Q_2q}, \uparrow\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1Q_2 - Q_2Q_1)q \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow) \right), \quad (\text{A.3})$$

其中 $q = u, d, s$, $Q_1 = b$ 和 $Q_2 = c$ 。

末态重子 \mathcal{B}_{Qqq}^6 ($\Sigma_c^{+++,0}$, Ω_c^0 , $\Sigma_b^{+,-}$ 和 Ω_b^-) 的味道自旋波函数为

$$|\mathcal{B}_{Qqq}, \uparrow\rangle = (qqQ) \left(\frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\uparrow + \downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow) \right), \quad (\text{A.4})$$

其中 $q = u, d, s$ 和 $Q = c, b$ 。当重子 $\mathcal{B}_{Qq_1q_2}^6$ (Σ_c^+ , $\Xi_c^{+,0}$, Σ_b^0 和 $\Xi_b^{0,-}$) 中两个轻夸克的味道不同且对称时, 它们的味道自旋波函数为

$$|\mathcal{B}_{Qq_1q_2}, \uparrow\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(q_1q_2 + q_2q_1)Q \right) \left(\frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\uparrow + \downarrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow) \right), \quad (\text{A.5})$$

其中 $(q_1, q_2) = (u, d), (u, s), (d, s)$ 和 $Q = c, b$ 。而在重子中的两个不同的轻夸克是反对称的时, 重子 $\mathcal{B}_{Qq_1q_2}^3$ (Λ_c^+ , $\Xi_c^{+,0}$, Λ_b^0 和 $\Xi_b^{0,-}$) 的味道自旋波函数为

$$|\mathcal{B}_{Qq_1q_2}, \uparrow\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(q_1q_2 - q_2q_1)Q \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow) \right), \quad (\text{A.6})$$

其中 $(q_1, q_2) = (u, d), (u, s), (d, s)$ 和 $Q = c, b$ 。

A.2 diquark 假设下的波函数

众所周知，两个角动量 $j_1 = 1$ 与 $j_2 = \frac{1}{2}$ 的耦合为

$$|J = \frac{1}{2}, M = \frac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|m_1 = 1, m_2 = -\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|m_1 = 0, m_2 = \frac{1}{2}\rangle. \quad (\text{A.7})$$

包含一个轴矢量 diquark 的重子态可定义为：

$$|q_1(q_2q_3)_{A, \uparrow}\rangle \equiv \sqrt{\frac{2}{3}}q_1 \downarrow (q_2q_3)_{11} - \sqrt{\frac{1}{3}}q_1 \uparrow (q_2q_3)_{10}, \quad (\text{A.8})$$

与 $(q_2q_3)_{11} = (q_2q_3)(\uparrow\uparrow)$ 和 $(q_2q_3)_{10} = (q_2q_3)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\right)$ 。对于包含一个标量 diquark 的重子态，有如下定义：

$$|q_1(q_2q_3)_{S, \uparrow}\rangle \equiv q_1 \uparrow (q_2q_3)_S, \quad (\text{A.9})$$

其中 $(q_2q_3)_S = (q_2q_3)_{00} = (q_2q_3)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)\right)$ 。利用以上定义，可以证明以下两个方程，

$$q_1q_2q_3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)\right) = -\frac{1}{2}|q_1(q_2q_3)_{S, \uparrow}\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|q_1(q_2q_3)_{A, \uparrow}\rangle, \quad (\text{A.10})$$

$$q_1q_2q_3\left(\frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow)\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}|q_1(q_2q_3)_{S, \uparrow}\rangle + \frac{1}{2}|q_1(q_2q_3)_{A, \uparrow}\rangle. \quad (\text{A.11})$$

则在 diquark 假设下，利用以上这些定义式可以得到初末态重子的味道自旋空间的波函数，本文在第 6.1.2 小节给出了具体的表达式。

附录 B 螺旋度振幅

这里以 $c \rightarrow sl^+ \nu_l$ 说明螺旋度振幅方法。 $c \rightarrow sl^+ \nu_l$ 的有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{eff}(c \rightarrow sl^+ \nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* [\bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l]. \quad (\text{B.1})$$

衰变 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$ 的 S 矩阵元可以写为,

$$\begin{aligned} & -i \int d^4 x \langle \Xi_c^+ l^+ \nu_l | \mathcal{H}_{eff} | \Xi_{cc}^{++} \rangle \\ &= -i \int d^4 x \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle e^{-i(P-P') \cdot x} \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l e^{i(p_l + p_\nu) \cdot x} \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l (2\pi)^4 \delta^4(P - P' - p_l - p_\nu) \\ &= i \mathcal{M} (2\pi)^4 \delta^4(P - P' - p_l - p_\nu). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

衰变 $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ l^+ \nu_l$ 的振幅可以写为,

$$\begin{aligned} i \mathcal{M} &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle g_{\mu\nu} \bar{\nu}_l \gamma^\nu (1 - \gamma_5) l \\ &= -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* \left\{ \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle \varepsilon_{W\mu}^*(t) \times [\bar{\nu}_l \gamma^\nu (1 - \gamma_5) l \varepsilon_{W\nu}(t)] \right. \\ &\quad \left. - \sum_{\lambda_W=0,\pm 1} \langle \Xi_c^+ | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++} \rangle \varepsilon_{W\mu}^*(\lambda_W) \times [\bar{\nu}_l \gamma^\nu (1 - \gamma_5) l \varepsilon_{W\nu}(\lambda_W)] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

在导出上式的最后一步时, 用到了 $g_{\mu\nu} = \varepsilon_\mu^*(t) \varepsilon_\nu(t) - \sum_\lambda \varepsilon_\mu^*(\lambda) \varepsilon_\nu(\lambda)$ 。

强子部分的螺旋度振幅可以定义为

$$\begin{aligned} & \langle \Xi_c^+(P', \lambda') | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c | \Xi_{cc}^{++}(P, \lambda) \rangle \varepsilon_{W\mu}^*(\lambda_W) \\ &= \langle \Xi_c^+(P', \lambda') | \bar{s} \gamma^\mu c | \Xi_{cc}^{++}(P, \lambda) \rangle \varepsilon_{W\mu}^*(\lambda_W) - \langle \Xi_c^+(P', \lambda') | \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 c | \Xi_{cc}^{++}(P, \lambda) \rangle \varepsilon_{W\mu}^*(\lambda_W) \\ &\equiv H_{\lambda', \lambda_W}^V - H_{\lambda', \lambda_W}^A. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

