

上海交通大学硕士学位论文

基于暗物质直接探测实验的 WIMP 参数限定

硕士研究生：杨俊

学 号：1100729005

导 师：倪凯旋 特别研究员

申 请 学 位：理学硕士

学 科：粒子物理宇宙学

所 在 单 位：物理与天文系

答 辩 日 期：2014 年 1 月 6 日

授予学位单位：上海交通大学

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University  
for the Degree of Master

**CONSTRAINS ON WIMP PARAMETERS  
FROM DARK MATTER DIRECT  
DETECTION EXPERIMENTS**

<b>Candidate:</b>	Yang Jun
<b>Student ID:</b>	1100729005
<b>Supervisor:</b>	Prof. Ni Kaixuan
<b>Academic Degree Applied for:</b>	Master of Science
<b>Speciality:</b>	Particle Physics
<b>Affiliation:</b>	Department of Physics and Astronomy
<b>Date of Defence:</b>	2014.1.6
<b>Degree-Conferring-Institution:</b>	Shanghai Jiao Tong University

# 上海交通大学

## 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文《基于暗物质直接探测实验的 WIMP 参数限定》，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

# 上海交通大学

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密，在\_\_\_年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

## 基于暗物质直接探测实验的 WIMP 参数限定

### 摘要

本文从介绍星系团中暗物质的发现开始，指出非重子暗物质构成整个宇宙中暗物质的主要部分，在几种暗物质模型中，超对称理论所提出的 WIMP 候选者中性微子，成为现在暗物质直接探测实验最为关注的模型之一。在基于对中性微子参数的实验计算中，包含了探测器本身的技术原因的限定，即能量探测效率、探测阈值、能量分辨率以及本底处理方法，也包含了宇宙学参数及模型的不确定性。在较详细地计算分析了这些因素对于暗物质直接探测结果的影响之后，又在假定各实验组本底分析无误的前提下，给出了依据实验结果对 WIMP 参数进行计算的具体方法，指出现在普遍采用的简化的计算方法带有主观性后，本文最后的章节从 WIMP-靶核与自旋无关及与自旋相关的不同作用方式来分类，详细给出了更为一般地与作用模型无关的 WIMP-核子耦合系数的计算方法。并使用这一方法，重新分析了现有直接探测实验间宣布的相互冲突的 WIMP 参数结果，得出结论：在自旋无关的作用下，并无法调和现有的探测结果间的矛盾，而在自旋相关的作用模式下，可以完全排除直接探测实验所宣布的疑似暗物质信号。因此，尚无确凿证据表明直接探测实验已发现了暗物质存在的证据。本文所给出的关于 WIMP 参数的具体计算方法，在被用于直接探测实验间结果的比较上避免了对作用模型的人为限制。

**关键词：**暗物质，直接探测，耦合系数，模型无关的

# CONSTRAINTS ON WIMP PARAMETERS FROM DARK MATTER DIRECT DETECTION EXPERIMENTS

## ABSTRACT

Beginning from the invention of “Dark Matter”, the dissertation introduces that the non-baryonic matter dominates the dark matter content in the universe. Among the various dark matter candidates, the neutralino predicted by super-symmetric theory is now the most popular one. When interpreting the data from a direct detection result, one must take into consideration the uncertainty from experiments, such as energy detection efficiency, threshold cut-off and energy resolution, and the uncertainty from the cosmological parameters as well. After some analysis of the impacts on the calculation results from these uncertainties, the detailed calculation process of WIMP parameters is given under the assumption that the background events are well understood for the experiments. However, limitations are shown for these simplified calculation methods. To have a general view of all the existing dark matter direct detection results, a model independent method is introduced in the last Chapter of this dissertation. Using the model independent method, the WIMP-nucleon coupling constants and their limits for both spin independent and spin dependent interaction are obtained. Thus a conclusion is given that no conclusive evidence has been found by the direct detection experiments of dark matter. The model independent calculation is a more general method to be used in the comparison of different experiments results.

**KEY WORDS:** dark matter, direct detection, coupling constant, model independent

## 目 录

第一章 引言	1
1.1 暗物质的发现	1
1.2 现代物理学上空的乌云	3
1.3 搜捕暗物质	5
第二章 暗物质分类	6
2.1 重子暗物质	6
2.2 非重子暗物质	7
2.3 热暗物质	7
2.4 冷暗物质	7
2.5 超对称理论预言的暗物质候选者	8
2.6 本章小结	9
第三章 暗物质直接探测	11
3.1 暗物质直接探测实验	11
3.2 探测器对实验结果的影响	22
3.2.1 能量探测效率	22
3.2.2 探测器阈值	24
3.2.3 能量分辨率	27
3.3 宇宙学参数	29
3.3.1 标准暗物质晕模型	29
3.3.2 非标准暗物质晕模型	33
3.4 本章小结	39
第四章 WIMP-核子的作用模式及其参数限制	41
4.1 自旋无关的作用模式	42
4.2 自旋相关的作用模式	46
4.3 耦合系数的限定	52
4.3.1 同位旋破缺的自旋无关作用	53
4.3.2 超对称 WIMP 模型无关的自旋相关作用	57
第五章 总结与讨论	63
参 考 文 献	65

致 谢.....	68
攻读硕士学位期间已发表或录用的论文.....	69

## 图 录

图 1-1 NGC 6503 星体旋转速度与半径	1
图 1-2 星系团阿贝尔 1689 的引力透镜效应	2
图 1-3 星系团 1E 0657-56 质量分布以及 X 射线辐射分布	3
图 3-1 暗物质直接探测实验分类	11
图 3-2 CMDS II 探测靶	13
图 3-3 CoGeNT 探测器屏蔽层布局	14
图 3-4 PICASSO 探测管示意图	15
图 3-5 二相型液氙探测原理	18
图 3-6 地-日相对运动示意图	19
图 3-7 DAMA 的年度调制信号	20
图 3-8 WIMP 入射方向的日变化示意图	20
图 3-9 DRIFT 探测示意图	21
图 3-10 质心坐标系下的两体碰撞	24
图 3-11 靶核相对原子质量与反冲能的关系	25
图 3-12 探测阈值与事例数关系图	26
图 3-13 微分事例数随季节的变化	31
图 3-14 不同逃逸速率下氙原子靶的年度调制率	33
图 3-15 半人马座物质流影响下的年度调制	35
图 3-16 Via Lactea II 模拟显示的暗物质流与暗物质的速度分布	36
图 3-17 麦克斯韦分布与碎片流存在时的微分事例数年度调制幅度变化	38
图 3-18 标准与非标准模型下锗探测器的事例数年调制幅度百分比	39
图 4-1 自旋无关的原子核形状因子	44
图 4-2 直接探测实验给出的自旋无关的 WIMP-核子散射截面	45
图 4-3 不同计算方法得到的氙-129 原子的自旋结构函数	49
图 4-4 直接探测实验给出的自旋无关的 WIMP-核子散射截面	52
图 4-5 同位旋破缺时, XENON100 与 CoGeNT, DAMA, CDMS-II 的结果比较	55
图 4-6 质量为 $10 \text{ GeV}/c^2$ 的 WIMP 与核子自旋无关作用的耦合系数	56
图 4-7 自旋相关的 WIMP-核子耦合系数 ( $M_D = 10 \text{ GeV}/c^2$ )	61

## 表 录

表 4-1 相关核素的自旋平均值.....	60
-----------------------	----

# 第一章 引言

## 1.1 暗物质的发现

数千年来，人类仰望夜空，为头顶那片深邃、神秘的宇宙星空所震撼。对于有着可以敏锐感光双眼的人类来说，发光的恒星、星系、星系团是最为明显存在着的宇宙组成。上世纪八十年代以前，人们普遍认为，利用对来自宇宙电磁辐射的研究，可以了解大多数宇宙中的物质。而现在，天体物理学家们大多已确信，组成我们宇宙的绝大部分成份，是不会发射电磁波且不参与电磁反应的暗物质（约占 23%）以及尚未能理解的暗能量（约占 72.4%）。

1933 年，瑞士天文学家弗里茨·兹威基（Fritz Zwicky）通过对后发座星系团内星系旋转速度与旋转半径关系的研究，提出星系团内存在大量暗物质的可能性。随后，越来越多的观测表明，宇宙中存在着大量的此类暗物质。通过对漩涡星系 NGC 6503 的观测给出了一个典型的旋转曲线。

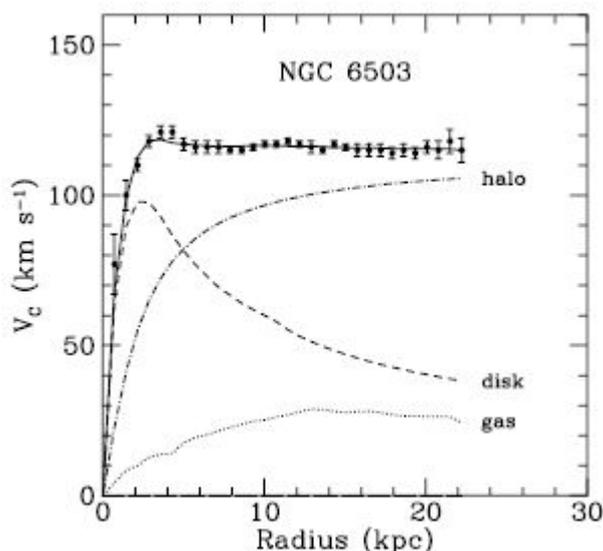


图 1-1 NGC 6503 星体旋转速度与半径。其中，黑点表示所观测到的星体旋转速度与绕星系中心旋转半径的对应关系，短划线表示由所观测到的发光星系盘提供的引力所能产生的旋转速度，点线表示气体引力的贡献，而点划线则表示暗物质晕的质量贡献<sup>[1]</sup>

Fig.1-1 Rotation curve for the spiral galaxy NGC 6503. The points are the measured circular rotation velocities as a function of distance from the centre of the galaxy. The dashed curve is due to the observed disk and the dotted curve is due to the contribution of the observed gas. The contribution of the dark halo is represented in the dot-dash curve.

如图 1-1 所示，如果整个星系仅是由可见的发光星体（短划线）以及气体（点线）组成，则其总质量所提供的引力，将不足以维系星系中星体的高速旋转（实际测量得的速度用点表示），而致使星系分崩瓦解。因此，根据牛顿力学原理，为

了使引力与离心力平衡，以维系星系的高速旋转，星系中必然存在有大量不可见的暗物质（点划线）。对大量星系的观测，都得到了类似的结果。

即便这样的暗物质不参加任何电磁反应而能隐形于传统的辐射探测器，其自身所产生的引力却能产生可观测的效应，因此，一种可能的方法便是利用引力透镜来发现暗物质。

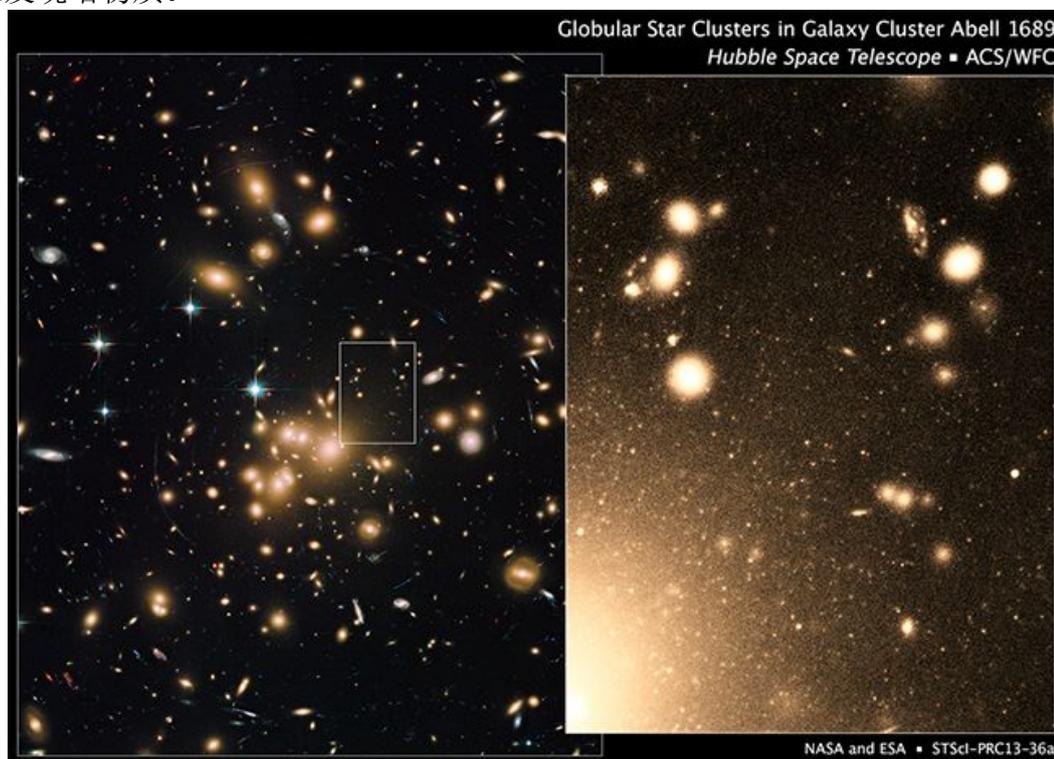


图 1-2 星系团阿贝尔 1689 的引力透镜效应<sup>[2]</sup>  
Fig.1-2 Image of the lensing cluster Abell 1689

如图 1-2 所示，经过阿贝尔 1689 星系团附近的星光被弯曲折射，形成光弧以及重像，发生引力透镜效应。通过光线弯曲的程度、以及透镜星系团、观测者、背景星系三者间的距离，我们可以知道透镜星系阿贝尔 1689 中所蕴含的物质质量大小。巨大的引力效应表明星系团中拥有远超过可见物质的大量暗物质存在。

另一项证据显示于对子弹状星系团的质量分布以及 X 射线辐射分布的研究。图 1-3 所示，是子弹状星系团 1E 0657-56 染色后的照片，蓝色部分代表主要质量分布区域；红色部分表示辐射 X 射线的主要区域。一种解释是：这是由两个星系团碰撞后产生的图景，因碰撞而获得高温的重子星际物质，辐射出大量 X 射线，被钱德拉 X 射线望远镜探测到，而占据星系团中主要质量部分的暗物质则因碰撞程度极低，而先于星际物质（主要是高温气体）穿过彼此，与原来的星系分离，并由引力透镜效应被发现。



图 1-3 星系团 1E 0657-56 质量分布以及 X 射线辐射分布<sup>[3]</sup>  
Fig.1-3 Mass distributions from gravitational lensing and x-ray emissivity maps

离我们更近的证据在于对银河系星体运动的观测，虽然银河系绝大部分恒星分布在一个厚 2000 光年左右，直径约为 10 万光年的薄盘上，在绕银河中心旋转的同时，这些恒星仍有一个穿越银河盘面的上下运动分量。这种上下运动的周期、振幅则与银河系引力大小相关，而可作为银河系内含有暗物质的一个可能证明。统计研究表明，银河系中含有的物质显多于我们所能看到的发光恒星物质。近来的研究，通过对银河系内红矮星运动规律的研究，进一步证实太阳系内存在着大量的暗物质<sup>[4]</sup>。

## 1.2 现代物理学上空的乌云

20 世纪初，相对论与量子力学的建立发展，帮助人们驱散了漂浮在经典物理学上空的乌云，然而，就在同一个世纪后半期，人们发现，新的乌云又开始笼罩，即暗物质与暗能量的问题。即便首次提出暗物质概念至今已有 80 年，对于暗物质的研究也已经进行了近 30 年，对于其物理性质人们仍几无了解。

天文观测表明，我们的宇宙在约一亿秒差距的尺度下可视作为均一且各项同性，爱因斯坦场方程的解可由弗里德曼（Friedmann）方程给出，

$$\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} + \frac{k}{a(t)^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho_{tot} \quad (1-1)$$

式中  $a(t)$  —— 宇宙的标度因子；

$\dot{a}(t)$  —— 宇宙标度因子对于时间的一阶导数；

$G_N$  —— 牛顿引力常数；  
 $\rho_{tot}$  —— 宇宙平均总能量密度；  
 $k$  —— 表征宇宙形状的参数。

$\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$  表示哈勃系数  $H$ ，即  $\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = H(t)$ ，令  $\frac{8\pi G_N}{3H^2} \rho_{tot} = \frac{\rho_{tot}}{\rho_c} = \Omega$ ，其中， $\rho_c$  表示宇宙临界密度， $\Omega$  称为密度参数。可将式 (1-1) 移项改写为

$$\Omega - 1 = \frac{k}{H^2 a^2} \quad (1-2)$$

可见，当  $\Omega = 1$ ，即宇宙平均总物质密度等于临界密度，则  $k=0$  表示时空平坦。当前的观测表明，宇宙的实际密度与临界密度接近，相差不到 10 倍，即  $\Omega$  在 0.1 到 10 之间。在暴涨模型下，假如宇宙在大爆炸之初，其密度小于临界密度，即  $\Omega$  小于 1，那么随着宇宙年龄的增加， $\Omega$  将减小，直至现今的远小于 1；假若宇宙初始密度大于临界密度，即  $\Omega$  大于 1，则现在的密度参数  $\Omega$  将远大于 1。借由现今  $\Omega$  介于 0.1 与 10 之间的事实，可以推断，宇宙的初始密度参数精确地等于 1，这一推断的误差小于  $10^{-60}$ 。

当兹威基最早发现星系团中含有大量不发光物质时，天文学家们还无法追究这其中有多少是不发光星际热气体，直到 1970 年末，美国发射了第一台 X 射线天文卫星，才得以发现星系团内含有大量辐射 X 射线的高温气体。1995 年，科学家在对于爱因斯坦卫星所测之 19 个亮星系团的数据作出分析后，判断星系团内的重子物质与暗物质的质量比约为 1: 5。然而，若宇宙空间中只由重子物质与非重子的暗物质组成，其密度参数  $\Omega$  将为 0.3 左右，即令重子份额  $\Omega_b = 0.05$ ，非重子的暗物质份额  $\Omega_x = 0.25$ ，而仍有约 70% 的质（能）量缺失。为了维护平坦宇宙的思想，一些科学家提出了重新引入宇宙常数  $\Lambda$  的概念。

1998 年，两个科学小组对于标准烛光的 Ia 型超新星退行速度与距离的分析，揭示了宇宙中暗能量的存在，证实了重新加入宇宙常数后模型的正确性。但假象的暗物质粒子却仍没有得到实验确证，尽管一些实验组宣布了它们可能已探测到某种未知粒子的存在，但其他实验很快又否定了这一结果。另一种试图解释未知引力现象的尝试，是从修改牛顿力学方程的角度出发，被称作 MOND (Modified Newtonian Dynamics) 理论。然而，即便可以成功解释所观测到的星系内发光星体以及星系团内星系的运动规律，MOND 的预言必须也可以符合我们对于太阳系中星体运动的观测结果，这使得 MOND 显得有些为难。同时，MOND 无法解释所观测到的子弹星系团现象、引力透镜效应、微波背景辐射数据以及宇宙大尺度结构现象。这使得这一理论已难有发展，而令科学家们更坚定了暗物质的存在。

如今  $\Lambda$  CDM 的模型已被广为接受，最新的观测表明，重子、暗物质、暗能量分别占据宇宙总能量的 4.9%、26.8% 以及 68.3%<sup>[4]</sup>。但是，关于暗物质与暗能量的性质，我们却仍一无所知。暗物质究竟为何？对于其性质的研究是否会带来物理理论的又一次革命？如何探测暗物质？一系列的问题吸引着大批的物理学家与实验小组展开探索。

### 1.3 搜捕暗物质

以往，天文学只借助于观测进行假设与理论预测。近年来，粒子物理学与天体物理学研究领域的交叉与结合，使得通过粒子物理来对宇宙学问题进行解释的思想得到了发展，从而开辟了人类对宇宙探索新的途径。

粒子物理学的预言与天文学上暗物质的发现就是其中的一个典型例子。当狄拉克将狭义相对论与量子力学结合后，新的方程显示对于已知的所有粒子，都将有一个与其电荷（以及其他相加性量子数）相反的共轭粒子，这一预言最终被实验证实。随后，理论物理学家试图将广义相对论运用到量子力学中，有趣的是，这一结合又预言了新的对称，而发现每一种标准模型中的玻色子（费米子）都有一个未被发现的费米子（玻色子）伴侣，这一对称被称作超对称（SUSY, super-symmetry）。由于 R-宇称对称破缺，标准模型粒子不会与其超对称子互相转换，大质量的超对称子衰变为更小质量的粒子，最终稳定下来。天文学上暗物质概念的提出似乎正好印证了最小质量超对称粒子（LSP, lightest super-symmetric particles）的理论预言，而 LSP 也正好为暗物质提供了一种可能的模型。

从大爆炸模型出发，暗物质当是一种大质量弱相互作用粒子（WIMPs, weakly interacting massive particles），在宇宙诞生之初就已存在，通常为 Majorana 粒子，是其自身的反粒子（ $\chi = \tilde{\chi}$ ），湮灭成为质量更小的普通物质粒子（ $\chi\tilde{\chi} \rightarrow \tilde{l}l$ ），并与其逆过程，即普通物质粒子与其反粒子湮灭形成 WIMP 粒子（ $\tilde{l}l \rightarrow \chi\tilde{\chi}$ ），达到动态平衡。随着大爆炸的经行，宇宙平均温度迅速降低，直至这一温度小于 WIMP 粒子的质量，其逆过程（ $\tilde{l}l \rightarrow \chi\tilde{\chi}$ ）停止，只剩下湮灭（ $\chi\tilde{\chi} \rightarrow \tilde{l}l$ ）过程仍在继续，从而 WIMP 粒子的密度将比普通物质密度下降更快。但这一过程随后又会因着宇宙膨胀的继续，而使得 WIMP 的密度小到与其反粒子（对于 Majorana 来说即其自身）的作用也已微乎其微。从此开始，WIMP 的密度下降便只与宇宙膨胀有关。为了使理论预测上 WIMP 遗留的密度能符合天文学上对于暗物质密度的测算，对于 WIMP 模型的一个要求便是它们能够参与一种类似于弱相互作用的作用。因此，除了观测暗物质产生的引力效应以外，更直接而有说服力的方式，则是可以对暗物质的这种弱作用经行直接探测，进一步了解揭示更多暗物质的物理性质。

## 第二章 暗物质分类

### 2.1 重子暗物质

暗物质可根据其是否由重子物质组成分类。重子暗物质中最重要的一类称为马乔体 (MACHOs, Massive Astrophysical Compact Halo Objects), 包括诸如大质量行星、褐矮星、白矮星、黑洞等天体物质。

其中, 褐矮星是由引力作用塌缩的气体云, 组分为氢与氦, 其质量小于 0.08 倍的太阳质量, 由于无法产生足够的压力而不发生核聚变, 因此, 表面温度低于 2000K, 亮度小于太阳亮度百万分之一的褐矮星, 只产生少量热辐射, 而难以被观测到。质量近于太阳的恒星 (至少是太阳质量的 1/10) 在聚变反应的终期, 将塌缩形成白矮星, 主要由氦、碳及其他核合成产物组成, 残余温度无法使其继续发生核聚变, 微弱的光度使其难以被探测到, 当其热量完全散尽冷却, 则走到了同褐矮星相同的终点, 成为完全不发光的黑矮星。质量大于太阳质量 1.4 倍 (钱德拉萨卡极限) 而小于 3 倍太阳质量的白矮星冷却之后, 其电子简并压将不足以支撑其自身引力所造成的进一步塌缩, 形成 Ia 型超新星爆发, 并残留只有中子物质的内核, 即中子星。而质量大于 3 倍太阳质量的恒星, 最终将衰亡成为一个黑洞。

大爆炸理论的核合成标准模型允许重子物质的质量上限为所观测到明亮天体物质的 10 倍, 这足以解释银河系的自转特性以及其他星系的运动特征, 但仍无法解释维系星系团的作用力来源。除了马乔体, 低温星际气体、尘埃也是重子暗物质可能的组成部分, 但从遮光作用来看, 这类的气体云以及尘埃在重子暗物质中也只占极小一部分。

星系团热气体是重子暗物质的另一大类。对于星系团中星系无规则运动的多普勒效应分析, 并除去宇宙膨胀的红移影响, 得到星系的动能, 将其等量于引力势能, 这是最早的估算星系团总质量的方法。当 Zwicky 的估算表明星系团中明亮星系只占据很小的质量部分时, 不少的天文学家将剩余的质量归因于不发光的大量星际热气体的存在。倘若这些气体粒子真的存在, 其运动速度应当接近于星系团中星系的运动速度, 也就意味着它们的温度将可以达到约  $10^8\text{K}$ , 而处于等离子体状态, 这表示星际热气体粒子的辐射主要集中在 X 射线波段。20 世纪 70 年代, 随着 X 射线天文卫星的发射使得大气层对于此波段辐射的吸收得以被避免, 星系团内含有大量热气体事实被验证。对于星系团热气体的温度 (速度) 与密度分布即相空间密度的研究, 可以得到引力势进而更精确地估算出星系团的总质量。而从热气体辐射 X 射线的速率值中, 可以得到热气体密度分布, 进而计算其质量。天文学模型将星系团的形状简化使其具有球对称性, 并用投影的方式来研究热气体, 结果发现热气体的分布比星系团内星系要宽广得多, 星系只集中在星系团的中心, 而星系团更广延的空间中则充斥着大量的热气体。近来的研究揭示, 热气体的质量占星系团总质量的约 15%, 是星系物质质量的 3-10 倍, 因此, 组成星系团的所有物质中, 重子暗物质的数量比其最初以为的只是未知暗物质的 1/20 要高

