

申请上海交通大学博士学位论文

来自大质量恒星和伽玛射线暴的中微子

论文作者 郭 刚

学 号 0100729012

导 师 季向东教授、钱永忠教授

专 业 原子核与粒子物理

答辩日期 2016 年 11 月 30 日

Submitted in total fulfillment of the requirements for the degree of Doctor
in Nuclear and particle physics

Neutrinos from Massive Stars and Gamma-Ray Bursts

GANG GUO

Advisor

Prof. XIANGDONG JI

Prof. YONGZHONG QIAN

DEPARTMENT OF PHYSICS AND ASTRONOMY

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

SHANGHAI, P.R.CHINA

Nov. 30th, 2016

上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：_____

日期：_____年____月____日

上海交通大学 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

保 密 ，在 _____ 年解密后适用本授权书。

不保密 。

(请在以上方框内打)

学位论文作者签名： _____

指导教师签名： _____

日 期： _____年 ____月 ____日

日 期： _____年 ____月 ____日

来自大质量恒星和伽玛射线暴的中微子

摘要

与电子、光子和夸克一样，中微子是物理世界中的一类基本粒子，这些基本粒子及其之间的相互作用共同编制了我们这个神奇的世界。中微子独特的性质使它显著有别于其它粒子，并赋予其在基本粒子世界中十分特殊的地位。同样作为费米子，中微子与电子之间的根本区别在于中微子呈电中性，仅参与弱相互作用和十分微弱的引力相互作用。由于中微子与物质间相互作用十分微弱，中微子很难在实验上被捕捉到。中微子存在三种不同的味道，且不同味道间的中微子可以相互转换；实验上三种味道中微子间振荡现象的确立表明了中微子的质量很小但非零，并为超出标准模型的新物理提供第一个最直接的证据。

除了与粒子物理学的发展紧密联系外，中微子也常常在天文学和宇宙学中扮演十分重要的角色。在宇宙大爆炸和膨胀过程中、恒星形成和演化以及超新星爆炸和伽玛射线暴等各类天体活动中，不同能量的中微子均可以被大量产生。一方面，这些中微子直接影响宇宙的演化并参与各类天体过程。另一方面，人们通过观察这些中微子信号不仅可以更好的研究宇宙学和各天体物理过程的内在机制，而且能够进一步了解中微子自身的性质。太阳中微子和超新星 1987a 中微子的发现开启了中微子天文学研究的序幕。人们通过对太阳中微子的探测，确定了中微子振荡现象的存在。不仅如此，随着实验精度的提升，太阳中微子俨然已成为了人们探究太阳内部结构十分重要的探针。

与太阳一样，大质量恒星也可通过各种弱相互作用过程产生中微子。与太阳不同的是，大质量恒星的核心可达到更高的温度 ($\sim 10^9\text{--}10^{10}$ K) 和密度 ($\sim 10^{6\text{--}9}$ g/cm³)，使得大量正负电子对和热光子被产生。在这样的环境中，这些基本粒子可通过不同的热过程（主要包括正负电子对湮灭、等离子体衰变、光致过程以及电子—原子核轫致辐射过程等）产生大量的中微子。由于这些热过程的反应速率随着温度和密度的增大而迅速增大，大质量恒星在演化过程中释放的中微子流量远高于太阳中通过 *pp* 聚合过程产生的中微子。尤其是在大质量恒星演化的晚期，热过程中微子流量将十分可观；当它们距离地球足够近时，我们有可能探测到这些中微子信号。在本论文的第二章中，我们将首次详细计算和比较在不同的温度和密度条件下四种主要热过程中所产生的中微子的流量和能谱；紧接着，我们基于这些计算结果和大质量恒星演化数据，研究利用地面中微子探测器探测来自大质量恒星中微子的可能性。我们的计算结果表明，当大质量恒星处于

核心 C 燃烧阶段或之后, 正负电子对湮灭过程对 $\bar{\nu}_e$ 信号的贡献总是超过 99%。对于一个距离地球 200 pc 且质量为 $20 M_{\odot}$ 的恒星而言, 在它发生超新星爆炸的前几天时间内, 江门中微子探测器可以探测到越 800 (中微子正常质量顺序) 或约 200 (中微子反转质量顺序) 个 $\bar{\nu}_e$ 事例。利用这些恒星中微子信号, 我们能够检验恒星演化模型和相关的基础物理, 确定中微子的质量排序, 同时也可能对超新星爆炸作提前的预警。

太阳中微子、大质量恒星中微子和超新星中微子的能量主要集中于 0.1–100 MeV, 它们是中微子天文学研究的重要对象。除了 MeV 能区的中微子外, 许多天体过程也能产生能量为 TeV–PeV 的高能中微子。尤其是近几年来, 随着位于南极的 IceCube 实验捕捉到越来越多的高能中微子事例, 研究它们的起源和与之相关的天体物理过程也成为了备受人们关注的研究课题。超新星爆炸和伽玛射线暴是宇宙中最剧烈的天体物理过程, 它们也被认为是十分重要的高能中微子源。一般认为, 伽玛射线暴与相对论性喷注现象息息相关; 另一方面, 相对论性喷注也可能伴随着塌缩型超新星爆炸产生。在这些天体环境中, 喷注可以通过不同的方式产生各类激波, 而激波又可通过费米机制将带电粒子加速到很高能量。被加速的高能质子与恒星物质或电磁辐射相碰撞, 可以产生大量的高能 π^{\pm} 和 K^{\pm} 介子, 这些带电介子衰变后即可产生相应的高能中微子。在本论文的第三章中, 我们将介绍塌缩型超新星和伽玛射线暴及相关的喷注和激波现象, 并着重讨论其中高能中微子的产生情况等。

由于高能中微子的产生机制十分类似, 研究不同天体源中高能中微子的特性对于我们确定 IceCube 中微子事例的起源具有十分重要的意义。在塌缩型超新星和伽玛射线暴中, 喷注的产生常常与吸积盘系统相关。由于吸积盘中物质温度和密度较高, 大量能量约为 10 MeV 的中微子被产生并从吸积盘表面发射而出。在合适的条件下, 这些低能中微子可能与喷注或激波产生的高能中微子相遇并参与 $\nu\bar{\nu}$ 湮灭反应。在本论文的第四章中, 我们将系统研究吸积盘中微子对高能中微子的影响。研究表明, 在选定合适的吸积盘中微子有效温度和亮度等参数时, 塌缩型超新星或伽玛射线暴中产生的高能中微子的能谱显著软化, 能谱指数的改变可能达到 0.4–0.5, 该结果可能很好的解释 IceCube 的实验结果。依赖于不同的吸积盘中微子振荡模式, 高能中微子的味道组分也被显著的影响。不仅如此, 味道组分的改变与能谱改变存在一一对应的关系。随着 IceCube 累积越来越多的更多中微子事例, 上述这些效应可能得到很好的检验, 并对甄别吸积盘系统和寻找 IceCube 高能中微子的起源产生积极的影响。

关于中微子的研究正方兴未艾, 2015 年的诺贝尔物理学奖正是授予加拿大的实验学家 McDonald 和日本的实验学家 Kajita, 以表彰他们分别所领导的 SNO 和 SuperK 实验团队在发现中微子振荡现象方面所作出的贡献。各类大型中微子探测器, 如 JUNO、HyperK 等即将建成, 它们除了直接研究中微子的基本性质外, 同时也为研究来自天空

的中微子提供了无限的可能。与此同时，随着越来越多的高能中微子事例被 IceCube 实验探测到，高能中微子天文学的研究也必将在不久的将来取得显著的进展。谨怀着无比的期待，让我们随着本论文的展开走进中微子天文学这一美妙的领域。

关键词： 中微子 大质量恒星 超新星 伽玛射线暴

Neutrinos from Massive Stars and Gamma-Ray Bursts

ABSTRACT

Neutrino is another kind of elementary particle, just like electron, photon and quark. All these particles, along with their interactions between have shaped this colorful world. With a unique property, neutrino is distinctive from other particles and play a special in the fundamental world. As a fermion, neutrinos are neutral particles and only participate in weak and gravitational interactions, making them radically different from electrons. Since neutrinos interact very weakly with ordinary matter, they are hard to catch in experiments. There are three flavors of neutrinos, and each flavor can transform into one another. The experimentally establishment of neutrino oscillation within three flavors indicates that neutrinos have non-zero masses, which provides the first clue for the existence of physics beyond the standard model (BSM).

Besides being tightly linked to the development of particle physics, neutrino also plays an important role in astronomy and cosmology. Neutrinos with different energies can be produced in great numbers at the time of Big Bang, during the expansion of the universe, and from the evolution of stars and many violent astrophysical processes such as core-collapse supernova (CCSN) explosions and Gamma-Ray Bursts (GRBs), etc. On one hand, neutrinos help to determine the evolution of universe and affect the relevant astrophysical processes in a straightforward way. On the other hand, by detecting these neutrino signals, we can not only better study cosmology and understand the mechanisms of different astrophysical processes, but also study the properties of neutrino itself. The detection of solar neutrinos and neutrinos from SN1987a open a brand new era for neutrino astronomy. The detection of solar neutrinos help to confirm the existence of neutrino oscillation. What's more, the solar neutrinos, which are precisely detected nowadays, have become one of the most important probes for the solar interior.

Same as solar neutrinos, neutrinos can also be made inside massive stars through various weak processes. Stellar core in massive stars can reach high temperature ($\sim 10^9\text{--}10^{10}$ K) and high densities ($\sim 10^6\text{--}9$ g/cm³), and lots of e^\pm pairs and photons exist. In these high temperature and density conditions, neutrinos can be produced in staggering numbers through many thermal processes, including e^\pm pair annihilation, plasmon decay, photo-neutrino emission and electron-nucleus bremsstrahlung, etc. Since the rates of thermal processes grow rapidly with

temperature and density, the corresponding thermal neutrino emissions from massive stars can be much more intense than that of solar neutrinos from pp fusions. Especially at the very late stages, neutrino flux from massive stars will be sizable and we are able to detect these signals if the star is close enough to the Earth. In Chapter 2, we will for the first time calculate and compare the energy-differential rates of neutrino emission in different thermal processes at a wide range of temperature and density; and then based on these rates and profile of massive stars, we discuss the possibilities of detecting these signals using terrestrial neutrino detectors. Our calculations show that during and after the C burning in the center of massive stars, e^\pm pair annihilation always contributes over 99% of the pre-supernova neutrino signals. For a $20 M_\odot$ star located 200 pc away from the Earth, about 800 (for NH case) and about 200 (for IH case) $\bar{\nu}_e$ events are expected at JUNO. These signals can act as a probe of stellar model and relevant fundamental physics, can be used to determine neutrino mass order, and meanwhile, can provide a pre-warning of supernova explosion.

The studies of solar neutrinos and neutrinos from massive stars and SN explosions, with typical energies of 0.1–100 MeV are one of the main subjects in neutrino astronomy. Apart from these MeV scale neutrinos, TeV–PeV neutrinos can also be produced in many astrophysical objects. Especially in recent few years, as more and more high energy (HE) neutrino events have been observed by the IceCube telescope located at the South pole, to understand the origin and to study the relevant astrophysical processes have become hot topics of growing concern today. SN explosions and GRBs are the most violent astrophysical processes in the universe, and are considered as promising sources for HE neutrinos. Generally relativistic jets are thought to power GRBs, and may also occur during the explosions of CCSNe. In these astrophysical environment, jets can create collisionless shocks, which are able to accelerate charged particles to very high energies via the Fermi mechanism. These accelerated protons can collide with stellar matter or electromagnetic radiations, and produce π^\pm and K^\pm which then decay to HE neutrinos. We will discuss these issues in more details in Chapter 3, and focus on the production of HE neutrinos in CCSNe and GRBs.

Since HE neutrinos are produced by similar mechanisms, studying the characteristics of HE neutrinos from different astrophysical sources will be of great importance for us to pin down the origin of IceCube events. Jets always emerge along with accretion disks (ADs) in CCSNs and GRBs. With high temperatures and high densities, large amounts of neutrinos with $E_\nu \sim 10$ MeV are produced in ADs and emitted. Under proper conditions, these AD neutrinos may meet with the HE neutrinos produced in jets/shocks and annihilate them. In Chapter 4, we

will investigate the effects of AD neutrinos on HE neutrinos. Our studies show that with proper parameters for AD neutrinos, such as effective temperature and luminosity, the spectrum of HE neutrinos emerging from CCSNe/GRBs can be softened with an index change up to 0.4–0.5, which indeed agrees well the IceCube observations. Depending on different oscillation scenarios for AD neutrinos, the flavor content of HE neutrinos are also evidently affected. What's more, there is an one-to-one correspondence between spectral change and flavor change. With more and more HE neutrino events accumulated at IceCube, the signatures above could be well tested, and could be of great significance for probing ADs as well as for understanding the origin of HE neutrinos at IceCube.

Neutrino studies now are in the ascendant. The Nobel Prize in physics 2015 was rewarded to experimentalists Takaaki Kajita and Arthur B. McDonald, for their contributions in leading the experiments SuperK and SNO to confirm the existence of neutrino oscillation. The next-generation large neutrino detectors, such as JUNO and HyperK are now under construction. They are powerful machines to explore neutrino properties, and meanwhile provide perfect opportunities to study neutrinos from the sky. As more and more HE neutrino events are accumulated at IceCube, significant progress will be made in HE neutrino astronomy in the near future. With great expectations, let's start our wonderful journey into the area of neutrino astronomy.

KEY WORDS: Neutrino, Massive Star, Supernova Explosion, Gamma-Ray Burst

目 录

插图索引	xii
表格索引	xiii
第一章 粒子物理学、天文学和宇宙学中的中微子	1
1.1 前言	1
1.2 标准模型中的中微子	2
1.3 中微子振荡	6
1.3.1 真空振荡	6
1.3.2 物质效应	8
1.4 天文学和宇宙学中的中微子	15
1.5 中微子的未解之谜和展望	22
第二章 来自大质量恒星的中微子	29
2.1 大质量恒星结构、演化和中微子	29
2.1.1 描述恒星结构与演化的基本方程	29
2.1.2 恒星演化概述	32
2.1.3 大质量恒星演化过程中的中微子	37
2.2 热过程中微子的能损速率和能谱	43
2.2.1 等离子环境：温度、密度和核素组成	43
2.2.2 对过程	45
2.2.3 等离子体过程	47
2.2.4 光致过程	52
2.2.5 韧致辐射过程	56
2.2.6 结果分析与讨论	65
2.3 大质量恒星中微子的探测及其意义	68
2.3.1 不同燃烧阶段热中微子的能谱	68
2.3.2 恒星物质效应对中微子流量的影响	69
2.3.3 恒星中微子的探测及其物理意义	71
2.4 本章小结与展望	78

第三章 塌缩型超新星和伽玛射线暴中的高能中微子	81
3.1 从大质量恒星塌缩到伽玛射线暴	81
3.1.1 大质量恒星塌缩和超新星爆发	81
3.1.2 典型的伽玛射线暴与相对论性喷注	83
3.1.3 其它类型的伽玛射线暴	86
3.2 塌缩型超新星和伽玛暴中的高能中微子	87
3.2.1 激波和激波加速机制简介	88
3.2.2 高能中微子的产生机制	91
3.2.3 塌缩型超新星和伽玛暴中可能的激波和高能中微子	95
3.3 IceCube 实验简介和高能中微子的探测	98
3.4 本章小结	102
第四章 塌缩型超新星或伽玛暴中吸积盘中微子对高能中微子的影响	105
4.1 前言	105
4.2 黑洞吸积盘中微子	106
4.2.1 持续时间和能量	106
4.2.2 吸积盘中微子的振荡	107
4.3 吸积盘中微子与高能中微子的湮灭	108
4.4 结果与分析	112
4.4.1 显著区域	112
4.4.2 高能中微子弥散流量的能谱和味道组分的变化	113
4.4.3 附近单个源的特征	118
4.5 讨论与总结	122
第五章 总结与展望	125
参考文献	127
攻读学位期间发表的学术论文	139

插图索引

1-1	电子与电子中微子的弹性碰撞费曼图	5
1-2	中微子能级交错图	12
1-3	各种不同中微子源的流量强度	16
2-1	恒星演化及其死亡的示意图	33
2-2	大质量恒星演化的洋葱结构示意图	36
2-3	大质量恒星中能量产生和损失速率	38
2-4	太阳中微子产生过程	40
2-5	对过程领头阶费曼图	45
2-6	等离子体过程领头阶费曼图	48
2-7	光致过程领头阶费曼图	53
2-8	电子-原子核韧致辐射过程领头阶费曼图	56
2-9	各热过程中中微子能损速率及其与 Itoh 拟合公式的比较	64
2-10	在 $T - \rho/\mu_e$ 上各不同热过程中中微子能损速率的主导区域	65
2-11	不同温度和密度条件下各热过程中 $\bar{\nu}_e$ 的能谱	67
2-12	离子间关联对韧致辐射中中微子能谱的影响	68
2-13	质量为 $15 M_\odot$ 恒星在不同演化阶段通过不同热过程所释放的 $\bar{\nu}_e$ 的能谱	70
2-14	质量为 $25 M_\odot$ 恒星在不同演化阶段通过不同热过程所释放的 $\bar{\nu}_e$ 的能谱	71
2-15	对过程中 $\bar{\nu}_e$ 与 $\bar{\nu}_x$ 能谱的比较	72
2-16	$20 M_\odot$ 恒星在 O 和 Si 燃烧阶段释放的热中微子在 KamLAND 实验中的能谱	74
2-17	KamLAND 探测器在爆炸前 2 天内探测到的热中微子总事例数	75
2-18	超新星爆炸前热中微子信号的光变曲线	76
3-1	激波加速机制	88
3-2	伽玛暴瞬时中微子能谱	94
3-3	IceCube 探测器的示意图	99
3-4	2010-2014 年期间 IceCube 高能中微子事例	101
4-1	高能中微子和吸积盘中微子湮灭的示意图 ($R_{\text{HE}\nu} \gg R_\nu$)	109

4-2	高能中微子和吸积盘中微子湮灭的示意图 ($R_{\text{HE}\nu} \sim R_{\nu}$)	110
4-3	高能中微子被吸积盘中微子湮灭的显著区域	111
4-4	高能中微子的存活几率随能量的变化	113
4-5	存活几率拟合参数的标度律	115
4-6	弥散高能中微子能谱 ($\phi/\phi^{(0)}$) 和味道组分 ($R_{\mu/e}$) 随高能中微子能量 E 的变化	117
4-7	弥散高能中微子能谱指数改变 ($\Delta\gamma$) 和味道组分 ($R_{\mu/e}$) 之间的关联	118
4-8	从单源释放的高能中微子的能谱	120
4-9	从单源释放的高能中微子的味道组分随高能中微子能量的变化	121

表格索引

1-1	标准模型中夸克和轻子的量子数	3
1-2	中微子混合参数最佳拟合值	8
1-3	运行或搭建中具有代表性的中微子实验列表	24
2-1	质量为 $15 M_{\odot}$ 恒星在不同核燃烧阶段的基本属性	36
2-2	大质量恒星在不同演化阶段中微子的产生方式和亮度	39
2-3	不同的探测器观察到不同恒星模型热中微子的总事例数	73
2-4	在 3 个 σ 置信度上探测到超新星爆炸前热中微子的提前时间	77