轻子部分的振幅可以用下式计算得到,

$$\bar{\nu}_l \gamma^\nu (1 - \gamma_5) l \varepsilon_{W\nu}(\lambda_W) = \bar{\nu}_l \not{\epsilon}_W(\lambda_W) (1 - \gamma_5) l. \quad (\text{B.5})$$

在计算强子部分振幅时, 所涉及到的运动学变量全部处于初态 \mathcal{B}_i 的质心系中,

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_i : P^\mu &= (M, 0, 0, 0), & \mathcal{B}_f : P^\mu &= (E', 0, 0, -|\vec{P}'|), & W : q^\mu &= (E_W, 0, 0, |\vec{P}'|), \\ \varepsilon_W^\mu(\pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), & \varepsilon_W^\mu(0) &= \frac{1}{\sqrt{q^2}}(|\vec{P}'|, 0, 0, E_W), & \varepsilon_W^\mu(t) &= \frac{1}{\sqrt{q^2}}(E_W, 0, 0, |\vec{P}'|). \end{aligned}$$

计算轻子部分振幅涉及到的运动学变量全部在虚的矢量粒子 W 的质心系中。以下是本文第六章中涉及到旋量表达式：

$$u(P, \lambda = \frac{1}{2}) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \phi^1 \\ \frac{|\vec{p}|}{E+M} \phi^1 \end{pmatrix}, \quad \phi^1 = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ e^{i\frac{\phi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix},$$

$$u(P, \lambda = -\frac{1}{2}) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \phi^2 \\ -\frac{|\vec{p}|}{E+M} \phi^2 \end{pmatrix}, \quad \phi^2 = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi}{2}} \\ \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi}{2}} \end{pmatrix},$$

其中 λ 为旋量的螺旋度, (θ, ϕ) 表示初末态粒子的动量方向。我们取末态轻子对的动量方向为正方向, 即 $(\theta, \phi) = (0, 0)$ 。而末态重子的动量方向为负方向, 也就是 $(\theta, \phi) = (\pi, \pi)$, 如图 6.7 所示。

轻子部分反粒子的旋量表达式为：

$$v(p, \lambda = \frac{1}{2}) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+M} \phi^2 \\ -\phi^2 \end{pmatrix}, \quad v(p, \lambda = -\frac{1}{2}) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+M} \phi^1 \\ \phi^1 \end{pmatrix}$$

其中 l^+ 的动量方向为 (θ_l, ϕ_l) , ν 的动量方向为 $(\pi - \theta_l, \phi_l + \pi)$ 。

$\mathcal{B}_{QQ'}(P, S = 1/2) \rightarrow \mathcal{B}_{Q'}^*(P', S' = 3/2)$ 跃迁的强子部分的螺旋度振幅可以用与 $\mathcal{B}_{QQ'}(P, S = 1/2) \rightarrow \mathcal{B}_{Q'}^*(P', S' = 1/2)$ 类似的方式 (如式 (B.3)-(B.4) 所示) 得到。但不同的是末态重子 $\mathcal{B}_{Q'}^*(P', S' = 3/2)$ 的旋量为矢量型旋量。它是一个旋量 $u(P', s_1 = 1/2)$ 和一个极化矢量 $\varepsilon(P', s_2 = 1)$ 的耦合, 具体的耦合公式如下,

$$u_\alpha(P', S' = 3/2, \lambda = \pm 3/2) = u(P', \lambda_1 = \pm 1/2) \varepsilon_\alpha(P', \lambda_2 = \pm 1),$$

$$u_\alpha(P', S' = 3/2, \lambda = \pm 1/2) = \frac{1}{\sqrt{3}} u(P', \lambda_1 = \mp 1/2) \varepsilon_\alpha(P', \lambda_2 = \pm 1)$$

$$+ \sqrt{\frac{2}{3}} u(P', \lambda_1 = \pm 1/2) \varepsilon_\alpha(P', \lambda_2 = 0),$$

其中

$$\varepsilon_\alpha(P', \lambda_2 = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, \pm 1, -i, 0), \quad \varepsilon_\alpha(P', \lambda_2 = 0) = \frac{1}{M'} (|\vec{P}'|, 0, 0, E'), \quad (\text{B.6})$$

$$u(P', \lambda_1 = +1/2) = \sqrt{E' + M'} \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 0 \\ i \frac{|\vec{P}'|}{E' + M'} \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad u(\vec{p}, \lambda = -\frac{1}{2}) = \sqrt{E' + M'} \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ -i \frac{|\vec{P}'|}{E' + M'} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

附录 C 根据味道 SU(3) 对称性计算重叠因子

利用味道 SU(3) 对称性可以计算重叠因子。双重味重子三重态为

$$\begin{aligned} [\mathcal{B}_{cc}]_i &= \begin{pmatrix} \Xi_{cc}^{++} & \Xi_{cc}^+ & \Omega_{cc}^+ \end{pmatrix}, \quad [\mathcal{B}_{bc}^{(\prime)}]_i = \begin{pmatrix} \Xi_{bc}^{(\prime)+} & \Xi_{bc}^{(\prime)0} & \Omega_{bc}^{(\prime)0} \end{pmatrix}, \\ [\mathcal{B}_{bb}]_i &= \begin{pmatrix} \Xi_{bb}^0 & \Xi_{bb}^- & \Omega_{bb}^- \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

单重味重子反三重态为

$$[\mathcal{B}_c]_{\bar{3}}^{[ij]} = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_c^+ & \Xi_c^+ \\ -\Lambda_c^+ & 0 & \Xi_c^0 \\ -\Xi_c^+ & -\Xi_c^0 & 0 \end{pmatrix}, \quad [\mathcal{B}_b]_{\bar{3}}^{[ij]} = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_b^0 & \Xi_b^0 \\ -\Lambda_b^0 & 0 & \Xi_b^- \\ -\Xi_b^0 & -\Xi_b^- & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.2})$$