了不少，而修正为重子物质与未知暗物质的比率为 1/5，与重子成份相比，这种未知暗物质占据宇宙质量的主要成份。

## 2.2 非重子暗物质

非重子物质占据暗物质的主要成份，理论上给出了性质各异的未知粒子作为其候选者。非重子暗物质不参与电磁作用以及强相互作用，因此只能通过引力效应被观测到，大爆炸理论要求非重子暗物质同时具有某种弱相互作用，以满足其现存的密度要求。这便使得对于非重子暗物质的探测有了另外的途径——搜寻其湮灭后次级粒子的间接探测方法，或是直接捕获非重子暗物质与重子物质所发生弱相互作用的直接探测方法。根据非重子暗物质的共同特点，将其命名为弱相互作用大质量粒子，即 WIMP(Weakly Interacting Massive Particle)。按照大爆炸之初，WIMP 产生时的速度，可将非重子暗物质分为热暗物质，HDM(Hot Dark Matter) 和冷暗物质，CDM (Cold Dark Matter)。粒子物理学以及宇宙学同样要求 WIMP 的存在，而作为 WIMP 的两种形式，HDM 和 CDM 都是可能的。

## 2.3 热暗物质

热暗物质产生于大爆炸之初，仍大量留存与现在的宇宙中，因其运动速度接近光速而得名。

假设热暗物质成为暗物质的主要组成部分，高速运动的大量热暗物质粒子在初始宇宙中穿行，起到的作用便如同在一锅热粥之中均匀搅拌，使得宇宙物质的密度变得均匀。随着宇宙的继续膨胀，热暗物质的温度渐渐降低，于是，重子物质得以产生不均匀的质量分布，而因这质量分布涨落的出现，使得引力不再稳定，原本均一的重子物质破裂，聚集成大片的重子云，并逐渐形成现在所见的星系团。然而这并不符合现代天文学观测对于宇宙图景的描述。COBE 卫星所显示的宇宙背景辐射中的涟漪表明，宇宙初期曾出现过密度不规则的团块。有理论认为，热暗物质只占据暗物质的 20%左右。

中微子是热暗物质最佳的候选者，要使中微子符合宇宙学家所期望的那样，则其质量应当在 5eV 左右。最初的粒子实验宣布发现中微子的质量是在约 5eV，而进一步的理论研究则表明，这并非一种中微子，实则是电子中微子， $\mu$  中微子和  $\tau$  中微子三种中微子的混合态。其中后两种中微子有着相近的 2.4eV 的质量，而易发生中微子振荡，电子中微子则要轻得多。这三种中微子的混合重质量在 5eV 左右，而将此结果加入到计算机模拟星系形成过程的运算在中，最终给出了与实际观测到的宇宙更相符合的结果。

## 2.4 冷暗物质

与热暗物质相对，冷暗物质的运动速度要小得多。由于冷暗物较小的速度使得其产生之后能够渐渐聚集成团，成为引力中心，继续吸引其他重子物质，于是

小块物质渐渐地聚集成为大量物质，并发生核聚变，这是冷暗物质帮助产生星系的过程，与热暗物质主导下星系形成的过程不同，是一个由小到大的积累，而非由大到小的碎裂过程。如果要求冷暗物质构成暗物质的 80% 左右，热暗物质占据约 20%，加上 1% 重子暗物质，这样构成的混合暗物质模型 MDM (Mixed Dark Matter)，将更加符合现今对于宇宙的观测。

冷暗物质有众多的候选者，其中的有些已经被实验所排除，例如中微子的对称粒子：斯中微子，理论预测其质量在 55.0 GeV 到 2.3 TeV 的范围中，在暗物质直接探测实验中未能发现。最主要的暗物质候选者，除了中性微子 (neutralino)，还有轴子、引力子，以及它们的超对称子。

其中，轴子是一种为解决强相互作用中 CP 守恒问题而被假想出来的粒子，其质量在  $10^{-5}$  eV 左右。现有的实验都还无法确证其存在，而一些理论则预言了轴子具有衰变为光子的不稳定性。引力微子则是另一种假想的粒子，作为引力子的超对称粒子被提出，但测量的困难以及理论上的难以自洽，都是使得引力子并非直接探测实验所关注的理想的暗物质粒子。

SUSY 理论预言了四种中性微子，处于 zino, bino 和 higgsino 的叠加态中，其中 zino, bino 和 higgsino 分别为  $Z^0$  玻色子、弱超荷子  $Y_w$  以及 Higgs 玻色子的超对称费米子。由于较重的 neutralino 会衰变成为较轻的粒子，只有最轻的超对称中性微子 LSP (the Lightest Supersymmetric Particle) 物理性质稳定，成为冷暗物质的最佳候选者。LSP 的理论估计质量在 10 GeV 到几个 TeV 的范围之内，因此，是目前暗物质直接探测实验最为关注的质量范围。

## 2.5 超对称理论预言的暗物质候选者

最小超对称标准模型 MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model) 的提出，为标准模型所无法解释的级列问题 (hierarchy problem) 提供了很好的解决方案。MSSM 引入 R 宇称来分辨标准模型粒子及其超对称子， $R = (-1)^{3(B-L)+2S}$ ，其中 B, L, S 分别为重子数、轻子数以及自旋。对于标准模型粒子， $R=1$ ；而超对称子的  $R=-1$ ，即超对称粒子拥有奇 R 宇称，而标准模型粒子的 R 宇称为偶。若 R 宇称可以破缺，则导致大质量的超对称子可以继续衰变为小质量的粒子，同时，这种破缺也会带来反应前后重子数与轻子数不守恒的问题，因此 MSSM 为 R 宇称的破缺作了严格的限制。在 R 宇称守恒的情况下，LSP 的提出超对称粒子可以稳定存在。在 MSSM 中，预言了所有标准模型中规范子的超对称子：超胶子 (gluino) 为胶子的超对称子，带有色荷；引力微子 (gravitino) 是引力子的超对称子；winos 和 zino 分别是  $W^\pm$  玻色子和  $Z^0$  玻色子的超对称费米子，wino 带有电荷，而 zino 保持电中性；bino 是 U(1) 规范场中弱超荷的超对称子；希格斯玻色子的超对称费米子称为 higgsino。于是，MSSM 对标准模型的扩张，在理论上预言了很多新的粒子，同样为暗物质粒子提供了可能。根据暗物质粒子不参与电磁反应、强相互作用等性质，则可以推断，其成份可能为 bino, zino 和 higgsino，可以发生弱相互作用强度级别的反应，且为费米子。

另一方面，从大爆炸模型关于哈勃常数与宇宙温度变化的推论，考虑如果存

在超出标准模型的粒子，根据此类粒子在不同阶段产生与湮灭的动态热平衡，可估算出，这些粒子在当今宇宙中的残留密度为<sup>[5]</sup>：

$$\Omega_x h^2 \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{\langle \sigma_A v \rangle} \quad (2-1)$$

式中  $\Omega_x$  —— 未知粒子的密度参数  
 $h$  —— 哈勃常数（单位：100km s<sup>-1</sup> Mpc<sup>-1</sup>）  
 $\sigma_A$  —— 未知粒子湮灭反应的总散射截面  
 $v$  —— 未知粒子相对其反粒子的速度

若  $v$  在 10<sup>2</sup>~10<sup>3</sup>km/s（冷暗物质的要求），哈勃常数在 50-100km/s/Mpc，即  $h$  在 0.5-1 之间，则可知，若此种粒子湮灭反应的散射截面是在弱相互作用尺度上，则很好地给出了所需暗物质的残留丰度。

从大爆炸模型出发的推导，所得到的可能存在的未知粒子的性质，与超对称模型所预言的 *neutralino* 的性质十分吻合，这为冷暗物质粒子在理论上提供了更具说服力的候选者。因此，寻找 SUSY 理论预言的 *neutralino*，以及其他具有类似性质的 WIMPs，成为现在暗物质直接探测组最为关注的目标。

## 2.6 本章小结

本章介绍了暗物质的分类。现代天文学认为，由停止或不发生核聚变反应的大质量星体组成的重子暗物质只占据整个暗物质组分的很小比重，星系团热气体质量可达到星系团发光物质的 3-10 倍，但真正占据宇宙质量主导成份的是非重子暗物质，并很有可能是冷暗物质和热暗物质的混合。其中约占 1/3 的热暗物质，其最佳候选者为已被实验观测到的中微子，剩下的为 2/3 的冷暗物质。

冷暗物质的多种可能模型中，由最小超对称 MSSM 理论所预言的中性微子 *neutralino*，处于希格斯子的超对称子 *higgsino* 和另两种零电荷超对称规范子 *bino* 和 *zino* 的叠加态中。其拥有的弱力级别的互相作用，与大爆炸理论所推导的达到现今宇宙中残留暗物质丰度，所要求的作用强度匹配，而成为目前最受关注的暗物质候选者。

除了本章中提到的暗物质分类，还有其他许多的暗物质假说，其中包括：温暗物质，其速度介于冷暗物质和热暗物质之间，以惰性中微子（*sterile neutrino*）为最佳候选者，除了提供引力效应，不再参加其他作用，因此无法通过现有的直接探测实验来验证。*Kaluza-Klein* (KK) 理论试图通过更高维空间来将电磁作用与引力作用统一，其所预言的最轻的 KK 粒子 LKP（*Lightest KK Particle*）通过 KK 宇称守恒稳定存在，其质量范围在 300GeV~1TeV，成为 WIMP 的另一大热门候选者<sup>[6]</sup>。

本文的后续几章内容将涉及暗物质的直接探测，并围绕 WIMP 中最热门的候选者 *neutralino* 给出实验参数的限制。需要指出的是，尽管 LSP 凭借着如本章中所指出的优势，成为最热门的暗物质候选者，然而 SUSY 理论到目前为止并未得到过任何实验的有效验证，因此，我们必须对目前所有的偏向保持谨慎，并考虑

更多其他可能的解释。

## 第三章 暗物质直接探测

### 3.1 暗物质直接探测实验

暗物质的直接探测利用 WIMP 粒子自身所具有的弱作用级别的散射截面，捕获其与标准模型粒子碰撞后所产生的信号。间接探测原理，则是利用暗物质与其反物质（对于 neutralino 这样的 Majorana 费米子则为其自身）湮灭时会产生  $\gamma$  射线、中微子、正负电子对、正负质子对等次级粒子的性质，从宇宙中观测到的超出预期数量的正反粒子对、射线等来揭示暗物质的可能存在，但这些观测到的次级粒子的可能来源仍具有不确定性，一些原因尚不明确的宇宙辐射，往往也会产生同样的观测结果。因此，暗物质的直接探测实验是更好的验证暗物质粒子存在的方法。

对于银河系内的暗物质，若以银河系为参考系，其统计平均速度应取相对于银河系静止，因此银河系暗物质对于绕银河中心公转的太阳系存在一个相对速度，在地球上静止放置的探测器靶，每时每刻都会有大量的 WIMP 粒子穿过其中，这为在地球上进行暗物质直接探测实验提供了可能。而在地面进行的直接探测实验相对于在宇宙空间中进行这类实验有一个更大的优势——即更少的宇宙射线干扰以及更易于加装屏蔽保护。

通常，暗物质的直接探测实验会选择在地底深处，利用岩层屏蔽大量的宇宙射线，并在探测靶物质周围增加屏蔽材料，如混凝土、铜、铅屏蔽层等，但屏蔽层以及探测器材料本身也会含有少量放射性物质，如会放射  $\gamma$  射线的  $^{238}\text{U}$ ,  $^{232}\text{Th}$  和  $^{40}\text{K}$  等，前两种物质的衰变同时还会产生中子本底。更好的屏蔽体是纯水，比起其他物质，纯水的自发衰变辐射要少得多。

考虑到 WIMP 粒子可能的质量范围和靶原子的质量，探测器的能量阈值需要十分小，对于预期质量范围在 10-1000GeV 的 WIMP，将会在探测靶核上产生 1-100keV 的反冲能。因此，通常的探测器能量阈值要求在 10keV 左右，更高的能量阈值将造成一部分的探测盲区。当然，越来越多的实验把探测目标锁定在质量更小的 WIMP 上，这就要求更低的能量阈值。

虽然实验设计上已可将绝大部分的宇宙射线屏蔽，但仍会有小部分的干扰粒子穿透屏蔽层到达探测器，或者在岩层激发次级粒子，加上探测器材料本身的放射性，成为实验需要了解并排除的本底。对于能够分辨电子反冲与核反冲的探测实验，可以较好地将  $\gamma$  射线和  $\beta$  射线排除，而对于和 WIMP 一样能够产生低能核反冲的快中子，则可以通过反应事例的微分能谱特征、方向性特征以及年周期调制(annual modulation)等特征加以排除。

暗物质与普通物质发生碰撞之后，其核反冲能将转换为热能、电离（或跃迁）能以及光能，通过对这些能量即声子、电子、光子的捕捉，来实现直接探测暗物质信号的可能。基于上述原理，现有的暗物质直接探测器可按探测的不同信号来进行分类。图 3-1 分类列举了现今世界上正在运行或正在准备中的一些暗物质直

接探测实验。

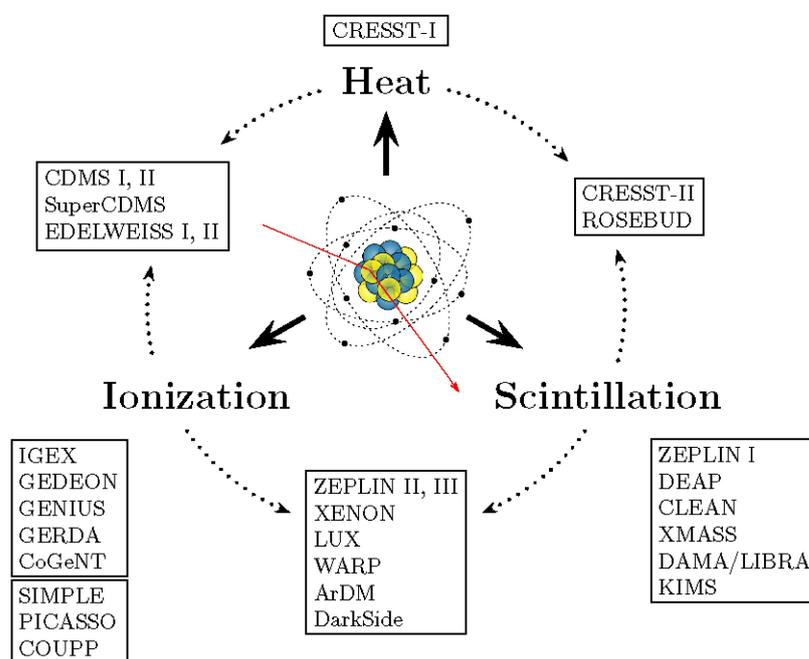


图 3-1 暗物质直接探测实验分类<sup>[7]</sup>

Fig.3-1 Classification of WIMP direct detection experiments

最早的暗物质直接探测器使用低温超纯锗半导体，在地下实验室进行，并采用高纯度的锗和铜作为屏蔽材料，实验在 20 世纪 80 年代第一次公布了搜索结果，发布了第一个 WIMP 质量上限报告。目前世界上领先的探测实验有：可同时探测声子与电离的 CDMS 实验组；探测电离效应的 CoGeNT, COUPP, PICASSO 等实验组；可同时探测热效应与闪烁的 CRESST- II 实验组和可同时探测电离与闪烁的 LUX, XENON, ZEPLIN-III 实验组等。

上世纪 80 年代，在美国、欧洲以及日本实验物理学家提出采用低阈值低温半导体对暗物质进行直接探测的方法，基于德拜原理，即热容近似与温度的三次方成正比，观测在低温环境下，探测材料因受到核反冲的能量导致的微小温升，成为低温探测技术的基本探测策略。最初的 WIMP（或中子）碰撞所提供的核反冲动能从一个离子的振动很快扩散为大量晶格的振动，前期的单声子信号可由非热声子探测器（Athermal phonon sensors）获得，后期的区域温度变化则通过热探测器捕获。离子有一定的概率在外加电场的拉动下脱离晶格，被电离探测器捕获；另一种可能为，离子回到晶格中，将动能转化为热能。一部分的电子会退激发，发出光子，形成闪烁信号。核反冲与电子反冲在产生电离信号、热信号以及闪烁

信号上有明显的不同。为了更好地区分本底与 WIMP 事例，同时测量两种或以上不同的信号，如声子信号以及电离信号，根据电子反冲与核反冲在探测材料中能量传递方式的不同，可以有效将两者区分。现在的低温锗探测器，探测阈值已能够低于 1keV，在低质量暗物质 ( $<10\text{GeV}/c^2$ ) 的探测结果中，处于领先水平。

CDMS 实验全称 Cryogenic Dark Matter Search 即低温暗物质搜索小组，位于美国明尼苏达州的苏丹矿井中，井深为 780 米，相当于水深 2090 米(2090 m.w.e. 即 meter-water-equivalent，在比较各个不同的探测器位于地下有效屏蔽深度时，采用 m.w.e.单位作为比较标准)。该岩层厚度可以屏蔽绝大部分的大气层  $\mu$  子（与在地表相比， $\mu$  子衰减达  $10^4$  倍）。探测器外围设有总厚度达 50 厘米的聚乙烯材料以及 23 厘米的铅作为屏蔽层，屏蔽层覆盖 99% 的立体角。实验最先采用高纯度锗作为探测靶核，其二代实验 CDMS-II 加入高纯度硅，共使用 19 个锗晶体以及 11 个硅晶体作为探测器，后者用于针对小质量的暗物质进行探测。其中每个锗晶体质量约 239 克，每个硅晶体质量约 106 克，即总质量为 4.6 千克的锗和 1.2 千克的硅。同时可以测量电离信号以及声子信号，使得实验的本底分辨能力大大增强，利用电子反冲与核反冲所产生声子时间的不同，来排除表面电子本底以及  $\gamma$  本底。2006 年到 2007 年间 15 个锗探测晶体正常运作，有效探测量达 121 千克·日，在 90% 的置信度下，给出暗物质的反应截面上限，在  $60\text{GeV}/c^2$  达到最小为  $4.6 \times 10^{-8}\text{pb}$ 。2007 年到 2008 年间，除去运行失败的三个硅探测器，硅晶体的探测量达 140.2 千克·日，并发现三个疑似暗物质的事例<sup>[8,9]</sup>。图 3-2 所示，是 CDMS-II 的一个探测晶体。



图 3-2 CDMS II 探测靶<sup>[10]</sup>

Fig.3-2 CDMS II detector

CoGeNT 实验即 Coherent Germanium Neutrino Technology 的首字母缩写，采

用 440 克点接触式 p 型锗半导体作为探测材料，探测器现位于苏丹地下实验室，使用 25 厘米厚的铅层以及 18.3 厘米高密度聚乙烯（HDPE）作为内层屏蔽材料，见图 3-3。CoGeNT 只探测电离信号，并根据反冲响应时间波形来区分电子本底与核反冲事例。单信号探测技术使得 CoGeNT 探测器的探测阈值仅仅为 0.5KeVee，而在探测小质量 WIMP ( $>5\text{GeV}/c^2$ ) 方面显出优势。在对于 2009 年 12 月至 2011 年 3 月的运行数据进行分析后，实验宣布发现了疑似暗物质事例，且与另一个实验组 DAMA 的探测结果接近。[11]

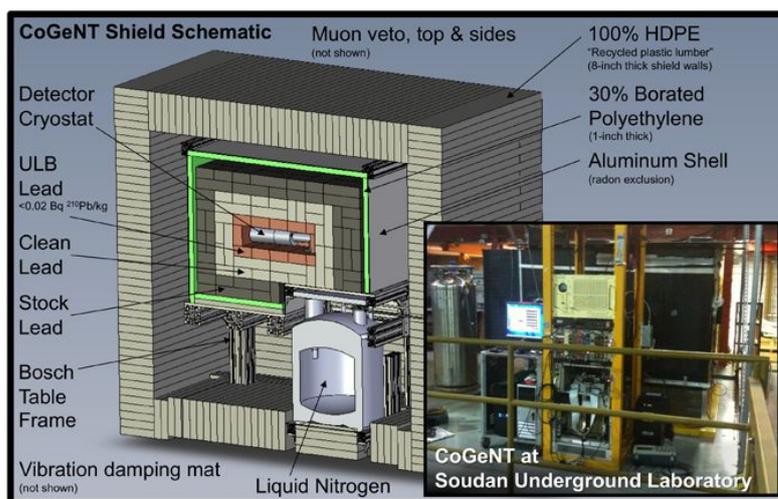


图 3-3 CoGeNT 探测器屏蔽层布局<sup>[12]</sup>  
Fig.3-3 Layout of the shield of CoGeNT detector

与低温暗物质直接探测实验采用不同的探测策略，使用过热液体作为探测材料的实验，往往可以在室温或者接近室温的环境下进行。此类实验使探测液体处在超过其发生气液相变的临界温度而不发生沸腾，一旦有 WIMP 粒子与其发生核反冲，则气相亚稳态被破坏，形成小气泡，实验通过记录气泡破裂的振动来捕获暗物质碰撞事例。

PICASSO 实验位于加拿大萨德伯里中微子观测所 SNOLAB (Sudbury Neutrino Observatory)，全称 Project In Canada to Search for Super symmetric Objects，位于地下深度 2160 米(6000m.w.e)。该实验使用过热  $\text{C}_4\text{F}_{10}$  液滴作为探测靶核，其中的  $^{19}\text{F}$  可以用来探测自旋相关的 WIMP 与核子的作用。所谓过热液体，即远超过沸点而处于亚稳态的液体，为了避免过热液体由于表面不平整以及接触容器内壁时附着上小气泡而无法保持过热状态，实验设计上将  $\text{C}_4\text{F}_{10}$  制作成小液滴悬浮固定在亲水性的胶体中，每个液滴的直径仅为 50-100 微米。如果一个 WIMP 碰撞到液滴靶上，氟（或碳）原子受到核反冲，并在过热液滴中形成一条运动轨迹，这样的扰动会

使得原本处于亚稳态的液滴迅速汽化，转化至其气相，并不断膨胀成为一个更大的气泡，最终破裂，这次小爆炸所带来的振动持续约 4 毫秒，会由安装在容器上的压电感应装置捕获，转换为电信号，使得计算机记录下一次核反冲的数据，如图 3-4 所示，是 PICASSO 的一个探测模块的结构示意图，4.5 升的溶液胶体中分布了 80 克的  $C_4F_{10}$  液滴，容器壁上设有 9 个压电感应器，正在运行的探测器共载有 32 个这样的探测管，探测物质共重 2.6 千克。基于上述的信号产生原理，实验可以通过调节过热液体的温度，使其在受电离本底的扰动时仍保持稳定，又同时仍可以精确地对核反冲作出感应，使其有效避免了由  $\gamma$  本底和  $\beta$  本底所带来的电子反冲干扰。PICASSO 探测器的阈值已可低于 1keV 这使得其在捕获小质量 WIMP 事例方面的能力较为突出。其他采用过热液体探测方法的实验还有 SIMPLE 和 COUPP。

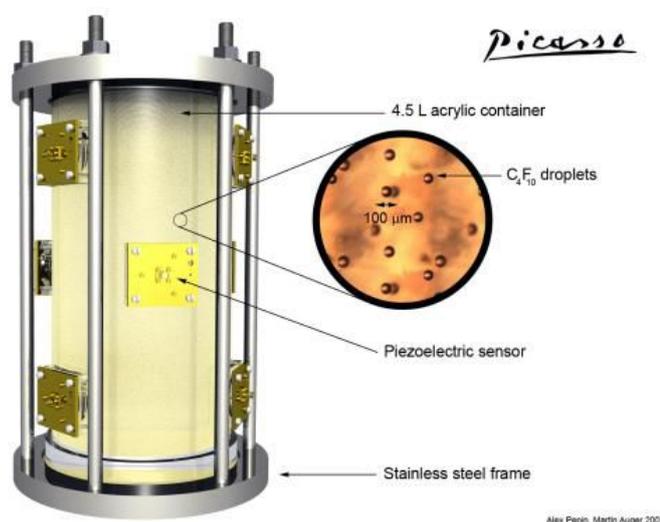


图 3-4 PICASSO 探测管示意图<sup>[13]</sup>  
Fig.3-4 The setup of one module of PICASSO

纯净的液氙、液氙以及液氙具有突出的发光能力，前两者同时具有良好的电离特性，因此作为探测器是低温半导体材料的有力竞争者。与过热液体作为探测材料相比，此类高纯度液体性质更加稳定，且液氙原子的大质量高密度，使得其在探测自旋无关的 WIMP 事例时显出明显的优势（详见 4.1 节）。与低温半导体材料相比，在建造更大规模的探测器以达到更高的探测灵敏度时，液氙、液氙作为探测材料在价格上有着十分明显的优势。比起液氙，虽然液氙在自然界的丰度十分小而更昂贵，但空气中存在氙的放射性同位素氙-39，因此建造更大质量的以液氙为靶的探测器将耗费将更大（主要用于提纯）。在电离性能上，同种元素液体的电离所需的能量比气体小，而液氙又是三种惰性液体中电离性能最好的，因此液

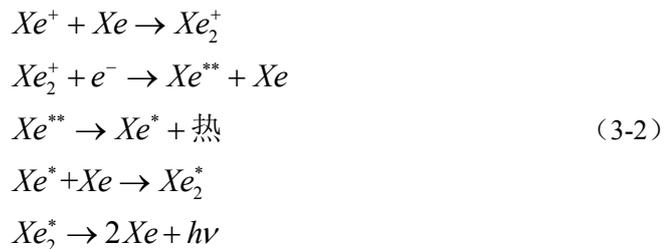
氙探测器成为高纯度液体闪烁探测器的首选材料。在本底分辨率上，采用气、液双相型的液氙探测器，可以同时探测闪烁信号  $S_1$  以及电离信号  $S_2$ ，通过  $S_2/S_1$  可以很好地区别电子反冲与核反冲，达到辨别  $\gamma$  本底与  $\beta$  本底的目的。目前世界上公布的最低的暗物质质量上限正是由此类探测器给出<sup>[14]</sup>。