第一章 粒子物理学、天文学和宇宙学中的中微子

1.1 前言

中微子是自旋为 $1/2$ 、质量极小且电中性的基本粒子，它与普通物质的相互作用十分微弱。中微子最初由泡利 (Wolfgang Pauli) 在 1930 年提出，用来解释贝塔衰变实验中电子的连续能谱。不久后，费米 (Enrico Fermi) 在泡利提出的中微子假设之上，第一次从理论上提出了描述贝塔衰变的弱相互作用有效理论。1956-1957 年，李振道和杨振宁首次提出了弱相互作用中宇称不守恒的可能性，并提议通过测量极化 ^{60}Co 的贝塔衰变能谱来检验他们的假设^[1]。这一建议很快被吴健雄及其合作者采纳，实验结果证实了在贝塔衰变过程中宇称对称性发生最大破缺^[2]。不久后，宇称不守恒现象在其它弱相互作用过程实验中被陆续发现。基于费米有效理论和大量的弱相互作用过程实验数据，矢量流和轴矢量流形式的弱相互作用有效理论很快被确立下来。在该理论中，中微子质量为零，由两分量的外尔旋量场描述，且只存在左手的中微子（或右手的反中微子）。1967-1968 年，格拉肖 (Sheldon Glashow)、温伯格 (Steven Weinberg)、和萨拉姆 (Abdus Salam) 等人将弱相互作用和电磁相互作用统一起来，弱相互作用有效理论以及中微子被完美的整合其中，粒子物理学的标准模型由此建立^[3-5]。

在泡利提出中微子假设后，人们开始不断尝试在实验室中捕获中微子。由于中微子的相互作用十分微弱，直接探测它们比较困难。直到 1956 年，考恩 (Clyde Cowan) 和莱因斯 (Frederick Reines) 利用逆贝塔衰变过程首次探测到了反应堆中微子的信号^[6]。在 19 世纪 60 年代中期，巴考尔 (John Bahcall) 根据太阳模型详细计算了太阳中微子 ν_e 的流量，并论证了实验上探测它们的可能性^[7]；基于巴考尔的计算，戴维斯 (Raymond Davis) 及其合作者首次利用 $^{37}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$ 反应捕捉到了到了太阳中微子的信号，并发现中微子事例数仅为理论预言的 $1/3$ ^[8]。伴随着太阳中微子疑难出现的同时，很多加速器和对撞机实验发现了不同味道中微子的存在。这些实验结果大大激发了人们关于不同味道间中微子振荡的遐想。

另一个中微子振荡的直接证据来自于日本超级神冈 (Super-Kamiokande) 实验的大气中微子振荡实验^[9]。该实验通过切伦科夫探测器测量大气电子中微子和缪子中微子，发现中微子事例数随能量和传播距离的变化，与中微子振荡的理论预期相吻合。与此同时，太阳中微子疑难被日本神冈 (Kamiokande)^[10]、超级神冈^[11] 以及 GALLEX/GNO^[12] 和 SAGE^[13] 等一系列实验进一步证实，而太阳中微子的振荡现象最终由加拿大的 SNO 实验^[14] 确立。不仅如此，随着越来越多的中微子振荡实验，尤其是反应堆中微子实验^[15-17]

和加速器中微子实验^[18,19]的运行和数据采集，中微子在三种味道间的振荡现象已经被确立下来。中微子振荡现象的发现为中微子质量不为零提供了有力的证据，从而敲开了粒子物理学超标准模型新物理的大门。

中微子在天文学和宇宙学中也占据十分重要的地位。除了太阳中微子被精确测量外，SN1987a 超新星中微子也同时被不同的地面探测器 (Kamiokande II^[20], IMB^[21], Baksan^[22]) 捕捉到。通过观察这些中微子信号，人们不仅可以进一步理解恒星的结构、演化和超新星爆发机制，而且能够加深对中微子基本性质的了解。除了恒星中微子和超新星中微子以外，中微子也可以在宇宙早期和其它天体活动中大量产生，并在其中扮演至关重要的角色。

在1.2节中，我们将首先介绍粒子物理学标准模型以及其中中微子的基本性质。在1.3节中，我们讨论中微子振荡的形式理论和物质效应。在1.4节中，我们对中微子在天文学和宇宙学中的角色和作用作一个综述，并重点讨论宇宙早期、恒星和超新星爆发中释放的中微子以及相关天体过程中释放的高能中微子。在本章最后一个小节中，我们列举与中微子相关的未解之谜，并简要阐述它们各自的物理意义和前景。

1.2 标准模型中的中微子

粒子物理学标准模型 (Standard Model) 的建立是物理学迄今为止最伟大的成就之一，它成功的描述了自然界基本粒子的性质以及它们之间的相互作用。参与相互作用的基本粒子包括自旋为 $1/2$ 的费米子，可分为夸克和轻子两大类。粒子物理实验上共发现了 u 、 d 、 c 、 s 、 t 、 b 六种不同味道的夸克，以及 e 、 μ 、 τ 三种不同的带电轻子 (见表1-1)。这些夸克和带电轻子可以被等分为三代，对于各代之间相对应的粒子而言，它们除了质量不同之外，其它的性质几乎一样。中微子为电中性的轻子，在标准模型中，它为无质量的粒子；与夸克和带电轻子一样，也存在三代不同的中微子；它们与三代带电轻子相对应，分别为 $\nu_{e,\mu,\tau}$ 三种不同味道的中微子。每个费米子都存在一个对应的反粒子，而且反粒子所带的电荷与粒子相反。若粒子为 Majorana 费米子，其正反粒子相同，该粒子一定呈电中性。在标准模型中，中微子是唯一一个可能是 Majorana 费米子的粒子。

在标准模型中，费米子参与的三种基本相互作用，包括电磁相互作用、弱相互作用以及强相互作用可以由规范群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 来描述。电弱相互作用可以统一在一起，由 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范群来描述，该规范对称性通过希格斯机制 (Higgs mechanism)^[23-25] 自发破缺成描述电磁规范相互作用的 $U(1)_Q$ 。强相互作用则由基于 $SU(3)_C$ 规范群的量子色动力学 (QCD) 来描述。所有的费米子都参与弱电相互作用，而只有夸克参与强相互作用。由于中微子只参与电弱相互作用，我们接下来的讨论将不再涉及强相互作用。

粒子	同位旋三分量	超荷	电荷
$\begin{pmatrix} U_L \\ D_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	+1/6	$\begin{pmatrix} +2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ l_{\alpha L} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1/2	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
U_R	0	+2/3	+2/3
D_R	0	-1/3	-1/3
l_R	0	-1	-1

表 1-1 标准模型中夸克和轻子的量子数。其中, $U = u, c, t$; $D = d, s, b$; $l = e, \mu, \tau$ 。

Table 1-1 Quantum numbers of quarks and leptons in the standard model, where $U = u, c, t$; $D = d, s, b$; $l = e, \mu, \tau$.

标准模型中, 只有左手的粒子 (或右手的反粒子) 参与 $SU(2)_L$ 规范相互作用。 $Q_L \equiv (U_L, D_L)^T$, $L_L \equiv (\nu_{lL}, l_L)^T$ 分别构成 $SU(2)_L$ 双重态, 其中 $U = u, c, t$, $D = d, s, b$, $l = e, \mu, \tau$; 右手的夸克和轻子均为 $SU(2)_L$ 单态。在规范理论中, 费米子之间通过交换规范玻色子而发生相互作用, $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 规范群对应的规范玻色子场分别被记为 W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) 和 B_μ 。规范场可通过局域规范不变性原理被引入到系统的拉格朗日量 (下文简称为拉式量) 中。电弱理论的拉式量包括费米子场项、规范场项和标量场项, 分别为,

$$\mathcal{L} \supset \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H \quad (1-1)$$

$$= \bar{Q}_L i \not{D} Q_L + \bar{L}_L i \not{D} L_L + \bar{\psi}_R i \not{D} \psi_R \quad (1-2)$$

$$- \frac{1}{4} W^{i\mu\nu} W_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4} B^{i\mu\nu} B_{\mu\nu}^i \quad (1-3)$$

$$+ (D^\mu H)^\dagger (D_\mu H) - \mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2, \quad (1-4)$$

其中, ψ 代表夸克和带电轻子场, 且

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig\tau^i W_\mu^i - ig'Y B_\mu, \quad (1-5)$$

$$\partial'_\mu \equiv \partial_\mu - ig'Y B_\mu, \quad (1-6)$$

$$W_{\mu\nu}^i \equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (1-7)$$

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1-8)$$

$\tau^i \equiv \sigma^i/2$ ($k = 1, 2, 3$), σ^i 为常见的泡利矩阵; τ^i 和 Y 分别为 $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 规范群的生成元, 与电荷类似, Y 也被称为超荷; g 和 g' 分别为相应规范相互作用的耦合常数。

电弱规范理论通过引入一个 $SU(2)_L$ 双重态标量场 H 来实现自发对称性破缺, 其中 $H = (\phi^+, \phi^0)^T$ 且其超荷 $Y = +1$ 。方程 (1-4) 中给出了满足规范不变性且可重整化的标量场拉式量项, λ 和 μ^2 分别为相应的耦合常数。当 λ 为正实数而 μ^2 为负实数时, H 的分量 ϕ^0 的真空期待值 $v (= \sqrt{-\mu^2/\lambda})$ 将不再为零, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范群发生自发破缺。通过一定形式的规范变换, 我们可取

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1-9)$$

将以上 H 的真空期待值代入到拉式量 (1-1) 中, 并对规范玻色子的质量项作对角化, 可以得到物理上真实的规范玻色子场及其质量大小,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (1-10)$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^0 \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1-11)$$

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v^2}{2}, \quad M_{Z^0}^2 = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2} v^2}{2}, \quad M_A^2 = 0, \quad (1-12)$$

其中 θ_W 为温伯格混合角, 且满足 $\tan \theta_W = g'/g$ 。物理上真实的规范玻色子包含 W^\pm 玻色子和 Z^0 玻色子以及与 A^μ 对应的光子。由于光子质量为零, 与电磁相互作用对应的 $U(1)_Q$ 对称性仍然是严格成立, 因此自发对称破缺后, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范群退化到了 $U(1)_Q$ 规范群。

进一步可以证明, 在电弱理论发生自发对称破缺后, 费米子与各规范玻色子的相互作用项可以表示为如下一般的形式,

$$\mathcal{L} \supset \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\Psi=Q,L} \bar{\Psi}_L \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\tau^+ W_\mu^+ + h.c.) \Psi_L \quad (1-13)$$

$$+ \frac{g}{\cos \theta_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu Z_\mu^0 (I_i^3 - \sin^2 \theta_W Q_i) \psi_i \quad (1-14)$$

$$+ e \sum_i Q_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu A_\mu \psi_i, \quad (1-15)$$

其中 $\tau^\pm \equiv (\sigma^1 \pm i\sigma^2)/2$ 。 Q_L, L_L 分别为夸克和轻子 $SU(2)_L$ 双重态; ψ_i 代表所有可能的

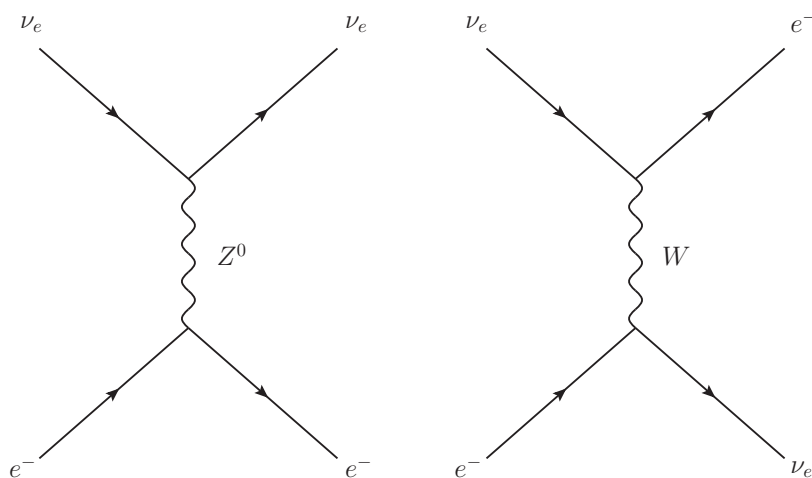


图 1-1 $e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$ 过程的费曼图。其中，左（右）图为交换 Z^0 (W^\pm) 玻色子的中性（带电）流过程。

Fig 1-1 Feynman diagrams for $e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$, where the left (right) figure corresponds to neutral (charged) current interaction with Z^0 (W^\pm) exchange.

夸克或轻子的左右手分量。 Q_i 和 I^3 分别为费米子的电荷和同位旋第三分量，标准模型中各轻子和夸克的相关量子数已在表1-1中列出。

拉式量 (1-13) 和 (1-14) 中的对应的相互作用分别被称为带电流（弱）相互作用和中性流（弱）相互作用。在带电流过程中， ν_l 和 l ($l = e, \mu, \tau$) 间可以通过吸收或释放一个虚 W^\pm 玻色子而相互转换；在中性流过程中，中微子（或其它费米子）可释放或吸收虚 Z^0 玻色子，而中微子前后的味道不发生改变。通过交换 W^\pm 或 Z^0 玻色子，中微子与其它粒子或中微子之间发生相互作用。由于中微子呈电中性，它只参与上述两种类型的相互作用；所有涉及到中微子的反应过程都直接与这两种相互作用相关。

比较常见的中微子过程包括：(1) 电子和电子中微子的弹性碰撞： $e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$ 。图1-1显示了对该过程有贡献的领头阶费曼图，如图所示，中性流相互作用（交换 Z^0 玻色子）和带电流相互作用（交换 W^\pm 玻色子）都会对该过程产生贡献。中微子在介质中传播时主要受到介质中电子的弹性碰撞，不仅如此，该反应过程也是探测中微子最主要的渠道之一。(2) 中子或原子核的贝塔衰变： $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$ 。在该过程中，核子内的夸克通过带电流相互作用释放一个虚 W^- 玻色子，虚 W^- 玻色子随之衰变成一个电子和一个反电子中微子。贝塔衰变为费米有效理论的建立、宇称不守恒的发现以及最终电弱统一理论的确立提供了大量的实验数据。由于大量放射性元素的存在，核反应堆因此成为理想的中微子源。事实表明，反应堆中微子实验已经成为研究中微子的振荡现象和其它性质不可或缺的一类实验。我们有理由期待，在不久的将来，反应堆

中微子实验能给我们带来更多令人振奋的结果^[26]。

在本文后续一些章节中，我们将讨论更多与中微子相关的反应和过程，它们与天体物理天文学和宇宙学等息息相关。例如，在第二章中，我们将讨论恒星内部常见的中微子产生过程，并且将详细计算大质量恒星中热过程产生的中微子能谱；在第四章中，我们将涉及超新星和伽玛射线暴中吸积盘中微子与高能中微子的反应过程等。

1.3 中微子振荡

在过去的半个多世纪内，尤其是过去的二十多年中，一系列太阳中微子实验^[8,10-14,27]、大气中微子实验^[9]、反应堆中微子实验^[15-17,28]以及加速器中微子实验^[18,19]确定无疑的证实了三种味道中微子之间的振荡现象，并揭示了中微子混合机制和中微子质量不为零这一事实（更严格的讲，至少存在两类中微子的质量非零）。中微子振荡现象第一次为超标准模型物理提供了直接的证据，并为新物理进一步的研究开启了一扇窗口；不仅如此，中微子振荡现象使得中微子本身在天文学和宇宙学中的角色更加丰富和有趣。我们将在本章后面的小节中进一步探讨这些话题。在此之前，我们先简单介绍中微子振荡的基本原理。

1.3.1 真空振荡

简单来说，中微子振荡是指某一味道中微子 ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$) 在传播一定的距离后，会有一定的概率转换成另一味道中微子 ν_β ($\beta \neq \alpha$)。量子力学对中微子振荡现象有一个十分简单的解释，这个解释基于如下两个假定：(1) 中微子的味道本征态（或弱相互作用本征态）与其质量本征态并不重合，任一味道本征态都可表示为三个质量本征态的线性叠加，即 $\nu_\alpha = \sum V_{\alpha i} \nu_i$ ($i = 1, 2, 3$)，其中 ν_i 代表不同的中微子质量本征态， V 为 3×3 的 PMNS 轻子混合幺正矩阵^[29]，由三个混合角和一个 Dirac CP 相角表征，如果中微子为 Majorana 费米子，则混合矩阵中还存在一个 Majorana CP 相角。(2) 中微子的三个质量本征态并不相等。显然，根据这一假定，中微子的三个本征质量不可能全都为零。

如果忽略中微子的旋量结构，自由的质量本征态 $|\nu_i\rangle$ 满足简单的 Klein-Gordon 方程，其在真空中的演化可以表示成，

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{-i(Et - px)} |\nu_i(0, 0)\rangle \simeq e^{-i(E - p)x} |\nu_i(0, 0)\rangle = e^{-i \frac{m_i^2}{2E} x} |\nu_i(0, 0)\rangle, \quad (1-16)$$

其中 E 和 p 分别为中微子的能量和动量， x 和 t 分别为中微子的位置和时间， m_i 为中微子的质量。由于中微子的质量很小，在上式第二步中我们近似认为中微子以光速向

前传播 ($x = t$)¹。不仅如此, 为了记号的方便, 下文令 $|\nu_i(x)\rangle \equiv |\nu_i(x, t = x)\rangle$ 。

任一味道本征态 $|\nu_\alpha(x)\rangle$ 在真空中的演化可以表示成

$$|\nu_\alpha(x)\rangle = \sum_{i=1}^3 V_{\alpha i} \exp\left[-i\frac{m_i^2}{2E}x\right] |\nu_i(0)\rangle. \quad (1-17)$$

不难看出, 不同质量本征态分量在真空中的传播速度并不一致, 各自相位的演化也会因此存在差异。这些不断累计的相位差使得最终的叠加态发生变化。假定味道本征态 $|\nu_\alpha\rangle$ 在源处产生, 即 $|\nu_\alpha(0)\rangle \equiv |\nu_\alpha\rangle$, 在传播一定的距离 L 后, 其投影到某一味道本征态 $|\nu_\beta\rangle$ 的概率可以表示成

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle|^2 \\ &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* \exp\left[-i\frac{\Delta m_{ji}^2}{2E}L\right] \\ &= \sum_{i=1}^3 |V_{\alpha i}|^2 |V_{\beta i}|^2 + 2\text{Re} \sum_{i < k} \exp\left[-i\frac{\Delta m_{ji}^2}{2E}L\right], \end{aligned} \quad (1-18)$$