单重味重子六重态为

$$[\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} = \begin{pmatrix} \Sigma_c^{++} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{'+} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^+ & \Sigma_c^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{'0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{'+} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{'0} & \Omega_c^0 \end{pmatrix}, \quad [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} = \begin{pmatrix} \Sigma_b^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_b^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_b^{'0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_b^0 & \Sigma_b^- & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_b^{'-} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_b^{'0} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_b^{'-} & \Omega_b^- \end{pmatrix}. \quad (\text{C.3})$$

对于 $\mathcal{B}_{cc} \rightarrow \mathcal{B}_c$ 跃迁（夸克层次上为 $c \rightarrow u, d, s$ ），SU(3) 对称性给出的振幅可以写为：

$$C_S = [\mathcal{B}_{cc}]_i [\mathcal{B}_c]_{\bar{3}}^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{cc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

其中 $O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}$, 和 $O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$, (C.4)

$$C_A = [\mathcal{B}_{cc}]_i [\mathcal{B}_c]_{\bar{3}}^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{cc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

其中 $O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}$, 和 $O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. (C.5)

对于 $\mathcal{B}_{bc} \rightarrow \mathcal{B}_b$ 跃迁（夸克层次上为 $c \rightarrow u, d, s$ ），SU(3) 对称性给出的振幅可以写为：

$$C_S = [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_{\bar{3}}^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

其中 $O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix}$, 和 $O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$, (C.6)

$$C_A = [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_{\bar{3}}^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

其中 $O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix}$, 和 $O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$. (C.7)

对于 $\mathcal{B}'_{bc} \rightarrow \mathcal{B}_b$ 跃迁 (夸克层次上为 $c \rightarrow u, d, s$), SU(3) 对称性给出的振幅可以写为:

$$C_S = [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.8})$$

$$C_A = [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.9})$$

对于 $\mathcal{B}_{bb} \rightarrow \mathcal{B}_b$ 跃迁 (夸克层次上为 $b \rightarrow u, d, s$), SU(3) 对称性给出的振幅可以写为:

$$C_S = [\mathcal{B}_{bb}]_i [\mathcal{B}_b]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bb}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.10})$$

$$C_A = [\mathcal{B}_{bb}]_i [\mathcal{B}_b]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bb}]_i [\mathcal{B}_b]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.11})$$

对于 $\mathcal{B}_{bc} \rightarrow \mathcal{B}_c$ 跃迁 (夸克层次上为 $b \rightarrow u, d, s$), SU(3) 对称性给出的振幅可以写为:

$$C_S = [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.12})$$

$$C_A = [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.13})$$

对于 $\mathcal{B}'_{bc} \rightarrow \mathcal{B}_c$ 跃迁 (夸克层次上为 $b \rightarrow u, d, s$), SU(3) 对称性给出的振幅可以写为:

$$C_S = [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.14})$$

$$C_A = [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_3^{[ij]} O_j^1 + [\mathcal{B}'_{bc}]_i [\mathcal{B}_c]_6^{\{ij\}} O_j^2, \quad j = u, d, s,$$

$$\text{其中 } O_{u,d,s}^1 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}, \text{ 和 } O_{u,d,s}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.15})$$

参考文献

- [1] Li H B. Prospects for rare and forbidden hyperon decays at BESIII[J]. Front. Phys.(Beijing), 2017, 12(5): 121301.
- [2] Li Y B, et al. First Measurements of Absolute Branching Fractions of the Ξ_c^0 Baryon at Belle[J]. Phys. Rev. Lett., 2019, 122(8): 082001.
- [3] Aaij R, et al. Measurement of the Ω_c^0 baryon lifetime[J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 121(9): 092003.
- [4] Frabetti P L, et al. First measurement of the lifetime of the Ω_c^0 [J]. Phys. Lett., 1995, B357: 678-684.
- [5] Adamivich M, et al. Measurement of the Ω_c^0 lifetime[J]. Phys. Lett. B, 1995, 358: 151-161.
- [6] Link J, et al. Measurement of the Omega0(c) lifetime[J]. Phys. Lett. B, 2003, 561: 41-48.
- [7] Aaij R, et al. Observation of the doubly charmed baryon Ξ_{cc}^{++} [J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(11): 112001.
- [8] Wang W, Yu F S, Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the $1/2 \rightarrow 1/2$ case[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(11): 781.
- [9] Meng L, Li N, Zhu S l. Possible hadronic molecules composed of the doubly charmed baryon and nucleon[J]. Eur. Phys. J., 2018, A54(9): 143.
- [10] Wang W, Xing Z P, Xu J. Weak Decays of Doubly Heavy Baryons: SU(3) Analysis[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(11): 800.
- [11] Gutsche T, Ivanov M A, Körner J G, et al. Decay chain information on the newly discovered double charm baryon state Ξ_{cc}^{++} [J]. Phys. Rev., 2017, D96(5): 054013.
- [12] Li H S, Meng L, Liu Z W, et al. Radiative decays of the doubly charmed baryons in chiral perturbation theory[J]. Phys. Lett., 2018, B777: 169-176.
- [13] Guo Z H. Prediction of exotic doubly charmed baryons within chiral effective field theory[J]. Phys. Rev., 2017, D96(7): 074004.
- [14] Xiao L Y, Wang K L, Lu Q f, et al. Strong and radiative decays of the doubly charmed baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(9): 094005.
- [15] Sharma N, Dhir R. Estimates of W-exchange contributions to Ξ_{cc} decays[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 113006.