采用液氙作为探测材料的实验组有 LUX, XENON100, ZEPLIN, XMASS, DAMA/LXe 等。其中 LUX 和 XENON100 为目前世界上探测灵敏度最高的两个实验组。XENON100 探测器设在意大利 Gran Sasso 地下实验室，深约 1400 米 (3700m.w.e)，使用 161 千克液氙材料，其中外围的 99 千克作为自屏蔽材料，更好地控制本底。液氙放置在低本底不锈钢容器中，使用无氧高纯铜、铅、聚乙烯等材料作为屏蔽层<sup>[17]</sup>。LUX 全称 Large Underground Xenon dark matter experiment，位于美国 Homestake 的 Stanford 地下实验室，深约 1478 米 (4300m.w.e)，在 7.6 米直径、6.1 米高的低本底不锈钢桶内装有 7.2 万加仑的纯水作为屏蔽体。共使用了 370 千克的高纯液氙，并使用其中的 118 千克作为有效探测质量，在其首次公布的 85.3 个探测日所得的 WIMP 散射截面上限中（自旋无关），对  $33\text{GeV}/c^2$  的 WIMP 有最大的灵敏度，达到  $7.6 \times 10^{-46}\text{cm}^2$ ，是目前暗物质直接探测实验所排除的最小上限<sup>[14]</sup>。

氙原子受到核反冲或电子反冲后，进入激发态或者成为与外层电子脱离成为离子，这两种不同的结果最终通过不同过程返回到稳定态的氙并发出光子。对于激发态的氙原子，将与另一个氙形成共价键，并最终退激，发出 178 纳米的紫外光，成为两个氙原子，其过程表示如下：（ $Xe^*$  表示氙的激发态）



另一种可能是成为氙离子的  $Xe^+$  与另一个氙原子组成共价的氙离子  $Xe_2^+$ ，随后捕获一个电子，断开共价键成为一个第二激发态的氙原子和一个基态氙原子。第二激发态的氙原子退化到最低激发态，并发出热能。最后，最低激发态的氙如上所述的过程，发出光子。过程如下表示：



第一激发态的  $Xe_2^*$  有两种可能状态：单态与三重态，发出 178 纳米紫外光的时间分别为 4.3 纳秒和 22 纳秒<sup>[15]</sup>。电子反冲与核反冲在途径单位长度上的能量损耗( $dE/dx$ )不同，这会造成形成单态与三重态的比例不同，根据两种状态辐射光子的时间不同，可以得到单态/三重态的比值在  $\gamma$  电子反冲与核反冲的不同情况下有明显的区别（通过采集光子数量与时间的脉冲波形来区分），其中液氙的这种差异最为明显，因此在一些液氙探测器上同时使用脉冲波形来区分高能电子本底<sup>[16]</sup>。XENON100 和 LUX 实验，采用二相型氙探测技术，利用电子反冲与核反冲产生的电离与闪烁比重的不同来进行区分。在探测容器下方的是液氙，上部为气态的液氙，在 165K 的温度下，液氙的密度约为  $3\text{g/cm}^3$ ，调节温度可控制其饱和蒸汽压在 1-2 个大气压范围。在气氙两端加上高电场（液氙两端加较低的电压，使电离的电子可以较快漂移到气氙中），一旦液氙原子受到反冲，部分受激原子立刻退激发出闪烁信号  $S_1$ ，电离电子在电场的作用下，漂移到气氙中，并被加速到有足够能量激发气氙中的氙原子，在其退激时发出闪烁信号  $S_2$ ，相同能量的电子反冲比核反冲产生更多的电离电子即产生更多的  $S_2$  光子信号，实验上根据  $S_1$  与  $S_2$  信号的比值，来排除电子（ $\gamma$ 、 $X$ 、 $\beta$ ）本底。但氙原子退激发出的 178 纳米的微量光波在液氙中会被杂质所吸收，为了提高光采集效率，实验同时对液氙进行循环提纯。增加光电管的灵敏度以及覆盖面积，也是有效提高光采集效率的方法，XMASS 的探测器采用球形设计，其光电管的覆盖率可以到 62%，但由于其采用单相型氙技术，只接受闪烁信号，而不探测电离信号，因此在电子本底的分辨率上显出不足。利用双相型氙技术，使得 LUX 和 XENON100 实验在 WIMP 碰撞事例发生的位置上也具有了 3D 重建的能力，探测器两端分布的光电管可以精确定位  $S_1$  在 x-y 水平面上的位置，而探测到  $S_2$  发生与  $S_1$  发生的时间间隔，根据电子在该电场中的漂移的速度，可以得到事例在 z 垂直方向上的位置，由此可以完全重建碰撞发生的三维空间位置。这又为信号的筛选带来优势，在液氙中心位置发生的事例，因其有外围的自屏蔽，从而减少更多容器以及岩层、屏蔽体等的本底干扰，被选为有效探测区域，而增加对 WIMP 事例的探测精度。

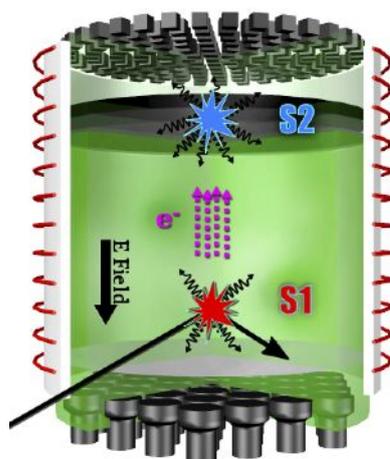
图 3-5 二相型液氙探测原理<sup>[18]</sup>

Fig.3-5 The principle of a two-phase Xe detector

在同样的探测时间内，增加探测材料的质量（原子数），是提高探测精度的最直接方法，液氙材料的探测器因其相对较低的成本，在大质量规模的实验可能上具有明显的优势，而将成为未来的主导。除了已在运行的以 370 千克液氙为探测靶的 LUX 实验外，吨量级的液氙探测器 XENON1T 正在建造中，而同样以达到吨量级探测为目标的还有我国正在建造调试的 PandaX 实验，同样采用双相型氙技术，实验位在四川锦屏山地下实验室，最大深度达 2500 米（近 7000w.m.e），是目前世界上最深的地下实验室，其宇宙射线的通量在 $\sim 10^{-10}\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ ，比 XENON 实验组所在的环境还低两个数量级。可以预见，随着更大质量液氙探测器的建造完成投入运行，暗物质直接探测的灵敏度不久将能到达  $10^{-47}\text{cm}^2$  以下（自旋无关的 WIMP 散射截面）。

为了更好区分本底，现在主要的困难是要区分中子本底，因其与 WIMP 一样，与核靶发生核反冲而非电子反冲。观测年度调制信号是可以更好找到 WIMP 事例的一个方法，倘若银河系被巨大的暗物质晕所包围，当太阳围绕银河中心旋转的时候，加上地球围绕太阳公转的速度，在地球上静止的探测器就会穿行于大量的暗物质粒子，这在实验室坐标系看来，如同有持续的 WIMP 风迎面吹来，随着地球围绕太阳公转的位置，一年中 WIMP 风的大小会随着时间而变化，称为暗物质信号的年度调制（annual modulation）。根据地-日位置关系模型，一年中暗物质粒子流通量（单位时间单位面积上通过暗物质粒子的数量）在 6 月 2 日前后达到最大值，在 12 月 2 日前后达到最小值，这样，WIMP 相对于地球上探测器的速度由地球相对银河系的速度以及 WIMP 本身的热速度（银河系坐标下）共同决定（速度矢量和关系），其中地球在银河系坐标下的速率可由表达式给出<sup>[19]</sup>：

$$v_E = v_{\odot} + v_{\oplus} \cos \gamma \cos \omega(t - t_0) \quad (3-3)$$

式中  $v_E$  ——地球相对银河系的运动速度；  
 $v_{\odot}$  ——太阳绕银河中心公转的速度；  
 $v_{\oplus}$  ——地球绕太阳公转的速度；  
 $\gamma$  ——黄道面与银道面的交角；  
 $\omega$  ——地球公转的角频率。

其中， $v_{\odot}$  取值在  $182\text{-}282\text{ km s}^{-1}$  (中间值  $232\text{ km s}^{-1}$ )， $v_{\oplus}$  为  $30\text{ km s}^{-1}$ ， $t_0 = 152.5$  日 (6月2日)， $\gamma$  取  $60^\circ$ ， $\cos \gamma$  表示地球公转到太阳公转上的速度投影。如图 3-6 所示：

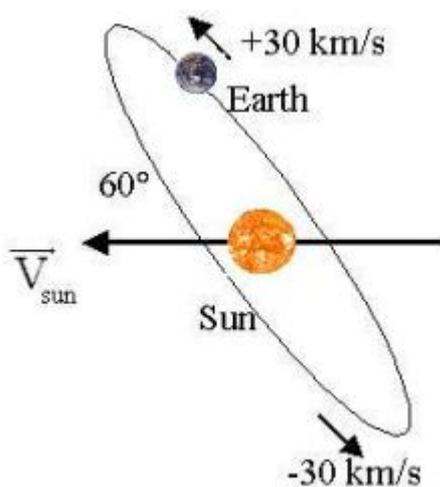


图 3-6 地-日相对运动示意图<sup>[19]</sup>

Fig.3-6 Schematic view of the Earth's motion around the Sun

随着地球绕太阳运动，暗物质的通量会随着时间出现正弦涨落，但要观测到这一现象，就要求有更多的事例数据被记载到。位于意大利 Gran Sasso 国家实验室的 DAMA 实验组，使用 NaI (TI) 固态晶体作为探测靶，观测记录闪烁信号，DAMA/NaI 探测靶质量约 100 千克，运行了 7 年，随后第二代的探测器 DAMA/LIBRA 使用 250 千克的探测靶，到 2013 年 8 月，DAMA/LIBRA 运行总量为  $1.04\text{ ton}\times\text{yr}$ ，加上先前 DAMA/NaI 的  $0.29\text{ ton}\times\text{yr}$ ，总计运行量为  $1.33\text{ ton}\times\text{yr}$ ，公布了置信水平达  $9.3\sigma$  的年度调制信号，发现在反冲能量为  $2\text{-}6\text{ keV}$  的能量区间中，调制信号最为明显，在更高的能量区间中则未能发现年度调制，而单次碰撞的事例与多次碰撞的事例相比，也只有前者发生明显的信号随时间的涨落，暗示着这些信号是由弱作用级别散射截面的 WIMP 碰撞所产生。

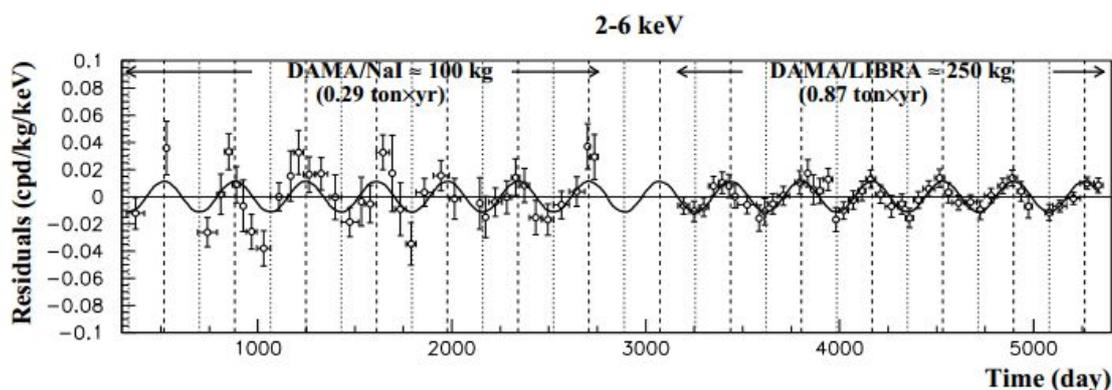
图 3-7 DAMA 的年度调制信号<sup>[20]</sup>

Fig.3-7 Annual modulation from DAMA experiment

如图 3-7 所示，是 DAMA 探测到信号数据的最佳拟合曲线，时间轴起始于 1 月 1 日，共记录了实验组 13 年的数据，振幅  $A=(0.0116\pm 0.0013)$  cpd/kg/keV。<sup>[20]</sup> 然而另一些大型的实验组，如 LUX、XENON 等都没有探测到与 DAMA 相一致的信号。由于 DAMA 只能探测闪烁信号，因此很难分辨电子本底与核反冲事例，这一调制的信号源尚不明确，而仍无法成为暗物质的确凿证据。

本底的区分在 WIMP 信号的探测中尤为重要，可以探测靶核的反冲轨迹从而确定入射粒子运动方向的实验，将能更好定位暗物质信号，本底信号虽可能随着时节的变化（由于温度变化等造成）而产生类正弦的涨落曲线，使得 DAMA 的结果仍令人猜疑，却在方向的变化上不能随时间产生明显的取向。如图 3-8 所示，一天之中，随着地球的自转 WIMP 入射方向的不对称特性可被方向性探测器明显观测到，对于阈值接近零的探测器，则不对称率接近 100%<sup>[21]</sup>。

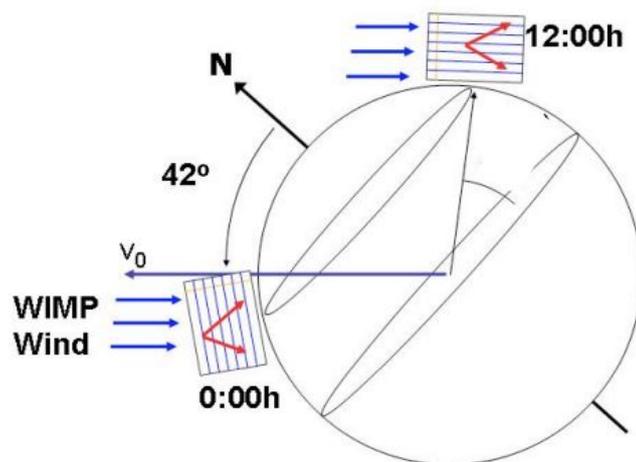


图 3-8 WIMP 入射方向的日变化示意图

Fig.3-8 Schematic view of the daily directional asymmetry of WIMP incidence

最早的方向性暗物质直接探测器取名为 DRIFT，现有的方向性探测实验组还有：Newage, DMTPC, MIMAC 以及采用固体凝胶的 Nuclear Emulsion 组等。采用气体作为探测靶的实验，其原理是利用稀薄气体中的原子在受到核反冲时将漂移一段距离，从而可以捕捉重建被反冲核子的 3D 径迹，来推断 WIMP 的入射方向。DRIFT 全称 Directional Recoil Identification From Tracks，位于英国的 Boulby 地下矿井中，2001 年开发了第一代的探测器，2005 年的二代探测器使用  $1\text{m}^3$ ，167g 低压  $\text{CS}_2$  气体作为探测材料，可以重建反冲径迹的三维信息。图 3-9 所示，是 DRIFT 漂移室的示意图。在探测器两端加有强电场，受到反冲后的气体原子电离形成电子-离子对，并在电场的作用下，带正电的离子与带负电的电子反向漂移，由于  $\text{CS}_2$  为电负性气体，自由电子在漂移过程中被  $\text{CS}_2$  俘获，形成负离子，并最终被强电场拉到电子信号读出区域，产生可观测的信号（由多丝正比室 MWPC 雪崩放大），这样便得到了径迹的二维投影，加上对于  $\text{CS}_2$  负离子到达时间先后的记录，可以确定三维反冲径迹的线段方向。<sup>[22]</sup>

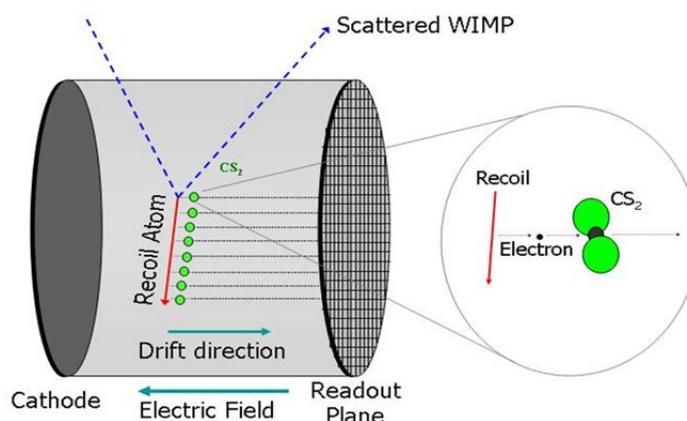


图 3-9 DRIFT 探测示意图<sup>[22]</sup>

Fig.3-9 Schematic view of DRIFT principle

DMTPC 全称 The Dark Matter Time Project Chamber，采用低压  $\text{CF}_4$  气体作为探测材料，同时采集闪烁信号与电离信号，根据收集的光子以及离子数量，计算反冲能量，并结合反冲径迹的长度来区分本底。核子在受到反冲后，其能量在其路径上的转移衰减  $dE/dx$  被用来区分头与尾，WIMP 与核子的碰撞点能量最大、能量传递最快，因此产生更多的光子与离子信号，定义为尾部（反冲速度的方向由尾部指向头部），而头部通过单位的距离上能量的转移密度较小，成像上光子与离子信号较弱，由此可以确定核反冲的头与尾。由于氟是很好的探测与自旋相关的 WIMP 事例的材料，因此 DMTPC 有望在增进自旋相关的探测灵敏度上取得领

先<sup>[23]</sup>。其他采用气体作为材料的方向性探测器，大致采用类似方法，但由于基于上述探测原理的探测器必须使用低密度气体，使得若要增加探测材料的质量，探测器的体积将会十分庞大，并为读出设备的设计增加难度，而这一因素制约了此类探测器对与自旋无关 WIMP 事例的灵敏度提高速度。另一种基于胶体的探测器<sup>[24]</sup>在扩大探测材料的质量上更具优势，然而较高的能量阈值，无法分辨头尾，以及本底分辨较困难等问题，使得这一类探测器仍有许多设计上的难点。

### 3.2 探测器对实验结果的影响

探测器的探测能力会对探测结果有直接影响。如上一节所述，暗物质直接探测记录 WIMP 与核子碰撞后的反冲能信号，这些信号转化为光、电、热的形式，但现有的探测器往往只探测其中的一种或两种形式的能量，而且过程中还要计入能量的损耗，因此探测器所测量到的只是反冲能的一部分，观测能量与实际反冲能的比值定义为能量探测效率。同时，探测器的能量分辨率、阈值（即能被探测到的能量下限）也会对探测结果产生明显的直接影响。

#### 3.2.1 能量探测效率

能量探测效率定义为观测到的能量与实际核反冲能的比值，是核反冲能的函数。即

$$f(E_R) = \frac{E_v}{E_R} \quad (3-4)$$

式中  $f(E_R)$ ——能量探测效率；

$E_v$ ——观测到的能量；

$E_R$ ——核反冲能。

在进行电离以及闪烁信号的定标时，往往使用  $\gamma$  源产生电子反冲，其能量单位用 keV<sub>ee</sub> 表示，即 electronic-recoil equivalent energy scale，相同能量的核反冲产生的电离与闪烁信号相对更小，因此真实的核反冲能会被观测值低估。在从探测器观测到的能谱来推得理论上的核反冲的微分能谱时，可由式(3-5)计算得出：

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_R} &= \frac{dR}{dE_v} \frac{dE_v}{dE_R} \\ &= \frac{dR}{dE_v} \left[ \frac{df(E_R)}{dE_R} E_R + f(E_R) \right] \end{aligned} \quad (3-5)$$

式中  $R$  —— WIMP 与核子反冲的事例数；  
 $\frac{dR}{dE_R}$  —— 事例数关于反冲能  $E_R$  的分布；  
 $\frac{dR}{dE_\nu}$  —— 事例数关于实验观测到的能量  $E_\nu$  的分布。

式 (3-5) 中，能量探测效率  $f(E_R)$  会根据采集的信号、使用靶核子的不同而有所区别，例如，对于以闪光信号  $S_1$  作为能量定标的 XENON100 实验，其实际核反冲能量与信号  $S_1$  (光电子数) 的关系

$$E_R = \frac{S_1}{L_y} \frac{1}{L_{eff}} \frac{Q_e}{Q_n} \quad (3-6)$$

式中  $L_y$  —— 光产出率，单位：photoelectrons/keV<sub>ee</sub>；  
 $L_{eff}$  —— 相同能量的核反冲产生的与电子反冲产生的  $S_1$  之比值；  
 $Q_e$  —— 电子反冲的闪烁抑制因子；  
 $Q_n$  —— 核反冲的闪烁抑制因子。

闪烁抑制因子  $Q$  的定义为：核反冲总能量中转化为闪烁光能的比率。 $Q_e$  表示用  $\gamma$  射线进行电子反冲定标测得的闪烁抑制因子， $Q_n$  是用中子进行核反冲定标测得的闪烁抑制因子。由于闪烁是由受激原子退激产生，或是由离子重新俘获电子后退激发产生 (见式 3-2)，外加电场的强度变化会改变电子重新被俘获的概率，因此闪烁抑制因子  $Q$  也会随着外加电场的不同而有不同值。 $L_{eff}$  是闪烁光产出效率，由于 XENON100 实验使用闪烁信号  $S_1$  进行能量定标，而定标源采用  $\gamma$  源，因此核反冲能产生的作用需要转换为在等效电子反冲下产生的信号。即对于核反冲能  $E_R$ ，其转化为闪烁部分的能量为  $E_R \times Q_n$ ，产生同样闪烁能的电子反冲能应为  $\frac{E_R \times Q_n}{Q_e}$ ，相当于  $\frac{E_R \times Q_n}{Q_e} \times L_y$  个光电子信号 (XENON100 实验中， $L_y$  在能量为 122keV 的  $\gamma$  源，530V/cm 的外加电场下测量，值约为 2.2pe/keV<sup>[25]</sup>)，以上即大小为  $\frac{E_R \times Q_n}{Q_e}$  的电子反冲能产生的信号  $S_1$ 。最后，需要转化为相同能量下的核反冲能所产生的光电子，即  $\frac{E_R \times Q_n}{Q_e} \times L_y \times L_{eff}$ ，从而得到观测到的由核反冲能  $E_R$  产生的光量子信号  $S_1$ ，式 (3-6) 是上述过程的反过程。

对于电离探测器，能量探测效率由参考文献[26]给出：

$$\begin{aligned}
 f(E_R) &= \frac{kg(\varepsilon)}{1+kg(\varepsilon)} \\
 \varepsilon &= 1.15E_R Z^{-\frac{7}{3}} \\
 k &= 0.133Z^{\frac{2}{3}}A^{\frac{1}{2}} \\
 g(\varepsilon) &= 3\varepsilon^{0.15} + 0.7\varepsilon^{0.6} + \varepsilon
 \end{aligned} \tag{3-7}$$

式中， $Z$  表示原子序数， $A$  表示相对原子质量。

### 3.2.2 探测器阈值

在 WIMP 与探测器靶核作用的过程中，发生两种可能的碰撞：弹性碰撞以及非弹性碰撞。后者的动能部分地转化为 WIMP 的内能，使 WIMP 进入激发态，常被用于解释 DAMA 实验发现的闪烁信号以及其他实验的零探测结果原因。更一般地，WIMP 与核子的作用若为弹性反冲，则其动能与动量都将守恒。

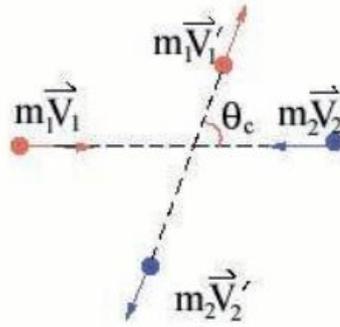


图 3-10 质心坐标系下的两体碰撞

Fig.3-10 two-body collision in centre of mass system

图（3-10）是质心坐标参考系下的两体碰撞示意图，其中  $\theta$  为  $m_1$  的散射角。根据动量、动能守恒关系，可以得到反冲能量  $E_R$  与入射能量  $E$  的关系：

$$E_R = Er(1 - \cos\theta) / 2 \tag{3-8}$$

其中， $r = 4M_D M_T / (M_D + M_T)^2$ ， $M_D$  表示暗物质质量， $M_T$  表示靶核的质量。

用约化质量  $\mu = \frac{M_D M_T}{M_D + M_T}$  表示，则  $r = \frac{4\mu^2}{M_D M_T}$ 。

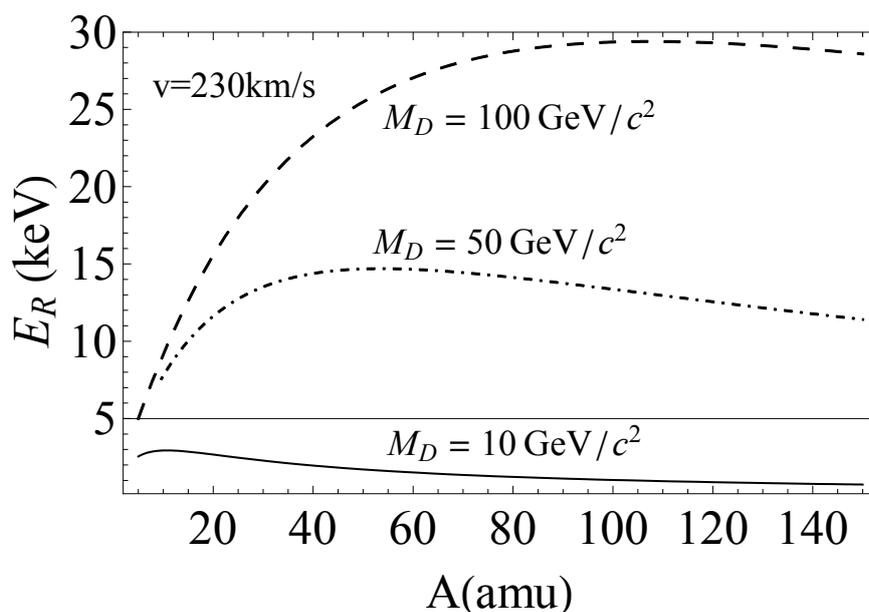


图 3-11 靶核相对原子质量与反冲能的关系

Fig. 3-11 Relationship between recoil energy and target mass in atomic mass unit

图 3-11 的示例是在实验室参考系下考虑入射 WIMP 速率  $v=230\text{km/s}$ ，质心系下散射角  $\theta=180^\circ$  时，靶核质量与核反冲能量的关系。当靶核质量等于 WIMP 质量时，反冲能最大。大质量的 WIMP 会对相对原子质量更大的原子核上留下能量，因此重原子更适合探测大质量 WIMP，而对于小质量的 WIMP ( $10\text{GeV}/c^2$ )，可以发现，原子质量大的核靶（如碘和氙的相对原子质量分别为 126.9 以及 131.3）将更难获得 WIMP 的入射动能，而对于与自旋无关的 WIMP 与核子作用来说，反应截面正比于  $A^2$  (详见 4.1 节)，因此选用大质量的核靶在此类探测上灵敏度更高，而为了能够保持对小质量 WIMP 的探测灵敏度，更好的办法是降低探测器的阈值。