其中, $\Delta m_{ji} \equiv m_j^2 - m_i^2$ 。

值得注意的是, 当中微子传播很长一段距离, 如中微子从某一天体物理源 (伽玛射线暴或活动星系核) 发出并传播到地球, $L \gg E/\Delta m_{ji}^2$, 中微子 (随中微子能量) 的周期性振荡现象会彻底消失。在传播如此长的距离后, 不同质量本征态所对应的量子力学波包会由于速度差异而完全分离开来, 这种现象被称为退相干; 当相干性完全丢失后, 不同的质量本征态分量变成完全独立的量子态, 当探测再次发生时, 不同的质量本征态将按照一定的几率分别独立的投影可能的味道本征态上去; 这一效应将使得振荡公式 (1-18) 中的第二项完全消失。留下的第一项对应平均的振荡公式。即使在某些情况下退相干效应并不显著, 平均的振荡公式仍适用, 比如当 L 足够大时, 由于中微子源或探测器的尺寸 (δL) 以及中微子探测器能量分辨率 (δE) 等因素的存在, 中微子实验数据仍可由平均的振荡公式来描述。

为了讨论的方便, 下文中我们仅以两种味道中微子间振荡为例作说明。在这种情况下, 中微子混合矩阵退化成 2×2 的正交矩阵, 由混合角度 θ 决定。中微子振荡实验的探测通道可分为两大类, 一类是测量某一味道中微子的存活几率 (或者消失几率), 另一类是测量某一味道的出现几率。在两味道中微子振荡框架内, 它们的概率可分别表示

¹本论文主要采取两种单位制, 自然单位制和高斯单位制。前者主要应用于粒子物理学, 而后者多用于天体物理学、天文学, 一般不会引起混淆。此处取自然单位制, 其中 $c = \hbar = 1$ 。

成 ($\alpha \neq \beta$)

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin \left(1.27 \times \frac{\Delta m^2}{\text{eV}^2} \frac{L}{\text{m}} \frac{\text{MeV}}{E} \right), \quad (1-19)$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta). \quad (1-20)$$

表1-2中给出了由中微子振荡实验拟合得到的振荡参数。由于 $\Delta m_{32}^2 \simeq \Delta m_{31}^2 \gg \Delta m_{21}^2$ 且 $\sin^2 \theta_{13} \ll 1$ ，在多数情况下，两种味道中微子振荡公式都是很好的近似，并在太阳中微子实验、大气中微子实验、反应堆中微子实验以及加速器中微子实验得到了十分广泛的应用。比如，太阳中微子实验只显著依赖于 θ_{12} 和 Δm_{21}^2 ，而长基线加速器中微子实验只显著敏感于 θ_{23} 和 Δm_{32}^2 等。

质量顺序	$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	$\Delta m_{21}^2 (10^{-5} \text{ eV}^2)$	$\Delta m_{32}^2 (10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\delta_{\text{CP}} (^\circ)$
NH	$0.304_{-0.012}^{+0.013}$	$0.452_{-0.028}^{+0.052}$	0.0218 ± 0.001	$7.50_{-0.17}^{+0.19}$	2.457 ± 0.047	306_{-70}^{+39}
IH	$0.304_{-0.012}^{+0.013}$	$0.579_{-0.037}^{+0.025}$	$0.0219_{-0.0010}^{+0.0011}$	$7.50_{-0.17}^{+0.19}$	$2.449_{-0.047}^{+0.048}$	254_{-62}^{+63}

表 1-2 中微子振荡最佳拟合参数值 (1σ 误差)^[30]，其中，NH 和 IH 分别代表中微子正常质量等级和反转质量等级两种情况。

Table 1-2 Best-fit values of neutrino mixing parameters (1σ error)^[30], where NH and IH stand for normal hierarchy and inverted hierarchy, respectively.

1.3.2 物质效应

中微子与物质间的相互作用导致中微子在介质中的振荡发生了深刻的变化，这一效应被称为 **MSW 物质效应**^[31,32]。当介质密度较高或中微子在介质中传播距离较长时，如在太阳中微子振荡和长基线加速器中微子振荡实验中，物质效应将变得十分重要。在本文后续章节讨论大质量恒星中微子信号和恒星介质内高能中微子的相关过程时，物质效应是必不可少的因素。基于此，我们将在本小节对物质效应作基本的介绍。

中微子由于不断与电子发生弹性碰撞，其色散关系会发生相应的改变。与光子在介质中传播一样，这一效应可以等价的用中微子在介质中的折射指数 n 来描述， $E = n|\vec{p}|$ ($n > 1$)， E 和 \vec{p} 分别为中微子的能动量；由于中微子与物质的相互作用比较微弱，一般而言， $n - 1 \ll 1$ 。同样的，也可以对在介质中传播的中微子引入一个有效势 V_{eff} ，其定义为 $V_{\text{eff}} \equiv E - |\vec{p}| = (n - 1)|\vec{p}|$ 。由 **K-K** 关系和光学定理可以证明，折射指数或有效势可以通过计算中微子和电子的向前散射振幅而得到。值得说明的是，不同味道的中

微子与电子散射情况不一样：对于各味道中微子 ν_α ($\bar{\nu}_\alpha$, $\alpha = e, \mu, \tau$) 而言，中性流过程产生的贡献几乎一样；而对 ν_e ($\bar{\nu}_e$) 而言，带电流过程会产生额外的贡献。相应的，对不同味道中微子而言，有效势 V_{eff} 将有所区别。

与前文一样，我们先以两味道中微子振荡（不妨取 $\nu_{e,\mu}$ ）为例来作讨论。任一中微子态可以都表示成味道本征态 $\nu_{e,\mu}$ 的线性叠加，对应的系数分别为 $a_{e,\mu}$ 。参照方程 (1-16) 和 (1-17) 的推导过程并考虑到 $V_{\text{eff}} \equiv E - |\vec{p}|$ 的贡献，我们可以得到 $a_{e,\mu}$ 在介质中应满足如下的演化方程

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_e(t) \\ a_\mu(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} a_e(t) \\ a_\mu(t) \end{pmatrix}. \quad (1-21)$$

在味道空间中，等效势只出现于对角元中；由于中性流过程对 $\nu_{e,\mu}$ 的贡献一样，省去该贡献显然不会对中微子振荡的讨论产生影响。 $A = 2EV_{\text{eff}} = 2\sqrt{2}G_F n_e E$ 为带电流过程对 ν_e 的贡献，其中 n_e 为介质中电子的数密度， G_F 为费米耦合常数。值得强调的是，由于等效势直接正比于向前散射振幅，因此不同过程对等效势的贡献互不干涉。 U 为中微子在真空中的 2×2 混合矩阵，可记为

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}. \quad (1-22)$$

对方程 (1-21) 的有效哈密顿量矩阵作对角化，可以得到介质中中微子的有效质量为

$$\begin{aligned} \tilde{m}_1^2 &= \frac{1}{2} [\Sigma + A - \sqrt{(A - \Delta m^2 \cos 2\theta)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}], \\ \tilde{m}_2^2 &= \frac{1}{2} [\Sigma + A + \sqrt{(A - \Delta m^2 \cos 2\theta)^2 + (\Delta m^2 \sin 2\theta)^2}], \end{aligned} \quad (1-23)$$

其中 $\Sigma = m_1^2 + m_2^2$, $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$, θ_m 为介质中微子的有效混合角，用来连接介质中的中微子质量本征态和味道本征态，且 θ_m 由以下方程给出，

$$\tan 2\theta_m = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m^2 \cos 2\theta - A}. \quad (1-24)$$

注意到 $\tilde{m}_{1,2}^2$ 的选取存在一定的任意性，这里我们采取的约定是 $\Delta \tilde{m}^2 \equiv \tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2 > 0$ 。实际上，不管是在真空中还是在介质中，中微子质量本征态和混合角的选取都存在这一任意性。第一种约定如上，即选取 $m_2^2 > m_1^2$ 且 $0 < \theta < \pi/2$ （总可通过态矢的相位吸收

而使得 θ 位于此区间); 另一种可行的取法是选取 $\nu_{1,2}$ 而使 $0 < \theta < \pi/4$, 这种约定的好处是 $\nu_1(\nu_2)$ 与 $\nu_e(\nu_\mu)$ 的重叠总是最大 (见方程 (1-22)), 对应的劣势则是 $m_{1,2}^2$ 不再满足确定的大小关系。显然, 无论选取何种约定, 都不会影响中微子振荡的物理实质。

以质量本征态为基矢, 由方程 (1-21) 可知, $a_{1,2}(t)$ 的演化将由如下方程决定

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta\tilde{m}^2 & -i4E\dot{\theta}_m(t) \\ i4E\dot{\theta}_m(t) & \Delta\tilde{m}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix}, \quad (1-25)$$

其中非对角元项源自于 θ_m 对时间的依赖性。

简单起见, 我们先考虑 n_e 为常数的情形。此时, 方程 (2-1) 中非对角元消失, 且中微子质量本征态及其对应的本征质量确定, 中微子振荡公式与真空中式完全一样, 只需要将 θ 和 Δm^2 相应的替换成 θ_m 和 $\Delta\tilde{m}^2$ 即可。值得注意的是, 当 $A = \Delta m^2 \cos 2\theta$ 时, $\Delta\tilde{m}^2$ 达到最小值, 且 $\theta_m = \pi/4$, 中微子振荡 (依赖于 $\sin^2 2\theta$) 达到最大, 这种现象也因此被称为共振。另一方面, 当物质密度达到无穷大 (即 $A \rightarrow \infty$) 时, $\theta_m \rightarrow \pi/2$, 由方程 (1-22) 可知, 混合矩阵中只有对角元不为零, 此时 $\nu_e(\nu_\mu)$ 将与 $\nu_{m2}(\nu_{m1})$ 完全重合。例如, 当 $E \sim \text{MeV}$ 的 ν_e 在恒星核心内部产生时, 由于核心处密度足够高 ($A \gg \Delta m^2/2E$), ν_e 几乎与某一质量本征态重合 (下文将给出更多细节)。

如果物质密度变化很缓慢, $|\dot{\theta}_m(t)| \ll |\Delta\tilde{m}^2|/4E$, 可以忽略瞬时质量本征态 $\tilde{\nu}_{1,2}$ 之间的混合, 我们称满足上述条件的情形为绝热情形。由方程 (1-24) 可知

$$\dot{\theta}_m(t) = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{2(\Delta\tilde{m}^2)^2} \dot{A}(t) = \sqrt{2}G_F \frac{\Delta m^2 E \sin 2\theta}{(\Delta\tilde{m}^2)^2} \dot{n}_e(t), \quad (1-26)$$

上述绝热条件等价于

$$\sqrt{2}G_F |\dot{n}_e(t)| \ll \frac{4\pi\lambda}{\lambda_m^3 \sin 2\theta}, \quad (1-27)$$

其中 $\lambda_m \equiv 4\pi E/\Delta\tilde{m}^2$ 和 $\lambda_m \equiv 4\pi E/\Delta m^2$ 分别为物质和真空中中微子的振荡长度。由于 λ_m 在共振发生时达到最大值, 我们可按如下方式定义绝热参数

$$\gamma = 4E \left| \frac{\Delta\tilde{m}^2}{\dot{\theta}_m(t)} \right|_{\text{resonance}} = \frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta}{2E \cos 2\theta} |d \ln n_e(t)/dt|_{\text{resonance}}^{-1}, \quad (1-28)$$

相应的, 绝热条件则可以表示成 $\gamma \gg 1$ 。

在绝热近似下，表达式 (2-1) 中非对角元可被忽略，可以得到

$$\begin{aligned} a_1(t) &= a_1(0) \exp\left\{i \int_0^t \frac{\Delta\tilde{m}^2(t')}{4E} dt'\right\}, \\ a_2(t) &= a_2(0) \exp\left\{-i \int_0^t \frac{\Delta\tilde{m}^2(t')}{4E} dt'\right\}. \end{aligned} \quad (1-29)$$

对于一个初态处于 $|\nu_e\rangle$ 的量子态而言， $a_1(0) = \cos\theta_m(0)$ ， $a_2(0) = \sin\theta_m(0)$ ，经过一段时间（或距离）后其存活几率为

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= |\cos\theta_m(t)a_1(t) + \sin\theta_m(t)a_2(t)|^2 \\ &= \frac{1}{2}[1 + \cos 2\theta_m(t) \cos 2\theta_m(0)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 2\theta_m(t) \sin 2\theta_m(0) \cos\left[\int_0^t \frac{\Delta\tilde{m}^2(t')}{4E} dt'\right], \end{aligned} \quad (1-30)$$

在许多情况下，绝热近似往往使得中微子振荡的谈论更加简单。在第二章中我们将详细计算大质量恒星热中微子的流量。不难理解，这些中微子需要从恒星内部逃逸而出，并可能穿过地球，最后才抵达探测器。中微子振荡和物质效应将使得恒星中微子的味道组分发生改变，从而影响恒星中微子的探测。下文中，我们分别讨论恒星物质效应和地球物质效应对恒星中微子味道组分的影响。

1.3.2.1 恒星物质效应

对于反转质量等级情形，反中微子可能会经历 **H-resonance** 区域；而对于正常质量等级情形，反中微子通道不存在共振区域。由于初始时刻 $\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ 和 $\bar{\nu}_\tau(\nu_\tau)$ 的产额和流量强度一样，而且对于 **MeV** 中微子而言， $\bar{\nu}_\mu$ 和 $\bar{\nu}_\tau$ 由于弱相互作用导致的有效势几乎没有区别，物质效应将不会对 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 转变产生额外的贡献，为了讨论的方便，我们可以选取一组新的味道基矢 $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_\mu, \bar{\nu}'_\tau)$ ，使得有效哈密顿量在 $\bar{\nu}_\mu - \bar{\nu}_\tau$ 子空间中完全对角化。

中微子可以从恒星不同区域释放，由于物质密度相差各异，中微子的有效质量本征态和混合并不相同。在进一步论述之前，我们先来分情况说明中微子产生时刻的初始条件。如同^[33]所提及，当核心处密度达到 $10^7 - 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ 时， $\bar{\nu}_\mu$ 与 $\bar{\nu}_\tau$ 间由于高阶效应导致有效势差别会比较显著。在这种情况下，核心处产生的 $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ 均与相应的有效质量本征态重合。随着中微子传输到密度更低的区域，在不同的质量等级类型下， $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ 会绝热演化成 $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_\mu, \bar{\nu}'_\tau)$ 或 $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_\tau, \bar{\nu}'_\mu)$ ，且对应的中微子流量为 $F_{\bar{\nu}'_\mu} = F_{\bar{\nu}'_\tau} = F_x^0$ ， $F_{\bar{\nu}_e} = F_e^0$ 。

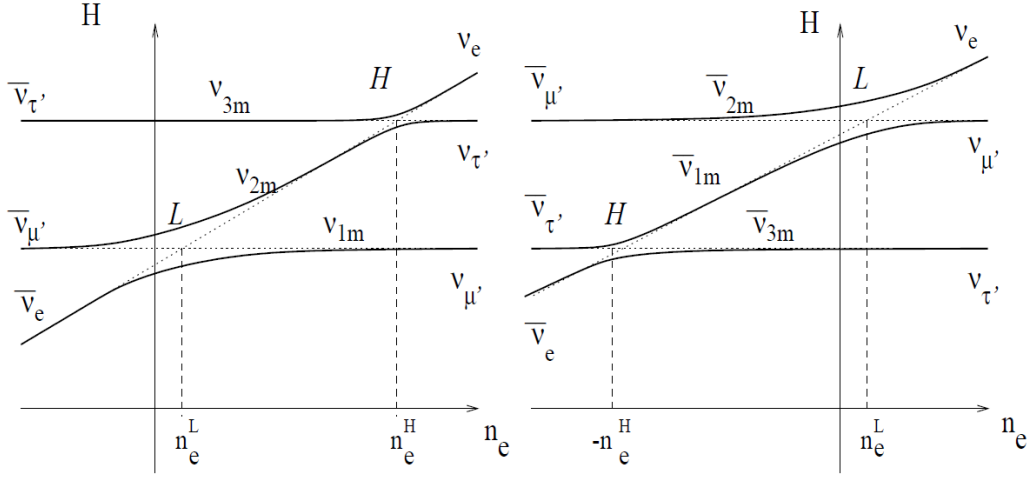


图 1-2 中微子能级交错图。左边：正常质量顺序；右边：反转质量等级^[33]。
Fig 1-2 Level crossing for normal hierarchy(left) and inverted hierarchy(right), respectively^[33].

当产生中微子的区域物质密度处于 $10^7 - 10^8 \text{ g cm}^{-3} \ll \rho \ll 10^3 - 10^4 \text{ g cm}^{-3}$ 时，新引入的味道本征态 $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_\mu, \bar{\nu}'_\tau)$ 与质量本征态重合。其中， $(\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ 为 $(\bar{\nu}'_\mu, \bar{\nu}'_\tau)$ 的相干叠加态；当产生的中微子向外传输一段距离 $L \gg \frac{E}{|\Delta m_{32}^2|} \sim 1 \text{ km}$ ，上述相干性丢失，可以简单将 $(\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ 的流量转换成 $(\bar{\nu}'_\mu, \bar{\nu}'_\tau)$ 。因此，新味道中微子 $(\nu_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)$ 的流量可以也表示成 $F_{\bar{\nu}'_\mu} = F_{\bar{\nu}'_\tau} = F_{\bar{\nu}_x}^0$ ，以及 $F_{\bar{\nu}_e} = F_{\bar{\nu}_e}^0$ 。

由于密度 $\rho \lesssim 10^3 - 10^4 \text{ g cm}^{-3}$ 的区域远离大质量恒星中心，在该区域产生的中微子流量可以远小于恒星中微子总流量；在后文的讨论中，我们将忽略它们的贡献。综上所述，在讨论恒星物质效应对中微子振荡以及各味道中微子流量的影响时，我们只需要考虑恒星内部 ($\rho \gg \rho_H$) 释放的中微子，且认定在初始时刻 $F_{\bar{\nu}'_\mu} = F_{\bar{\nu}'_\tau} = F_{\bar{\nu}_x}^0$ ， $F_{\bar{\nu}_e} = F_{\bar{\nu}_e}^0$ ；然后研究这些中微子在经历 H/L-resonance 区域并传输到恒星表面这一过程中的振荡情形。

反转质量等级

对于反常质量等级而言，反中微子会经历 H-resonance 区域。由上文讨论可知，在高密度区域 ($\rho \gg \rho_H, \rho_L$)，反中微子味道本征态几乎与质量本征态重合，即 $\bar{\nu}_{3m} = \bar{\nu}_e$ ， $\bar{\nu}_{2m} = \bar{\nu}'_\mu$ ， $\bar{\nu}_{1m} = \bar{\nu}'_\tau$ ，且各自的流量可以表述为

$$F_{\bar{\nu}_{3m}}^0 = F_{\bar{\nu}_e}^0, \quad F_{\bar{\nu}_{2m}}^0 = F_{\bar{\nu}'_\mu}^0 = F_{\bar{\nu}'_\tau}^0, \quad (1-31)$$

先来计算恒星表面处 $\bar{\nu}_1$ 的流量。 $\bar{\nu}_e$ 主要在恒星内部产生，且产生之初与 $\bar{\nu}_{3m}$ 几乎重合；该中微子向外传输，并经历 H-resonance 区域后， $\bar{\nu}_{3m}$ 转变成 $\bar{\nu}_{1m}$ 的概率为 \bar{P}_H ；