- [16] Ma Y L, Harada M. Chiral partner structure of doubly heavy baryons with heavy quark spin-flavor symmetry[J]. *J. Phys.*, 2018, G45(7): 075006.
- [17] Hu X H, Shen Y L, Wang W, et al. Weak decays of doubly heavy baryons: "decay constants"[J]. *Chin. Phys.*, 2018, C42(12): 123102.
- [18] Shi Y J, Wang W, Xing Y, et al. Weak Decays of Doubly Heavy Baryons: Multi-body Decay Channels[J]. *Eur. Phys. J.*, 2018, C78(1): 56.
- [19] Yao X, Müller B. Doubly charmed baryon production in heavy ion collisions[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(7): 074003.
- [20] Yao D L. Masses and sigma terms of doubly charmed baryons up to $\mathcal{O}(p^4)$ in manifestly Lorentz-invariant baryon chiral perturbation theory[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(3): 034012.
- [21] Özdem U. Magnetic moments of doubly heavy baryons in light-cone QCD[J]. *J. Phys.*, 2019, G46(3): 035003.
- [22] Ali A, Parkhomenko A Y, Qin Q, et al. Prospects of discovering stable double-heavy tetraquarks at a Tera-Z factory[J]. *Phys. Lett.*, 2018, B782: 412-420.
- [23] Dias J M, Debastiani V R, Xie J J, et al. Doubly charmed Ξ_{cc} molecular states from meson-baryon interaction[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(9): 094017.
- [24] Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the $1/2 \rightarrow 3/2$ case[J]. *Eur. Phys. J.*, 2018, C78(9): 756.
- [25] Xing Y, Zhu R. Weak Decays of Stable Doubly Heavy Tetraquark States[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(5): 053005.
- [26] Ali A, Qin Q, Wang W. Discovery potential of stable and near-threshold doubly heavy tetraquarks at the LHC[J]. *Phys. Lett.*, 2018, B785: 605-609.
- [27] Liu M Z, Xiao Y, Geng L S. Magnetic moments of the spin-1/2 doubly charmed baryons in covariant baryon chiral perturbation theory[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(1): 014040.
- [28] Xing Z P, Zhao Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: the FCNC processes[J]. *Phys. Rev.*, 2018, D98(5): 056002.
- [29] Aaij R, et al. Physics case for an LHCb Upgrade II - Opportunities in flavour physics, and beyond, in the HL-LHC era[J]., 2018, arXiv: 1808.08865.
- [30] Wang W, Zhu R L. Interpretation of the newly observed Ω_c^0 resonances[J]. *Phys. Rev.*, 2017, D96(1): 014024.
- [31] Dhir R, Sharma N. Weak decays of doubly heavy charm Ω_{cc}^+ baryon[J]. *Eur. Phys. J.*, 2018, C78(9): 743.

- [32] Berezhnoy A V, Likhoded A K, Luchinsky A V. Doubly heavy baryons at the LHC[J]. Phys. Rev., 2018, D98(11): 113004.
- [33] Jiang L J, He B, Li R H. Weak decays of doubly heavy baryons: $\mathcal{B}_{cc} \rightarrow \mathcal{B}_c V$ [J]. Eur. Phys. J., 2018, C78(11): 961.
- [34] Zhang Q A. Weak Decays of Doubly Heavy Baryons: W-Exchange[J]. Eur. Phys. J., 2018, C78(12): 1024.
- [35] Li G, Wang X F, Xing Y. SU(3) analysis of weak decays of doubly-heavy tetraquarks $b\bar{c}q\bar{q}$ [J]. Eur. Phys. J., 2019, C79(3): 210.
- [36] Gutsche T, Ivanov M A, Körner J G, et al. Ab initio three-loop calculation of the W-exchange contribution to nonleptonic decays of double charm baryons[J]. Phys. Rev., 2019, D99(5): 056013.
- [37] Traill M T. Spectroscopy of doubly-heavy baryons at LHCb[J]. PoS, 2018, Hadron2017: 067.
- [38] Cerri A, et al. Report from Working Group 4[J]. CERN Yellow Rep. Monogr., 2019, 7: 867-1158.
- [39] Aaij R, et al. Search for the doubly charmed baryon Ξ_{cc}^+ [J]. Sci. China Phys. Mech. Astron., 2020, 63(2): 221062.
- [40] Chen H X, Mao Q, Chen W, et al. Establishing low-lying doubly charmed baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(3): 031501.
- [41] Yu F S, Jiang H Y, Li R H, et al. Discovery Potentials of Doubly Charmed Baryons[J]. Chin. Phys., 2018, C42(5): 051001.
- [42] Li H S, Meng L, Liu Z W, et al. Magnetic moments of the doubly charmed and bottom baryons[J]. Phys. Rev., 2017, D96(7): 076011.
- [43] Karliner M, Rosner J L. Discovery of doubly-charmed Ξ_{cc} baryon implies a stable $(bb\bar{u}\bar{d})$ tetraquark[J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(20): 202001.
- [44] Lü Q F, Wang K L, Xiao L Y, et al. Mass spectra and radiative transitions of doubly heavy baryons in a relativized quark model[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 114006.
- [45] Meng L, Li H S, Liu Z W, et al. Magnetic moments of the spin- $\frac{3}{2}$ doubly heavy baryons[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(12): 869.
- [46] Li R H, Lü C D, Wang W, et al. Doubly-heavy baryon weak decays: $\Xi_{bc}^0 \rightarrow pK^-$ and $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}(2520)K^-$ [J]. Phys. Lett., 2017, B767: 232-235.
- [47] Wang C Y, Meng C, Ma Y Q, et al. NLO effects for doubly heavy baryons in QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 2019, D99(1): 014018.