WIMP 与探测器核靶的碰撞事例数关于 WIMP 能量的分布  $dR(E)$  是 WIMP 与核子作用截面、WIMP 速度分布、密度等参数的函数，在下一节 (3.3 节) 中将详细讨论。这里先来分析探测事例数关于反冲能的分布  $\frac{dR}{dE_r}$  与事例数关于 WIMP 能

量的分布  $\frac{dR}{dE}$  之间的关系。

由于两题碰撞中的瞄准距离是按均匀概率分布的，即图 3-10 中的  $\cos\theta$  是均匀分布的，由式 (3-8) 可知，反冲能  $E_r$  在  $0 \sim E_r$  均匀分布。因此得到事例关于反冲能的分布为：

$$\frac{dR}{dE_R} = \int_{E_{\min}}^{E_{\text{esc}}} \frac{1}{E_r} \frac{dR}{dE} dE = \frac{1}{E_0 r} \int_{v_{\min}}^{v_{\text{esc}}} \frac{v_0^2}{v^2} dR(v) \quad (3-9)$$

式中,  $E_0 = \frac{1}{2} M_D v_0^2$  是最可几能量,  $v_0$  是 WIMP 的最可几速率,  $v_{\text{esc}}$  是 WIMP 在银河系中的逃逸速度。积分下限反应的是探测阈值, 因此并不是从 0 开始而是由探测阈值即最小的入射能量  $E_{\min}$  开始,  $v_{\min} = \sqrt{2E_{\min} / M_D}$ 。

探测阈值越大, 探测器的灵敏度越低, 关于探测器阈值对于探测结果的影响可以暂时忽略去其他因素(探测效率, 能量分辨率等), 直接用式(3-9)来进行分析, 其中的  $dR(E)$ (或  $\frac{dR}{dE}$ ), 详见 3.3 节, 采用标准宇宙学模型的分析。对于  $\frac{dR}{dE_R}$  在反冲能  $E_R$  上积分后, 可得到在相应探测阈值下, 每单位(每天 每千克)探测量的事例数。

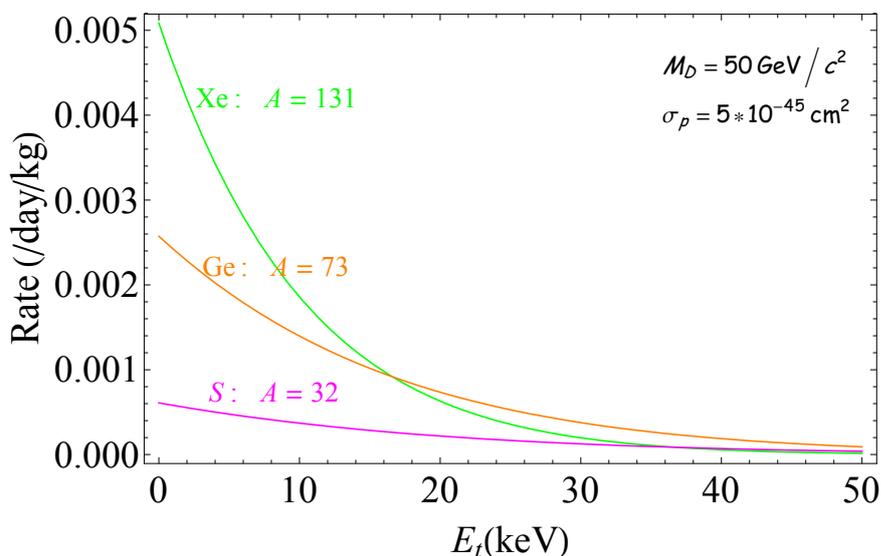


图 3-12 探测阈值与事例数关系图 ( $SI, M_D=50\text{GeV}/c^2, \sigma_p=5 \times 10^{-45}\text{cm}^2$ )  
Fig.3-12 Relationship between threshold and event rate for spin independent WIMP

图 3-12 所示, 是自旋相关的 WIMP-核子作用下, 以  $50\text{GeV}/c^2$  的 WIMP 为例, 并假设 WIMP 与质子的作用截面为  $5 \times 10^{-45}\text{cm}^2$  ( $5 \times 10^{-9}\text{pb}$ ) 时, 所反应的能量阈值  $E_t$  与探测事例数 Rate(每日 每千克)的关系, 三种不同的探测材料: 氙、锗以及硫分别用绿色、橙色和紫色表示。可以看到, 可探测到的事例数随着阈值的增大而减少, 其中大质量的氙原子在低阈值范围内 ( $<15\text{keV}$ ) 探测的灵敏度上要高于其他的低质量原子(对于自旋无关的作用, 碰撞概率正比于  $A^2$ , 详见 4.1 节), 但其受阈值变化的影响也最明显 ( $E_t$  在  $0-20\text{keV}$  时, 斜率的绝对值最大)。因此, 采

用大质量的原子作为探测材料，同时降低探测器的探测阈值，可有效提高对自旋无关 WIMP 的探测灵敏度。

### 3.2.3 能量分辨率

由于探测器的存在一定的能量分辨率，特定的探测能量  $E'_\nu$  被观测到时并不是相应的能量谱线，而是以  $E'_\nu$  为中心，呈一定概率分布的能量  $E_\nu \in [E_1, E_2]$ ，其中  $E_1 < E'_\nu < E_2$ 。

这种分布可用高斯分布函数来模拟，其概率密度为：

$$f(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(E)} e^{-\frac{(E-E')^2}{2\sigma^2(E)}} \quad (3-10)$$

式中， $\sigma(E)$  为高斯分布的标准差，与测量的能量  $E$  相关， $\sigma(E) \propto \sqrt{E}$ ，例如在 XENON100 实验中用高斯分布函数拟合得到的标准差为  $\sigma(E) = (1.30 \pm 0.08 \text{keV}^{1/2})\sqrt{E}$  [7]。

根据式 (3-10)，对于在观测到能量为  $E_\nu$  上的事例分布  $\frac{dR}{dE_\nu}$ ，与实际应探测到

(分辨率为零，即  $\sigma(E)=0$ ) 能量上的事例数分布  $\frac{dR}{dE'_\nu}$  的关系为：

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_\nu} &= \int f(E_\nu) \frac{dR}{dE'_\nu} dE'_\nu \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{1}{\sigma(E)} \frac{dR}{dE'_\nu} e^{-\frac{E_\nu - E'_\nu}{2\sigma(E)^2}} dE'_\nu \end{aligned} \quad (3-11)$$

CDMS 探测器、DAMA 探测器的能量分辨率均采用高斯分布进行拟合。对于高斯分布的累积积分  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x f(x)$ ，可由误差函数  $\text{erf}(x)$  表示为：

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (3-12)$$

于是对于使用高斯分布来拟合探测能量分辨率的实验，探测的事例数可由下式表示（式中  $c_{\text{eff}}(E_\nu)$  表示探测效率）： [26]

$$R = \int_0^\infty c_{\text{eff}}(E_\nu) \Phi(E_\nu, E_1, E_2) \frac{dR}{dE_\nu} dE_\nu \quad (3-13)$$

$$\Phi(E_v, E_1, E_2) = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{E_2 - E'}{\sqrt{2\pi}\sigma(E')} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{E_1 - E'}{\sqrt{2\pi}\sigma(E')} \right) \right] \quad (3-14)$$

对于在低能量区域的分辨率，高斯分布模拟的真实探测能量可能会出现负值，这在物理上是需避免的，对于一些采集离散能量信号的实验来说，则可以用泊松分布代替高斯分布来拟合探测能量效率所造成的误差。例如，采集光量子信号的实验，假设每个光量子的能量为  $\varepsilon$ ，对应实际探测能量  $E'_v$ ，应观测到的光量子数为  $n = E'_v / \varepsilon$ ，泊松分布的表达式为：

$$P(n) = \frac{1}{n!} e^{-(E'_v/\varepsilon)} \left( \frac{E'_v}{\varepsilon} \right)^n \quad (3-15)$$

由此得到，观测到的事例数分布与实际应探测到的事例数分布的关系：<sup>[27]</sup>

$$\frac{dR}{dE_v} = \frac{1}{n! \varepsilon} \int \frac{dR}{dE'_v} \left( \frac{E'_v}{\varepsilon} \right)^n e^{-(E'_v/\varepsilon)} dE'_v \quad (3-16)$$

以 XENON100 实验组为例，该探测器探测靶核受反冲后的闪烁信号  $S_1$ ，能量以光电子的形式被记录。沿用前文的标号习惯，把应探测到的真值信号记为  $S'_1$ ，因分辨率的误差而观测到的信号记  $S_1$ 。使用泊松分布的记号  $P(k, \lambda) = e^{-\lambda} \lambda^k / k!$ ，其中  $k$  为事情发生值， $\lambda$  为期望值。则观测到信号  $S_1$  而应探测到的真值信号为  $S'_1$  的情况可标记为  $P(S_1, cS_1)$ ，对于事例关于能量的分布的转换关系表达式为：

$$\frac{dR}{dS_1} = \int P(S_1, S'_1) \frac{dR}{dS'_1} dS'_1 \quad (3-17)$$

探测器的能量分辨率产生的误差会对探测结果造成一定的影响，这种影响在 WIMP 的低质量区（截面-质量关系图上）尤为明显，因此在计算中须被准确表达，以能够反应真实的探测效果。

从 3.2.1 到 3.2.3 小节，分别讨论了探测的能量效率、探测阈值以及探测器的能量分辨率给探测结果造成的影响，在实际计算中，除了上述探测器本身的性能对探测效果的影响外，还须计及排除本底等数据处理方式所造成的对探测效率的影响，例如式 (3-13) 中  $c_{eff}(E_v)$  即是由探测数据处理方式带入的探测效率因子，这类探测效率因子往往同能量相关，但通常无法给出简单的函数式表达或拟合，而是由实验测得，由各实验组用图表的形式公布。例如：式(3-6)给出的 XENON100 探测器反冲能  $E_R$  与信号  $S_1$  之间的关系，即  $S_1 = E_R \times L_y \times L_{eff} \times \frac{Q_n}{Q_e}$ ，其中的发光效率

$L_{eff}$  是和能量有关的量，并且在对  $\frac{dR}{dS_1}$  在某一段能量上进行积分来得到在该能量区间的事例数时，还要加入本底排除时带来的探测效率衰减因子  $c_{eff}(S_1)$ 。即

$$R = \int c_{eff}(S_1) \frac{dR}{dS_1} dS_1 = \int c_{eff}(S_1) dS_1 \int P(S_1, S_1') \frac{dR}{dS_1'} dS_1' \quad (3-18)$$

当可以把所有的实验影响都计入以后，暗物质直接探测的结果用于分析特定的暗物质参数，如质量、散射截面等时，还需要考虑宇宙学参数带来的影响。

### 3.3 宇宙学参数

#### 3.3.1 标准暗物质晕模型

在暗物质与地面探测器作用的计算中，在地球附近的暗物质密度、速度分布、银河系逃逸速度，地球相对于暗物质的速度等等宇宙学相关的参数，都是会给探测结果的预期带来影响的量。

对于每单位质量的探测靶核，每秒与暗物质作用的事例数为（采用自然单位制，下文中未说明的计算部分也都采用自然单位制）：

$$R = \int_0^{v_{max}} \frac{N_A}{A} \sigma v dn \quad (3-19)$$

式中  $N_A$  ——阿佛加德罗常数， $6.02 \times 10^{26} \text{ kg}^{-1}$ ；  
 $A$  ——探测靶原子的相对原子质量；  
 $\sigma$  ——原子核与 WIMP 的散射截面；  
 $dn$  ——WIMP 的微分密度；  
 $v$  ——WIMP 相对地球的速度。

积分上下限分别与银河系逃逸速度  $v_{esc}$  以及探测阈值有关（这里设积分下限为 0，即理想探测器的阈值为零）。WIMP 的密度与其速度相关，因此以微分密度  $dn$  的形式表达，其具体形式为：

$$dn = n_0 f(\vec{v}, \vec{v}_E) d^3 \vec{v} \quad (3-20)$$

式中  $n_0$  ——地球周围 WIMP 的数密度，即  $n_0 = \frac{\rho_D}{M_D}$ ；  
 $f(\vec{v}, \vec{v}_E)$  ——地球周围 WIMP 的速度分布；  
 $\vec{v}$  ——WIMP 对地球的速度；  
 $\vec{v}_E$  ——地球相对于银河系的速度，见式 (3-3)。

关于 WIMP 的速度分布  $f(\vec{v}, \vec{v}_E)$ ，在标准暗物质晕模型中，原先假设银河系被一个各向同性、等温球对称的暗晕包裹着，因此使用高斯速度分布：

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(|\vec{v}|^2/2\sigma^2)} \quad (3-21)$$

式中， $\sigma$  为速度的标准差， $\sigma = \sqrt{3/2}v_0$ ， $v_0$  为太阳系绕银河旋转速率（最可几速率），现在的观测表明  $v_0 = (220 \pm 20) \text{ km s}^{-1}$ ，得到  $\sigma \approx 270 \text{ km s}^{-1}$ 。这一速度分布要求暗物质密度与离开银河中心的距离的平方成反比： $\rho \propto r^{-2}$ ，然而近来的观测与数值模拟的结果都表明，银河系系中的暗物质密度并不具有上述要求的特征，且暗物质的分布呈现出各向异性的结果。因此，在假定银河系中的暗物质已处于平衡态中，对其速度分布的拟合更常用的麦克斯韦—玻尔兹曼（Maxwellian-Boltzmann）速度分布，其表达式为<sup>[27]</sup>：

$$f(\vec{v}, \vec{v}_E) = \frac{1}{k} e^{-(\vec{v} + \vec{v}_E)/v_0^2} \quad (3-22)$$

式中， $k$  为归一化因子：

$$k = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \int_0^{v_{\max}} f(\vec{v}, \vec{v}_E) v^2 dv \quad (3-23)$$

由速度矢量合成关系易知  $\vec{v} + \vec{v}_E$  是 WIMP 相对于银河系的运动速度。若取逃逸速度  $v_{\text{esc}} \rightarrow \infty$ ，则

$$k = k_0 = (\pi v_0^2)^{3/2} \quad (3-24)$$

若积分上限由  $|\vec{v} + \vec{v}_E| = v_{\text{esc}}$  确定，则

$$k = k_1 = k_0 \left[ \text{erf}\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_0}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{v_{\text{esc}}}{v_0} e^{-\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_0}\right)^2} \right] \quad (3-25)$$

现在使用麦克斯韦-玻尔兹曼分布来拟合暗物质的速度分布，结合式 (3-20)、(3-22)、(3-24)、(3-25)，假设  $\vec{v}_E = 0$ ， $v_{\text{esc}} \rightarrow \infty$ ，且散射截面为无动量转移时的  $\sigma = \sigma_0$ （实际的散射截面与核碰撞时动量的转移有关，计算上用形状因子来计入这一效应，详见 4.1 节、4.2 节），计算 (3-19) 的积分，得到：

$$R_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{N_A}{A} \frac{\rho_D}{M_D} \sigma_0 v_0 \quad (3-26)$$

实验公布的探测总量(exposure)常常用“ $\text{kg} \times \text{day}$ ”来作为单位，因此，为了便于计算，将  $R_0$  转化为“ $\text{kg} \times \text{day}$ ”单位下，并用  $\rho_D = 0.3 \text{ GeV c}^{-2} \text{ cm}^{-3}$ ， $v_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$

得到标准化后:

$$R_0 = \frac{361}{M_D M_T} \left( \frac{\sigma_0}{1 \text{ pb}} \right) \left( \frac{\rho_D}{0.3 \text{ GeV} c^{-2} \text{ cm}^{-3}} \right) \left( \frac{v_0}{220 \text{ km s}^{-1}} \right) \quad (3-27)$$

式中,  $M_T=0.9315A$ , 是靶核的质量。用以上定义的  $R_0$ 、 $k_0$  给出式 (3-9) 中出现的  $dR(v)$  具体形式:

$$dR(v) = R_0 \frac{k_0}{k} \frac{1}{2\pi v^4} v f(\vec{v}, \vec{v}_E) d^3v \quad (3-28)$$

对式 (3-9) 完成在  $v$  (WIMP 相对探测器靶的速率) 上的积分, 得到在反冲能分布上的微分事例表达式:

$$\frac{dR(v_E, v_{esc})}{dE_R} = \frac{k_0}{k_1} \left[ \frac{dR(v_E, v_{esc} \rightarrow \infty)}{dE_R} - \frac{R_0}{E_0 r} e^{-v_{esc}^2/v_0^2} \right] \quad (3-29)$$

其中,  $\frac{dR(v_E, v_{esc} \rightarrow \infty)}{dE_R}$  是在对逃逸速度  $v_{esc} \rightarrow \infty$  情况下的积分表达式:

$$\frac{dR(v_E, v_{esc} \rightarrow \infty)}{dE_R} = \frac{R_0}{E_0 r} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{v_0}{v_E} \left[ \text{erf} \left( \frac{v_{\min} + v_E}{v_0} \right) - \text{erf} \left( \frac{v_{\min} - v_E}{v_0} \right) \right] \quad (3-30)$$

从式 (3-29) 中, 可以看到地球速度对微分事例的影响。图 3-13 是以氙原子  $A=131$  为例的, 假定与核子自旋无关的散射截面为  $5 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$ ,  $10 \text{ GeV}/c^2$  的 WIMP 在 6 月相对地球速度最大时以及 12 月时相对地球速度最小时的微分事例率比较 (分别用粉红色用绿色线表示), 黑色短划线取平均速度  $v_E = 232 \text{ km s}^{-1}$  时的结果。

为了显示数值上的方便, 图中所示的探测量 (exposure) 使用 1 吨  $\times$  1 天。

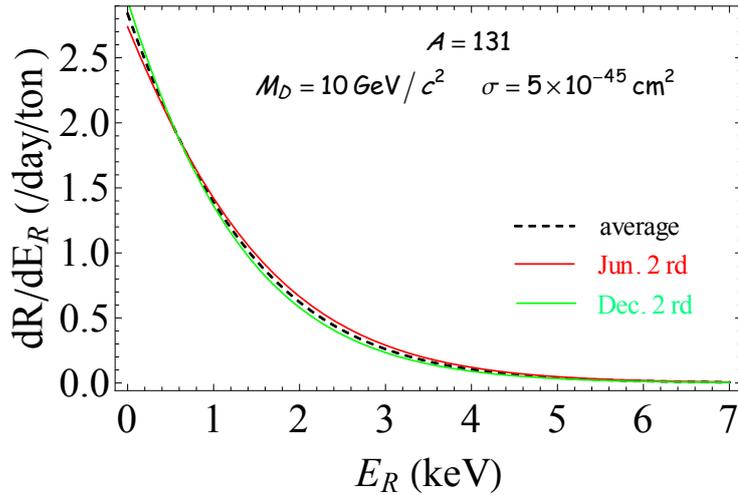


图 3-13 微分事例数随季节的变化  
Fig.3-13 Seasonal variation of the rate spectrum

估计一年中地球运动方向的变化对探测事例总数的影响，还可以通过对探测事例总数的计算来完成。先对  $dR(v)$  在  $v_{esc} \rightarrow \infty$  的情况下积分，得到：

$$\frac{R(v_E, v_{esc} \rightarrow \infty)}{R_0} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\pi} \left( \frac{v_E}{v_0} + \frac{1}{2} \frac{v_0}{v_E} \right) \operatorname{erf} \left( \frac{v_0}{v_E} \right) + e^{-v_E^2/v_0^2} \right] \quad (3-31)$$

借助式 (3-31) 可得到在地球速率为  $v_E$ ，逃逸速度为  $v_{esc}$  时的事例数：

$$\frac{R(v_E, v_{esc})}{R_0} = \frac{k_0}{k_1} \left[ \frac{R(v_E, v_{esc} \rightarrow \infty)}{R_0} - \left( \frac{v_{esc}^2}{v_0^2} + \frac{1}{3} \frac{v_E^2}{v_0^2} + 1 \right) e^{-v_{esc}^2/v_0^2} \right] \quad (3-32)$$

式 (3-31) 对  $v_E$  的求导可得 ( $v_E \sim v_0$ ):

$$\frac{d}{dv_E} \left( \frac{R}{R_0} \right) = \frac{1}{v_E} \left[ \frac{R}{R_0} - \frac{\sqrt{\pi} v_0}{2v_E} \operatorname{erf} \left( \frac{v_E}{v_0} \right) \right] \sim \frac{1}{2v_E} \frac{R}{R_0} \quad (3-33)$$

即

$$\ln \left( \frac{R}{R_0} \right) \sim \frac{1}{2} \ln(v_E) \quad (3-34)$$

可知，对于年度调制约为 6% 的速度变化，暗物质的探测事例数应当呈现一个幅度约为 3% 的年度调制。这一结果是微分事例率在暗物质相对地球的速度  $v$  上积分的结果，经过式 (3-9) 变换后在反冲能  $E_R$  上积分的结果会有所差异。因此这并不就是观测到的年调制信号的幅度，实验中观测到年调制信号与探测器的阈值、探测靶材料（不同的形状因子）、数据分析方法、宇宙学参数的选择以及能量探测效率等诸多因素有关（而波动率  $\Delta R/R$  与 WIMP-核子无动量转移时的作用截面  $\sigma_0$  无关），（探测器阈值为零的理想状态下）通常不大于 7%<sup>[28]</sup>。图 3-14 是式 (3-9) 在  $E_R$  上积分计算得的氦原子靶 ( $A=131$ ) 的年度调制幅度（自旋无关的作用模型下），并比较了逃逸速度在  $650 \text{ km s}^{-1}$ （实线）与  $450 \text{ km s}^{-1}$ （短划线）情况下事例数的年调制幅度。横坐标原点从 1 月 1 日开始，图中  $\Delta R/R$  表示事例数浮动的比率在 61.25 天以及 243.75 天（即 3 月初与 9 月初）时为零，即此时地球公转速度在太阳运动的方向上投影为零，达到速率的中值，波峰与波谷的位置分别在 6 月 2 日与 12 月 2 日，反映出 WIMP 对地球速率的极大与极小。

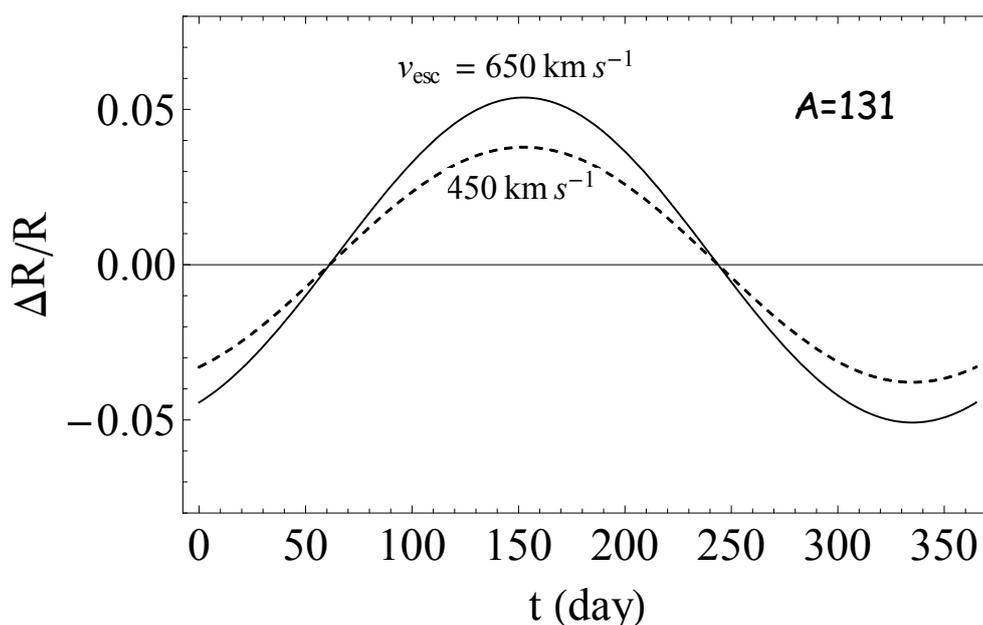


图 3-14 不同逃逸速率下氙原子靶的年度调制率

Fig.3-14 Modulation rate between different escape velocity with Xenon target

### 3.3.2 非标准暗物质晕模型

以上的讨论是基于在标准暗物质晕模型下的暗物质的速度与密度分布，假设暗物质的速度分布服从麦克斯韦-玻尔兹曼（Maxwellian-Boltzmann）分布。这要求银河系从生成到现在的这段时间内，银河暗物质晕中的 WIMP 运动已经到达一个稳定的状态，银河暗物质晕内处处都有平滑的相空间分布，模拟显示，从大尺度上观察暗物质很有可能已经处于稳态。但对于在地球及其附近进行的暗物质直接探测实验，要考虑的是尺度小得多的空间中暗物质分布的状况（地球的速度在静止的银河参照系中每年的运动尺度只约为 0.2 milliparsec）。通过计算机的多体模拟发现，在每一级尺度上的天体结构中都还存在着亚结构，例如在星系群中存在小的球形星系团，在星系暗物质晕内有更小的球状结构等，而这一模拟得到的结果在天文观测上也得到了越来越多的确证。