在传输到恒星表面时, $\rho \rightarrow 0$, 中微子维持于 $\bar{\nu}_{1m}$ 的概率记可为 $1 - \bar{P}_L$ 。这里需要强调的是, 尽管对于反转质量顺序情形而言, 反中微子并不存在 **L-resonance** 区域, 我们这里仍然引入 P_L , 用于更一般讨论。其中, 对于绝热过程, $P_L \simeq 0$; 而对于非绝热过程, $P_L \neq 0$ 。由以上讨论可知, 恒星内部产生的 $\bar{\nu}_e$ 对恒星表面 $\bar{\nu}_1$ 的贡献为 $F_{\bar{\nu}_e}^0 \bar{P}_H (1 - \bar{P}_L)$ 。类似的, $\bar{\nu}'_{\mu,\tau}$ 对恒星表面处 ν_1 的贡献为 $F_{\bar{\nu}_x}^0 (1 - \bar{P}_H)$ 。按照相同的方式, 恒星表面处不同质量本征态流量 F_{ν_i} 可以表示成^[33]

$$F_{\bar{\nu}_i} = F_{\bar{\nu}_e}^0 a_i + F_{\bar{\nu}_x}^0 (1 - a_i), \quad (1-32)$$

其中 $a_1 = \bar{P}_H (1 - \bar{P}_L)$, $a_2 = \bar{P}_H \bar{P}_L$, $a_3 = 1 - \bar{P}_H$ 。恒星表面处 $\bar{\nu}_e$ 的流量可以表述为

$$F_{\bar{\nu}_e} = |U_{ei}|^2 F_{\bar{\nu}_i} = \bar{p} F_{\bar{\nu}_e}^0 + (1 - \bar{p}) F_{\bar{\nu}_x}^0, \quad (1-33)$$

其中 $\bar{p} = |U_{ei}|^2 a_i$ 。

当绝热近似很好的成立时, $\bar{P}_H = \bar{P}_L = 0$, 我们有

$$\bar{p} = |U_{e3}|^2 = \sin^2 \theta_{13} \simeq 0.025, \quad (1-34)$$

正常质量等级

在正常质量等级情形中, $\bar{\nu}_{1m} = \bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_{2m} = \bar{\nu}'_{\mu}$, $\bar{\nu}_{3m} = \bar{\nu}'_{\tau}$, 且各中微子流量为

$$F_{\bar{\nu}_{1m}}^0 = F_{\bar{\nu}_e}^0, \quad F_{\bar{\nu}_{2m}}^0 = F_{\bar{\nu}_{3m}}^0 = F_{\bar{\nu}_x}^0, \quad (1-35)$$

观察能级跃迁图1-2, 我们很容易得到^[33]

$$F_{\bar{\nu}_i} = F_{\bar{\nu}_e} a_i + F_{\bar{\nu}_x} (1 - a_i), \quad (1-36)$$

其中 $a_1 = (1 - \bar{P}_L)$, $a_2 = \bar{P}_L$, $a_3 = 0$ 。注意到该结果与反转质量顺序情形几乎一致, 唯一不同的是, 在正常质量顺序情形, $\bar{P}_H = 1$ 。恒星表面处 $\bar{\nu}_e$ 的流量可以表述为,

$$F_{\bar{\nu}_e} = |U_{ei}|^2 F_{\bar{\nu}_i} = \bar{p} F_{\bar{\nu}_e}^0 + (1 - \bar{p}) F_{\bar{\nu}_x}^0, \quad (1-37)$$

其中 $\bar{p} = |U_{ei}|^2 a_i$ 。

当绝热近似很好的成立时, $\bar{P}_L = 0$, 我们有

$$\bar{p} = |U_{e1}|^2 = \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} \simeq 0.7, \quad (1-38)$$

值得强调的是, 在恒星中微子能量范围内 ($E_\nu \sim \text{MeV}$), 绝热近似均能很好的成立; 在这种情形下, 恒星物质效应只引起了各味道中微子流强大小的改变, 而不影响它们的能谱形状。

1.3.2.2 地球物质效应

依赖于恒星和地面探测器的相对位置, 恒星中微子有可能需要穿过地球内部才达到探测器。本小节我们简要论述地球物质效应对 MeV 量级恒星中微子的影响。前文已作过说明, 当中微子传播足够长的距离时, 不同质量本征态退偶, 并各自独立的传播至地球。讨论地球物质效应时, 我们只需要考虑各质量本征态相互转换的几率即可。

为了讨论的简便, 假定地球内部的密度为常数且地球表面处的密度存在一个突变。在中微子穿越这一无穷小的突变区域时, 中微子的在味道空间的波函数将保持不变。与前文一致, 在两味道中微子的简单情形下, 真空中质量本征态为 ν_i 的中微子转变成地球介质中质量本征态 ν_j^E 的振幅可以表示为,

$$\begin{aligned} A(\nu_i \rightarrow \nu_j^E) &= \begin{pmatrix} \cos \theta^E & -\sin \theta^E \\ \sin \theta^E & \cos \theta^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\theta & -\sin \Delta\theta \\ \sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1-39)$$

其中, θ 和 θ^E 分别为真空和地球内的中微子混合角, 且 $\Delta\theta \equiv \theta^E - \theta$ 。进入地球内部后, 该中微子态为地球内部质量本征态的线性叠加。由于地球内部质量密度为常数, 与真空中类似, ν_i^E 向前传播时累积不同的相位因而引发振荡效应。由真空出发的中微子 ν_i 在传播至探测器时转化成 ν_α 的几率可以表示成,

$$P_{i\alpha} = \left| \begin{pmatrix} \cos \theta^E & -\sin \theta^E \\ \sin \theta^E & \cos \theta^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Phi^E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Delta\theta & \sin \Delta\theta \\ -\sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{pmatrix} \right|^2, \quad (1-40)$$

其中 $\Phi^E = \Delta m_E^2 L / (2E)$, Δm_E^2 为地球内中微子有效质量平方差, E 和 L 分别为中微子的能量和在地球内传播的距离。

结合方程 (1-32) 和 (1-36) 可知, 穿过地球后抵达探测器处的恒星 $\bar{\nu}_e$ 的流量可以表

示成,

$$\begin{aligned} F_{\bar{\nu}_e}^D &= \sum F_{\bar{\nu}_i} P_{ie} \\ &= F_{\bar{\nu}_e}^0 \bar{p}^D + F_{\bar{\nu}_x}^0 (1 - \bar{p}^D), \end{aligned} \quad (1-41)$$

与前文一致, 当中微子在恒星内部绝热传输时, 方程 (1-32) 和 (1-36) 中 $\bar{P}_L = \bar{P}_H = 0$ 。因此, 对于正常质量等级而言, $\bar{p}^D = P_{1e}$; 而对于反转质量等级, $\bar{p}^D = P_{3e}$ 。

地球内物质密度约为 $3-5 \text{ g cm}^{-3}$, 远小于 MeV 中微子共振区域的密度, 物质势对真空振荡参数的改变很小 (即 $\theta^E \simeq \theta$, $\Delta m_E^2 \simeq \Delta m^2$)。观察方程 (1-40) 可知, $P_{i\alpha} \simeq |U_{i\alpha}|^2$; 此时, 方程 (1-41) 回到方程 (1-33) (IH) 和 (1-37) (NH) 的结果, 因此对于 MeV 恒星中微子而言, 振荡效应完全由恒星物质效应决定, 地球物质效应可以被忽略掉。需要说明的是, 当中微子能量更高时 (如 $E \sim 100 \text{ MeV}$ 的超新星中微子), 地球物质效应可能变得更加重要^[34]。

1.4 天文学和宇宙学中的中微子

从宇宙大爆炸之始到恒星形成和演化、超新星爆发 (supernovae explosion)、伽玛射线暴 (gamma-ray burst) 和活动星系核 (active galactic nuclei) 等各类纷繁复杂的天体物理过程中, 各种味道的中微子通过不同机制大量产生, 并在连接微观的粒子世界和宏观的宇宙和天文学中扮演着重要而特殊的角色。图1-3中给出了天文学和宇宙学中常见的各类中微子来源及其流亮强度, 可以看出, 从宇宙背景中微子 (μeV) 到极高能量中微子 (EeV) 之间, 中微子能量跨跃二十多个量级。作为对比和补充, 图出也给出了地球上主要的中微子源, 包括大气中微子、地球中微子和人工制造的反应堆中微子等。大致而言, 中微子能量越高, 其抵达地面的流强越低。目前为止, 人类对能量处于 MeV 至 GeV 区域的大部分中微子源已有了十分充分的探测; 对于 μeV – meV 宇宙背景中微子的探测, 目前的实验技术还无法给出一个确定无疑的答案; 近几年来, IceCube 实验已捕捉到了几十个极高能中微子 ($E \gtrsim 100 \text{ TeV}$) 事例, 并首次确定了天文学高能中微子的存在, 不过它们的起源仍有待进一步的研究和确认。

中微子在天文学和宇宙学中的地位和作用与中微子的基本性质紧密关联; 中微子独特的性质决定了它在天文学和宇宙学中扮演十分特殊的角色。可以从两方面对这一论点作简单阐述: 一方面, 中微子直接影响天文学和宇宙学中的相关物理过程。比如, 在核元素合成的过程中, 中微子参与的带电流过程几乎是唯一一个能使质子和中子相互转换的过程; 由于中微子相互作用微弱而能够从星体内自由逃逸, 在多数情况下中微子冷却是驱动星体演化最重要的机制 (见第二章)。另一方面, 中微子信号可以为天文学

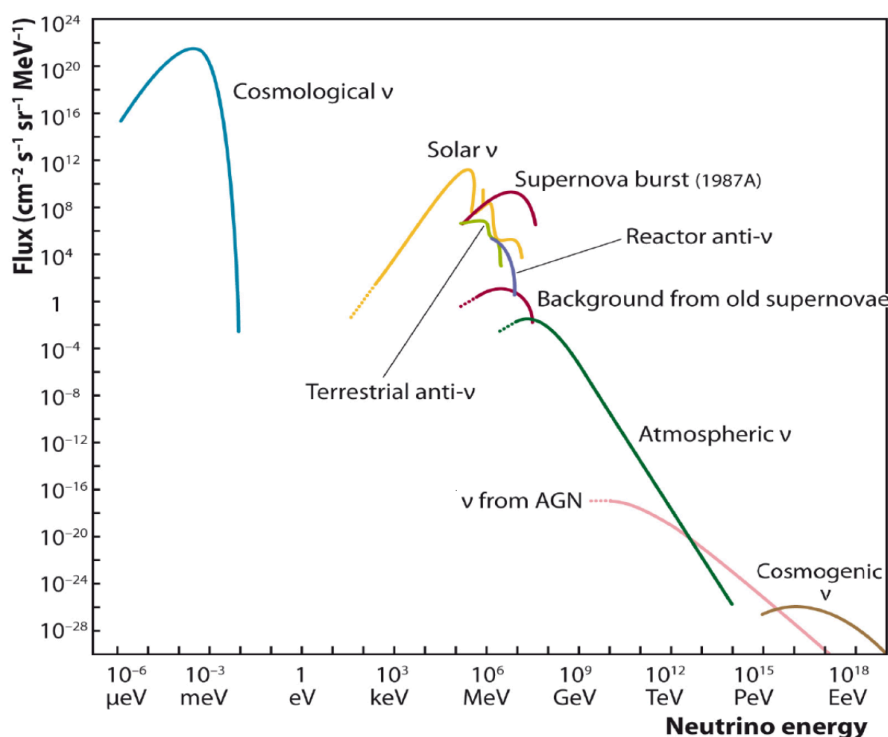


图 1-3 各种不同天文学的、地球上的或人工合成中微子源的流量强度^[35]。

Fig 1-3 Flux of neutrinos from different astrophysical, terrestrial or man-made sources^[35].

和宇宙学的研究提供重要而独特的探测。在传统的天文学和宇宙学中，光子往往是最重要（很多情况下唯一可行）的探针。人们通过观测天文学中各类天体或天体过程产生中的光谱，从而研究它们各自的物理机制和性质。然而，由于光子一般只能从光学深度薄的区域发出，在某些情况下，仅依靠光子作为探针存在很大的局限性。例如，光子只能从恒星表层辐射而出，人们只能通过它们直接获得恒星表面的信息。与光子显著不同的是，在绝大多数情况下，中微子都可以自由逃离星体内部或其它光学深度厚的区域，不仅如此，相较于宇宙射线和 e^\pm 而言，电中性的中微子不受星系间磁场的偏转影响，人们更易准确的回溯到对应的中微子源。简而言之，中微子探针可以很好的弥补光子探针的不足。在本节后文中，我们将以图1-3中各种不同类型的中微子源为例，从上述两方面出发，进一步说明中微子在天文学和宇宙学中的独特地位。

• 宇宙背景中微子

1929 年 Hubble 通过天文望远镜观察到星系间的退行速度正比于它们之间距离^[36]，从而为大爆炸理论的建立提供了重要实验依据。在 1940 年代，盖莫夫 (George Gamow) 和他的合作者在广义相对论和宇宙学原理的基础上，第一次成功的建立了大爆炸宇宙学理论^[37,38]。根据这一理论，宇宙是从一个奇点大爆炸后不断膨胀

而形成。在经历一段十分短暂的暴涨阶段后，宇宙处于一个包含各种基本粒子的高温高密状态，不同粒子间剧烈碰撞并达到热平衡。在爆炸后 0.01 秒时，宇宙的温度大约降为 $10^{11} \text{ K} \sim 10 \text{ MeV}$ ，此时原子核仍难以形成，宇宙中的粒子主要包括 e^\pm 、光子、三种不同味道中微子以及自由的质子和中子。在宇宙不断膨胀和冷却的过程中，质量较大的粒子不断衰变或湮灭，与此同时，相互作用较弱的粒子则可能与热宇宙或其它粒子退偶。当温度下降到 $2 - 3 \text{ MeV}$ ($t \sim 0.1 \text{ s}$) 时，中微子与 e^\pm 和光子退偶；当温度降低至 $T < 1 \text{ MeV}$ ($t \sim 1 \text{ s}$) 时，中子与质子间转换速率小于宇宙膨胀速度，质子与中子之间退偶；差不多在同一时刻， e^\pm 相互湮灭，仅少数多余的电子存活下来；当温度进一步降低至约 0.07 MeV ($t \sim 200 \text{ s}$) 时，中子和质子可以通过一系列核反应合成一定数目轻核（主要包括 ${}^2,3\text{H}$ 、 ${}^3,4\text{He}$ 、 ${}^6,7\text{Li}$ 、 ${}^7\text{Be}$ 等）；差不多在大爆炸三十八万年后（温度约为 3 eV ），电子与原子核结合成原子，造成电子密度急剧降低，光子则可以在整个宇宙中“自由”的运动，这些光子随着宇宙的膨胀逐渐冷却，并最终成为了我们今天观测到的宇宙微波背景辐射 (CMB: Cosmic Microwave Background)^[39]。

宇宙的膨胀速度由能量密度来决定，其中能量密度包括辐射、物质（包括可见物质和暗物质）和暗能量各部分的贡献。在宇宙形成之初，辐射占主导，相对论性粒子（一般而言质量远低于宇宙热温度）都对辐射能量密度有贡献。中微子（三代）对辐射能量密度贡献显著，因而在宇宙的膨胀和演化过程中发挥重要的作用。可通过宇宙学和天文学观测来限制中微子的味道数和质量以及其他性质，具体表现在以下三个方面：(i) 根据前文讨论可知，宇宙微波背景用来表征光子与物质退偶时宇宙的状态，可通过精确测量宇宙微波背景辐射的各项异性，确定宇宙能量密度各组分的贡献以及重子—光子比例等重要宇宙学参数，进而限制中微子的质量和味道数量^[40,41]；(ii) 大爆炸核合成依赖于重子—光子比例和宇宙膨胀速度，因此原始核素丰度（主要是 ${}^4\text{He}$ 和 D ）也敏感于中微子的味道数^[42,43]。具体而言，当宇宙膨胀加快时，质子和中子相互间更早脱离贝塔平衡，从而造成中子与质子的比例增大，进而影响原初核素的丰度；(iii) 宇宙大尺度结构的形成发生于物质主导时期。在该阶段，当温度低于中微子质量时，中微子可能由相对论性粒子转变成非相对论性，从而影响宇宙结构的形成和演化。一方面，相对论性中微子的自由流动会抑制密度涨落和引力导致的物质聚团，显然，该效应的显著程度与中微子质量密切相关。另一方面，中微子质量会对宇宙能量密度产生额外贡献，在一定程度上加速宇宙膨胀并相应抑制结构形成^[40,41]。

除了通过宇宙学和天文学观测来探究宇宙中微子背景外，在地面上也可能直接探测它们。目前比较有希望探测通道是氦核俘获 ν_e 过程^[44]，对应的反应为 $\nu_e +$

${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^-$, 其中 e^- 的能量几乎为确定的分立值 (记为 E_0)。核素 N 的贝塔衰变产生的电子服从连续的能量分布, 且最大的能量约为 $E_0 - 2m_\nu$ 。在理想情况下, 可以从贝塔衰变事例中辨别出中微子俘获事例。由于宇宙中微子背景能量太低 (动量仅为 $\sim 10^{-3} \text{ eV}$), 宇宙中微子的俘获事例很少; 不仅如此, 如果探测器的能量分辨率达不到 m_ν 量级, 则很难将中微子俘获信号从核素 N 的贝塔衰变事例中分辨出来。尽管宇宙中微子可能由于引力效应在地面附近聚集, 从而增加信号事例数, 但考虑目前实验条件, 尤其是探测器能量分辨的限制, 宇宙中微子的直接探测仍然存在巨大的挑战^[45]。

• 恒星中微子

在宇宙大爆炸核合成的核素中, 氢核所占的质量比例约为 75%, 氦核约占 25%, 还有少量为其它轻核。当宇宙温度降到足够低时, 原子核与电子结合成中性的原子或气体分子。这些气体分子在引力的作用下不断聚团并形成原生星, 随着引力势能的释放, 原生星内部的气体温度不断升高并使得辐射压强足以抗衡引力, 稳定的恒星结构由此形成。在恒星内部, 轻核通过聚合反应合成更重的核素, 并为恒星的活动提供必要的能量。在恒星的演化过程中, 大量中微子通过各种不同的弱相互作用过程产生。