- [48] Xiao L Y, Lü Q F, Zhu S L. Strong decays of the 1P and 2D doubly charmed states[J]. Phys. Rev., 2018, D97(7): 074005.
- [49] Colangelo P, Khodjamirian A. QCD sum rules, a modern perspective[J]. At the frontier of particle physics : handbook of QCD : Festschrift Boris Ioffe, 2000: 1495-1576.
- [50] Reinders L J, Yazaki S. A QCD Sum Rule Calculation of the $K^0\bar{K}^0$ Mixing Parameter B [J]. Nucl. Phys., 1987, B288: 789-799.
- [51] Castillo H, Dominguez C A, Loewe M. Electromagnetic nucleon form-factors from QCD sum rules[J]. JHEP, 2005, 03: 012.
- [52] Kiselev V V, Tkabladze A V. Determining the Axial Decay Constant of $B(c)$ Meson From QCD Sum Rules[J]. Sov. J. Nucl. Phys., 1989, 50: 1063-1064.
- [53] Narison S. Decay Constants of the B and D Mesons from QCD Duality Sum Rules[J]. Phys. Lett., 1987, B198: 104-112.
- [54] Bilic N, Dominguez C A, Guberina B. QCD Calculation of $K^0\bar{K}^0$ Mixing From Three Point Function Sum Rules[J]. Z. Phys., 1988, C39: 351.
- [55] Reinders L J, Yazaki S. A QCD Sum Rule Calculation of the $B\bar{B}$ Mixing Matrix Element $\bar{B}^0|O_{\Delta B=2}|B^0$ [J]. Phys. Lett., 1988, B212: 245-250.
- [56] Penin A A, Steinhauser M. Heavy light meson decay constant from QCD sum rules in three loop approximation[J]. Phys. Rev., 2002, D65(5): 054006.
- [57] Neubert M. Heavy meson form-factors from QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 1992, D45(7): 2451-2466.
- [58] Colangelo P, Nardulli G, Paver N. QCD sum rules calculation of B(c) decays[J]. Z. Phys., 1993, C57: 43-50.
- [59] Zhang J R, Huang M Q. Doubly heavy baryons in QCD sum rules[J]. Phys. Rev., 2008, D78(9): 094007.
- [60] Wang Z G. Analysis of the $\frac{1}{2}^+$ doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2010, A45: 267-274.
- [61] Wang Z G. Analysis of the $1/2^-$ and $3/2^-$ heavy and doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2011, A47: 81.
- [62] Wang Z G. Analysis of the $\frac{3}{2}^+$ heavy and doubly heavy baryon states with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2010, C68: 459-472.
- [63] Aliev T M, Azizi K, Savci M. Doubly Heavy Spin-1/2 Baryon Spectrum in QCD[J]. Nucl. Phys., 2012, A895: 59-70.

- [64] Aliev T M, Azizi K, Savci M. The masses and residues of doubly heavy spin-3/2 baryons[J]. J. Phys., 2013, G40: 065003.
- [65] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Diquarks and $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ weak decays[J]. Phys. Rev., 2008, D77(1): 014020.
- [66] Wei Z T, Ke H W, Li X Q. Evaluating decay Rates and Asymmetries of Λ_b into Light Baryons in LFQM[J]. Phys. Rev., 2009, D80(9): 094016.
- [67] Ke H W, Yuan X H, Li X Q, et al. $\Sigma_b \rightarrow \Sigma_c$ and $\Omega_b \rightarrow \Omega_c$ weak decays in the light-front quark model[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 114005.
- [68] Ke H W, Hao N, Li X Q. $\Sigma_b \rightarrow \Sigma_c^*$ weak decays in the light-front quark model with two schemes to deal with the polarization of diquark[J]. J. Phys., 2019, G46(11): 115003.
- [69] Zhu J, Wei Z T, Ke H W. Semileptonic and nonleptonic weak decays of Λ_b^0 [J]. Phys. Rev., 2019, D99(5): 054020.
- [70] Chua C K. Color-allowed bottom baryon to charmed baryon nonleptonic decays[J]. Phys. Rev., 2019, D99(1): 014023.
- [71] Ke H W, Lu F, Liu X H, et al. Study on $\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_c$ and $\Xi_{cc} \rightarrow \Xi'_c$ weak decays in the light-front quark model[J]. Eur. Phys. J. C, 2020, 80(2): 140.
- [72] Ke H W, Hao N, Li X Q. Revisiting $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ and $\Sigma_b \rightarrow \Sigma_c$ weak decays in the light-front quark model[J]. Eur. Phys. J., 2019, C79(6): 540.
- [73] Chua C K. Color-allowed bottom baryon to s -wave and p -wave charmed baryon nonleptonic decays[J]. Phys. Rev., 2019, D100(3): 034025.
- [74] Jaus W. Covariant analysis of the light front quark model[J]. Phys. Rev., 1999, D60(5): 054026.
- [75] Jaus W. Semileptonic Decays of B and D Mesons in the Light Front Formalism[J]. Phys. Rev., 1990, D41(11): 3394.
- [76] Jaus W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons[J]. Phys. Rev., 1991, D44(9): 2851-2859.
- [77] Cheng H Y, Cheung C Y, Hwang C W. Mesonic form-factors and the Isgur-Wise function on the light front[J]. Phys. Rev., 1997, D55(3): 1559-1577.
- [78] Cheng H Y, Chua C K, Hwang C W. Covariant light front approach for s wave and p wave mesons: Its application to decay constants and form-factors[J]. Phys. Rev., 2004, D69(7): 074025.
- [79] Cheng H Y, Chua C K. Covariant light front approach for $B \rightarrow K^* \gamma, K_1 \gamma, K_2^* \gamma$ decays[J]. Phys. Rev., 2004, D69(9): 094007.