这一现象在理论上可以得到合理的解释：根据  $\Lambda$ CDM 的宇宙图景，在宇宙大爆炸后的两千万年左右，由于较低的温度以及空间中密度的涨落，在不均匀的引力作用下，暗物质及物质的各个层级结构开始渐渐形成。最初形成的晕物质的质量只近似于地球质量，却在引力的作用下不断吸积周围的暗物质粒子、聚集气体分子，到红移  $z \sim 10$  时，其质量已可达到太阳质量的数百万乃至数亿倍，气体分子以及宇宙尘埃等重子物质在巨大暗晕的中心聚集发生核聚变反应，形成了明亮的

发光星体，更多的星体在庞大暗晕的中心位置诞生，在红移  $z \sim 9$  时，由于大量星体发出的高能光子，宇宙进入了再电离时代。另一些质量小的暗晕中尚只有很少的恒星形成，然而到了此时，由于再电离作用，小型暗晕中的重子物质无法再冷却聚集形成发光星体。这些小型的不发光晕（主要是暗物质晕，其中含有极少量的恒星）有的成为大型暗物质晕的卫星暗晕，有的已被大型暗物质晕吞没，被吞没的小型暗晕有的已经完成与大型暗晕的融合，另一些则仍在大型暗晕中漂移。卫星暗晕以及在大型暗晕中没有完成融合的小型暗晕，在引力的牵引下按照一定轨道运动，随着与暗晕或暗晕中高密度区的距离远近变化，引力发生周期变化形成潮汐力。在靠近大型暗晕或其高密度区域时，这些小型暗晕受到潮汐力的作用增大，其中的部分物质会被吸引向大型暗晕中心，形成物质流（stream flow），同样的方式，暗物质流在这一过程中产生，这些（暗）物质流在相位空间上分布不均匀，并且仍受小型暗晕的引力牵引，只是其轨道被拉得很细长而形似涓流。在大型暗晕及其中心的星系中，存在有大量的来自不同卫星暗晕的物质流与暗物质流，但即便是来自于同一个卫星暗晕的这些物质流，有时也会有截然不同的相空间分布，对于暗物质流的运动特征的了解，可以通过天文观测上对从小型暗晕中心附近剥离出的明亮星体物质的研究中类推。<sup>[29]</sup>

鉴于这样的可能，有假设认为，在地球的运动范围这样小尺度的空间中，暗物质的分布并非是处于稳态的，也就是说可能存在一个不平滑的相空间分布<sup>[30]</sup>。但上世纪 90 年代对与银河系相邻的半人马座椭圆矮星系的观察发现，银河正在大量吸入其星系物质，这一发现必然引起了对银河中物质密度分布的重新思考。因此一些研究认为，由于人马座椭圆矮星系的影响，大量由于银河系的引力作用被从人马座椭圆矮星系中吸入的物质与暗物质，形成的暗物质流，对银河系中暗物质的密度分布造成冲击，并且大量的（暗）物质流互相汇合叠加，使得太阳系附近的暗物质密度分布又重新变得平滑<sup>[31]</sup>。但如果这些物质流并没有足够多的数量，则太阳系附近的暗物质相位分布在这些物质流的影响下当是不平滑的，而对于来自半人马座矮星系物质流的相空间分布情况，却很难从暗物质直接探测的结果中加以判断。如果太阳系内存在半人马座物质流，地面上的暗物质直接探测结果将受其影响，例如反映在年调制信号周期规律上的变化。图 3-15 是假定地球上的探测器受不同比例的半人马座物质流的影响，计算出的年调制信号的结果比较。研究中针对 DAMA 实验组发现的年调制信号，使用 NaI 作为探测靶，假定  $60\text{GeV}/c^2$  的 WIMP，与核子自旋无关的反应截面为  $7.2 \times 10^{-42}\text{cm}^2$ ，并反映在 2-6keVee 能量段上的探测事例数，黑线是没有计入物质流影响的年调制信号，红色实线与蓝色

短划线分别是 4%和 20%物质流影响下的探测结果预期。[32]

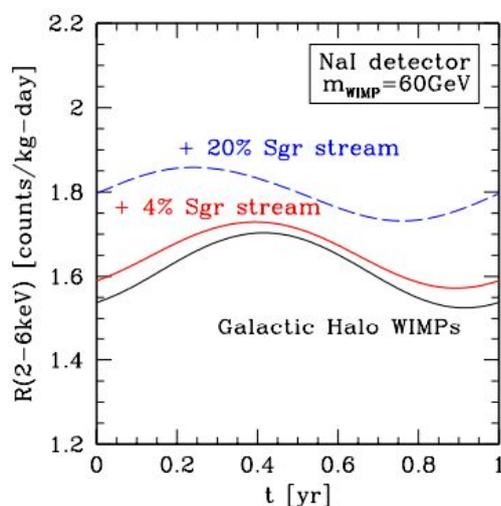


图 3-15 半人马座物质流影响下的年度调制[32]

Fig. 3-15 Annual modulation with the impact by Sagittarius stream flows

后续的研究针对太阳系附近区域的精细结构识别，使用更高精度的多体模拟进行，该模拟在边长 40Mpc 的立方体空间中设置了 10 亿个粒子，总质量为太阳质量的  $4.1 \times 10^3$  倍，对从红移  $z \sim 104$  开始到现在  $z=0$  的宇宙演化过程进行计算机模拟，并在 400 个输出结果中挑选了 27 个进行研究。随后又分析了  $z=0$  时，在距离星系中心 7.5-9.5kpc 的范围内的 4,232,452 个模拟粒子，寻找它们的来源[33]，却发现半人马座的物质流事实上并不经过太阳系的附近，因此要考虑的并不是这种物质流的影响。天文学上现已发现的银河系的卫星星系只有 22 个，然而模拟显示，应当存在比已知要多得多的卫星星系，若这一结果正确，必然有大量的暗物质星系晕存在。从这些小型暗晕或明亮恒星组成的卫星星系中，被银河系吸积的物质与暗物质，其中有一些已经完全脱离原先的卫星星系，称为碎片流 (debris flows)，从大尺度上看这些碎片流的结构显现出薄片状特征。碎片流在银河系中心区域广泛存在，与物质流不同，碎片流的速度分布在空间上显得均匀，具有平滑的相位空间。在太阳系所处的位置，即离开离开银河中心 8kpc 处，有分布均匀的碎片流存在，且在相对地球的速率超过  $450 \text{ km s}^{-1}$  的暗物质中，暗物质碎片流的比例占据了一半以上。具有这些速度特征的暗物质碎片流若存在于地球周围，对地球上的暗物质直接探测结果将带来显著的影响。[29]

对于地球上的探测器，碎片流经过探测靶的速度  $\vec{v}$  可由在静止的银河系坐标下的地球相对银河系的速度  $\vec{v}_E$ ，与暗物质碎片流相对银河系的速度  $\vec{v}_{flow}$  来表达：

$\vec{v} = \vec{v}_{flow} - \vec{v}_E$ ，因此它们的速率满足数学关系：

$$v^2 = v_{flow}^2 + v_E^2(t) - 2v_{flow}v_E(t)\cos\theta_e \quad (3-35)$$

碎片流关于  $\vec{v}$  的密度分布为：

$$f(v) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = \frac{1}{N} \frac{dN}{d\cos\theta_e} \frac{d\cos\theta_e}{dv} \quad (3-36)$$

式中  $\theta_e$  —— 银河系坐标下，暗物质碎片流到地球运动方向的角度；

$N$  —— 碎片流 WIMP 的总数量。

根据参考文献[29]的研究结果，给出了银河系中暗物质的速度分布、碎片流的速度分布，见图 3-16。图中左边和中间的图片分别显示碎片流和所有模拟粒子的视向速度与切向速度分布，右图给出的是粒子数随  $\cos\theta_e$  的分布，可以看到，碎片流的粒子数在  $\cos\theta_e$  上近似均匀分布，且

$$\frac{dN}{d\cos\theta_e} = \frac{N}{2} \quad (3-37)$$

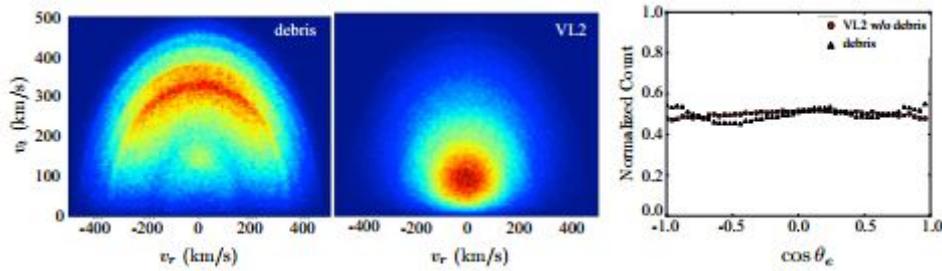


图 3-16 Via Lactea II 模拟显示的暗物质流与暗物质的速度分布<sup>[29]</sup>

Fig.3-16 The velocity distribution of debris flows and all particles in Via Lactea II

结合式 (3-35)、(3-37)，可以得到式 (3-36) 中碎片流的密度分布为：

$$f_{flow}(v) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{v}{v_{flow}v_e(t)} & \text{if } (v_{flow} - v_e) < v < (v_{flow} + v_e) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-38)$$

根据式 (3-28) 的表达，式 (3-9) 关于反冲能的微分事例数可表达为：

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_R} &= \frac{R_0}{E_0 r} \frac{k_0}{k} \frac{1}{2\pi v_0^2} \int_{v_{min}}^{v_{max}} \frac{f(\vec{v}, \vec{v}_E)}{v} d^3v \\ &= \frac{R_0}{E_0 r} \frac{k_0}{k} \frac{1}{2\pi v_0^2} \int_{v_{min}}^{v_{max}} g(\vec{v}) d^3v \end{aligned} \quad (3-39)$$

$$\text{式中} \quad g(v) = \int_{v_{\min}} \frac{f(v)}{v} dv \quad (3-40)$$

由式 (3-38) 关于碎片流密度的表达式可以得到:

$$g(v_{\min}) = \begin{cases} \frac{1}{v_{flow}} & \text{if } v_{\min} < (v_{flow} - v_E) \\ \frac{v}{2v_{flow}v_E(t)} & \text{if } (v_{flow} - v_E) < v_{\min} < (v_{flow} + v_E) \\ 0 & \text{if } v_{\min} > (v_{flow} + v_E) \end{cases} \quad (3-41)$$

式中  $v_{\min} = \sqrt{2E_{\min} / M_D}$  是由探测器阈值决定的 WIMP 的最小入射速度, 在地球相对银河系的速度一定, 碎片流的速度一定的情况下,  $g(v_{\min})$  是关于最小入射速度的函数。

模拟得到星系中碎片流在不同速度上的数量比率的分布情况, 可以用高斯函数良好拟合:

$$\varepsilon(v_{debris}) \approx 0.22 + 0.34 \left[ \text{erf} \left( \frac{v_{debris} - 465 \text{ km s}^{-1}}{185 \text{ km s}^{-1}} \right) + 1 \right] \quad (3-42)$$

式 (3-42) 表示速率大于给定值  $v_{debris}$  的碎片流的数量比例, 在计算及所有速度分布下的碎片流时, 其比率值为  $\varepsilon(0)$ 。因此, 在考虑地球上的暗物质探测器同时受到暗物质碎片流影响的情况下, 在反冲能上反映的微分事例数应当表达为:

$$\frac{dR_{total}}{dE_R} = [1 - \varepsilon(0)] \frac{dR_{MB}}{dE_R} + \varepsilon(0) \frac{dR_{Deb}}{dE_R} \quad (3-43)$$

式中  $\frac{dR_{MB}}{dE_R}$  ——按麦克斯韦-玻尔兹曼分布下的微分事例数;

$\frac{dR_{Deb}}{dE_R}$  ——按碎片流速度分布下的微分事例数。

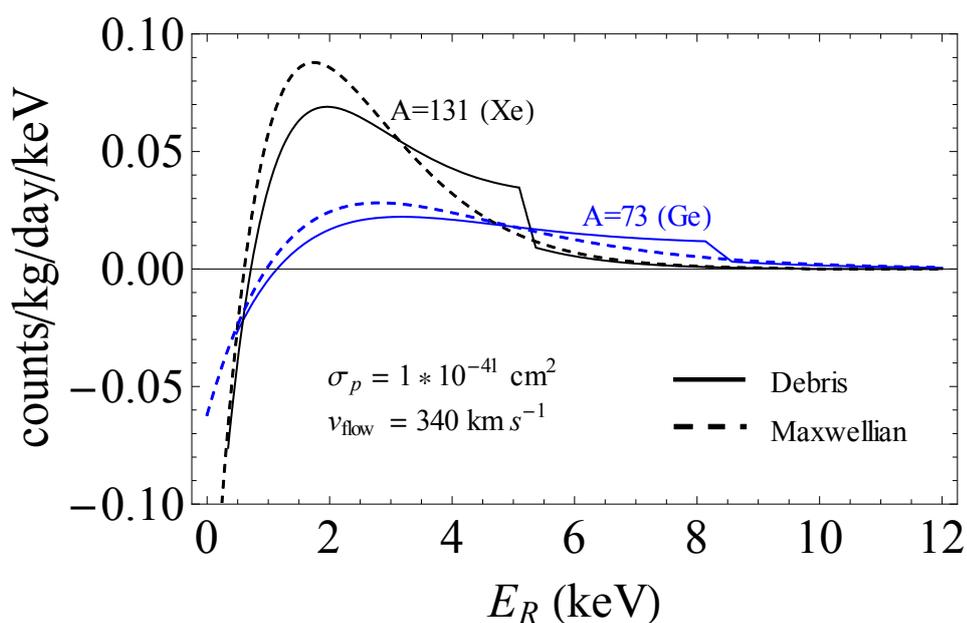


图 3-17 麦克斯韦分布与碎片流存在时的微分事例数年度调制幅度变化

Fig. 3-17 The modulated amplitude of different rate with a Maxwellian distribution and with the debris flows

非标准暗晕模型中考虑碎片流暗物质的存在，会对地球上的暗物质直接探测结果发生明显的影响，带有方向探测能力的探测器可以探测到事例数的方向特征，文献[29]中对此作了详细讨论。其另一方面，这种影响也会明显体现在微分事例数在反冲能上的分布  $\frac{dR}{dE_R}$ ，以及年调制信号的幅度变化上。计算分析表明，在暗物质晕中加入暗物质流会使得年调制信号幅度的峰值减小，年调制信号的幅度大小与碎片流在暗物质晕中的比率变化呈反向变化，同时，考虑存在碎片流的非标准暗晕模型中，微分事例数的年调制幅度变化在形状特征上与标准模型下的相比较也呈现出显著的差异。从图 3-17 上可以看到这一显著特征，图中，用 6 月 2 日与 12 月 2 日（关于反冲能）的微分事例数差值的一半（即 WIMP 风对地球速率最大时的微分事例数与 WIMP 对地速率中值时的微分事例数的差值）来进行分析。比较了加入碎片流后的非标准暗晕模型的 WIMP 速度分布（用实线表示），与麦克斯韦-玻尔兹曼速度分布下的在反冲能上调制信号的幅度变化（用短划线表示）。计算中假设自旋无关的  $10\text{GeV}/c^2$  的 WIMP，具有  $10^{-41}\text{cm}^2$  的散射截面，宇宙学参数的选择上，使用最可几速率  $v_0=220\text{km/s}$ ，逃逸速率  $v_{\text{esc}}=650\text{km/s}$ 。并比较了不同探测靶对于暗晕模型变化下的调制信号幅度差异，锗靶（相对原子质量 73）用蓝线表示，氙靶（相对原子质量 131）用黑线表示。计算中假设碎片流的速率  $v_{\text{flow}}$

为 340 km/s，是模拟得到的最可几速率，见图 3-16 所示的结果。

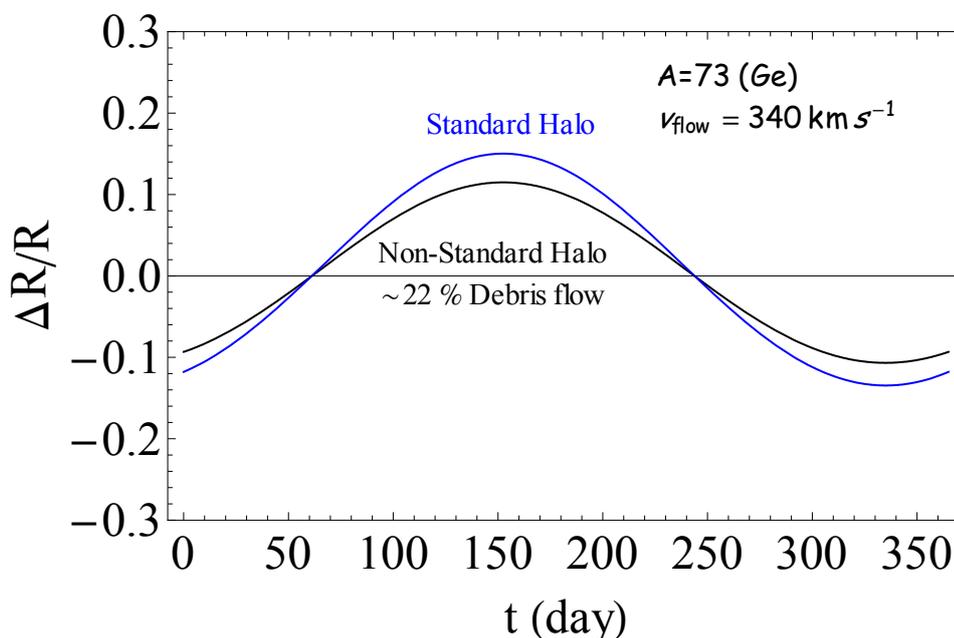


图 3-18 标准与非标准模型下锗探测器的事例数年调制幅度百分比

Fig.3-18 Annual modulation rate of standard halo model versus non-standard halo for a germanium detector

图 3-18 所示是在标准暗物质晕模型，即麦克斯韦速度分布下的年调制浮动率（蓝色线）与加入 22% 的碎片流的非标准暗晕中的年调制信号浮动率（黑色线）的比较结果。计算考虑与自旋无关作用的反冲能  $E_R$  在 2-6keV 范围内的 WIMP 核子碰撞事例数，并以 WIMP 对地速率中值时的事例数作为基准。如图可见，加入碎片流的非标准模型不会对年调制曲线的相位造成影响，但会减小波动幅度。CoGeNT 实验组采用加入碎片流的暗晕模型，来解释所发现的与标准暗晕模型不能匹配的年调制信号<sup>[34]</sup>，但仍无法同时解释另一些实验组所得到的零探测结果<sup>[29]</sup>。

### 3.4 本章小结

本章介绍了几种类型的暗物质直接探测器，并分析了探测器的探测能力以及宇宙学参数的选择对于探测预期结果的不同影响。

结构安排上，本章第一、第二小节介绍探测器部分。其中，第一节按照低温锗探测技术、过热液滴探测技术、低温纯净液体探测技术为分类顺序，介绍了目前正在运行的几个在探测灵敏度上处于世界领先地位的探测小组。随后，讨论地球在暗物质晕中运行速度的方向周期变化对探测结果的影响，预期了观测到的年周期调制信号，以及宣布观测到这一现象的 DAMA 实验组，紧接着，介绍了具有

更强暗物质信号与本底区分能力的带有方向探测功能的暗物质直接探测器。

本章第二节介绍了探测器的技术特性，包括能量探测效率、探测阈值、能量分辨率的定义，并通过计算，详细地给出了探测器的上述不同参数对于探测结果的直接影响。

第三节介绍宇宙学参数选取的差异对地球上的暗物质直接探测带来的不同计算预期，并介绍了目前最新的计算机多体模拟 *Via Lactea II* 项目组给出的银河暗物质晕的模拟结果，分析了加入 22%碎片流暗物质后的暗晕模型中反冲能上的微分事例数与年调制信号的变化。

下一章的内容中，将依据本章中给出的关于探测器性能对探测结果影响的计算式，结合具体探测器的技术参数，对暗物质与标准模型核子的不同作用模式下的实验结果做出分析。在宇宙学参数与模型选取时，仍以标准暗晕模型为主，根据现有的实验结果对不同 WIMP-核子的作用模式给出参数限定。

## 第四章 WIMP-核子的作用模式及其参数限制

对于暗物质直接探测实验，最重要的目的之一是确定暗物质粒子与普通粒子发生弹性碰撞的作用截面大小，这一碰撞截面的大小将直接反映在探测器探测到的碰撞事例数上。如果暗物质与普通物质之间并不发生除了引力作用之外的任何其他作用，那么现有的直接探测手段都无法搜捕到这样的暗物质。但根据天文观测对于现今宇宙中暗物质丰度的要求，暗物质应当与普通物质之间有弱作用级别的作用存在，否则这些暗物质无法在早起的宇宙中互相（或与自身不同的反粒子）湮灭，使得现在保留有过多暗物质存在而提供与观测不符的引力作用（见 1.3 节的描述）。因此，弱相互作用大质量粒子 WIMP 的提出为解决暗物质问题提供了很好的方案。

实验上关注的 WIMP 与原子核的作用截面，其根本是由 WIMP 与夸克之间的作用截面决定的。而夸克在核子中的分布情况以及核子在原子核中的分布情况都会对最终反映出的 WIMP 与原子核的作用截面产生重要影响。因此，在考虑 WIMP 与原子核的作用截面时，可以依次划分三个层面来进行：即从 WIMP-夸克（胶子）的互相作用，到 WIMP-核子的互相作用，完成前面两个步骤的计算后，方能考虑 WIMP-原子核的作用。

第一步中，计算 WIMP-夸克作用截面的基本方法是通过费曼图来描述这种相互作用。在有效拉氏量中描述 WIMP 与夸克和胶子的反应强度时，需要定义未知的相互作用系数，同时 WIMP 与夸克以及胶子相互作用时交换粒子的质量也是需被了解的量，然而这些未知量与不同的 WIMP 模型相关，即便是在最小超对称 MSSM 理论预言的模型中，这些未知量仍可以在一定的参数空间中取值，因此含有相当的不确定度。

计算的第二步，是将 WIMP-夸克的作用转化为 WIMP-核子的作用，这需要用到在核子态中的夸克与胶子算符的矩阵元，这些强子的矩阵元由散射实验测得，而这中间也会涉及到诸如核子中的奇异成分等未知量的加入<sup>[35]</sup>。除此之外，有效拉氏量方法中定义的不同作用模式有：标量、赝标量、矢量、轴矢量、张量的互相作用，其中有些作用于自旋无关 spin-independent (SI) 的 WIMP-核子作用，有些则与自旋相关 spin-dependent (SD) 的作用模式联系，这些量与作用强度的联系尚没有从理论或实验中完全确定。因此，这些不确定性最终将累积到计算 WIMP 与原子核的互相作用上。

最后一步，使用原子核波函数来计算原子核与 WIMP 的散射截面，类似第二步，这里需使用到核子矩阵元，带入了上述的不确定量。同时，这一步中引入了形状因子来反映受到反冲能增加后的散射截面减小现象。对于原子核波函数的精确计算通常十分困难，却又与 WIMP-核子的作用截面相关，这也是会为计算结果带来不确定度的另一个来源。

在计算 WIMP 与原子核的弹性碰撞截面之前，第二步的计算中会涉及各个量之间的互相作用，但在冷暗物质与核子只发生非相对论碰撞的条件下，以及 MSSM 理论中的 WIMP 很有可能是 Majorana 费米子而不存在矢量相互作用的前提下，使得计算被大大简化，最终只需计算自旋与自旋的相互作用以及标量间的相互作用，前者即 WIMP 与原子核自旋的耦合作用（自旋相关的相互作用），后者则是 WIMP 与原子核质量的耦合作用（自旋无关的相互作用）。<sup>[36]</sup>

#### 4.1 自旋无关的相互作用

在具体分析 WIMP 与靶核作用的不同模式（自旋相关以及自旋无关）之前，先给出一般的计算形式。上一章的分析中已给出了 WIMP 与靶核的弹性碰撞的事例数计算方法（详见第 3.3.1 小节、第 3.2.2 小节以及第 3.2.3 小节），暗物质直接探测实验的探测结果可从式（3-9）、式（3-26）以及式（3-28）得到：

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_R} &= N_T \frac{\rho_D}{M_D} \int_{v_{\min}}^{v_{\text{esc}}} \frac{\sigma_0 M_A}{2v^2 \mu_A^2} F^2(q^2) v \cdot f(\vec{v}, \vec{v}_E) d^3v \\ &= N_T \frac{\rho_D}{M_D} \int_{v_{\min}}^{v_{\text{esc}}} \frac{d\sigma}{dE_R} v \cdot f(\vec{v}, \vec{v}_E) d^3v \end{aligned} \quad (4-1)$$