以太阳为例, 它内部通过直接或间接的核反应方式将氢核聚合成氦核, 同时释放能量。除了大部分能量用于发光外, 剩余少部分能量则被 ν_e 带走。根据太阳功率可以简单估算, 太阳每秒大概会释放 2×10^{38} 个电子中微子。这些中微子能量主要集中在 MeV 区域附近, 地面中微子探测器可以对它们进行有效的探测。在 1960 年代, 戴维斯等人使用 ${}^{37}\text{Cl}$ 作为靶核第一次成功的探测到了 ${}^8\text{B}$ 太阳中微子, 并发现太阳中微子的束流强度不到标准太阳模型的预言值的一半^[8]; GALLEX/GNO^[12] 和 SAGE^[13] 实验则选用反应阈值更低的靶核 ${}^{71}\text{Ga}$, 并得到了相同的实验结论; 同样的, 日本神冈^[10] 和超级神冈^[11] 中微子实验利用中微子和电子间的弹性散射反应测量太阳中微子, 实验结果进一步证实了太阳中微子的反常现象。中微子振荡可以很好的解决这一太阳中微子疑难, 为了验证这一猜想, 加拿大的 SNO 实验选用重水作为探测器靶核, 并利用如下三种不同的中微子的反应通道, 包括 $\nu_e^- + \text{D} \rightarrow p + p + e^-$ 、 $\nu_x + \text{D} \rightarrow p + n$ 以及 $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$, 对各种味道的太阳中微子束流进行测量^[14]。SNO 实验结果不仅与太阳标准模型吻合, 而且确定无疑的证实了中微子振荡 $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau}$ 的存在。

恒星的结构和演化显著依赖于恒星的质量, 相比太阳而言, 大质量恒星的演化更加复杂和丰富^[46]。对于质量越大的恒星, 核心可达到的温度越高, 而由于热核反应

须克服核素之间库伦排斥能,大质量恒星更容易燃烧较重的核素。实际上,大质量恒星的核心通过不断收缩而升温,从而进一步点燃的更重的核素。根据恒星模型的计算,质量大于 $10 M_{\odot}$ 的恒星可以将核心处氢原子核按照 $H \rightarrow He \rightarrow C \rightarrow Ne \rightarrow O, Mg \rightarrow Si, S \rightarrow Fe$ 的顺序一步一步燃烧至结合能最大的铁原子核。在这一过程中, e^{\pm} 、光子和原子核等通过参与一系列热过程(如 $e^{-} + e^{+} \rightarrow \nu_{\alpha} + \bar{\nu}_{\alpha}, \gamma^{*} \rightarrow \nu_{\alpha} + \bar{\nu}_{\alpha}$ 等)和热核反应产生大量的中微子。值得强调的是,在恒星演化的后期(核心 C 燃烧后),恒星释放中微子的速率显著超越电磁辐射速率,中微子逃逸成为恒星最主要冷却机制,并大大加快了恒星演化的步伐^[47-50]。在不久的将来,越来越多万吨级中微子探测器将投入运行,大质量恒星中微子的探测完全成为可能^[26,51-53];如同太阳中微子一样,这些大质量恒星中微子将成为人们研究恒星结构和中微子物理的重要信使。在第二章中,我们将对恒星的结构和恒星中微子的具体产生机制作更细致的介绍,并详细讨论大质量恒星中那些热中微子的探测前景及相应的物理意义。

- 超新星中微子

超新星按产生机制可大致分为两类,一类是 Ia 型超新星^[54,55],起源与包含白矮星的双星系统有关;另一类为核心塌缩型超新星^[56-58],与大质量恒星的核心塌缩相关。由于在核心塌缩型超新星中,中微子的角色更加重要和复杂,下文的讨论将只涉及核心塌缩型超新星。

前文已谈到,在大质量恒星演化末期,核心可以通过不断点燃新的核素而变成铁核。与白矮星类似,铁核依靠电子简并压对抗引力从而维持稳定;铁核质量随着周围壳层的燃烧而持续增加,当铁核质量达到 Chandrasekhar 质量上限(约为 $1.4 M_{\odot}$)时,电子简并压将不能抗衡引力,铁核开始塌缩,不仅如此,光致铁核分解过程以及电子俘获过程导致的中微子释放会显著降低热运动压强和电子简并压,使得核心塌缩加剧。流体力学计算表明,在塌缩过程中铁核内核与外核的行为并不一样:内核按均匀连续的方式向内塌缩,且塌缩速度低于声速;外核则以超声速向内塌缩,外核物质之间或外核与内核之间没有信息联系。当内核密度达到核物质密度 $\rho_0 \simeq 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ 时,核物质简并压急剧增加,内核塌缩停止并开始集体反弹,由于外核没有接收到相应的信息,外核继续向内塌缩。当反弹的内核与仍在以超声速向内塌缩的外核碰撞时,强烈的冲击波(或称为激波)会形成。冲击波向外行进时会分解外核中的铁核并损失大量的能量,详细的数值模拟表明,冲击波最终往往难以冲破外核,从而不会直接导致超新星爆炸。

研究表明,中微子可能在成功触发超新星爆发中发挥至关重要的作用。上文已提

及，在核心塌缩的阶段，原子核会通过俘获电子产生大量 ν_e 。当内核密度达到 10^{12} g/cm^3 左右时， ν_e 会由于与重核或核子的弹性碰撞而被束缚于核心之内。随着塌缩的进行， ν_e 简并性不断增强并与质子和中子达到贝塔平衡。在内核塌缩停止时，电子与 ν_e 处于高度简并状态，对应的化学势甚至可达到 $100 - 200 \text{ MeV}$ 。换句话讲，核心塌缩释放的引力能绝大部分储存在这些高度简并的电子和中微子中。中微子可以以扩散的方式逃逸出核心，并与核外物质同时发生如下反应， $\nu_e + n \rightarrow p + e^-$ 和 $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ ，将能量转移给电子并加热该区域。中微子只需要通过这样的方式将它们携带能量的 1% 传递给冲击波下的物质，就可能再次激活冲击波并成功引发超新星的爆炸。

另外，冲击波向外传播时会导致其后方区域密度显著下降， ν_e 更容易逃逸；一旦电子和中微子的简并性降低，其它味道的正反中微子也会通过热过程被大量产生。与电子中微子一样，这些中微子也会因为与电子和核子的碰撞而被束缚，且与它们维持局域热平衡。它们以扩散的方式向外传输并最终从各自的等效发射球面释放而出，从而构成了超新星最主要的中微子信号。超新星中微子的能量主要集中在 $10 - 50 \text{ MeV}$ 之间，为了讨论的方便，文献中也常以用 **Fermi-Dirac** 分布来描述它们。在 1987 年，日本神冈实验^[20]、美国的 **IMB** 实验^[21] 以及苏联 **Baksan** 实验^[22] 几乎在同一时刻分别独立探测到了 **SN1987a**（位于大麦哲伦云星系，距离地球约为 50 kpc ）所发出的中微子，共计 20 个中微子事例被捕捉到。可以预想，假如某一超新星爆炸发生于银河系内，日本超级神冈、**IceCube** 探测器和将要建造的江门中微子探测器^[26] 上将观测到数以万计的中微子事例，并为人们提供关于中微子能谱和时间曲线的详细信息。利用这些独特的信息，人们可以进一步理解大质量恒星结构和超新星爆发机制。

在中微子发射球面附近，超新星中微子密度十分高，中微子与中微子之间碰撞频繁。中微子在传输过程中，除了感受到由电子散射导致的物质势外，还会感受到由不同味道不同能量中微子背景产生的有效势。与物质效应显著不同的是，(i) 在味道本征态中，中微子自相互作用效势可以出现在有效哈密顿量的非对角元中，(ii) 中微子自相互作用使得中微子态矢的演化方程变为非线性方程，以上两点将使超新星中微子的振荡现象更加复杂。由于中微子自相互作用势使得不同能量的中微子按某些一致方式振荡，文献中也称这种振荡方式为中微子集体振荡^[59]。集体振荡可能会造成中微子不同味道间的完全转换，并显著改变各味道中微子的能谱。我们可以通过观测超新星中微子信号进一步理解集体振荡或物质效应导致的振荡形式，并由此了解更多中微子的基本属性，如绝对质量、质量等级等。

- 高能宇宙中微子

经过过去近一个世纪的实验观察和理论研究，人们已对宇宙射线的了解越来越深入。我们现在知道，90%的宇宙射线主要质子构成，大约9%为 α 粒子，剩余则为更重的原子核以及少量电子和 γ 射线^[39]。宇宙射线的能量跨度很大，其最低能量一般被设定为 10^9 eV，实验上已观测宇宙射线最高能量则可达 $10^{20.5}$ eV。由于宇宙射线会在星系磁场的作用发生偏折，到目前为止，我们仍无法对宇宙射线的起源，尤其是极高能宇宙射线($E > 10^{19}$ eV)的产生机制给出一个完备的答案。一般认为，能量低于 10^{15} eV的宇宙射线起源于银河系内，很可能与超新星残迹(supernova remnant)有关^[60]；极高能宇宙射线则可能来自于星系外某些剧烈的天文学过程，如伽玛射线暴、活动星系核等^[61]。伽玛射线暴、活动星系核以及超新星残迹等常常伴随着喷注产生，喷注之间或喷注与星系介质可通过碰撞产生激波，并通过费米加速机制产生高能宇宙射线^[62,63]。

在以上剧烈的天文学过程中，高能中微子($10^9 - 10^{21}$ eV)往往会伴随着高能宇宙射线同时产生。高能宇宙射线可通过 $p\gamma$ 或 pp 反应产生大量的 π^\pm 和 K^\pm ，这些带电介子可通过衰变产生大量的高能 $\nu_{e,\mu}$ 。正如前文讨论的一样，高能中微子不会受到磁场的偏折，而且由于反应截面很小，高能中微子往往能传播很远很远的距离。显然，高能中微子信号的探测有利于人们理解高能宇宙射线的加速机制和来源。可通过带电流过程 $\nu_\alpha + N \rightarrow \alpha^- + N'$ 或中性流过程 $\nu_\alpha + N \rightarrow \nu_\alpha + N'$ 来捕捉高能中微子。与低能区中微子(MeV–GeV)探测不同的是，由于高能中微子束流很小，高能中微子探测器的大小一般要在 km^3 级别；另一方面， μ^\pm 在物质中的穿透能力很强，实验常依靠它来识别 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 信号，而为了更充分的沉积高能 μ^\pm 的能量，探测器也必须达到足够的尺寸。由于高能中微子探测的体积十分庞大，人们也习惯称它们为中微子望远镜。IceCube实验是目前运行中最好的高能中微子望远镜^[64,65]。在最近几年内，IceCube已经探测到几十个能量高于100 TeV的中微子事例，其中包括3个PeV量级的事例^[66–68]。通过实验分析，IceCube首次确认了地外天文学中微子的存在，从开启了高能中微子天文学崭新的纪元。

如同太阳中微子和SN1987a中微子类似，高能中微子信号既可以用来探究相应的天文学过程和宇宙射线加速机制，而且可以提供一些有关中微子混合和新物理的信息^[69,70]。例如，利用IceCube探测到的高能中微子能谱信息，可以进一步检验传统的费米加速机制以及探究相关的天文学过程等。同样，高能中微子的味道组分也是十分重要的信息。前文曾提及，在经历宇宙或天文学尺度的距离时，中微子振荡效应会被平均掉。在我们对高能中微子的产生机制清楚的基础上，如果IceCube能够比较精确的测量抵达地球的中微子味道组分，我们将能够对中微子的混合以

及相关的新物理（惰性中微子、中微子衰变、CPT 对称性破坏等）进行检验或限制^[71-74]。

在本论文的第三章中，我们将更加详尽的介绍在核心塌缩型超新星爆发和伽玛射线暴等环境中如何通过相对论性喷流产生高能中微子；在第四章，我们将系统研究吸积盘中微子对这些高能中微子的影响，以及如何通过 IceCube 实验来检验它们。

1.5 中微子的未解之谜和展望

在前面的小节中，我们对中微子的基本性质以及它在天文学和宇宙学中的特殊地位作了系统的介绍。为了讨论的完备性，我们在本小节列举与中微子相关的未解之谜，并简要阐述它们各自的现状和意义。这些未知之谜大致可以分为如下三类：

第一类直接与中微子性质相关，主要包括以下问题：

- 中微子的绝对质量大小和质量等级类型（正常等级和反转等级）。中微子振荡实验确定了 Δm_{12}^2 和 $|\Delta m_{23}^2|$ 的大小（见表1-2），我们只需要知道中微子的质量等级类型和最小中微子质量，就可以确定所有三代中微子的绝对质量。宇宙学观测要求中微子质量总和 $\sum m_i < 0.23 \text{ eV}$ ，但该结果存在一定的模型依赖性^[39]。实验上主要存在两种测量中微子绝对质量的方法，分别为贝塔衰变实验和无中微子贝塔衰变实验，其中无中微子衰变实验也是判断中微子是否为 Majorana 费米子的唯一手段（见下文）。表1-3列出了各类具有代表性的中微子实验，其中 KATRIN 为贝塔衰变实验^[75]，EXO200^[76] 以及 GERDA^[77] 均为无中微子双贝塔衰变实验。对于不同的质量等级而言，中微子振荡后的能谱会有所区别，目前实验上主要通过长基线加速器中微子实验（如 NO ν A^[78,79]）和反应堆中微子振荡实验（如 JUNO^[26]）来探测中微子的质量等级类型。除此之外，无中微子双贝塔衰变实验也对中微子的质量等级类型存在一定的甄别能力。
- 中微子究竟是 Dirac 费米子还是 Majorana 费米子？根据定义，Majorana 费米子与它的反粒子相同。如果中微子是 Majorana 费米子，与中微子相关的弱相互作用过程中轻子数可能不守恒。目前为止，能够检验中微子是否 Majorana 粒子唯一可行的实验方式是无中微子双贝塔衰变实验，如 EXO^[76]、GERDA^[77] 等实验。
- 轻子混合矩阵 CP 相角到底多大？目前，高亮度的加速器中微子振荡实验仍然是测量 Dirac CP 相位角的主要方式，如 T2K^[18]、NO ν A^[78,79] 等实验。如果中微子

为 Majorana 费米子，则还存在一个 Majorana CP 相角。目前还没有可行的实验方法对该相角进行测量。

- 惰性中微子是否存在？与通常的中微子不同的是，惰性中微子不参与弱相互作用，但它可能与常见的中微子混合，导致新的中微子振荡效应。在过去的二、三十年中，很多中微子振荡实验，主要包括一系列短基线的反应堆中微子实验^[80]、加速器中微子实验 (LSND^[81])、太阳中微子实验 (如 GALLEX^[82]) 等都暗示除了常见的三种味道的中微子外，可能还存在一类质量为 eV 量级的惰性中微子^[83]。新建的短基线反应堆中微子实验 (如 NUCIFER^[84]) 和加速器中微子实验 (如 MiniBOONE^[85]) 将进一步探寻 eV 量级的惰性中微子的踪迹。我们曾研究过利用北京原子能院研究型反应堆中微子的振荡来寻找 eV 量级惰性中微子的可能性^[86]。我们详细讨论和比较了分别以液体闪烁体、水和重水作为靶核的探测情况，研究表明：由于捕捉的事例数更高且具有更好的能量分辨率，在通常情况下，利用液体闪烁体探测惰性中微子的灵敏度最高。重水探测器的探测信号具有三重关联，因此能大大降低本底水平；尽管其事例数偏低，但是当实验本底过高时，重水探测器可能具有更显著的优势。通过比较“rate-only”和“rate+shape”分析方法，我们发现能谱信息能大大提高实验的探测能力。不仅如此，为了有效降低系统误差，我们也研究了利用远、近两个探测器探测惰性中微子的情形。在“3+1”中微子混合框架内，对于 $\Delta m_{14}^2 \sim 1 \text{ eV}^2$ 的情形，假定我们采取最好的实验搭配 (液闪作为靶核、远近探测器以及“rate+shape”分析方法)，当吨级的探测器运行一年的时间后，我们发现 $\sin^2 2\theta_{14}$ 的测量灵敏度可达到 ~ 0.02 。在未来几年内，越来越多的短基线中微子振荡实验将开始采集数据，彼时，人们将对 eV 量级惰性中微子是否存在这一问题有更明确的答案。除 eV 量级外，惰性中微子的质量还可能取其它值。例如，keV 量级的惰性中微子是作为温暗物质很好的一个候选者，这一课题也是最近几年天文学和粒子物理学的研究热点。除此之外，惰性中微子的质量可能为 TeV 甚至是处于大统一能区，后文对此有更详细的说明。

第二类未解之谜主要涉及这样一个问题：为什么中微子的性质是如此？抑或是中微子的性质是如何产生的？具体而言，在中微子理论的研究中，我们尤其关心如下一些问题：中微子质量为什么如此小？轻子混合角和 CP 相位角是否特殊，其背后的物理又是什么？如果惰性中微子存在，它与通常中微子有什么联系？十分有趣的是，这些问题往往可以在同一个理论框架下被统一的回答。在最小标准模型中，中微子无质量，且只存在左手中微子和右手反中微子。中微子振荡以及其它实验已表明中微子质量很小 ($\lesssim 0.1 \text{ eV}$) 但并不为零。根据标准模型预言，夸克和带电轻子的质量起源于希格斯机制，且它们的质量大小与标量粒子的真空期待值 ($v \simeq 246 \text{ GeV}$) 成正比。欧洲大型强

实验	类型/目标	探测器靶核/大小	相关反应	E_ν or σ_E
Daya Bay	R	Gd-LS, 6×20 ton	IBD	> 1.8 MeV
Borexino	S, GEO	LS, 278 ton	ES, IBD	> 0.5 MeV
T2K	AC	Iron/Scintillator ~ 160 ton	CCQE	~ 0.2-10 GeV
MINOS+	AC	Iron/Scintillator ~ 1, 5 kton	CCQE	4-10 GeV
NUCIFER	R	Gd-LS, ~ 850 liter	IBD	> 1.8 MeV
MiniBooNE	AC	Mineral oil, 800 ton	CCQE	0.2-1.25 GeV
Super-K	Cherenkov S, ATM, SN	Water, 50 kton	IBD, ES	> 5 MeV
JUNO	R, S, ATM, SN, GEO	LS, 20 kton	IBD	> 1.8 MeV
IceCube	HEC, ATM	Ice, ~ 1 km ³	$\nu_x + N \rightarrow x^- + N'$ $\nu_x + N \rightarrow \nu_x + N'$	≥ 10 GeV
ARIANNA	Antenna Array HEC	Ice, ~ 500 km ³	same as IceCube	≥ 1 PeV
KATRIN	β	³ H, ~ 25 g	${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$	~ 0.2-1 eV
nEXO	$0\nu\beta\beta$	Xenon, ~ 5 ton	${}^{134}\text{Xe} \rightarrow {}^{134}\text{Ba} + e^- + e^-$ ${}^{136}\text{Xe} \rightarrow {}^{136}\text{Ba} + e^- + e^-$	~ 1% × Q
GERDA-II	$0\nu\beta\beta$	⁷⁶ Ge, ~ 35 kg	${}^{76}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}\text{Se} + e^- + e^-$	~ 2.6 keV

表 1-3 运行或搭建中具有代表性的中微子实验列表。AC: 加速器中微子; R: 反应堆中微子; S: 太阳中微子; ATM: 大气中微子; GEO: 地球中微子; SN: 超新星中微子; HEC: 高能宇宙中微子; IBD(逆贝塔衰变): $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$; ES(弹性散射): $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^+$; CCQE(带电流类弹性散射): $\nu_x + N \rightarrow x^- + N^-$ 。

Table 1-3 A list of typical neutrino experiments in operation or under construction. AC: accelerator neutrinos; R: reactor neutrinos; S: solar neutrinos; ATM: atmospheric neutrinos; GEO: geo-neutrinos; SN: supernova neutrinos; HEC: high-energy cosmic neutrinos; IBD(inverse- β -decay): $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$; ES (elastic scattering): $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^+$; CCQE (charged-current quasi-elastic scattering): $\nu_x + N \rightarrow x^- + N^-$.