- [80] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Whether new data on $D_s \rightarrow f_0(980)e^+\nu_e$ can be understood if $f_0(980)$ consists of only the conventional $q\bar{q}$ structure[J]. Phys. Rev., 2009, D80(7): 074030.
- [81] Ke H W, Li X Q, Wei Z T. Determining the $\eta - \eta'$ mixing by the newly measured $BR(D(D_s) \rightarrow \eta(\eta') + \bar{l} + \nu_l)$ [J]. Eur. Phys. J., 2010, C69: 133-138.
- [82] Cheng H Y, Chua C K. B to V, A, T Tensor Form Factors in the Covariant Light-Front Approach: Implications on Radiative B Decays[J]. Phys. Rev., 2010, D81(11): 114006.
- [83] Lu C D, Wang W, Wei Z T. Heavy-to-light form factors on the light cone[J]. Phys. Rev., 2007, D76(1): 014013.
- [84] Wang W, Shen Y L, Lu C D. The Study of $B_c^- \rightarrow X(3872)\pi^-(K^-)$ decays in the covariant light-front approach[J]. Eur. Phys. J., 2007, C51: 841-847.
- [85] Wang W, Shen Y L, Lu C D. Covariant Light-Front Approach for B(c) transition form factors[J]. Phys. Rev., 2009, D79(5): 054012.
- [86] Wang W, Shen Y L. $D_s \rightarrow K, K^*, \phi$ form factors in the Covariant Light-Front Approach and Exclusive Ds Decays[J]. Phys. Rev., 2008, D78(5): 054002.
- [87] Wang X X, Wang W, Lu C D. B_c to P-Wave Charmonia Transitions in Covariant Light-Front Approach[J]. Phys. Rev., 2009, D79(11): 114018.
- [88] Chen C H, Shen Y L, Wang W. $|V_{ub}|$ and $B \rightarrow \eta^{(\prime)}$ Form Factors in Covariant Light Front Approach[J]. Phys. Lett., 2010, B686: 118-123.
- [89] Li G, Shao F I, Wang W. $B_s \rightarrow D_s(3040)$ form factors and B_s decays into $D_s(3040)$ [J]. Phys. Rev., 2010, D82(9): 094031.
- [90] Verma R C. Decay constants and form factors of s-wave and p-wave mesons in the covariant light-front quark model[J]. J. Phys., 2012, G39: 025005.
- [91] Shi Y J, Wang W, Zhao Z X. $B_c \rightarrow B_{sJ}$ form factors and B_c decays into B_{sJ} in covariant light-front approach[J]. Eur. Phys. J., 2016, C76(10): 555.
- [92] Chang Q, Li X N, Wang L T. Revisiting the form factors of $P \rightarrow V$ transition within the light-front quark models[J]. Eur. Phys. J., 2019, C79(5): 422.
- [93] Chang Q, Wang L T, Li X N. Form factors of $V' \rightarrow V''$ transition within the light-front quark models[J]. JHEP, 2019, 12: 102.
- [94] Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. QCD and Resonance Physics. Theoretical Foundations[J]. Nucl. Phys., 1979, B147: 385-447.
- [95] Belyaev V M, Ioffe B L. Determination of Baryon and Baryonic Resonance Masses from QCD Sum Rules. 1. Nonstrange Baryons[J]. Sov. Phys. JETP, 1982, 56: 493-501.

- [96] De Araujo W R B, Beyer M, Frederico T, et al. Feynman versus Bakamjian-Thomas in light front dynamics[J]. *J. Phys.*, 1999, G25: 1589-1592.
- [97] Buras A J, Girrbach J. Towards the Identification of New Physics through Quark Flavour Violating Processes[J]. *Rept. Prog. Phys.*, 2014, 77: 086201.
- [98] Buras A J, Schwab F, Uhlig S. Waiting for precise measurements of $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2008, 80: 965-1007.
- [99] Komatsubara T K. Experiments with K-Meson Decays[J]. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2012, 67: 995-1018.
- [100] Blanke M. New Physics Signatures in Kaon Decays[J]. *PoS*, 2013, KAON13: 010.
- [101] Smith C. Rare K decays: Challenges and Perspectives[J]., arXiv: 1409.6162.
- [102] Buras A J. Kaon Theory News[J]. *PoS*, 2015, EPS-HEP2015: 602.
- [103] Cortina Gil E, et al. First search for $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ using the decay-in-flight technique[J]. *Phys. Lett.*, 2019, B791: 156-166.
- [104] Ahn J K, et al. Experimental study of the decay $K_{(L)}^0 \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ [J]. *Phys. Rev.*, 2010, D81: 072004.
- [105] Shiomi K. $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ at KOTO[C]//8th International Workshop on the CKM Unitarity Triangle (CKM 2014) Vienna, Austria, September 8-12, 2014. [S.l. : s.n.], 2014.
- [106] Christ N H, Feng X, Lawson A, et al. Progress on the lattice QCD calculation of the rare kaon decays: $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ [J]. *PoS*, 2016, LATTICE2016: 306.
- [107] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1996, 68: 1125-1144.
- [108] Inami T, Lim C S. Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $k(L) \rightarrow \mu \text{ anti-}\mu$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \text{ Neutrino anti-neutrino}$ and $K^0 \leftrightarrow \text{ anti-}K^0$ [J]. *Prog. Theor. Phys.*, 1981, 65: 297.
- [109] Buchalla G, Buras A J. QCD corrections to rare K and B decays for arbitrary top quark mass[J]. *Nucl. Phys.*, 1993, B400: 225-239.
- [110] Buchalla G, Buras A J. The rare decays $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ beyond leading logarithms[J]. *Nucl. Phys.*, 1994, B412: 106-142.
- [111] Gaillard J M, Sauvage G. HYPERON BETA DECAYS[J]. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 1984, 34: 351-402.
- [112] Yang G S, Kim H C. Hyperon Semileptonic decay constants with flavor SU(3) symmetry breaking[J]. *Phys. Rev.*, 2015, C92: 035206.

- [113] Alexandrou C, Leontiou T, Negele J W, et al. The Axial N to Delta transition form factors from Lattice QCD[J]. Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 052003.
- [114] Llewellyn Smith C H. Neutrino Reactions at Accelerator Energies[J]. Phys. Rept., 1972, 3: 261-379.
- [115] Berman S M, Veltman M J G. BARYON RESONANCE PRODUCTION BY NEUTRINOS[J]. Nuovo Cim., 1965, 38: 993-1005.
- [116] Tanabashi M, et al. Review of Particle Physics[J]. Phys. Rev., 2018, D98(3): 030001.
- [117] Buras A J, Gorbahn M, Haisch U, et al. The Rare decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \text{anti} - \nu$ at the next-to-next-to-leading order in QCD[J]. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 261805.
- [118] Ademollo M, Gatto R. Nonrenormalization Theorem for the Strangeness Violating Vector Currents[J]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 264-265.
- [119] Buras A J, Romanino A, Silvestrini L. $K \rightarrow \pi$ neutrino anti-neutrino: A Model independent analysis and supersymmetry[J]. Nucl. Phys., 1998, B520: 3-30.
- [120] Buras A J, Ewerth T, Jager S, et al. $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu$ anti- ν and $K(L) \rightarrow \pi^0 \nu$ anti- ν decays in the general MSSM[J]. Nucl. Phys., 2005, B714: 103-136.
- [121] Martin S P. A Supersymmetry primer[J]. Adv. Ser. Direct. High Energy Phys., 1998, 18(1): 1-98.
- [122] Ng D. The Electroweak theory of $SU(3) \times U(1)$ [J]. Phys. Rev., 1994, D49: 4805-4811.
- [123] Promberger C, Schatt S, Schwab F. Flavor Changing Neutral Current Effects and CP Violation in the Minimal 3-3-1 Model[J]. Phys. Rev., 2007, D75: 115007.
- [124] Mattson M, et al. First Observation of the Doubly Charmed Baryon Ξ_{cc}^+ [J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 89: 112001.
- [125] Ocherashvili A, et al. Confirmation of the double charm baryon $\Xi_{cc}(3520)$ via its decay to $p D^+ K^-$ [J]. Phys. Lett., 2005, B628: 18-24.
- [126] Ratti S P. New results on c-baryons and a search for cc-baryons in FOCUS[J]. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 2003, 115: 33-36.
- [127] Aubert B, et al. Search for doubly charmed baryons Ξ_{cc}^+ and Ξ_{cc}^{++} in BABAR[J]. Phys. Rev., 2006, D74: 011103.
- [128] Chistov R, et al. Observation of new states decaying into $\Lambda_c^+ K^- \pi^+$ and $\Lambda_c^+ K^0(S) \pi^-$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 162001.
- [129] Aaij R, et al. Search for the doubly charmed baryon Ξ_{cc}^+ [J]. JHEP, 2013, 12: 090.
- [130] Kato Y, et al. Search for doubly charmed baryons and study of charmed strange baryons at Belle[J]. Phys. Rev., 2014, D89(5): 052003.