式中  $N_T$  —— 靶原子数目，即  $N_T = \frac{N_A}{A}$ （见式 3-19 的符号注解）；

$M_A$  —— 靶原子的质量，符号  $M_A = M_T$ ；

$\mu_A$  —— 靶原子与 WIMP 的约化质量；

$q$  —— 两体碰撞转移动量  $\vec{q}$  的绝对值；

$F(q)$  —— WIMP 与核子碰撞截面的形状因子，是  $q$  的函数。

且给出关于反冲能的微分散射截面为：

$$\frac{d\sigma}{dE_R} = \frac{\sigma_0 M_A}{2v^2 \mu_A^2} F^2(q^2) \quad (4-2)$$

自旋无关的相互作用中，最简单的情形是考虑中子与质子对 WIMP 的耦合强

度相同，即同位旋守恒的自旋无关作用（但同位旋只在强相互作用中被要求是守恒的，弱作用中同位旋的守恒性可能被破坏，因此更一般的是考虑同位旋破缺的自旋无关作用，在第 4.3.1 小节中展开讨论）。此时无动量转移情况下的 WIMP 与原子核反应截面  $\sigma_A^{SI}$  只与相对原子质量的平方成正比， $\sigma_A^{SI} \propto A^2$ 。具体表达式为：

$$\sigma_A^{SI} = \frac{4}{\pi} \mu_A^2 f_n^2 A^2 \quad (4-3)$$

式中  $f_n$  ——中子或质子与 WIMP 的耦合系数。

由于同位旋守恒模型的简化，即假定中子与质子对 WIMP 的耦合强度相同，因此算式中使用相同的耦合系数。在比较各实验组测得的结果时，由于不同探测器使用不同的探测靶原子，若只是计算 WIMP 对原子核的散射截面（或上限），并不能明确反映出 WIMP 对标准粒子物质的统一性质，因而通常把上述的计算转化为 WIMP 对核子的作用截面，

$$\sigma_p^{SI} = \frac{4}{\pi} \mu_p^2 f_n^2 \quad (4-4)$$

那么式（4-3）可以改写为：

$$\sigma_A^{SI} = \sigma_p^{SI} \frac{\mu_A^2}{\mu_p^2} A^2 \quad (4-5)$$

使用式（4-5）的计算可以得到 WIMP 与核子之间的散射截面， $\sigma_p^{SI}$  成为比较不同实验结果的的标准量。

在有较大动量  $q$  发生转移的情况下，原子核会失去部分的一致性（由原子核内的核子分布情况导致），在波长  $h/q$  不再远大于原子核的半径时，计算中需要计入这一明显变化，即随着转移动量的增加，散射截面会减小。这一现象用形状因子（form factor） $F(q r_n)$  来表征，其中  $r_n$  表示有效原子核半径。在自然单位制之中：

$$q(\text{MeV}c^{-1}) = [2M_A E_R]^{1/2} = [2 \times 0.935(\text{GeV}c^{-1}) A E_R(\text{keV})]^{1/2} \quad (4-6)$$

计算中单位转化时需用到表达式的：

$$\hbar c = 1.973 \times 10^{-1} \text{GeV} \cdot \text{fm} = 197.3 \text{MeV} \cdot \text{fm} \quad (4-7)$$

于是可以得到

$$q r_n = 6.92 \times 10^{-3} A^{1/2} E_R^{1/2} (a_n A^{1/3} + b_n) \quad (4-8)$$

其中， $q r_n$  是无量纲的量， $E_R$  使用 keV 作为单位， $a_n$  和  $b_n$  的单位为 fm， $(a_n A^{1/3} + b_n)$  是原子核有效半径的一般表达式。在一阶波恩近似下，形状因子  $F(q)$

是原子核密度分布函数  $\rho(r)$  的傅里叶变换:

$$F(q) = \int \rho(r) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3r \quad (4-9)$$

式 (4-9) 的计算中, 需要考虑不同的原子模型, 在考虑自旋相关的反应时, 需要考虑原子的壳层模型, 而对于自旋无关的散射反应, 可以把原子作为一个实体球核, 得到的自旋无关的反应模式下形状因子的表达式:

$$F_{SI}(q) = 3[\sin(qr_n) \cdot qr_n \cos(qr_n)] / (qr_n)^3 \quad (4-10)$$

对于有效原子核半径  $r_n$  的处理, 最简单的近似表达式:  $r_n = A^{1/3}$ , 在此近似下不同的原子核的形状因子如图<sup>[37]</sup>:

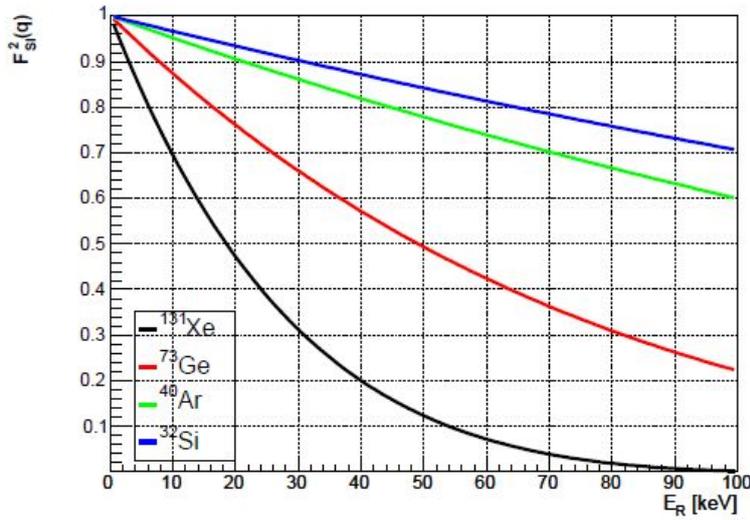


图 4-1 自旋无关的原子核形状因子<sup>[37]</sup>  
Fig.4-1 Spin-independent nuclear form factor

图 4-1 所示是不同原子核的自旋无关作用模式下的形状因子, 横坐标表示反冲能, 纵坐标取形状因子的平方。随着反冲能的增加 (即动量交换的增加), 原子核形状因子减小, 使用的有效核子半径  $r_n = A^{1/3}$  可以近似符合散射实验的数据。可以看到, 原子序数越大或相对原子质量越大的原子核, 在受到的反冲能增加时, 其散射截面的抑制作用越显著。

更为精确的拟合中, 有效原子核半径表达式为<sup>[27]</sup>:

$$r_n = \sqrt{c^2 + \frac{7}{3}\pi^2 a^2 - 5s^2}$$

$$c = 1.23A^{1/3} - 0.6 \text{ fm} \quad (4-11)$$

$$a = 0.52 \text{ fm}, \quad s = 0.9 \text{ fm}$$

$r_n = A^{1/3}$  的近似对于相对原子质量较大的原子误差较小，式 (4-11) 的拟合同时对于相对原子质量较小的原子核半径也有很好的符合度，因此在本文中，计算自旋无关的作用截面时，原子核的形状因子采用式 (4-10) 与 (4-11) 的表达。

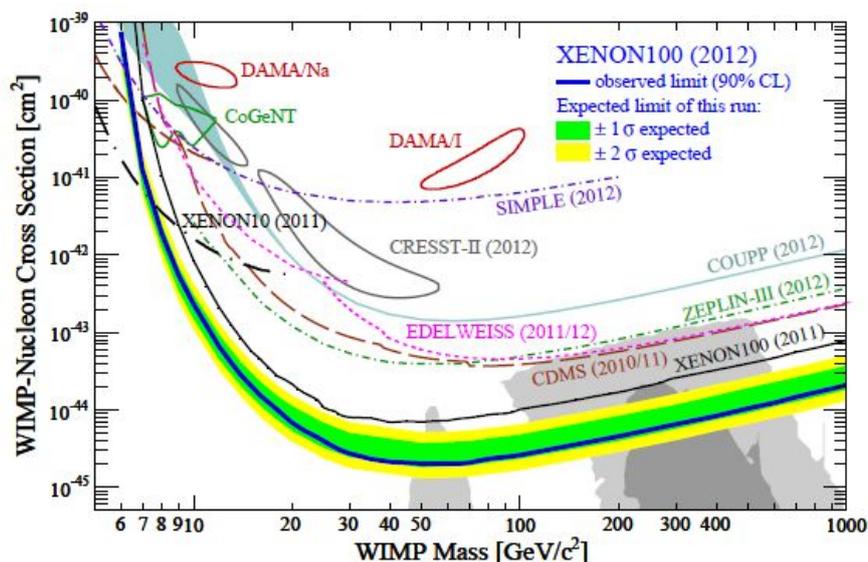


图 4-2 直接探测实验给出的自旋无关的 WIMP-核子散射截面<sup>[25]</sup>

Fig.4-2 Spin-independent WIMP-nucleon cross section from direct detection experiments

图 4-2 所示，是几个主要的暗物质直接探测实验得出的实验分析结果。这是一张与自旋无关反应模式下 WIMP 质量与作用截面的关系图，其计算基于上述的方法。对于零结果的探测，实验所能确定的是给定质量时暗物质的散射截面上限，即图中的排除线，排除线上方为实验已能排除的 WIMP 质量-截面的参数空间，下方是参数允许区域。在 XENON100 公布的 225 天数据分析的结果中<sup>[25]</sup>，在 WIMP 质量为  $55 \text{ GeV}/c^2$  时，其最小截面上限为  $2 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$  (在 90% 置信水平上)，CDMS, EDELWEISS, COUPP, SIMPLE 等实验组也给出了相应的排除线。DAMA, CoGeNT, CRESST-II 等实验宣布发现疑似暗物质的信号，因此，若这些信号为 WIMP 与靶核碰撞所留下的痕迹，则其质量-截面区域如图所示由封闭曲线表示，封闭曲线及其内部是 WIMP 参数允许区域。灰色与浅灰色阴影部分代表理论上预言的 WIMP 的参数空间，可以发现，几个探测到疑似暗物质信号的实验所确定的参数空间与理论的预言并不相符，且又被其他实验组的零结果排除，这些实验的结果之间存在着明显的冲突，暗物质直接探测的本底区分能力将对实验结果起到重要影响，一种可能是不同实验组采取的本底排除方法的差异（将本底作为探测信号或者将探测信号与本底一起排除）导致了实验组间发现矛盾的结果，除了完善本底区分方法外，更多的实验验证，尤其是带有方向性探测能力的新型探测器的尽早投入

使用，将会让本底的干扰显著减轻。而造成这种结果不一的另一种可能是，不同实验组所采用的靶原子不同，对一些靶原子核反应强度的测量存在误差，以及对于 WIMP-核子反应模型简化后带来的表象不统一，针对这一问题，在本章第 4.3.1 小节中将展开具体分析。

## 4.2 自旋相关的作用模式

WIMP 与标准模型粒子的自旋相关的作用产生于 WIMP 场与夸克轴矢量流的耦合作用。作为本文讨论的对象，在 MSSM 理论中预言的中性微子 neutralino，是四种零电荷超规范子的线性叠加态，即 neutralino 的组成为光子、 $Z^0$  波色子以及两种希格斯子的超对称费米子。而光子和  $Z^0$  波色子又是 W ( $W_3$ ) 波色子（超对称子记为 wino）与 B 波色子（超对称子记为 bino）的线性组合（见第 2.5 节）。沿用  $\chi$  记为 neutralino 的符号，则 MSSM 理论所预言的 WIMP 可以表示成：

$$\chi = N_1 \tilde{B} + N_2 \tilde{W}_3 + N_3 \tilde{H}_1 + N_4 \tilde{H}_2 \quad (4-12)$$

式中  $\tilde{B}$  —— B 波色子的超对称子 bino；  
 $\tilde{W}$  —— W 波色子的超对称子 wino；  
 $\tilde{H}_1, \tilde{H}_2$  —— 两种希格斯子的超对称费米子 higgsino。

倘若如同一些理论的预言，neutralino 完全由光微子组成，那么这种 WIMP 与探测器靶核发生的碰撞则应是只与自旋相关的耦合。由于 neutralino 中的组分未知，即  $N_1, N_2, N_3, N_4$  之间的比例未知，而其不同的成份与夸克轴矢量流的耦合强度未知，因此作为叠加态的 neutralino 与夸克轴矢量流的耦合系数也与变得不确定。

由于 MSSM 预言的 WIMP 是 Majorana 费米子，WIMP 与核子之间发生自旋相关的碰撞，其有效拉格朗日量可以表示为<sup>[28]</sup>：

$$L_A = c_q^A (\bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi) (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q) \quad (4-13)$$

式中  $c_q^A$  —— WIMP-夸克轴矢量流的耦合系数；  
 $\chi$  —— WIMP 的记号， $\bar{\chi}$  表示 WIMP 的反粒子；  
 $q$  —— 夸克的记号， $\bar{q}$  表示反夸克；  
 $\gamma^\mu$  —— 狄拉克矩阵。

在核子态中，夸克轴矢量流算符  $\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q$  的矩阵元为：

$$\langle n | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q | n \rangle = 2s_\mu^{(n)} \Delta q^{(n)} \quad (4-14)$$

式中  $|n\rangle$ ——核子态；  
 $s_\mu^{(n)}$ ——核子的自旋；  
 $\Delta q^{(n)}$ ——夸克  $q$  对核子自旋的贡献比重。

原子核中，用  $|N\rangle$  表示原子核态，

$$\begin{aligned}\langle N|\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5q|N\rangle &= 2\frac{\langle S_p\rangle\Delta q^{(p)} + \langle S_n\rangle\Delta q^{(n)}}{J}\langle N|J_N|N\rangle \\ &= 2\lambda_q^N\langle N|J_N|N\rangle\end{aligned}\quad (4-15)$$

式中  $\langle S_{p,n}\rangle$ ——质子、中子的自旋平均值；  
 $J$ ——原子核的总角动量；  
 $J_N$ ——第  $N$  个核子的总角动量；

且，算式中令  $\lambda_q^N = \frac{\Delta q^{(p)}\langle S_p\rangle + \Delta q^{(n)}\langle S_n\rangle}{J}$ ，以使得表达简洁； $\langle S_{p,n}\rangle = \langle N|S_{p,n}|N\rangle$

是原子核态中质子或中子的自旋期望值， $\langle S_{p,n}\rangle$  的计算与原子的壳层模型选取相关，因此不同的原子模型下，计算方法不同，核子的自旋期望值也会有所不同。例如，最为简单的原子模型中只考虑单个未配对的核子的自旋，而配对的核子对整体自旋粗略估计为零，事实上这样的简化模型往往带来很大误差，精确的计算必须基于对原子结构的详尽了解，而在使用不同的原子壳层模型进行计算时，过程的复杂度也大幅增加。

$\Delta q^{(n)}$  对整个 WIMP 与原子核耦合强度的确定起到关键作用，在实验上通常是通过轻子与质子的散射来测量，但很难得到精确结果，尤其是奇异子成份  $\Delta s^{(n)}$  ( $s$  夸克对核子自旋的贡献比例) 的不确定。为了计算 WIMP-原子核之间与自旋相关的作用截面，定义两个耦合系数：

$$a_p = \sum_{q=u,d,s} \frac{c_q^A}{\sqrt{2}} \Delta q^{(p)}, \quad a_n = \sum_{q=u,d,s} \frac{c_q^A}{\sqrt{2}} \Delta q^{(n)} \quad (4-16)$$

即  $a_p$  为 WIMP-质子的耦合系数， $a_n$  为 WIMP-中子的耦合系数。耦合系数  $a_p$  和  $a_n$  含有式 (4-13) 中有效拉氏量中的耦合系数  $c_q^A$  以及夸克  $q$  对于核子自旋的贡献  $\Delta q$ ，包含了理论计算以及实验测量上的诸多不确定，在计算 WIMP 与原子核自旋相关的作用截面时，无法作为已知量给出，是两个需要被计算确定的量。同时，暗物质直接探测实验需要确定的未知量还有 WIMP 的质量，在这样的表达下，直

接探测实验的结果中，（对于自旋相关的作用）需要计算确定的未知量仅有三个，即耦合系数  $a_p$  和  $a_n$  以及暗物质的质量  $M_D$ 。

与自旋无关时的作用一样，WIMP 与靶核间自旋相关的碰撞截面也会因着动量交换的增大而减小，因此同样需要定义形状因子来计入这部分的变化。但与自旋无关作用时形状因子的普遍适用性不同，即由式 (4-10)、式 (4-11) 所给出的形状因子的表达式可以较精确地适用于所有的原子，而对于自旋相关的反应，不同的原子靶，就有不同的壳层结构，因此计算要复杂得多。在文献[38]中给出了自旋相关反应模式下关于动量的微分散射截面：

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{8}{\pi v^2} \Lambda^2 G_F^2 J(J+1) \frac{S(q)}{S(0)} \quad (4-17)$$

式中  $G_F$  —— 费米耦合常数；

$\frac{S(q)}{S(0)}$  —— 自旋相关作用模式下散射截面的形状因子。

其中  $\Lambda = \frac{1}{J} (a_p \langle S_p \rangle + a_n \langle S_n \rangle)$ 。习惯上定义同位旋标量耦合系数  $a_0$  与同位旋矢量耦合系数  $a_1$  来代替由质子与中子的耦合系数  $a_p$  以及  $a_n$  给出的形状因子的表达式，两种耦合系数表达式上的关系为：

$$a_0 = a_p + a_n, \quad a_1 = a_p - a_n \quad (4-18)$$

于是， $S(q)$  的表达式可以整理为：

$$S(q) = a_0^2 S_{00}(q) + a_1^2 S_{11}(q) + a_0 a_1 S_{01}(q) \quad (4-19)$$

式 (4-19) 中， $S_{00}$  是纯同位旋标量项， $S_{11}$  是纯同位旋矢量项， $S_{01}$  是同位旋标量和同位旋矢量的交叉项。比较直接使用耦合系数  $a_p$  和  $a_n$  时，形状因子  $S(q)$  的表达式，给出如下：

$$S(q) = a_p^2 S_{pp}(q) + a_p a_n S_{pn}(q) + a_n^2 S_{nn}(q) \quad (4-20)$$

式 (4-19) 与式 (4-20) 等价，其中  $S_{pp}, S_{pn}, S_{nn}$  与  $S_{00}, S_{01}, S_{11}$  的关系为：

$$\begin{aligned} S_{pp} &= S_{00}(q) + S_{01}(q) + S_{11}(q) \\ S_{nn} &= S_{00}(q) - S_{01}(q) + S_{11}(q) \\ S_{pn} &= 2[S_{00}(q) - S_{11}(q)] \end{aligned} \quad (4-21)$$

自旋结构  $S_{ij}$  ( $i, j = 0, 1$ ) 是反冲能与原子相对质量的函数，不同的原子核有不同的自旋结构函数，因此没有一个通用的公式可以来表达自旋相关作用模式下任意原子核的形状因子  $S(q)$ ，而需根据不同原子核的壳层模型来计算自旋结构函

数  $S_{ij}$ ，并给出相应的数值拟合表达式，这一点与自旋无关模式中的形状因子表达式不同。还需要指出的是，即便是对于同一原子核，不同的壳层模型及其计算方法的选择，也会给自旋结构  $S_{ij}$  的计算结果带来一定的差异，从而最终导致 WIMP 与原子核散射截面或者耦合系数的计算结果有所不同（见第 4.3.2 小节的计算结果）。选取文献[39]、[40]中的不同方法下得到的自旋结构进行比较，其中的自选结构  $S_{ij}$  已转化为多项式拟合的形式，其表达式如下：

$$S_{ij}(y) = e^{ay} \times (b_0 + b_1 y^1 + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \cdots + b_7 y^7 + b_8 y^8) \quad (4-22)$$

式中， $a$  与  $b_k$  ( $k=0,1\dots n$ ) 都是拟合常数， $y$  是与反冲能有关的量：

$$y = (qb/2)^2 \quad (4-23)$$

其中， $b$  称为原子核的尺寸参数，表达式为：

$$b = (\hbar / m\omega)^{1/2} \quad (4-24)$$

$$\hbar\omega = (45A^{-1/3} - 25A^{-2/3}) \text{MeV}$$

显然不同原子的尺寸参数不同，例如计算氙-129 原子， $b=2.292$ ；对于碘-127， $b=2.282$ 。当  $y < 1$  时，即两体碰撞交换的动量不大时， $S_{ij}(y)$  的表达式常常可以简化为  $y$  的六阶多项式拟合，但在大的反冲能作用下，六阶拟合的误差明显增大，需用到式 (4-22) 给出的带有  $e$  指数的  $y$  的八阶多项式拟合<sup>[39]</sup>。

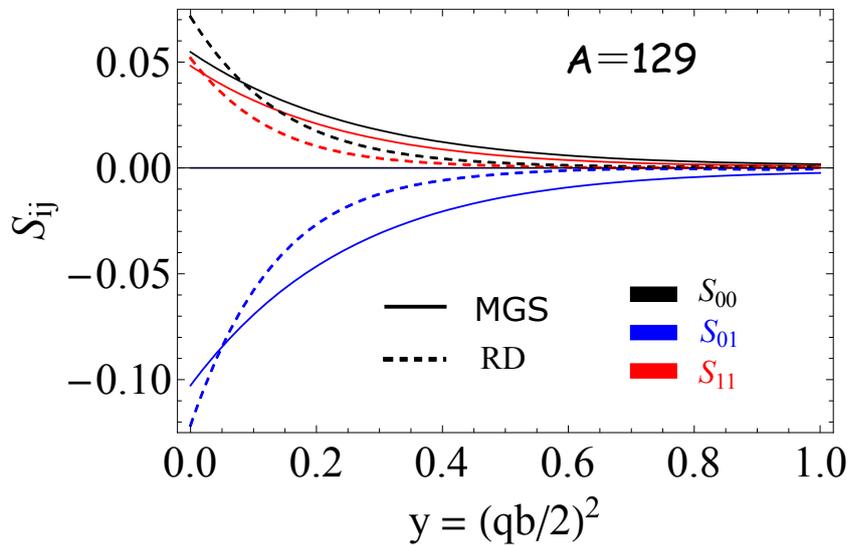


图 4-3 不同计算方法得到的氙-129 原子的自旋结构函数  
Fig. Spin structure function  $S_{ij}$  for  $^{129}\text{Xe}$  under different methods

图 4-3 所示是氙-129 原子的自旋结构函数，其中比较了文献[39]与文献[40]中

给出的不同计算方法下的自旋结构函数,分别根据论文作者姓氏首字母缩写为 RD (图中用短划线表示) 以及 MGS (实线表示)。其中不同颜色表示不同的自旋结构函数,  $S_{00}$ ,  $S_{11}$ ,  $S_{01}$  分别用红色、蓝色和黑色来区别表示。可以看到,两种方法计算下的自旋结构函数在作图比较时显现为明显不同的曲线, RD 方法给出的自旋结构函数在无动量交换时的初值更大,而随着  $y$  的增加,即动量交换的增加,而更快地趋向于零。这些差异的存在,将在最终计算 WIMP 与原子核或核子的反应截面上得到反应。在第 4.3.2 小节中,将比较这两种不同计算方法下给出的自旋结构对于暗物质直接探测实验数据分析带来的结果差异。

式 (4-17) 中的  $S(0)$  是形状因子的单位化参数 (在无动量交换时形状因子的值为 1), 自旋相关作用中的形状因子  $\frac{S(q)}{S(0)}$  在单位化之后相当于自旋无关作用中的形状因子  $F^2(q^2)$ , 其中

$$S(0) = \frac{2J+1}{\pi} \Lambda^2 J(J+1) \quad (4-25)$$

容易得到:  $dq^2 = 2M_A dE_R$ , 则根据 (4-16), 可以得到与反冲能相关的微分散射截面:

$$\frac{d\sigma}{dE_R} = \frac{16M_A}{\pi v^2} \Lambda^2 G_F^2 J(J+1) \frac{S(q)}{S(0)} \quad (4-26)$$

借助式 (4-25) 比较式 (4-2) 与式 (4-26), 从而可以得到自旋相关的 WIMP-原子核碰撞模式下, 无动量交换时的散射截面:

$$\sigma_{SD}^0 = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_A^2 [a_p \langle S_p \rangle + a_n \langle S_n \rangle]^2 \frac{J+1}{J} \quad (4-27)$$

式 (4-27) 是 WIMP-原子核无动量交换时的作用截面, 计算质子或中子与 WIMP 作用截面时, 其自旋的绝对值以及总角动量都为 1/2, 得到:

$$\sigma_p = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_p^2 a_p^2 \times \frac{3}{4}, \quad \sigma_n = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_p^2 a_n^2 \times \frac{3}{4} \quad (4-28)$$

从式 (4-27) 可见, 由于原子核的散射截面同时包括质子与 WIMP 的耦合贡献以及中子与 WIMP 耦合的贡献部分, 因此, 无法如同同位旋守恒时自旋无关的作用模式下, 直接找到单个核子的散射截面与整个原子核的散射截面之间的关系 (见式 4-5 的表达)。如前一小节所述, 在自旋相关的作用模式下, 不同实验组得到的不同结果, 为了比较上的方便, 仍需要将 WIMP 对原子核的作用转化为 WIMP 对核子的作用, 因此, 一种做法是将整个原子核与 WIMP 的散射截面考虑为只有

原子核中的质子或中子参与了反应。即，式（4-27）中，分别令  $a_n$  为零或  $a_p$  为零后，得到：

$$\sigma_A^p = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_A^2 (a_p \langle S_p \rangle)^2 \frac{J+1}{J}, \quad \sigma_A^n = \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_A^2 (a_n \langle S_n \rangle)^2 \frac{J+1}{J} \quad (4-29)$$

用 WIMP 与核子的散射截面算式（4-28）来表示式（4-29）可以得到：

$$\sigma_A^{p,n} = \frac{4}{3} \frac{J+1}{J} \frac{\mu_A^2}{\mu_{p,n}^2} \langle S_{p,n} \rangle^2 \sigma_{p,n} \quad (4-30)$$