子对撞机实验 (LHC: Large Hadron Collider) 已测量希格斯粒子到 $b\bar{b}$ 和 $\tau\bar{\tau}$ 的衰变宽度, 实验结果与标准模型的预言相吻合, 从而在一定的程度上验证了希格斯机制的正确性¹。如果中微子质量起源与其它费米子一样, 则中微子与希格斯标量场的耦合常数异常小 ($\sim m_\nu/v \sim 10^{-12}$), 从而导致物理学中所谓的“精细调节”的问题²。理论上, 跷跷板机制 (seesaw mechanism) 是所有中微子质量产生机制中被讨论最多的一类^[69]。跷跷板机制的核心是通过引入高能标新物理和新粒子来间接产生中微子质量项, 使得中微子的质量被新物理高能标压低, 从而避免精细调节的问题。引入不同类型的新粒子或新的相互作用均可以实现跷跷板机制, 按照实现方式的不同, 常见的跷跷板机制大致可分为 I、II、III 三类。这里只以 Type-I 为例作简单说明: 引入三代质量很大的右手中微子 N_R , 其中 N_R 为标准模型单态。在标准模型拉氏量中可以按如下方式添加中微子 Dirac 质量项和 Majorana 质量项,

$$\mathcal{L}_\nu = \bar{l}_L Y_\nu \tilde{H} N_R + \frac{1}{2} \bar{N}_R^c M_R N_R + \text{h.c.} , \quad (1-42)$$

其中 $\tilde{H} \equiv i\sigma_2 H^*$, H 为希格斯标量场, M_R 为右手中微子的 Majorana 质量。 H 获得真空期待值后, 第一项将产生中微子的 Dirac 质量项, 且大小为 $Y_\nu v/\sqrt{2}$ 。将基矢 (ν_L, ν_R^c) 下的中微子质量矩阵对角化后, 可得到中微子的质量大小 $m_i \sim Y_\nu^2 v^2/M_R$ 。只需要令 $M_R \gg v$, 极小的中微子质量就可以得到很自然的解释。严格意义上讲, Y_ν 和 M_R 均为 3×3 矩阵, 我们需对上述结果作相应的修改。在中微子质量模型构建中, 当某一特定的对称性被引入后, 对角化 3×3 中微子质量矩阵后得到的 PMNS 混合矩阵往往具有一些特殊性, 甚至可以与实验结果符合, 轻子的混合机制由此在一定程度上得到了解释^[69]。

在传统的 seesaw 机制中, 为了解释中微子的质量, 新物理能标往往接近大统一能标 $\Lambda_{\text{GUT}} \sim 10^{16}$ GeV。由于该能标远高于目前对撞机实验达到的最大能量 (~ 14 TeV), 实验上几乎不可能验证 seesaw 机制的正确性。基于此, 人们也提出能够在 TeV 能标下实现 seesaw 机制的理论模型, inverse seesaw 就是其中比较典型的一种。相比于 Type-I 机制而言, inverse seesaw 机制多引入三个标准模型单态的右手中微子 N'_R ; N_R 与 N'_R 之间存在 Dirac 质量项 $\bar{N}_R^c M N_R$, 且 M 很大; N'_R (或包括 N_R) 存在破坏轻子数的 Majorana 质量项, 质量记为 μ 。在基矢 (ν_L^c, N_R, N'_R) 下将质量矩阵对角化, 可得到中微子的质量 $\sim \mu M_D (M_D/M)^2$, 其中 M_D 为 ν_L 和 N_R 间的 Dirac 质量。由于 Majorana 质量项破

¹注意到 b 夸克和 τ 均为第三代费米子。第一、二代费米子的质量起源是否与希格斯机制相关仍有待实验的进一步确认

²理论对精细调节的判断并不存在一个明确的标准。大致可认为, 当无量纲物理常数 λ 或 λ^{-1} 小于 $10^{-5} - 10^{-6}$ 时, 该理论可能面临精细调节的问题, 其合理性将受到一定程度的质疑。值得强调的是, 理论上允许的精细调节程度完全依赖于实验结果。例如, 如果未来实验证实了电子质量起源于希格斯机制, 那么耦合常数 $\sim 10^{-5}$ 则是被允许的。

坏轻子数, 根据't Hooft 的自然性判据标准, μ 可以取一个比较小的数, 如不妨取 $\mu \sim \text{keV} - \text{MeV}$; 当 $M_D/M \sim 10^{-3} - 10^{-2}$, 中微子质量就可达到 $\mathcal{O}(eV)$ 量级。文献^[87,88] 提出了一个通过两圈辐射效应实现 **inverse seesaw** 机制的中微子模型。值得说明的是, 辐射 **seesaw** 机制有利于进一步降低新物理的能标。不仅如此, 在该模型中, **U(1)** 对称性被引入并不发生自发破缺; **U(1)** 对称性的引入会导致模型中出现一个稳定的暗物质候选粒子, 可以用来解释暗物质遗迹丰度 (**relic density**) 以及地面直接探测实验。模型中引入的新粒子的质量可以低至几百 **GeV**, 这些粒子可能通过圈图效应影响 **LHC** 中实验信号 (例如 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变宽度), 或者直接产生后再衰变成标准模型粒子或衰变成暗物质和标准模型粒子。中微子振荡现象表明了中微子质量不为零, 并为超出标准模型的新物理探索开启了一扇独特的窗口。随着 **LHC** 开始采数以及未来更高能、高亮度的对撞机投入规划, 中微子将在新物理的研究中继续扮演重要的角色。

第三类未解之谜主要涉及到中微子在宇宙演化和天文学中的作用。在前一小节中, 我们已经简单介绍了宇宙大爆炸中微子和高能中微子、恒星和超新星爆炸中的中微子信号以及它们各自的作用; 尽管如此, 我们仍然没有充分理解中微子在宇宙演化和天文学所扮演的角色。在下文中, 我们列举几个具体的例子来阐述这个观点: (i) 天文观察告诉我们, 我们可见的宇宙几乎完全由物质构成, 反物质所占的比例十分微小 ($\eta \equiv (n_B - n_{\bar{B}})/n_\gamma \sim 6 \times 10^{-10}$)^[39]。理论研究表明, 重子数不守恒产生于大爆炸宇宙的早期, 与中微子模型密切相关的 **leptogenesis** 可能是产生重子数不守恒的重要机制^[69]。以 **Type-I seesaw** 机制为例: 由于 **CP** 对称性被破坏, 质量很大的右手 **Majorana** 中微子衰成轻子和反轻子的速率将不同, 从而造成正反轻子不对称性; 正反轻子不对称性则可能通过标准模型中 **sphaleron** 机制导致重子不对称性的产生。目前而言, 我们仍不能确定中微子以及 **leptogenesis** 机制是否与正反物质不对称性相关。(ii) 目前人们对中微子在恒星演化、超新星爆发以及元素核合成中所发挥的作用有了长足的认识, 但这一认识并不完备。比如, 在超新星爆发中, 如何更加准确的描述中微子的输运以及理解中微子对超新星爆发的作用, 如何更好的描述超新星中微子集体振荡效应对超新星核合成和中微子信号的影响等^[56-58]。(iii) **IceCube** 实验探测到高能中微子信号 (包括三个 **PeV** 中微子事例), 并首次确定了天文中微子的存在。在**高能天文学**中, 人们通常认为: 与部分**高能伽玛射线**一样, 高能中微子的产生与**高能宇宙射线**紧密关联。尽管很多**天文学**机制和模型可以产生**高能宇宙射线**和**高能中微子**, 我们对它们的起源仍然不太清楚。在本文第三章和第四章中, 我们将**高能中微子**这个课题作进一步的介绍和探讨。

不难发现, 以上关于中微子的三类疑难其实是紧密联系在一起, 一个疑难的解答可能依赖或促进另一个疑难的解答。不同类型的中微子实验, 包括振荡实验、贝塔衰变或无中微子双贝塔衰变实验等协同合作, 为我们直接提供有关中微子的更多信息; 这些

中微子信息与大型强子对撞机实验一起，可能为超标准模型新物理的发展提供契机，从而引领新世纪粒子物理学的发展。另一方面，随着许多大型中微子探测器、观测台和望远镜投入运行，大量天文学或甚至宇宙学中微子将被探测到。在该过程中，人们可通过中微子信号研究相关的天文学或宇宙学物理过程，并进一步理解其中中微子的作用；不仅如此，我们也可以从这些观测中获知中微子的相关性质，这些信息不仅能为直接探测实验提供重要的佐证和补充，而且也可能为超标准模型新物理的研究提供新的舞台。

第二章 来自大质量恒星的中微子

恒星是天文学和天体物理学中十分重要的基本组成单元, 数以亿计质量和大小不等的恒星构成星系, 数以亿计的星系构成更大的星系团, 并组成了宏观尺度的宇宙。太阳是离我们最近的一颗恒星, 是地球和人类最重要的能量来源。从物理的角度上讲, 恒星是一个由自身引力聚集在一起的一个温度很高的等离子体系统, 各种粒子如 e^\pm 、光子、核子和各种原子核包含其中并参与各种相互作用; 光子从恒星表面辐射而出, 并成为人们观察和研究它们的重要媒介。在这样一个天然的物理系统中, 四种最基本的相互作用(电磁相互作用, 弱相互作用, 强相互作用, 引力)在不同的尺度上发挥着不可或缺的作用; 正是这4种相互作用的协同合作, 恒星才能够长时间的处于稳定状态并逐步沿着特定的路径进行演化。

在第一章中我们已提及, 恒星是天文学中微子的重要来源。对恒星中微子的研究, 是中微子天文学的一个重要分支, 它涉及到基本的恒星物理学、粒子物理学和核物理学等多个基本物理学领域。通过对恒星中微子的探测, 人们既可以进一步了解中微子的基本属性, 又能加深对恒星结构和演化以及相关物理学的理解。太阳中微子的探测, 帮助人们确立了三代中微子间的相互振荡模式; 不仅如此, 随着中微子探测技术的不断发展, 中微子流强和能谱的探测越来越精确, 尤其是近几年来, 以 **Borexino**^[89] 为代表的高精度的中微子探测实验开始采集大量太阳中微子数据, 人们已经开始对标准太阳模型有了一些新的认识。

在本章后文中, 我们将对恒星中微子的产生及其探测作更加详细的探讨。我们将按照如下的顺序展开: 在2.1节中, 我们先对恒星的结构和演化作简明的介绍; 接下来, 我们将列举恒星中各种中微子的产生方式并简单讨论各自的意义。在2.2节中, 我们仔细计算大质量恒星在演化晚期产生热中微子的流量和能谱, 并讨论探测这些大质量恒星中微子可能性及其对相关的物理的意义; 在最后一小节中我们给出本章的总结和展望。

2.1 大质量恒星结构、演化和中微子

2.1.1 描述恒星结构与演化的基本方程

恒星是一个十分庞大而又复杂的系统, 各种粒子在相差迥异的时间和空间尺度上参与各种物理或化学活动。为了准确描述这样一个热力学系统的结构和演化, 我们需要考虑其中的动力学过程、能量产生和传输过程、由核反应导致的化学元素的演变过程以

及恒星物质的宏观运动、流失等。这些过程又依赖于恒星物质的各种内禀性质及各种微观过程，如恒星物质状态方程 (equation of state)、电子气体的状态 (如相对论性和简并性) 以及不透明度 (opacity) 等。在实际情况下，恒星的旋转、非球对称性以及强磁场等均会使恒星系统的描述更加复杂。不过本文只对恒星结构和演化作简单的介绍，因此只讨论孤立、准静态的、球对称这样的理想的恒星系统。原则上，双星系统、快速旋转的恒星或磁星的结构与演化与上述理想的恒星之间不会存在本质上的区别。

如何对如此复杂的恒星系统进行描述呢？流体力学给予我们一个完美的答案。我们可以将这样一个理想的恒星视为一个流体力学系统，运用已知的流体力学方程去描述它。简单来说，流体力学是将微观上足够大而宏观上足够小的物质作为研究的基本单元。这个基本单元本身包含无穷多个基本粒子或原子核，而且由于基本单元的尺寸远大于微观尺度 (粒子平均自由程) 且远小于系统的宏观尺度，可以假定它满足局域热平衡，并且由以下几个简单的热力学变量来描述：局域密度，局域温度，局域压强和亮度 (luminosity) 等。从下文的讨论中将看出，这种处理方式大大简化了我们对恒星结构和演化的描述。不仅如此，由于我们只能观测宏观的物理学量，流体基本单元所包含的信息已足够充分。需要指出的是，上述这种“粗粒化”的处理方式在物理学的其它分支中也十分常见。

在描述恒星的结构和演化时，我们采用拉格朗日表述形式，即关注某一基本质量单元而非某一固定坐标处物理量的变化，这种表述方式在研究恒星物理时更加方便。在该描述方式中， m 和 t 为独立的变量，其中 m 为某一半径为 r 的球体内恒星物质的总质量，即在 $r \rightarrow 0$ 时， $m \rightarrow 0$ ，而在恒星表面处 $r \rightarrow R$ ， $m \rightarrow M$ ，其中 R 和 M 为恒星的半径和总质量。描述恒星结构和演化的流体力学方程主要由如下几个方程构成，

- 质量守恒方程：

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}, \quad (2-1)$$

- 动力学方程 (动量守恒方程)：

$$\frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{4\pi r^4}, \quad (2-2)$$

其中方程左边为质量单元的加速度，右边则分别对应压强和引力部分的贡献。当质量单元静止或匀速运动时，流体系统处于静力学平衡状态，方程两边等于零。实际上，在恒星的演化过程中，准静力学平衡近似总是成立的。可以作简单的估计，令 $\partial^2 r / \partial t^2 \sim R / t_{\text{hydr}}$ ，则流体动力学时间尺度约为 $t_{\text{hydr}} \simeq \sqrt{R^3 / GM}$ 或者 $\sqrt{R^3 \rho / P}$ ，

对于一般的恒星而言, t_{hydr} 约为几秒至几天, 远小于恒星演化的时间尺度。由此可知, 方程 (2-2) 的左边可以被忽略, 流体静力学平衡总能够成立。

- 能量守恒方程:

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_n - \epsilon_\nu - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (2-3)$$

其中 l 为单位时间向外穿过半径为 r 的球面的净能量 (也称为亮度, luminosity), ϵ_n 为单位质量核反应能量产生速率, ϵ_ν 为单位质量中微子的能损速率。等式右边的最后两项表示热能交换项, 由热力学第一定律可知, 它们分别对应内能和做功的贡献, 其中 $\delta \equiv -(\partial \ln \rho / \partial \ln T)_P$ 。

- 能量输运方程:

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla, \quad (2-4)$$

在恒星内部能量传输主要依靠三种方式: 辐射、热传导和对流, 方程 (2-4) 中 ∇ 的具体形式取决于何种能量输运方式占主导地位。辐射与热传导比较类似, 区别在于辐射方式通过光子的不断吸收、释放和散射来传递能量, 而热传导则是通过电子、原子核或者分子之间的碰撞来传递热能。一般而言, 辐射机制比热传导更加有效, 不过当物质密度较高时, 电子速度可能接近光速, 且由于简并性较大电子的平均自由程增加, 此时, 热传导方式可能比辐射机制更加重要。对流则是指不同区域通过交换宏观尺度的恒星物质来交换能量, 它主要在物质密度高的区域比较重要。在恒星核心区域, 对流占主导作用, $\nabla = \nabla_{\text{ad}} \equiv (\partial \ln T / \partial \ln P)_s$; 在恒星外壳层, 辐射机制最重要, $\nabla = \nabla_{\text{rad}} \equiv (3/16\pi acG)(\kappa l P / m T^4)$, 其中 κ 为光子的吸收系数或不透明度。

- 化学元素演化方程:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho} \left(\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik} \right), \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (2-5)$$

其中 X_i 为各核素的质量比分, 且满足 $\sum_i X_i = 1$; r_{ij} 为从核素 i 到核素 j 的核反应速率。

恒星的结构和演化由 $r(m, t)$ 、 $T(m, t)$ 、 $P(m, t)$ 、 $l(m, t)$ 以及 $X_i(m, t)$ 共同决定。上述方程中各种系数, 包括 ρ 、 δ 、 c_P 、 κ 、 r_{ij} 以及 $\epsilon_{n,\nu}$ 等, 均与恒星物质的性质相关; 一旦

给定 T 、 P 和 X_i 后，这些系数即被确定下来了。在给定的初始条件和边界条件下，联立上述 5 个偏微分方程组，原则上我们就可以求解出 $r(m, t)$ 、 $T(m, t)$ 、 $P(m, t)$ 、 $l(m, t)$ 以及 $X_i(m, t)$ ，从而确定恒星的结构和演化行为。

值得一提的是，根据时间尺度的不同，上述方程组可以进一步简化。观察可知，方程组 (2-1)-(2-5) 中只在 3 个地方出现了时间偏微分项，分别对应着 3 个不同的时间尺度。第一个时间尺度为我们已讨论过流体力学动力学尺度 t_{hydr} ，它用来表征恒星在扰动下恢复至静力学平衡的快慢，可以通过声速传播至恒星表面或者恒星在自引力下自由塌缩所需的时间来估计。第二个时间尺度（记为 t_{KH} ）与方程 (2-3) 有关，用来表征恒星响应热力学性质变化的快慢，可估计为 $t_{\text{KH}} \sim E_i/L \sim GM^2/(2RL)$ ，其中 L 为恒星表面处的亮度， E_i 为恒星总内能，由维里定理可证明， E_i 与总引力势能为同一个量级。第三个时间尺度（记为 t_{nuc} ）表征恒星物质化学演化的快慢，由核反应速率决定，恒星的演化与寿命直接由 t_{nuc} 决定。对一般恒星而言， $t_{\text{hydr}} \ll t_{\text{KH}} \ll t_{\text{nuc}}$ 。在这种情形下，可认为恒星处于静力学和热平衡状态，方程 (2-2) 与 (2-3) 中的时间偏微分项可以被忽略。此时，微分方程组可以分为两个独立的部分，方程 (2-1)-(2-4) 与时间无关，用来描述某一化学组成 $X_i(m)$ 下恒星的结构；方程 (2-5) 与时间相关，它将决定恒星物质化学组成的演变并最终驱动恒星的演化。

在某些简单的模型中，如多方模型（polytrope model）或同源模型（homologous model），上述方程组中部分方程存在解析解，我们也可由此能得到一些有用的结论，例如 $L - T$ 和 $L - M$ 幂指数关系等。由于本章讨论的重点不在于此，关于这部分我们将不再赘述。在实际情况中，该方程组需要依靠大规模的数值计算来求解。这些技术性的细节也超出了本论文讨论的范围。在下文中，我们将简要介绍恒星演化的轨迹，并重点强调中微子在其中的重要作用。