- [131] Braun V, Fries R J, Mahnke N, et al. Higher twist distribution amplitudes of the nucleon in QCD[J]. Nucl. Phys., 2000, B589: 381-409.
- [132] Jido D, Kodama N, Oka M. Negative parity nucleon resonance in the QCD sum rule[J]. Phys. Rev., 1996, D54: 4532-4536.
- [133] Khodjamirian A, Klein C, Mannel T, et al. Form Factors and Strong Couplings of Heavy Baryons from QCD Light-Cone Sum Rules[J]. JHEP, 2011, 09: 106.
- [134] Patrignani C, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin. Phys., 2016, C40(10): 100001.
- [135] Reinders L J, Rubinstein H, Yazaki S. Hadron Properties from QCD Sum Rules[J]. Phys. Rept., 1985, 127: 1.
- [136] Colangelo P, Dominguez C A, Nardulli G, et al. On the b quark kinetic energy in lambda(b)[J]. Phys. Rev., 1996, D54: 4622-4628.
- [137] Wang Z G. Analysis of the $X(5568)$ as scalar tetraquark state in the diquark-antidiquark model with QCD sum rules[J]. Commun. Theor. Phys., 2016, 66(3): 335-339.
- [138] Brown Z S, Detmold W, Meinel S, et al. Charmed bottom baryon spectroscopy from lattice QCD[J]. Phys. Rev., 2014, D90(9): 094507.
- [139] Wang Z G. Analysis of the vector and axialvector B_c mesons with QCD sum rules[J]. Eur. Phys. J., 2013, A49: 131.
- [140] Colangelo P, De Fazio F. Role of four quark operators in the inclusive Lambda(b) decays[J]. Phys. Lett., 1996, B387: 371-378.
- [141] Lenz A. Lifetimes and heavy quark expansion[J]. Int. J. Mod. Phys., 2015, A30(10): 1543005.
- [142] Kirk M, Lenz A, Rauh T. Dimension-six matrix elements for meson mixing and lifetimes from sum rules[J]. JHEP, 2017, 12: 068.
- [143] Aaij R, et al. Measurement of the Lifetime of the Doubly Charmed Baryon Ξ_{cc}^{++} [J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 121(5): 052002.
- [144] Aaij R, et al. A search for $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow D^+ p K^- \pi^+$ decays[J]. JHEP, 2019, 10: 124.
- [145] Aaij R, et al. Precision measurement of the Ξ_{cc}^{++} mass[J]. JHEP, 2020, 02: 049.
- [146] Zhao Z X. Weak decays of heavy baryons in the light-front approach[J]. Chin. Phys., 2018, C42(9): 093101.
- [147] Yu F S. Role of decay in the searches for double-charm baryons[J]. Sci. China Phys. Mech. Astron., 2020, 63: 221065.

- [148] Gutsche T, Ivanov M A, Körner J G, et al. Analysis of the semileptonic and nonleptonic two-body decays of the double heavy charm baryon states Ξ_{cc}^{++} , Ξ_{cc}^+ and Ω_{cc}^+ [J]. Phys. Rev., 2019, D100(11): 114037.
- [149] Onishchenko A I. Inclusive and exclusive decays of doubly heavy baryons[C]//5th International Workshop on Heavy Quark Physics Dubna, Russia, April 6-8, 2000. [S.l. : s.n.], 2000.
- [150] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, et al. Semileptonic decays of doubly heavy baryons in the relativistic quark model[J]. Phys. Rev., 2004, D70: 014018.
- [151] Ebert D, Faustov R N, Galkin V O, et al. Properties of doubly heavy baryons in the relativistic quark model[J]. Phys. Atom. Nucl., 2005, 68: 784-807.
- [152] Albertus C, Hernandez E, Nieves J, et al. Doubly heavy quark baryon spectroscopy and semileptonic decay[J]. Eur. Phys. J., 2007, A31: 691-694.
- [153] Albertus C, Hernandez E, Nieves J. Exclusive $c \rightarrow s, d$ semileptonic decays of ground-state spin-1/2 and spin-3/2 doubly heavy cb baryons[J]. Phys. Rev., 2012, D85: 094035.
- [154] Shi Y J, Wang W, Zhao Z X. QCD Sum Rules Analysis of Weak Decays of Doubly-Heavy Baryons[J]., 2019.
- [155] Shi Y J, Xing Y, Zhao Z X. Light-cone sum rules analysis of $\Xi_{QQ'q} \rightarrow \Lambda_{Q'}$ weak decays[J]. Eur. Phys. J., 2019, C79(6): 501.
- [156] Hu X H, Shi Y J. Light-Cone Sum Rules Analysis of $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ Weak Decays[J]. Eur. Phys. J., 2020, C80(1): 56.
- [157] Gerasimov A S, Luchinsky A V. Weak decays of doubly heavy baryons: Decays to a system of π mesons[J]. Phys. Rev., 2019, D100(7): 073015.
- [158] Ali A, Hambrook C, Parkhomenko A Y, et al. Light-Cone Distribution Amplitudes of the Ground State Bottom Baryons in HQET[J]. Eur. Phys. J., 2013, C73(2): 2302.
- [159] Karliner M, Rosner J L. Baryons with two heavy quarks: Masses, production, decays, and detection[J]. Phys. Rev., 2014, D90(9): 094007.
- [160] Cheng H Y, Shi Y L. Lifetimes of Doubly Charmed Baryons[J]. Phys. Rev., 2018, D98(11): 113005.
- [161] Groote S, Korner J G, Yakovlev O I. An Analysis of diagonal and nondiagonal QCD sum rules for heavy baryons at next-to-leading order in α_s [J]. Phys. Rev., 1997, D56: 3943-3954.
- [162] Perez-Marcial R, Huerta R, Garcia A, et al. Predictions for Semileptonic Decays of Charm Baryons. 2. Nonrelativistic and MIT Bag Quark Models[J]. Phys. Rev., 1989, D40: 2955.