在原先粗略的原子模型计算中，一种方法是从未配对的单个核子的自旋来考虑整个原子核中的核子自旋期望，即互相配对的核子自旋平均值为零。这种模型下的原子核态中核子的自旋平均值一种为零，另一种不为零（对于有偶核子数的原子，质子、中子的平均自旋都为零），式（4-29）的算式可以用于这样的模型计算（虽然意义不同， $a_p$  为零与  $\langle S_p \rangle$  为零在计算中起到的效果相同），但随着对于原子壳层模型的不不断细化完善，更精确的计算表明在原子核中配对的核子也存在平均自旋，即拥有奇数质子的原子核主要产生质子与 WIMP 的自旋耦合，但中子自旋耦合也存在，只是相比而言要微弱很多。因此，使用式（4-30）的算式来求得 WIMP-核子的散射截面带有人为性，而从物理意义上来看，则是为 WIMP 设置了特定的模型，在确定了  $a_n$  或  $a_p$  的值（为零）之后，计算另一个核子与 WIMP 的耦合作用。但出于方便，实验组仍在使用这样的计算方法来比较不同探测器的探测结果，如下图所示：

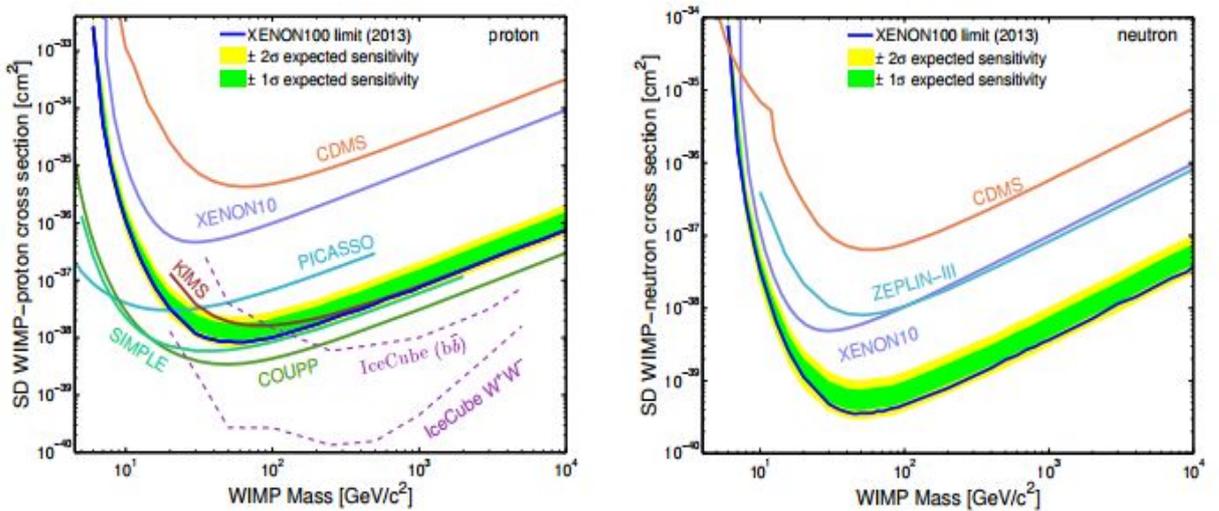


图 4-4 直接探测实验给出的自旋无关的 WIMP-核子散射截面<sup>[41]</sup>

Fig.4-4 Spin-dependent WIMP-nucleon cross section from direct detection experiments

图 4-4 是 XENON100 探测小组公布的最新的 225 天运行后, 依据式 (4-30) 的简化方法, 计算出的自旋相关作用模式下, WIMP-核子之间的散射截面上限<sup>[41]</sup>。左图是 WIMP-质子的截面上限图, 右图是 WIMP-中子的截面上限图。由于 XENON100 实验组使用液氙作为探测靶, 原子序数 54, 因此质子自旋平均值很小, 对于耦合系数  $a_p$  (WIMP-质子散射截面) 的限定相对较弱。氙原子的同位素具有奇数的中子, 因此 XENON100 对于 WIMP-中子的散射截面具有很强的探测能力。图 4-4 所示, 在 WIMP 质量为  $45 \text{ GeV}/c^2$  时, XENON100 探测器对 WIMP-中子反应具有最高的灵敏度, 给出作用截面上限为  $3.5 \times 10^{-40} \text{ cm}^2$ , 比该探测器对 WIMP-质子的截面上限灵敏度高了近两个数量级。更严格的作用截面 (耦合系数) 的计算在第 4.3.2 小节中给出。

### 4.3 耦合系数的限定

前两节中给出了简化的 WIMP 与原子核靶作用截面的计算方法, 这种简化后的对自旋相关以及自旋无关作用模式的计算, 在分析暗物质直接探测的结果时被普遍采用。但如前两小节中已经指出的, 与自旋无关的反应中, 由于 WIMP-原子核的作用是某种尚不清楚的弱力级别的作用, 因此同位旋守恒的假定可能带来分析结果的局限与偏差。而与自旋相关的反应中, 在计算反应截面时分别只单独考虑在原子核中质子或中子的作用而忽略另一种核子, 显然是人为的, 从其物理意义上看, 在计算 WIMP 与每一个核子的单独作用时, 是为暗物质模型作了具体的限定, 且分别是在不同的暗物质模型下 (不发生与中子自旋相关的反应, 以及不发生与质子自旋相关的反应的模型) 得到的结果。

近年来, 各个暗物质直接探测实验组公布了不同的探测结果, 一直难以被调和, 若问题并不出在本底的处理方式上, 便需要考虑计算中用到的 WIMP 模型出错的可能。在 DAMA 宣布发现暗物质信号的十多年之后, CoGeNT<sup>[42]</sup>, CRESST-II<sup>[43]</sup>, CDMS-II<sup>[44]</sup>实验组也先后宣布了发现疑似暗物质信号, 引起了广泛的关注。但这些信号所反映的 WIMP 质量-散射截面参数区域并不吻合, 有研究在自旋无关的截面上考虑同位旋破缺的可能, 有效调和了由 CoGeNT 与 DAMA 实验数据给出的暗物质参数, 并且避开了当时探测量下 XENON100 探测器提供的最灵敏探测上限<sup>[45]</sup>, 但是在 XENON100 公布了最新的 225 天的探测结果后, CoGeNT 与 DAMA 相一致的信号再次变得难以同 XENON100 的零结果调和, 在第 4.3.1 小节中将对此进行更为详细的讨论与计算。

本节下面的内容中将给出对于 WIMP-原子核作用截面更一般的分析, 依据现

有的暗物质直接探测实验的结果，确定耦合系数——即自旋无关的耦合系数  $f_p$ ,  $f_n$ ，以及自旋相关的耦合系数  $a_p$ ,  $a_n$  与 WIMP 质量  $M_D$  的对应关系。

#### 4.3.1 同位旋破缺的自旋无关作用

在第 4.1 节式 (4-3) 中已给出的自旋无关的作用截面表达式，事实上是设下了前提假设，即 WIMP-原子核的自旋无关作用遵守同位旋守恒律，使得 WIMP 与质子以及 WIMP 与中子的耦合系数相等，即  $f_p=f_n$ ，得到了简化后的表达式。

为了弄清 WIMP-核子自旋无关作用的耦合系数的构成，需从最基本的核子态中 WIMP-夸克的自旋无关作用出发，由两部分组成：标量与标量的相互作用，以及矢量与矢量的相互作用，其有效拉格朗日量可以表达为：

$$L_{SI} = c_q^S \bar{\chi} \chi \bar{q} q + c_q^V \bar{\chi} \gamma_\mu \chi \bar{q} \gamma^\mu q \quad (4-31)$$

其中  $c_q^S$  ——WIMP-夸克的标量耦合系数；  
 $c_q^V$  ——WIMP-夸克的矢量耦合系数。

若 WIMP 为 Majorana 费米子，则式 (4-31) 中等号右端的第二项不存在，即没有矢量相互作用，而只剩下标量耦合的作用。

在用费曼图描述夸克与 WIMP 的碰撞时，由于内圈图存在（胶子与 WIMP 的作用），需考虑多种可能的情况，最后可以给出与自旋无关的反应模式下，零动量交换时的 WIMP-原子核散射截面为<sup>[28]</sup>：

$$\sigma_A^{SI} = \frac{4}{\pi} \mu_A^2 [f_p Z + f_n (A-Z)]^2 \quad (4-32)$$

其中， $f_p$  与  $f_n$  分别为 WIMP 与质子的耦合系数以及 WIMP 与中子的耦合系数。类似自旋相关的 WIMP-核子耦合系数的组份，自旋无关的 WIMP-核子中耦合系数包含了在有效拉氏量中 WIMP 与夸克的标量耦合系数  $c_q^S$  以及在核子态中夸克、胶子对核子质量的贡献。如下式，给出原子核态中 WIMP-质子的耦合系数具体表达式：

$$\frac{f_p}{m_p} = \sum_{q=u,d,s} \frac{c_q^S}{m_q} f_{Tq}^{(p)} + \frac{2}{27} f_{TG}^{(p)} \sum_{q=c,b,t} \frac{c_q^S}{m_q} \quad (4-33)$$

式中  $f_{Tq}^{(p)}$  ——质子态中夸克  $q$  对于质子质量的贡献度；  
 $f_{TG}^{(p)}$  ——质子态中胶子对于质子质量的贡献度；  
 $m_q$  ——夸克  $q$  的质量。

根据定义,  $f_{Tq}^{(p)}$  与  $f_{TG}^{(p)}$  的关系可以较直观的给出:  $\sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^{(p)} + f_{TG}^{(p)} = 1$ 。实验上使用  $\pi$  介子与核子的散射来测量得到  $f_{Tq}$  与  $f_{TG}$  的值, 其中会带有较大的实验误差, 因此式 (4-33) 给出的 WIMP-质子耦合系数  $f_p$  中包含了由  $f_{Tq}$ ,  $f_{TG}$  以及  $c_q^S$  所带来的双重不确定度, 是需要被暗物质直接探测实验计算确定的未知量。对于 WIMP-中子的耦合系数  $f_n$ , 具有与  $f_p$  类似的情况。可以看到当假设  $f_p=f_n$  时, 式 (4-32) 简化为式 (4-3)。

文献[45]中, 设定  $f_n/f_p = -0.7$ , 这一比值接近于氦-131 原子的质子数与中子数比值的负数, 根据式 (4-32) 的表达可见, 中括号内的项接近于零, 因此大大降低了氦原子与 WIMP 的作用截面, 由于用作探测靶的氦元素存在多种不同的自然同位素, 因此总体的散射截面下降有限。由于 DAMA 探测器使用的碘化钠与 CoGeNT 使用的锗材料在  $f_n/f_p = -0.7$  的情况下, 探测能力的退化相对较少, 因此, 有效避开了 XENON100 当时公布的排除线, 更有意思的是, 两者确定的参数空间在这一耦合系数的设定下很好地吻合起来<sup>[45]</sup>。随后, 在 2013 年上半年由 CDMS 探测组重新对实验的数据进行分析后, 也宣布发现了小质量的与 CDMS 硅探测材料作用的 WIMP 信号<sup>[44]</sup>。本文根据 XENON100 发布的 224.6 天 34 千克的有效探测测量的结果, 计算得到在  $f_n/f_p = -0.7$  的情况下的这三个实验组的实验结果比较图:

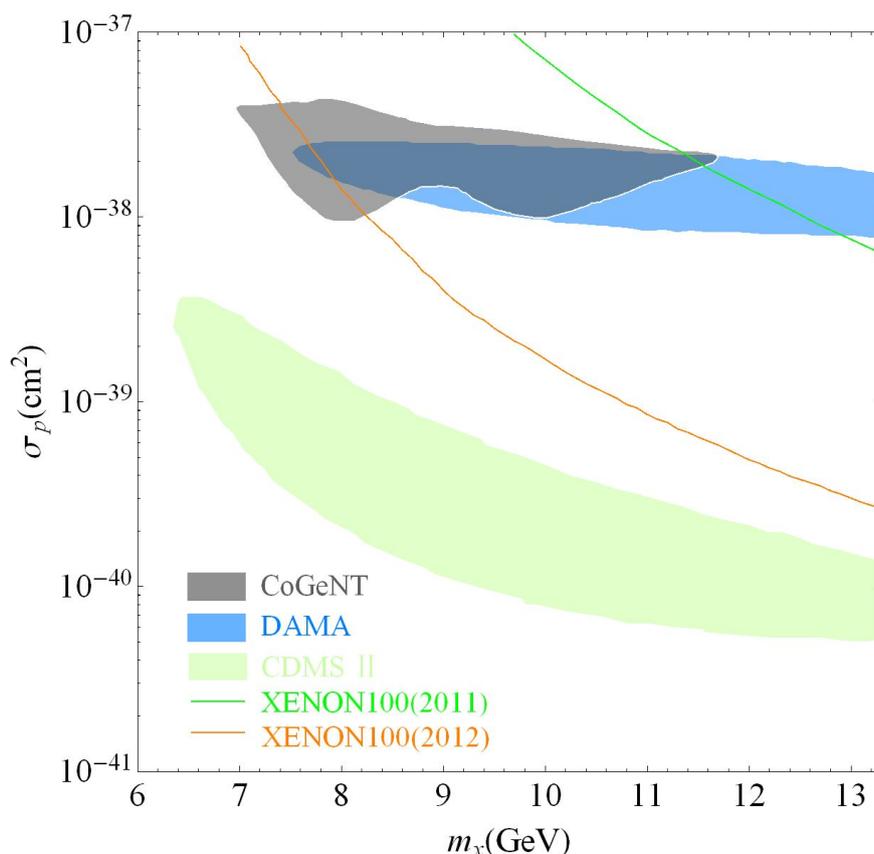


图 4-5 同位旋破缺时 ( $f_n / f_p = -0.7$ ), XENON100 与 CoGeNT, DAMA, CDMS-II 的结果比较(90%置信水平)

Fig.4-5 For  $f_n / f_p = -0.7$ , the favored region of 90% C.L. bounds from CoGeNT, DAMA and CDMS-II versus the exclusion curves from XENON100

图 4-5 中, 绿色与橙色的排除线分别表示根据 XENON100 实验组 2011 年以及 2012 年 ( $224.6 \times 34 \text{ kg day}$ ) 探测结果计算所得的质量-截面上限, 阴影部分分别表示 CoGeNT(深灰色)、DAMA (蓝色) 以及 CDMS-II (绿色) 所找到的 WIMP 参数区域。可见, CDMS-II 所公布的结果在耦合系数比例  $f_n / f_p = -0.7$  情况下与另两个探测器的结果并不吻合, 而即便是在这一耦合系数的比例下, XENON100 的探测能力被降到了最低, 最新的 225 天的结果仍已几乎将 CoGeNT 和 DAMA 所确定的 WIMP 参数空间排除。

计算中使用标准的宇宙学参数模型, 即麦克斯韦-玻尔兹曼的速度分布, 并使用  $\rho_D = 0.3 \text{ GeV} / c^2$ ,  $v_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_{\text{esc}} = 544 \text{ km s}^{-1}$  (这些参数符号的代表意义详见第 3.3 节中的定义)。在下面的计算中都采用相同的宇宙学参数。对于零结果的探测, 在已知的预期本底事例数与探测到的小量碰撞事例数相近的情况下, 采用

Feldman–Cousins 的统计方法<sup>[46]</sup>来计算在置信度为 90%的探测结果。

图 4-5 的结果并不具有普遍意义，而是为了调和液氙探测器的零结果与其他探测器发现的疑似暗物质信号的矛盾，更一般地，应当使用式 (4-32) 的表达，在不限制特定耦合系数数值的情况下，来计算自旋无关反应模式中，耦合系数的参数空间。

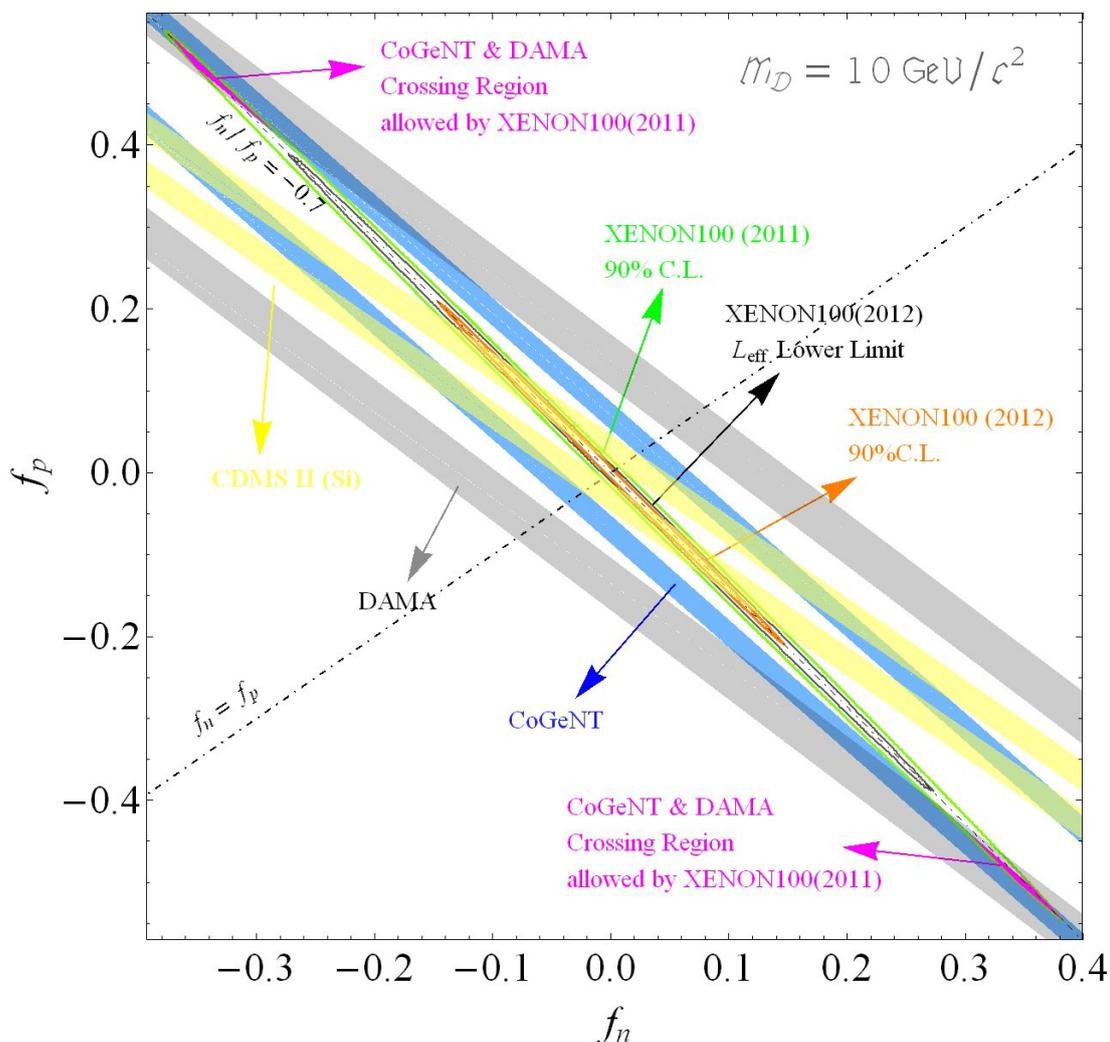


图 4-6 质量为  $10 \text{ GeV}/c^2$  的 WIMP 与核子自旋无关作用的耦合系数

Fig.4-6 Spin-independent couplings for a  $10 \text{ GeV}/c^2$  WIMP

图 4-6 所示为自旋无关的作用模式下，暗物质直接探测实验结果给出的 WIMP 与核子耦合系数  $f_p$ - $f_n$  的参数空间图。彩色阴影带为从宣布探测到 WIMP 信号的各实验组数据计算得的 WIMP-核子耦合系数的参数空间范围。根据式 (4-32) 易知，由单一靶核探测反映的计算结果，将在  $f_p$ - $f_n$  坐标系中呈现两条平行直线，多靶核

的探测器给出的分析结果应是一个椭圆，具体的分析计算在第 3.3.2 小节中给出。CDMS-II 的结果宣布硅作为探测靶得到了疑似暗物质信号，硅在自然丰度中主要以硅-28 的形式存在（自然丰度达 92% 以上），因此计算所得的  $f_p$ - $f_n$  近似为两条平行的彩带（图中用黄色带表示）彩带的宽度反映其在 90% 置信度下 WIMP-核子作用截面的区间大小。对于质量为  $10 \text{ GeV}/c^2$  的小质量 WIMP 粒子对 DAMA 实验的结果，由于其碰撞后留于碘原子上的反冲能小于探测器阈值（详见第 3.3.2 小节中的分析），而只有钠原子靶对小质量 WIMP 存在有效探测作用，钠在自然界中并无其他同位素，因此其计算结果同样显示为两条平行带（灰色带），而 CoGeNT 的彩带（蓝色带）是由两个拉长的椭圆相夹的部分（锆在自然界中存在五种同位素），在小尺度范围内形似平行。CoGeNT 与 DAMA 的探测结果所确定共同参数区域用粉色标记，若两者探测到的疑似暗物质信号并非是对本底的误读，则对其他实验的实验结果分析应给出相同的参数空间，但图中可见 CDMS-II 的结果并不能和 CoGeNT 以及 DAMA 同时吻合。而 XENON100 的探测结果已能完全排除 CoGeNT 与 DAMA 结果所确定的 WIMP-核子耦合系数的共同参数范围。图中的绿色椭圆（氙在自然界中存在九种稳定的同位素）为 XENON100 在 2011 年给出的耦合系数的限定区域，椭圆内部为参数允许空间，外部为被排除的参数空间。图中可见，当  $f_n$  与  $f_p$  的比值在接近 -0.7 的小范围内变化时，CoGeNT 与 DAMA 的公共参数空间仍可在绿色椭圆内，但 XENON100 给出的 2012 年的探测结果（橙色椭圆）则已完全将其排除。黑色线是在取光产出效率最低的情况下<sup>[47]</sup>（详见第 3.2.1 小节及对式 3-6 的说明），给出的 XENON100 225 天探测结果的最低灵敏度时参数的限定空间，可见即便是在使用最保守的估计，仍不影响其完全排除 CoGeNT 和 DAMA 相一致的参数区域的结果。从图中可以发现，要完全排除 CDMS-II 给出的参数空间，则需要更高精度、更大探测量的实验检验，但仅凭现有的探测数据，在 WIMP-靶核自旋无关的作用模式下分析得到的结果，显然无法断言暗物质直接探测实验已发现了可信的暗物质信号。

#### 4.3.2 超对称 WIMP 模型无关的自旋相关作用

在第 4.2 节中详尽分析了自旋相关的 WIMP-核子的互相作用截面，其中指出现在普遍流行的一种计算 WIMP 与单个核子的作用截面的方法（见式 4-29、式 4-30 的表达），存在一定局限性，带有人为的 WIMP 模型设定意义。这一小节中，给出对自旋相关作用模式下，WIMP 与核子耦合系数  $a_p, a_n$  更一般的计算分析。

根据 (4-27) 给出的散射截面，结合式 (4-1) 可以得到在反冲能上的微分事

例数  $\frac{dR}{dE_R}$  的具体表达形式，根据不同的实验组使用定标能量的不同，来完成对于 WIMP-原子核碰撞事例总数的计算。例如在 XENON100 探测组使用  $S_1$  闪烁信号作为能量标定的情况下

$$\begin{aligned} R &= \int c_{eff}(S_1) \frac{dR}{dS_1} dS_1 = \int c_{eff}(S_1) dS_1 \int P(S_1, S'_1) \frac{dR}{dS'_1} dS'_1 \\ &= \int c_{eff}(S_1) dS_1 \int P(S_1, S'_1) \frac{dR}{dS'_1} dS'_1 = \int c_{eff}(S_1) dS_1 \int P(S_1, S'_1) \frac{dR}{dE_R} dE_R \end{aligned} \quad (4-34)$$

式中  $c_{eff}$  ——是探测效率，与本底的区分方法相关

$P(S_1, S'_1)$  ——是泊松概率分布，用于计算探测器分辨率带来的影响，详见第 3.2.3 小节以及对式 (3-17) 的说明。

其他的符号定义均与第 3 章中的符号定义相同。

通常探测器使用多种原子共同组成探测靶核，在不计入实验效率的情况下，根据式 (4-27) 对于自旋相关作用散射截面的表达式，对式 (4-34) 的积分结果为：

$$\begin{aligned} R &= \sum_{A_i} N_T \frac{\rho_D}{M_D} \int dE_R \int_{v_{min}}^{v_{esc}} d^3v f(v) \frac{\sigma_{SD}^0 M_{A_i}}{2v\mu_{A_i}^2} F_{A_i}^2(q^2) \\ &= \sum_{A_i} C_{A_i} \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_{A_i}^2 [a_p \langle S_p \rangle + a_n \langle S_n \rangle]^2 \frac{J+1}{J} \end{aligned} \quad (4-35)$$

式中  $A_i$  表示第  $i$  个原子的相对原子质量， $C_{A_i}$  为对第  $i$  个原子完成第一步积分后的常数。

将其形式简化得到：

$$N = Aa_p^2 + Ba_p a_n + Ca_n^2 \quad (4-36)$$

式中， $N, A, B, C$  都是任意常数。式 (4-36) 是圆锥曲面的一般表达式，式中如果  $B^2 < 4AC$  那么，该式反映椭圆曲线；若  $B^2 > 4AC$ ，则成为双曲线；若  $B = \pm 2\sqrt{AC}$ ，图形则退化为两天平行直线。当探测器靶核中只有一种原子参与自旋相关的反应，根据式 (4-35)，易知式 (4-36) 可以改写为：

$$N' = (A'a_p + C'a_n)^2 \quad (4-37)$$

即，在  $a_p$ - $a_n$  坐标系下成为两条平行的直线。

例如，CoGeNT 探测靶核中只有锗-73 是奇中子核，参与与 WIMP 自旋相关的作用，实验给出的将会是两条平行带（平行带宽度受一定置信度下置信区间的影响）。XENON100 探测器的靶核组成中含有奇中子的元素有<sup>[41]</sup>：26.2%的氙-129，