2.1.2 恒星演化概述

图2-1中显示了不同质量恒星从产生到死亡的演化轨迹。星际分子云（约 75% 的氢和 25% 的氦）通过自引力不断塌缩而汇聚在一起形成原恒星，原恒星进一步收缩并释放引力势能使得中心温度升高。原恒星内部的高温使得气体分子间存在一定压强，与引力相抗衡，从而维持原恒星稳定的结构。当温度升高到一定的程度时（约 10^7 K ），氢核能够克服彼此之间的库伦排斥而发生聚合反应，此时原恒星将抵达恒星的主星序阶段。一般认为，只有质量大于 $0.08 M_{\odot}$ 的星体才能进行氢核燃烧反应。质量小于 $0.08 M_{\odot}$ 的星体不能成为恒星，它们一般被称为褐矮星。氢核聚合的方式主要有两种，分别为 pp 链和 CNO 循环，净效应均为将四个氢核聚合成一个 ${}^4\text{He}$ 核，释放能量并伴随着 2 个 ν_e 的产生（具体见下文）。pp 链式过程在 $M \leq 2M_{\odot}$ 的恒星中占主导地位。对质量更大的

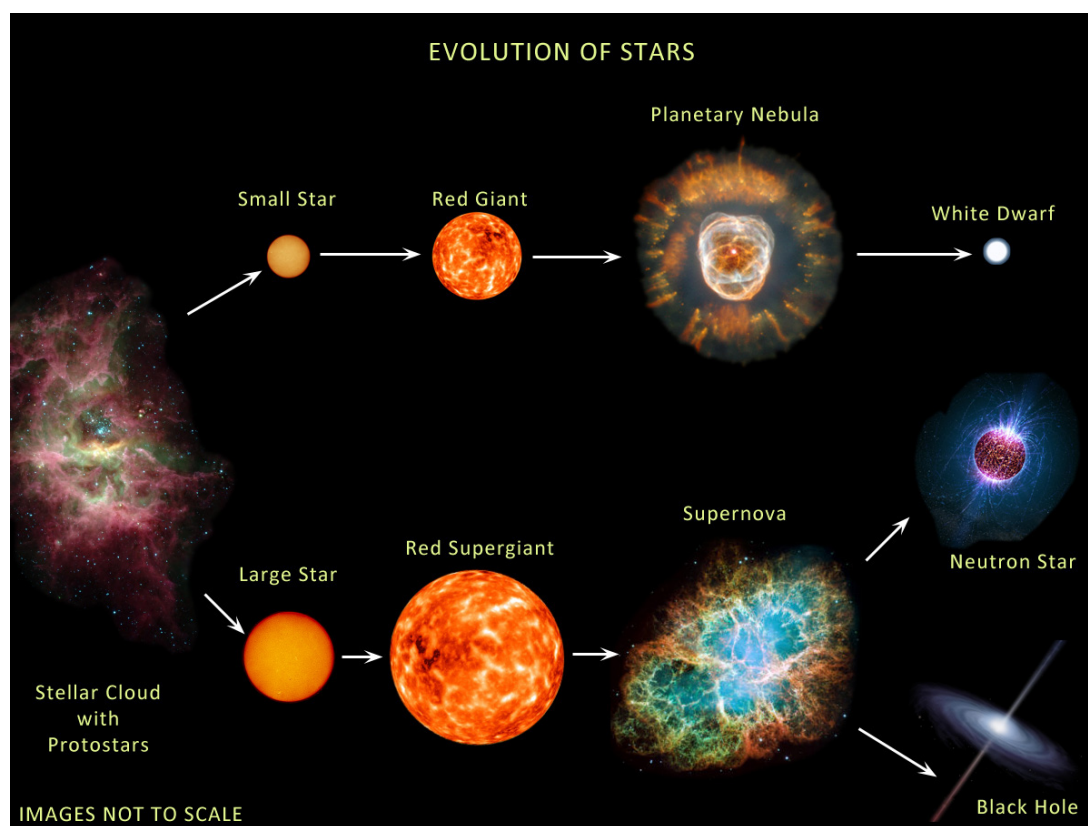


图 2-1 恒星演化及其死亡的示意图^[90]。
Fig 2-1 Sketch for evolution and death of stars^[90].

恒星，核心温度可以达到 $2 \times 10^7 \text{ K}$ ，CNO 循环过程将更加重要。恒星核心燃烧氢核的阶段称为主星序期，一般而言，主星序时期占恒星总寿命的 90% 以上。由于亮度与恒星质量满足 $L \propto M^\alpha$ ， $\alpha \simeq 2 - 4$ ，而总核能正比于恒星质量，因此恒星质量越大，主星序持续时间越短。

恒星核心燃烧完氢核后，便会离开主星序。赫罗图 (H-R diagram: Hertzsprung-Russell diagram) 用来描述恒星亮度 (纵轴) 与表面温度 (横轴) 的关系。这两个物理量均与恒星表面的属性相关，且很容易被观测。在给定了恒星表面的温度后，亮度实际上由恒星的半径决定；恒星在赫罗图上的演化可能直接取决于恒星表层的活动与性质，不过在很大的程度上它也依赖于恒星内部的核反应以及塌收缩等行为。在赫罗图上，不同质量的恒星沿着特定的轨迹演化：

- 小质量恒星 ($0.08 \lesssim M \lesssim 2.3 M_\odot$)

随着氢核的不断消耗以及氦核质量的增加，核心由于压强不足开始收缩。核心收缩所释放的引力势能转化成热辐射能并传递给核外的氢外层，导致外层膨胀，从

而使得恒星的半径增大，此时，恒星由主星序阶段演化成亚巨星。恒星膨胀至一定阶段时，冷却的外层气体将有效阻挡光子的逃逸，并阻止恒星表面温度的进一步下降。由于恒星继续膨胀，恒星的表面亮度将继续增加，在赫罗图上亚巨星垂直上升到红巨星阶段。在红巨星时期，氦核质量的不断增加，当简并氦核质量超过约 $0.45 M_{\odot}$ 时，氦核反应过程 $3\ ^4\text{He} \rightarrow\ ^{12}\text{C} + 7.27\ \text{MeV}$ 被点燃。不过由于核心处于简并，氦原子核参与的聚合反应十分剧烈，这种氦原子核的燃烧方式被称为氦闪 (He flash)。氦闪只持续几秒到几分钟，随着核心温度的升高而密度基本维持不变，电子逐渐变为非简并。此时，核心通过迅速膨胀并吸收热量，并使得恒星的亮度迅速下降，恒星开始进入稳定的氦燃烧阶段。该阶段也被称为水平分支阶段，氦原子核在中心燃烧的同时，氢原子核也在恒星外壳层中燃烧。

当核心处氦原子核消耗完之后，核心变为碳氧核，且核心开始收缩并释放引力能，使得临近的氦原子核壳层温度升高且成功点火。此时恒星处于双壳层燃烧阶段，除了内壳层的氦原子核燃烧外，外壳层的氢原子核也在继续燃烧。这种双壳层阶段也被称为渐进巨星分支 (AGB: Asymptotic Giant Branch)。在该分支，中心碳氧核不断增长，双壳层持续提供能量，恒星外层不断膨胀，恒星又一次上升至红巨星分支。当星核进一步收缩并达到简并时，外面燃烧的双壳层将变得大且表面光度更亮。红超巨星会在双壳层燃烧结束后形成。红超巨星时期恒星风非常强烈，导致外层恒星物质被剧烈抛出。与此同时，燃烧壳层越来越接近恒星表面，导致恒星表面温度升高，与之对应的是，恒星在赫罗图上向左移动，变为行星状星云。星云的内部则为一颗碳氧白矮星。

需补充所明的是，对于质量 $M \lesssim 0.5M_{\odot}$ 的恒星，简并氦核的质量不能达到氦燃烧临界值 ($0.45 M_{\odot}$)，这类恒星将直接演化成一颗氦白矮星。

- 中等质量恒星 ($2.3 \lesssim M \lesssim 8 M_{\odot}$)

中等质量恒星的演化与小质量恒星有一些的类似地方，例如它们也会经历红巨星和渐进分支等阶段。与小质量恒星不同的是，中等质量恒星十分迅速的演化至红巨星，且无需经历氦闪这一阶段而直接进入稳定的氦燃烧时期。与此同时，由于恒星内部对流十分剧烈，中心区域的氦原子核不断的被传输至核外并形成氦燃烧壳层，最外层则为氢燃烧层，而核心则逐渐演变成碳氧核。在该阶段，外壳层中的氢和氦的电离区会诱导一种脉冲机制，使得恒星在赫罗图上左右来回摆动，并穿过造父脉动带形成造父变星。

碳氧核不断累积并达到简并，并使得燃烧加剧。此时，外壳层膨胀造成亮度迅速增大，恒星进入渐变巨星分支 (AGB)。在该阶段，恒星可能会出现热脉动或造父

脉动现象，并产生剧烈的恒星风。同时，由于核心温度足够高，大量中微子会通过热过程产生（见后文），并带走大量能量，从而导致碳氧核冷却。

如果碳氧核的质量不能进一步增加，已到达下一步核反应的临界质量，那么恒星则会由渐进分支变为行星状星云，最后成为一颗碳氧白矮星。这种情形主要适用于质量小于 $6 - 8 M_{\odot}$ 的恒星。对于质量为 $6 - 8 M_{\odot}$ 的恒星而言，简并碳氧核可能达到核燃烧的临界值，此时碳氧核将以爆炸的方式燃烧，发生超新星爆炸。

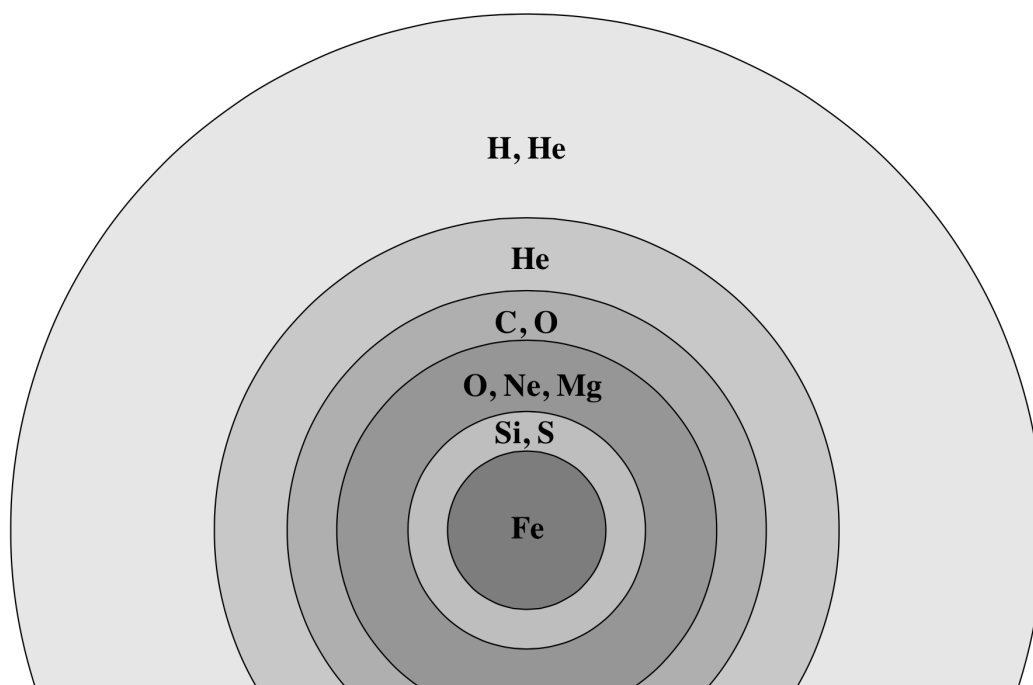
- 大质量恒星 ($M \gtrsim 8 M_{\odot}$)

与中质量恒星演化比较类似，大质量恒星在离开主星序后也会进入核心氦燃烧的红超巨星阶段，并形成多壳层燃烧的结构。与中小质量恒星显著不同的是，大质量恒星核心处的温度往往更高，因此氦燃烧形成的碳氧核依然是非简并的；等到碳氧核聚集至一定的程度并发生收缩，核心温度将进一步升高，碳氧核的核聚合反应则可以发生。大质量恒星的另一个显著的特点是恒星风物质抛射与对流十分剧烈，基于此，大质量恒星在后主星序阶段常常会在红超巨星和蓝超巨星之间往返几次，中间也将历经造父变星阶段。

大质量恒星一旦进入核心碳氧燃烧的阶段，恒星中心的演化将会与外壳层脱离，这是因为核心内部温度十分高，中微子冷却使得中心处核反应过程十分迅速（见图2-3以及下文），以至于恒星外层来不及响应核心处的变化。正是由于此，在恒星进入碳氧燃烧阶段后，恒星在赫罗图上的位置几乎不会变动。大质量恒星的演化将完全由核心处核反应过程决定。

对于更重原子核而言，核聚合反应的发生需要克服更大的库伦势垒，相应的，核心处的温度需要更高（见表2-1）。大质量恒星核心的演化大致按照如下方式进行：核心在燃烧完某一轻原子核后，将迅速收缩并释放引力势能，使得核心温度升高，从而点燃更重核燃料的反应；由于铁原子核的结合能最大，铁原子核产生后聚合反应将停止。随着核心处核反应的进行，轻原子核不断聚合成更重的原子核。在大质量恒星演化的过程中，除了核心温度的不断升高外，核心处密度也会随着核心收缩而不断升高（见表2-1）。由于恒星温度随半径递减，在中心燃烧较重原子核的同时，外层也在燃烧较轻的原子核。这样一来，大质量恒星最终将形成如图2-2所示的洋葱结构：从里至外，原子核按从重至轻的方式分层分布。

对于 $M \gtrsim 10 M_{\odot}$ 的恒星而言，核心在经历氢、氦燃烧后，将依次进行碳、氧、硅等主要核素的聚合反应，最终在中心处形成一个铁核。按照中心核素燃料的不同，这类恒星演化可以大致分为主星序阶段、氦燃烧阶段、碳燃烧阶段、氧燃烧阶段、硅燃烧阶段等，并在核心处形成一个铁核（见图2-2）。表2-1例举了一个 $15 M_{\odot}$ 恒

图 2-2 大质量恒星演化的洋葱结构示意图^[91]。Fig 2-2 Sketch of the onion structure for evolution of massive stars^[91].

燃烧阶段	T (10^9 K)	ρ (g/cm ³)	燃料	主要产物	持续时间 (年)
H	0.035	5.8	H	He	1.1×10^7
He	0.18	1.4×10^3	He	C, O	2.0×10^6
C	0.83	2.4×10^5	C	O, Ne	2.0×10^3
Ne	1.6	7.2×10^6	Ne	O, Mg	0.7
O	1.9	5.8	O, Mg	Si, S	2.6
Si	3.3	5.8	Si, S	Fe, Ni	0.05 (~ 18 d)

表 2-1 质量为 $15 M_{\odot}$ 恒星在不同核燃烧阶段的基本属性^[46]。Tab 2-1 Properties of a $15 M_{\odot}$ star at different nuclear burning stages^[46].

星在不同核燃烧阶段核心处的基本性质。当核心演化的最后时刻，铁核的质量随着硅元素燃烧的不断增加，当超过钱德拉塞卡（Chandrasekhar）质量上限时，任何能量损耗过程，如铁原子核俘获电子过程与光致分离过程等，均会造成核心塌缩。一般认为，质量小于 $30 M_{\odot}$ 的恒星其核心会塌缩成一个中子星，并伴随着核心塌缩型超新星爆发。更大质量的恒星则会形成一个黑洞，同时可能产生极超新星（hypernova）爆发；这类新型超新星爆炸比普通核心塌缩型超新星释放更多的能量，研究表明，伴随着极超新星产生的同时，黑洞和吸积盘会喷出一个相对论性运动的喷流，它与伽马射线暴（GRB: Gamma-Ray Burst）的产生直接相关。在下一章关于高能中微子的讨论中，我们将更多的讨论这类系统。

质量为 $8 - 10 M_{\odot}$ 的恒星的演化比较复杂。一般认为， $8 - 10 M_{\odot}$ 恒星在演化的最后核心会演变成 O-Ne-Mg 核，最终形成白矮星，或者通过核心塌缩的方式导致超新星爆炸。由于 O-Ne-Mg 核外层密度随半径衰减迅速，激波更容易冲破恒星物质并触发超新星爆炸。事实上， $8 - 10 M_{\odot}$ 恒星是目前唯一的一类可以通过数值模拟实现超新星爆炸的恒星模型。

2.1.3 大质量恒星演化过程中的中微子

由于本章正文将要讨论的热中微子主要与大质量恒星 ($M \gtrsim 10 M_{\odot}$) 的演化过程密切相关，在本小节中，我们将以这类大质量恒星为例，介绍演化过程中中微子的产生方式，并强调中微子对恒星演化的意义。

观察描述恒星的基本方程可知，与中微子直接相关的物理量为中微子能损速率 ϵ_{ν} ，它只出现于能量守恒方程中。中微子冷却是恒星损失能量十分重要的方式，尤其是在大质量恒星演化的晚期，如核心开始燃烧碳氧核素后，核心温度将达到 10^9 K ，热过程将产生大量中微子，且中微子的亮度将显著超过光子的亮度。中微子冷却的另一个重要意义是它显著加快了恒星晚期演化的进程。前文已谈到过，恒星在演化过程中处于流体静力学和热力学的平衡状态。在这样一个系统里，能量产生速率应该与能损速率相等。图2-3为恒星通过各种核素燃烧产生能量的速率与中微子能损速率随温度的变化关系。随着越来越重的核素在中心处燃烧，能量的产生或损失速率增加了数个量级。值得说明的是，由于能量速率正比温度的高次幂，相较而言，核心处温度的变化比较缓慢。由于中微子能损速率很大，且随着不同核素的燃烧迅速增加，恒星晚期的演化进程将大大缩短。恒星不同核素燃烧阶段的持续时间 $\tau \sim E_{\text{nuc}}/L_{\nu}$ 。我们已知每单位质量物质可释放的核能约为 10^{17} erg/g ，且该值随不同核素的改变不大。由图2-3可知，恒星核心处于碳、氧、硅燃烧时中微子能损速率约为 10^6 erg/g/s 、 10^{10} erg/g/s 、 10^{12} erg/g/s 。简单估算可知，恒星在这三个核燃烧时期的持续时间为分别为 10^{3-4} 年、1 年以及 1 天，与