- [163] Albertus C, Hernandez E, Nieves J. Semileptonic Decays of Spin-1/2 Doubly Charmed Baryons[J]. PoS, 2012, QNP2012: 073.
- [164] Moroi T. Effects of the gravitino on the inflationary universe[D]. Tohoku U., 1995: hep-ph/9503210.
- [165] Kiselev V V, Likhoded A K. Baryons with two heavy quarks[J]. Phys. Usp., 2002, 45: 455-506.
- [166] Jaus W, Wyler D. The Rare Decays of $B \rightarrow K$ Lepton anti-Lepton and $B \rightarrow K^*$ Lepton anti-Lepton[J]. Phys. Rev., 1990, D41: 3405.
- [167] Jaus W. Semileptonic, radiative, and pionic decays of B , B^* and D , D^* mesons[J]. Phys. Rev., 1996, D53: 1349.
- [168] Li R H, Lu C D, Wang W. Branching Ratios, Forward-backward Asymmetry and Angular Distributions of $B \rightarrow K(1)l+l-$ Decays[J]. Phys. Rev., 2009, D79(9): 094024.
- [169] Lu C D, Wang W. Analysis of $B \rightarrow K_J^*(\rightarrow K\pi)\mu^+\mu^-$ in the higher kaon resonance region[J]. Phys. Rev., 2012, D85(3): 034014.
- [170] Giri A K, Mohanta R. Study of FCNC mediated Z boson effect in the semileptonic rare baryonic decays $\Lambda_b \rightarrow \Lambda l^+ l^-$ [J]. Eur. Phys. J., 2006, C45: 151-158.
- [171] Buras A J, Munz M. Effective Hamiltonian for $B \rightarrow X_s e^+ e^-$ beyond leading logarithms in the NDR and HV schemes[J]. Phys. Rev., 1995, D52(1): 186-195.
- [172] Chau L L, Cheng H Y, Tseng B. Analysis of two-body decays of charmed baryons using the quark diagram scheme[J]. Phys. Rev., 1996, D54: 2132-2160.

致 谢

时光飞逝，转眼间就要结束我在交大的学习生活了。回想从 2016 年进入交大学习的那一天，感觉就像昨天，一路走来，这期间我得到很多人的帮助，在这里向他们表达衷心的感谢。首先，要诚挚感谢我的导师王伟老师对我的指导和帮助，他那认真工作的态度以及为人谦和的品格永远值得我学习。

同时要感谢我的硕士导师常钦教授学习和生活上给予的帮助与关心。感谢河南师范大学孙俊峰教授在学习上给我帮助，他生活中和蔼可亲，在指导我们学习时严肃认真。感谢中国海洋大学的沈月龙老师在科研工作中给我的帮助。感谢内蒙古大学的李润辉老师在研究工作中给我们指出问题，找到问题的原因。感谢粒子所秘书贺刚老师，工作思路清晰，出差费用的报销都非常快，让我们的生活没有后顾之忧。感谢辅导员鲁佳铭老师对我人生规划的指导，让我有了明确的目标和方向。

感谢粒子所博士后赵帅、张其安、华俊、朱景宇，在学习工作中给我的帮助，博士后赵帅的理论功底非常好，涉猎的知识范围也非常广，在研究工作中给了我很多帮助。博士后朱景宇在画图方面给予我很多帮助和指导，经常等我吃饭，等很久，让我很是愧疚，感谢她在生活和学习中给我的关怀和支持。

感谢我的好朋友普洁和周颖在生活中给我的关怀和帮助，感谢我的师兄赵振兴、邢晔和施瑀基他们三人会帮助我解决程序和理论推导时遇到的问题。施瑀基师兄争分多秒的学习劲头，时刻激励着我，他已经很优秀了，还一直都很努力，抓紧一切机会学习进步，我就更不能去放松自己。邢晔师兄对解决问题执着的态度，以及他的钻研精神深深地感染了我，印象最深的一次是，我问他一个问题，他之前没有做过的，他就努力去想办法解决，直到问题解决。赵振兴师兄非常照顾我们这些师弟师妹们，让我们感受到组内团结的力量。感谢徐吉在学习中给予我的帮助。

最后感谢我的家人对我的支持和鼓励，因为有他们的支持我才能顺利完成学业。

攻读学位期间发表的学术论文

- [1] HU X H, SHEN Y L, WANG W, ZHAO Z X. Weak decays of doubly heavy baryons: "decay constants"[J]. Chinese Physics C, 2018, 42(12):123102.
- [2] HU X H, ZHAO Z X. Study of the $s \rightarrow d\nu\bar{\nu}$ rare hyperon decays in the Standard Model and new physics[J]. Chinese Physics C, 2019, 43(9):093104.
- [3] HU X H, SHI Y J. Light-Cone Sum Rule analysis of $\Xi_{QQ'} \rightarrow \Sigma_{Q'}$ weak decays[J]. The European Physical Journal C, 2020, 80:56.
- [4] HU X H, LI R H, XING Z P. A comprehensive analysis of weak transition form factors for doubly heavy baryons in the light front approach[J]. The European Physical Journal C, 2020, 80:320.