以及 21.8% 的氙-131，因此其计算结果为一个斜的椭圆，且计算中使用不同的自旋结构因子<sup>[39][40]</sup>，给出的反应截面的形状因子就会有所差异，得到的耦合系数的计算结果也会有所不同。

对于采用第 4.2 节中提到的计算 WIMP-核子的简化方法的实验，若其计算中假定每一种核子对于整个探测结果负责（即计算一种核子的截面上限时，把其他的核子贡献都设为零），则可以利用其这一结果，套用简单的算式来得到  $a_p$ - $a_n$  的参数关系。详细方法如下：

若计算中假定每一种原子单独代表整个探测靶来提供 WIMP-原子核的散射截面，即  $\sigma_{A_j}^{n,p} = \sigma_{SD}^0$ ，那么式（4-35）成为：

$$\begin{aligned} R &= N_T \frac{\rho_D}{M_D} \int dE_R \int_{v_{\min}}^{v_{\text{esc}}} d^3v f(v) \frac{\sigma_{SD}^0 M_{A_j}}{2v\mu_{A_j}^2} F_{A_j}^2(q^2) \\ &= C_{A_j} \sigma_{A_j}^{n,p} \end{aligned} \quad (4-38)$$

式中  $j$  代表第  $j$  个任意的原子核。比较式（4-38）与式（4-35），得到：

$$\sum_{A_i} \frac{C_{A_i}}{C_{A_j}} \frac{32}{\pi} G_F^2 \mu_{A_i}^2 \left[ \frac{a_p \langle S_p \rangle}{\sqrt{\sigma_{A_j}^p}} + \frac{a_n \langle S_n \rangle}{\sqrt{\sigma_{A_j}^n}} \right]^2 \frac{J+1}{J} = 1 \quad (4-39)$$

令  $i=j$ ，并改写（4-30）为：

$$\sigma_{n,p} = \frac{1}{\langle S_{n,p} \rangle^2} \frac{J}{J+1} \frac{3}{4} \frac{\mu_p^2}{\mu_A^2} \sigma_A^{n,p} \quad (4-40)$$

可以得到：

$$\sum_{A_i} \left( \frac{a_p}{\sqrt{\sigma_p^{\text{lim}(A_i)}}} \pm \frac{a_n}{\sqrt{\sigma_n^{\text{lim}(A_i)}}} \right)^2 = \frac{\pi}{24 G_F^2 \mu_p^2} \quad (4-41)$$

式中  $\sigma_{p,n}^{\text{lim}(A_i)}$  即实验在假定只有单个原子核  $A_i$  参与反应下给出的作用截面上限。

式（4-41）的结果，还可以为用单原子探测靶核来确定耦合参数空间时的计算提供简化方法。在分析计算 PICASSO 的探测结果时<sup>[48][49]</sup>，由于其中只有氟-19 发生能与 WIMP 发生自旋相关的作用，因此可以根据已公布的散射截面结果<sup>[48]</sup>，采用此式直接得到耦合参数的限定结果。同样在计算 DAMA 探测器靶核与较低质量 WIMP 的自旋相关反应时，（当传递给碘原子的反冲能小于探测阈值时）只有钠原子参与，也可以使用此方法令计算得到简化。

虽然运用式(4-41)可以简化计算过程,但式中要求同时已知 $\sigma_p^{\text{lim}(A)}$ 和 $\sigma_n^{\text{lim}(A)}$ ,而在一些实验公布的结果中,只给出了WIMP-质子或WIMP-中子的反应截面,例如PICASSO实验中,由于氟-19对WIMP-质子的反应灵敏,而在WIMP-中子的反应下探测能力较弱,因此只公布 $\sigma_p^{\text{lim}(A)}$ 。由此,需要根据已知的结果找出 $\sigma_n^{\text{lim}(A)}$ ,从式(4-38)中,可以得到单核反应的探测器中 $\sigma_p^{\text{lim}(A)}$ 与 $\sigma_n^{\text{lim}(A)}$ 的关系:

$$\frac{\sigma_p^{\text{lim}A}}{\sigma_n^{\text{lim}A}} = \frac{\langle S_n \rangle^2}{\langle S_p \rangle^2} \quad (4-42)$$

可以看到,对于只有单种原子参与的自旋相关的反应,可以根据由实验组已公布的截面上限,使用简化方法得到WIMP-核子的耦合系数。在表4-1中,列举了一些计算中可能需要用到的核子的自旋期望值与原子核总角动量:

表 4-1 相关核素的自旋平均值  
Table 4-1 Spin values for relevant nuclides

原子核	奇核种类	J	$\langle S_p \rangle$	$\langle S_n \rangle$	文献出处
$^{19}\text{F}$	p	1/2	0.441	-0.109	[50]
$^{23}\text{Na}$	p	3/2	0.248	0.020	[39]
$^{73}\text{Ge}$	n	9/2	0.030	0.378	[51]
$^{129}\text{Xe}$	n	1/2	0.010	0.329	[40]
$^{131}\text{Xe}$	n	3/2	-0.009	-0.272	[40]

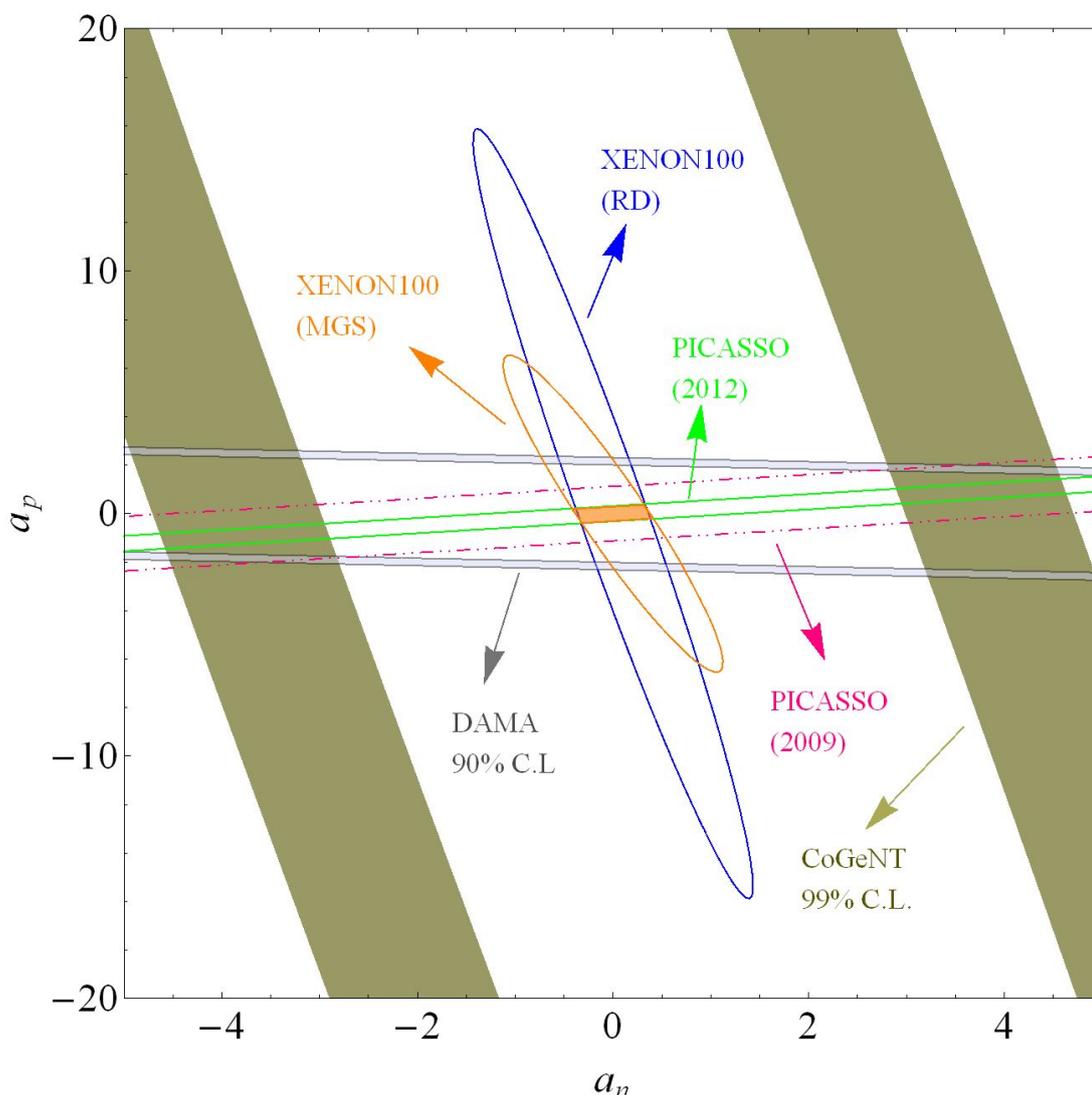


图 4-7 自旋相关的 WIMP-核子耦合系数 ( $M_D = 10 \text{ GeV}/c^2$ )  
 Fig.4-7 Spin-dependent couplings for WIMP mass of  $10 \text{ GeV}/c^2$

图 4-7 所示，是质量为  $10 \text{ GeV}/c^2$  的 WIMP 与探测核靶自旋相关的作用下，给出的 WIMP-核子耦合系数  $a_p$  与  $a_n$  的参数空间图。结合式 (4-36) 的分析，从图上可以清楚看到，在第 4.2 小节中介绍的简化的计算方法，事实上只是在计算这些曲线与横轴 ( $a_p=0$ ) 或纵轴 ( $a_n=0$ ) 的交点上取值计算所得的反应截面 (或其上限)，所以仅以此作为实验结果的比较，必然会带有很大的局限性。

图中 CoGeNT 的探测靶中参与自旋相关反应的有效成分只有锆-73 一种原子，因此计算结果为平行带，用褐色表示使用。图中的计算基于 CoGeNT 公布的在 99% 置信水平上的散射截面区间，使得平行带的宽度达到最大，同时采用最严格的表

面电子本底干扰的处理方法进行计算<sup>[52]</sup>，令 CoGeNT 实验结果所确定的耦合系数结果最接近 XENON100 实验组给出的排除椭圆。同样，只有钠-23 单原子参与反应的 DAMA 实验组的数据结果也将转化为  $a_p$ - $a_n$  坐标下的两条平行带，计算中选用抑制因子  $Q_{Na} = 0.25$ 。两者的公共参数区域应当也被其他实验所验证。XENON100 公布了 7636.4 千克日探测量下的探测结果，并在能量区间 6.6-30.5  $keV_{nr}$  上发现了两个信号，而在区间 6.6-43.3  $keV_{nr}$  上的本底预期为  $1.0 \pm 0.2$ ，使用 Feldman-Cousins 统计方法<sup>[46]</sup>给出在 90% 置信水平上的探测预期值。在计算 XENON100 探测器 2012 年的探测结果时，分别采用了文献[39]（图中按作者姓氏的第一个字母缩写为 RD）和文献[40]（MGS）给出的原子核自旋结构函数，可以看到两者的计算结果存在一定的区别（图中分别用蓝色和橙色椭圆表示）。由于氟-19 对质子与 WIMP 的耦合有很好的灵敏度，而氙元素则对中子与 WIMP 的耦合作用敏感，因此计算中采用 PICASSO 实验组在 2012 年公布的结果<sup>[48]</sup>来和 XENON100 的结果一起给出自旋相关耦合系数的限定范围，PICASSO 探测器达到的低探测能量阈值，在其对低质量（ $\sim 10 \text{ GeV}/c^2$ ）WIMP 的探测灵敏度上显出了优势。图中用绿色表示 2012 年的结果，并用粉色虚线给出 2011 年的结果<sup>[49]</sup>进行比较。由于 CDMS-II 对于自旋相关反应的低灵敏度，导致其结果远在图 4-7 所显示的范围之外，而无需再作考虑。

图 4-7 的结论清晰表明：XENON100 与 PICASSO 实验组的探测结果在自旋相关的 WIMP-原子核作用模式下，对 WIMP 与核子耦合系数限定的参数空间（橙色填充区域），可将 DAMA 与 CoGeNT 的公共参数区域完全排除，并根据本文的计算结果，给出  $|a_n| < 0.4$  即  $\sigma_n < 2.5 \times 10^{-38} \text{ cm}^2$  以及  $|a_p| < 0.3$  即  $\sigma_p < 1.4 \times 10^{-38} \text{ cm}^2$  的参数空间限定结果。关于其他 WIMP 质量区域的计算，也得到了相同的结果。

至此，同自旋无关的反应一样，使用与 WIMP 模型无关的更一般的计算得到结论：至今的暗物质直接探测实验尚没有探测到可信的暗物质信号。

## 第五章 总结与讨论

本文介绍了全球正在运行的几个主要暗物质直接探测器及其探测结果现状，详细描述了暗物质直接探测数据结果所反映的暗物质质量与截面参数空间的计算方法，指出了一些运算简化所带来的局限性，并在更一般的意义上，使用与暗物质模型无关的计算方法，对现有的暗物质直接探测结果进行了分析。

从天文学上对于暗物质发现的历史与研究进程开始，到与粒子物理中非标准模型预言的吻合，科学家们开始渐渐认识到并接受了大质量弱相互作用的非重子暗物质是构成宇宙中暗物质的主要成份这一推断。在几种可能的理论中，本文着眼于现在最受理论与实验关注的**最小超对称模型**预言的中性微子暗物质。介绍了中性微子作为**WIMP**最受青睐候选者的理论原因以及直接探测实验的探测的理论基础。

在介绍暗物质直接探测方法的同时，例举了目前世界上正在运行的探测精度最高的几个暗物质直接探测器，依据其探测基本原理分类为：低温晶体探测器、低温纯净液体探测器及过热液体探测器等，单独介绍了发现来源未知的年度调制信号的**DAMA**探测器，并描述了能够对各个探测小组之间矛盾的探测结果给出更强判断的方向性探测器的基本探测原理及其发展的可能与面临的困难。

接着，本文着重于对现有直接探测结果进行了分析。详细地给出了根据暗物质直接探测的结果对**WIMP**作出参数限定的计算过程，其中介绍了近年来利用计算机多体模拟得到的宇宙模型结果，并通过计算，比较了银河系非标准暗晕模型与标准暗晕分布下暗物质直接探测预期所呈现的差异。但仅仅使用非标准暗晕模型同样无法简单调和现有实验组所公布的探测结果之间的矛盾。

在给出了探测器阈值、能量分辨率、能量效率等技术指标对于探测结果的作用，以及各实验组普遍采用的**WIMP**参数空间的计算表达式之后，得以全面考虑探测器技术参数，宇宙学参数，以及暗物质模型参数对于实验结果计算的可能影响。从最基本的**WIMP**与夸克层面的作用开始介绍，清晰地阐述**WIMP**-原子核作用中不确定量的存在，以及在暗物质质量、与反应截面参数限定的计算中通常采用的处理方法，指出现在被各实验组普遍采用的对实验结果的计算方法，得到的仅是在设定了**WIMP**与靶核作用的特殊模型下给出的暗物质参数计算结果。

因此，本文最后一部分中，在假定了各实验组都对各自探测器本底做了正确处理的前提下，从更基本的与模型无关的暗物质作用截面表达式出发，来分析现

有的探测结果，并得出在此计算下更为细致的推断：依据各个暗物质直接探测小组的结果，现有的暗物质直接探测实验尚未发现暗物质粒子存在的确凿证据。

但在仍存有上述从宇宙学模型到探测器技术指标等诸多不确定因素的现状中，对于暗物质探测结果要做的研究还当涉及更多考虑因素，后续的工作，或可以从结合非标准暗晕模型以及与作用模型无关的 WIMP 两种考虑点出发。当然，对于解释 DAMA 和 CoGeNT 实验组所探到的未知年周期调制信号，从宇宙射线或地球温度所引起的随季节变化的周期性本底波动出发，做更详细的研究是极为必要的。只有在先充分了解本底之后，探测结果用于对 WIMP 与靶核作用的结果的分析才有意义。

同时，本文中也指出，超对称理论虽因可以补足标准模型所存在的一些理论困难，而受到较为广泛的欢迎，然而至今仍未得到过实验上的验证。因此使用另一些暗物质模型来尝试解释暗物质直接探测的现有结果也是后续工作中当被列入计划的重点。

## 参 考 文 献

- [1] Begeman, K. G., Broeils, A. H., Sanders, R. H. Extended rotation curves of spiral galaxies Dark haloes and modified dynamics. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1991, 249: 523–537.
- [2] <http://www.nasa.gov/sites/default/files/files/p1336aw.jpg>
- [3] <http://chandra.harvard.edu/photo/2006/1e0657/>
- [4] Planck Collaboration. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. 2013, arXiv: 1303.5076.
- [5] Jungman, G., et al. Supersymmetric dark matter. Physics Reports, 1996, 267: 195-373.
- [6] Sebastian Arrenberg, Laura Baudis, Kyoungchul Kong et al. Kaluza-Klein Dark Matter: Direct Detection vis-a-vis LHC. 2013, arXiv: 1307.6581.
- [7] Plante Guillaume. The XENON100 Dark Matter Experiment: Design, Construction, Calibration and 2010 Search Results with Improved Measurement of the Scintillation Response of Liquid Xenon to Low-Energy Nuclear Recoils[Dissertation]. New York: Columbia University. 2012
- [8] Ahmed, Z., et al. Results from a Low-Energy Analysis of the CDMS II Germanium Data[J]. Phys. Rev. Lett. 2011, 106: 131302.
- [9] Agnese, R., et al. Silicon detector results from the first five-tower run of CDMS II[J]. Phys. Rev. D. 2013, 88: 031104.
- [10] <http://cdms.berkeley.edu/gallery.html>
- [11] Aslseth, C.E., et al. Search for an Annual Modulation in a *p*-Type Point Contact Germanium Dark Matter Detector[J]. Phys. Rev. Lett. 2011, 107: 141301.
- [12] <http://cogent.pnnl.gov/gallery.stm>
- [13] [http://www.picassoexperiment.ca/experiment\\_detector.php](http://www.picassoexperiment.ca/experiment_detector.php)
- [14] Akerib, D.S., et al. First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility. 2013, arXiv: 1310.8214.
- [15] Hitachi A., Takahashi T. Effect of ionization density on the time dependence of luminescence from liquid argon and xenon[J]. Phys. Rev. B. 1983, 27: 5279–5285.
- [16] Lippincott, W.H., et al. Scintillation time dependence and pulse shape discrimination in liquid argon[J]. Phys. Rev. C. 2008, 78: 035801
- [17] Aprile E., et al. The XENON100 Dark Matter Experiment[J]. Astropart. Phys. 2012, 35: 573-590.
- [18] <http://pandax.physics.sjtu.edu.cn/technique>
- [19] Bernabei, R., et al. Dark matter search[J]. Riv. Nuovo Cim. 2003, 26N1: 1-73.

- arXiv: astro-ph/0307403.
- [20] Bernabei, R., et al. DAMA/LIBRA results and perspectives[J]. 2013, arXiv: 1301.6243
- [21] Spergel, D.N. Motion of the Earth and the detection of weakly interacting massive particles[J]. Phys. Rev. D. 1988, 37: 1353–1355.
- [22] [http://driftdarkmatter.org/?page\\_id=8](http://driftdarkmatter.org/?page_id=8)
- [23] Monroe, J. Status and Prospects of the DMTPC directional dark matter experiment[J]. 2011, arXiv: 1111.0220.
- [24] Naka, T., et al. R&D Status of Nuclear Emulsion For Directional Dark Matter Search[J]. 2011, arXiv: 1109.4485.
- [25] Aprile, E., et al. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data[J]. Phys. Rev. Lett. 2012, 109: 181301.
- [26] Savage, C., et al. Compatibility of DAMA/LIBRA dark matter detection with other searches[J]. JCAP. 2009, 0904: 010. [arXiv: 0808.3607.]
- [27] Lewin, J.D., Smith, P.F. Review of mathematics, numerical factors, and corrections of dark matter experiments based on elastic nuclear recoil[J]. Astropart. Phys. 1996, 6: 87—112.
- [28] Bertone, G. Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches. UK, Cambridge University Press. 2010, 370-373.
- [29] Kuhlen, M., Lisanti, M., Spergel., D.N. Direct detection of dark matter debris flows[J]. 2012, arXiv: 1202.0007.
- [30] Fantin, D.S.M., et al. Modelling ultrafine structure in dark matter halos[J]. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2008, 390: 1055. [arXiv: 0808.1050]
- [31] Vogelsberger, M., et al. The fine-grained phase-space structure of Cold Dark Matter halos[J]. 2007, arXiv: 0711.1105.
- [32] Freese, k., et al. The Effects of the Sagittarius Dwarf Tidal Stream on Dark Matter Detectors[J]. Phys. Rev. Lett. 2004, 92: 111301.
- [33] Diemand, J., et al. Clumps and streams in the local dark matter distribution[J]. Nature. 2008, 454: 735-738.
- [34] Fox, P.J., et al. A CoGeNT Modulation Analysis[J]. Phys. Rev. D. 2012, 85: 036008.
- [35] Young, R.D. Strange quark content of the nucleon and dark matter searches[J]. arXiv: 1301.1765
- [36] Goodman, M.W., Witten, E. Detectability of certain dark-matter candidates[J]. Phys. Rev. D. 1985, 31: 3059-3063.
- [37] Ni Kaixuan. Development of a liquid xenon time projection chamber for the XENON dark matter search[Dissertation]. New York: Columbia University. 2006

- 
- [38] Ressel, M.T., et al. Nuclear shell model calculations of neutralino-nucleus cross sections for  $^{29}\text{Si}$  and  $^{73}\text{Ge}$ [J]. Phys. Rev. D. 1993, 48: 5519-5535.
- [39] Ressel, M.T., Dean. D.J. Spin-dependent neutralino-nucleus scattering for  $A\sim 127$  nuclei[J]. Phys. Rev. C. 1997, 56: 535-546.
- [40] Menendez, J., Gazit, D., Schwenk, A. Spin-dependent WIMP scattering off nuclei[J]. Phys. Rev. D. 2012, 86: 103511.
- [41] Aprile, E., et al. Limits on spin-dependent WIMP-nucleon cross sections from 225 live days of XENON100 data[J]. Phys. Rev. Lett. 2013, 111: 021301.
- [42] Aalseth, C.E., et al. Results from a search for light-mass dark matter with a P-type point contact germanium detector[J]. Phys. Rev. Lett. 2011, 106: 131301.
- [43] Angloher, G., et al. Results from 730 kg days of the CRESST-II dark matter search[J]. Phys. J. C. 2012, 72: 1971. [arXiv: 1109.0702]
- [44] Frandsen, M.T., et al. The unbearable lightness of being: CDMS versus XENON[J]. arXiv: 1304.6066.
- [45] Feng, J.L., et al. Iso-spin violating dark matter[J]. Phys. Lett. B. 2011, 703: 124-127.
- [46] Feldman, G.J., Cousins, R.D. Unified approach to the classical statistical analysis of small signals[J]. Phys. Rev. D. 1998, 57: 3873
- [47] Plante, G., Aprile, E., et al. New measurement of the scintillation efficiency of low-energy nuclear recoils in liquid xenon[J]. Phys. Rev. C. 2011, 84: 045805.
- [48] Archambault, S., et al. Constraints on Low-Mass WIMP Interactions on  $^{19}\text{F}$  from PICASSO[J]. Phys. Lett. B. 2012, 711: 153-161.
- [49] Archambault, S., et al. Dark Matter Spin-Dependent Limits for WIMP Interactions on  $^{19}\text{F}$  by PICASSO[J]. Phys. Lett. B. 2009, 682: 185-192.
- [50] Pacheco, A.F., Strottman, D.D. Nuclear-structure corrections to estimates of the spin-dependent WIMP-nucleus cross section[J]. Phys. Rev. D. 1989, 40: 2131-2133.
- [51] Dimitrov, V.I., Engel, J., Pittel, S. Scattering of weakly interacting massive particles from  $^{73}\text{Ge}$ [J]. Phys. Rev. D. 1995, 51: 291-295.
- [52] Kelso, K., Hopper, D., Buckley, M.R. Toward a consistent picture for CRESST, CoGeNT and DAMA[J]. Phys. Rev. D. 2011, 85: 043515.

## 致 谢

本文最后，需要向我的导师倪凯旋特别研究员表示真诚的谢意。从非物理背景又工作多年的公司职员，到粒子物理与宇宙学硕士研究生的角色转换，虽是兴趣所在，之间却经历了较大的知识与心理上的跨度。因此，在最初进入暗物质探测实验的研究时，得到了导师在学习上悉心的帮助以及精神上的鼓励。而其对于科研工作的严谨态度与对事细致长远的规划能力，也在无形中成为让自己设定更高要求的典范。

同样需要感谢的是为自己提供了丰富学习资源的物理与天文系的老师们。陈列文老师所授的核物理知识，何小刚老师所授的量子场论，戴德昌老师利用课余时间的解疑，以及丁国辉老师的高等量子力学课等，都为自己在开展对暗物质的研究时做了很好的铺垫。

十分幸运有那些与实验组中在读博士生们一起开研讨会的时光，魏月环的勤勉、林箐的细节感、高飞的积极性、肖翔的思维宽度都给自己留下了深刻的印象。

而能够得到硕士班同学们的关注与友谊，使得自己不至于在重入校园之时过多地沉浸于孤独感之中。因此，感谢王蛟、唐旻骋、胡捷在一起读硕的日子里，那些在学习与生活上的点滴分享。

## 攻读硕士学位期间已发表或录用的论文

- [1] Yang Jun. Have we found conclusive evidence for dark matter through direct detection experiments? [J]. Chinese Physics C. 2013, 2013-0056. (已录用)  
[arXiv: 1302.5416]