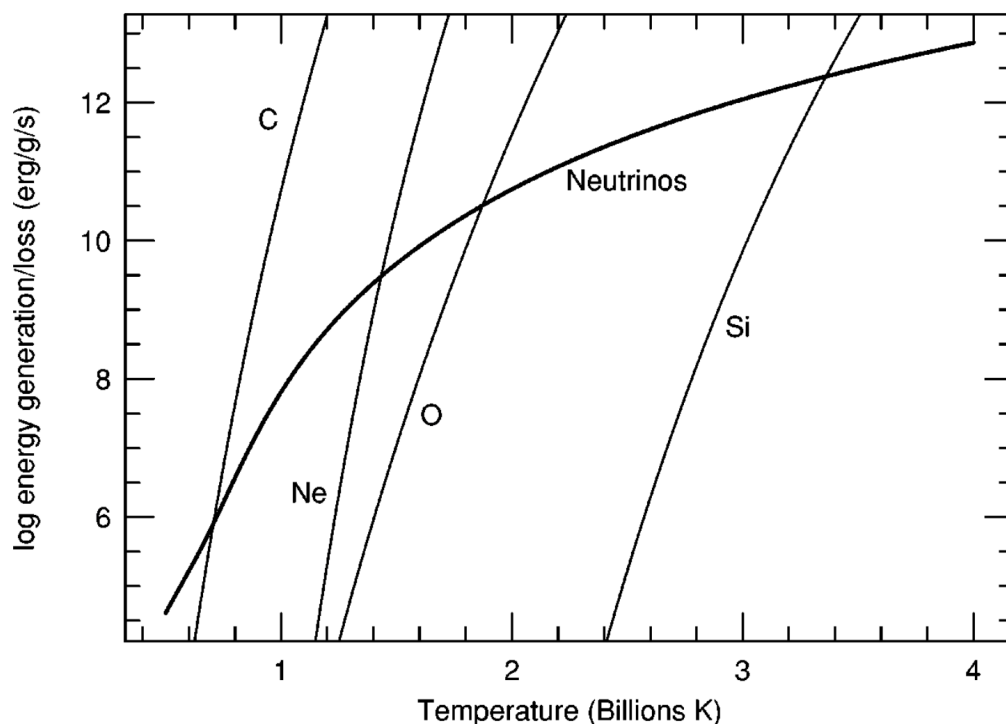


图 2-3 大质量恒星中能量产生和损失速率^[46]。
Fig 2-3 Energy generation/loss rate in massive stars^[46]。

表2-1中的数值在数量级上吻合。

中微子只参与弱相互作用，因此它的产生过程必定与弱相互作用直接相关；在实际物理系统中，大多数中微子的生成反应也涉及到电磁相互作用和强相互作用（核力）。由于恒星温度比较高，各种基本粒子和核素的大量存在，中微子可以通过很多反应通道生成。表2-2中列举了恒星不同演化阶段中微子的亮度、产生方式以及味道组分。在下文中，我们将对此作简要的阐述。

- pp/CNO 中微子

太阳处于主星序阶段时，主要通过将氢燃烧成氦从而释放能量，并产生大量 ν_e 。通过对太阳中微子的探测，人们可以更好的检验太阳模型以及相关的恒星结构和演化理论。由于人们对太阳中微子更加了解，且基于太阳中微子的重要性，我们将它们归为独立的一类来作介绍。与太阳一样，大质量恒星处于主星序阶段时，也会以相同的方式产生 ν_e ，不过由于温度与密度的不同，各过程中 ν_e 的流量将与太阳中微子有所区别。

在主序星中，氢的燃烧过程主要通过两种方式进行，pp 链式反应（pp Chain）和

演化阶段	L_ν (ergs/s)	主要反应	ν 的味道
主序星	10^{36}	CNO 循环	ν_e
He 燃烧	10^{31}	光致过程	$\nu\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}$
演化晚期	10^{38-46}	e^\pm 湮灭	$\nu\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}$
Si 燃烧	10^{45-48}	e^- 俘获	ν_e
核心塌缩	10^{51-53}	e^- 俘获	ν_e
核心塌缩	10^{47-50}	原子核退激	$\nu\bar{\nu}_{e,\mu,\tau}$

表 2-2 大质量恒星在不同演化阶段中微子的产生方式和亮度。

Tab 2-2 Neutrino production channel and luminosity of massive stars at different evolution stages.

CNO 循环 (CNO Cycle)。由于 pp 链式反应和 CNO 循环的速率十分敏感于核心的温度，因此对不同质量的恒星而言，两者的权重往往大相径庭。粗略的讲，pp 链式反应的速率大约正比于 T^4 ，而 CNO 循环速率大约正比于 T^{20} 。对于质量小于 $2 M_\odot$ 的恒星，如太阳，pp 链式反应占主导地位；对于更大质量的恒星而言，恒星核心的温度比较高，足以克服 CNO 和质子之间的库伦势垒，CNO 循环则为最主要的反应方式。

(1) pp 链式反应

pp 链式反应 (见图2-4) 的第一个过程是由两个质子聚合成氘核，并产生一个 ν_e ，反应方程为 $p + p \rightarrow D + e^+ + \nu_e$ 。该 ν_e 通常被称为 pp 中微子，其能谱连续，最大能量约为 0.42 MeV 。同样的， e^- 也可以出现在反应物中，对应的反应为 $p + e^- + p \rightarrow D + \nu_e$ ，生成的中微子称为 pep 中微子。pep 中微子的能量为一确定的分立值， $E_\nu \simeq 1.442 \text{ MeV}$ ，电子的热运动导致 E_ν 出现一定展宽，展宽的大小 $\Delta E_\nu \sim \mathcal{O}(kT) \sim \text{keV} \ll E_\nu$ 。

接下来的过程是由 D 核合成 ^3He 核，对应的反应为 $D + p \rightarrow ^3\text{He} + \gamma$ 。由于只涉及到强相互作用和电磁相互作用，该过程中没有中微子产生。pp 链式反应的最后一步为 ^4He 核的合成过程，按照不同反应路径又可分为 ppI，ppII，ppIII 以及 hep 过程。ppI 过程为两个 ^3He 核的聚合，反应为 $^3\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + 2p$ ，该过程无中微子产生。ppII 和 ppIII 都与 ^7Be 核的产生有关，其中 ^7Be 核通过 $^3\text{He} + ^4\text{He} \rightarrow ^7\text{Be} + \gamma$ 而产生。在太阳内核中， ^7Be 大约有 99.89% 的几率通过俘获电子而产生中微子： $^7\text{Be} + e^- \rightarrow ^7\text{Li} + \nu_e$ ；由于 ^7Li 可能处于基态或激发态， E_ν 可取两个分立值，分别为 0.8631 MeV 和 0.3855 MeV ； ^7Li 可以通过俘获一个质子最终产生两个 ^4He ，完成 ppII

过程。在 ppIII 过程中, ${}^7\text{Be}$ 先俘获一个质子产生 ${}^8\text{B}$, 紧接着, ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be}^* + e^+ + \nu_e$, 且 E_ν 的最大值约为 15 MeV。 ${}^3\text{He}$ 也可以直接俘获一个质子产生 ${}^4\text{He}$, 反应为 ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$, E_ν 的最大值可达 18.78 MeV, 是所有太阳中微子中的最大值。该过程简称为 hep 过程, 在太阳中该过程发生的概率 (占有所有 pp 链式过程) 仅为 2.5×10^{-7} , 因此尽管 hep 中微子能量很高, 目前对它们的探测依然比较困难。

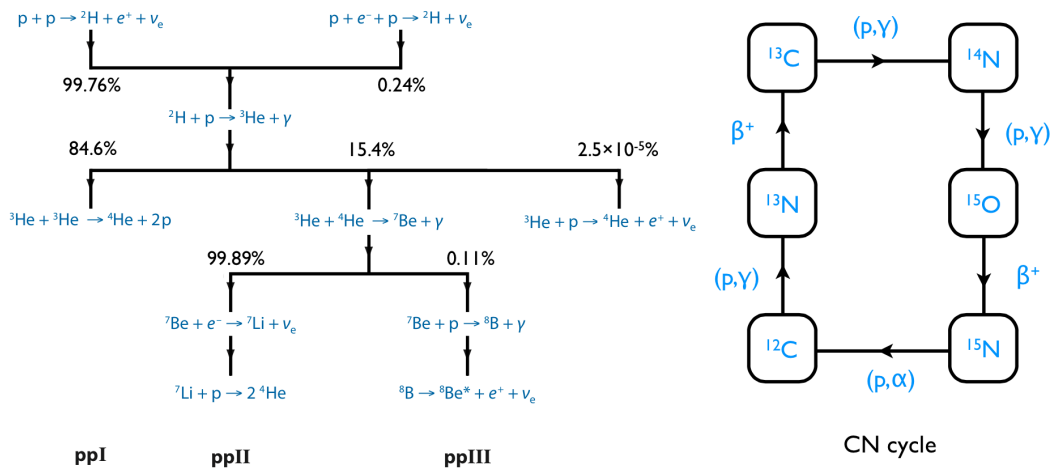


图 2-4 太阳中微子的产生过程, pp 链和 CN-I 循环^[92]。
Fig 2-4 The generation process of solar neutrinos: pp Chain and CN-I cycle^[92].

(2) CNO 循环

对大质量恒星而言, 另一类更加重要的 H 燃烧方式为 CNO 循环过程。C、N 和 O 各种同位素间通过不断的 (p, γ) 、 (p, α) 以及贝塔 (主要为 β^+) 衰变而相互转化, 并形成回路。整个回路的净效应为将四个质子被转换成 ${}^4\text{He}$, 并伴随着两个贝塔衰变产生的 ν_e 。CNO 循环存在两种可能的方式, 图 2-4 中给出了其中一个最主要的循环方式 (在太阳的 CNO 循环中比重约为 $\sim 99.9\%$), 在该循环中, ${}^{13}\text{N}$ 和 ${}^{15}\text{O}$ 分别通过 β^+ 衰变产生 ν_e ; 在另一循环中, ${}^{17}\text{F}$ (${}^{15}\text{O}$) 也能 β^+ 衰变产生少量的 ν_e 。由于 CNO 中微子的能量较低 ($E_{\max} < 2 \text{ MeV}$), 而且太阳 CNO 中微子流量相对偏低, 从目前的实验和理论精度来看, 人们还很难对太阳 CNO 中微子进行有效的探测。位于意大利的 Borixino 中微子实验是目前探测太阳中微子灵敏度最高的实验, 它主要通过 ν_e 与电子的弹性碰撞信号来捕捉太阳中微子。截至目前为止, ${}^8\text{B}$ 中微子、 ${}^7\text{Be}$ 中微子、pep 中微子以及 pp 中微子都被准确的探测到。不仅如此, Borixino 实验已经对 ${}^{13}\text{N}$ 和 ${}^{15}\text{O}$ 中微子流量给出了很强的上限。

- 热中微子 (thermal neutrino)

粗略的讲，我们把那些只涉及轻子（主要指 e^\pm ）和光子而与核物理无关的中微子产生过程统称为热中微子过程。更确切点，在热中微子过程中，只有电子参与弱相互作用（包括带电流和中性流），而核子（或夸克）则不参与弱相互作用。由于在恒星中，正负电子和光子与系统达到热平衡并服从一定的热平衡分布，热过程中生成的中微子能量大小直接反应了系统的热力学性质（温度、密度等），因此文献中多称这类中微子为热中微子。

我们将在本章的正文中详细的计算如下 4 种热中微子过程：(1) 对过程 (e^\pm annihilation): $e^+ + e^- \rightarrow \nu_{e,x} + \bar{\nu}_{e,x}$, 其中 $x = (\mu, \tau)$ (后文我们将采用同样的约定); (2) 等离子体过程 (plasmon decay): $\gamma^* \rightarrow \nu_x + \bar{\nu}_x$; (3) 光致过程 (photo-neutrino emission): $\gamma + e^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_x + \bar{\nu}_x$; (4) 电子-原子核轫致辐射过程 (electron-nucleus bremsstrahlung): $e^\pm + (A, Z) \rightarrow e^\pm + (A, Z) + \nu_x + \bar{\nu}_x$ 。值得强调的是，在上述所有热过程中，带电流和中性流弱相互作用都会参与反应，而且中微子总是以同种味道的正反中微子对的形式产生。

在恒星处于主序星阶段时，核心温度和密度偏低，热中微子的贡献几乎可以忽略。当大质量恒星演化到更晚期阶段时，热中微子过程对恒星的结构和演化则变得更加重要。如表2-2所示，当核心燃烧氦元素时，光致过程和等离子体过程是最重要的中微子产生过程。在碳燃烧或之后的燃烧阶段，核心处温度接近 10^9 K，此时中微子对过程非常重要，不仅如此，中微子亮度将显著超过光子的亮度。

由于热中微子的产生速率随温度上升迅速（见图2-3），当大质量恒星演化到晚期时，尤其是 Si 燃烧阶段时，中微子的流量将非常可观。对于距离地球较近而且正处于演化晚期的大质量恒星而言，我们完全有可能探测到它（们）所释放的热中微子信号。如同太阳中微子的探测对太阳模型的意义一样，可以预计，大质量恒星晚期的热中微子信号将成为人们演究恒星内部结构和演化的十分重要并且可能是唯一可行的探针。在本章正文中，我们将更加详细的探讨这一问题。

● 核反应中微子 (nuclear neutrino)

除了热过程能够产生中微子外，恒星内部也可通过（热）核反应大量产生中微子。在 pp/CNO 中微子的介绍中，我们其实已经谈到了主序星中轻核（H、D、H、Li、Be、C 等）通过核反应产生 ν_e 的一些具体过程。同样的，在恒星演化的其它的阶段，类似的反应也在不断发生。

与热中微子过程一样，原子核或核子也可以通过带电流和中性流弱相互作用产生中微子。我们先来讨论原子核参与带电流和中性流的过程。在带电流过程中，原子核内一个质子和一个中子相互转换，并放出一个电子中微子，最典型的过程为

β^\pm 和 e^\pm 俘获过程，可分别表示为

$$\begin{aligned}\beta^- \text{-decay} &: (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e, \\ \beta^+ \text{-decay} &: (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e, \\ e^- \text{ capture} &: (A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e, \\ e^+ \text{ capture} &: (A, Z) + e^+ \rightarrow (A, Z + 1) + \bar{\nu}_e,\end{aligned}$$

(2-6)

上述过程在恒星演化的后期将十分重要，例如在 Si 燃烧的阶段，核心的温度将达到 10^9 K ，密度达到 10^7 g/cm^3 ，电子具有足够的高能量，使得 e^\pm 俘获速率迅速增加；不仅如此，在高温高密状态下，恒星内部会达到核素分布的统计平衡态 (NSE: nuclear statistical equilibrium)，在这种状态下，大量重原子核能够产生， β^\pm 衰变过程的速率也会相应的提高。电子俘获过程在核心塌缩过程中也十分重要，大量的质子通过该过程转变成中子（中子化过程，neutronization），从而为丰中子重核的形成提供了必要的条件；伴随着中子化过程， Y_e （电子数与强子数的比例）逐渐下降，由于在塌缩过程中电子的简并压起主导作用， Y_e 的演化直接关联到核心的反弹以及反弹后激波的能量，并最终影响超新星的爆发。

当恒星处于核心塌缩的阶段时，核心的密度将达到 10^{10} g/cm^3 ，甚至 10^{14} g/cm^3 ，电子将处于高度简并的状态，所有热中微子过程都很难发生。上文已谈到，电子俘获过程在塌缩的早期能将质子转换成中子并产生中微子，但是随着塌缩的加剧，核心的密度逐渐增加，能量较高中微子（10–50 MeV）很容易被束缚在核心内，不仅如此，束缚其内的高能中微子也会由于 Pauli blocking 机制进一步阻碍高能中微子的产生。此时，原子核的退激发 (de-excitation) 中性流过程将发挥关键的作用。在该过程中，处于高激发态的原子核通过释放一个虚 Z^0 玻色子而退激至较低的能态，而虚 Z^0 玻色子则可以转变成一对正反中微子对，能量较低的中微子由于相互作用较弱 ($\sigma \propto E_\nu^2$) 更易逃逸而出，并成为该阶段最主要的中微子的产生和释放机制。

在某些天体环境中，（自由）核子会大量存在，核子（间）也可通过相互作用产生中微子，并在特定条件下起主导作用。核子直接参与带电流弱相互作用过程被称为犹卡过程 (Urca process)。其中，核子直接衰变或俘获电子过程被称为直接犹卡过程；核子间也可以通过相互碰撞而激发并参与带电流相互作用（产生虚 W^\pm 玻色子）而产生中微子，这类过程则被称为修正的犹卡过程 (modified Urca process)。

同样的，核子间也可通过释放一个虚 Z^0 玻色子而产生正反中微子对，该过程则被称为核子韧致辐射过程 (nucleon bremsstrahlung process)。在中子星中，自由核子 (主要为中子) 大量存在，上述这些中微子过程分别在中子星的不同位置以及不同的冷却时期发挥重要作用。直接犹卡过程速率最快 (比其它过程高出几个量级)，但由于中子星内部密度非常高 ($\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$)，中子、质子以及电子都处于高度简并的状态，因而只有费米面附近 kT 的粒子能有效的参与反应，如果再考虑能动量守恒的限制，直接犹卡过程比较难发生。简单的计算表明，只有当质子占总核子数的比例大于 11% 时，直接犹卡过程才能发生。当直接犹卡过程被禁闭时，修正的犹卡过程和中子-中子韧致辐射过程则占主导作用；通常情况下，它们也是中子星外壳的主要冷却机制。

2.2 热过程中微子的能损速率和能谱

在前一小节中，我们已简单概述和比较了在恒星演化不同阶段各种不同的中微子产生机制及其意义。质量 $\gtrsim 10M_{\odot}$ 的恒星将以超新星爆炸的方式结束自己的演化生命。在大质量恒星演化的过程中，尤其是演化的晚期阶段，各种味道中微子对通过四种中微子对热过程，包括对过程 (pair process: $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu}$)、等离子体过程 (plasma process: $\gamma^* \rightarrow \nu + \bar{\nu}$)、光致过程 (photo-process: $\gamma + e^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \bar{\nu}$) 以及韧致辐射过程 (Bremmstrahlung process: $e + (Z, A) \rightarrow e + (Z, A) + \nu + \bar{\nu}$) 大量产生，并从恒星内部自由逃逸而出，成为恒星最重要的冷却机制，进而驱动和加速恒星的演化 (见上小节)。在过去的几十年中，人们对各种热过程中微子的能量损失速率进行了详细的计算^[47-50,93-99]，这些结果成为了描述大质量恒星演化过程不可或缺的组成因素。

对于地球附近处于演化晚期的大质量恒星而言，地面探测器可能探测到它们的超新星前中微子 (Pre-Supernova neutrinos) 的信号。在估算这些中微子信号的强度以及研究探测可能性之前，我们还需要准确知道这些中微子的能谱信息。在过去的十多年内，人们对部分热过程 (主要包括对过程、等离子体过程和光致过程) 所释放中微子的能谱作了研究^[100-105]。为了讨论的全面性，在本章后面的小节中，我们将对所列举的四类热中微子过程 (尤其是韧致辐射过程) 中微子能损速率以及能谱进行计算，并比较它们在不同 $T - \rho$ 区域的重要性；在此之后，我们将基于这些计算结果简单讨论探测这些热中微子的可能性和前景。

2.2.1 等离子体环境：温度、密度和核素组成

前文已提及，恒星可被视为由许多处于局域热平衡的流体力学单元组成的等离子体系统。对于温度为 T 、物质密度为 ρ 的基本单元， e^{\pm} 的密度满足如下费米-狄拉克

(Fermi-Dirac) 分布,

$$n_{\pm} = \int dn_{\pm} = \frac{2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{\exp(E/kT \pm \mu/kT) + 1}, \quad (2-7)$$

其中 μ 为电子的化学势, 相应的, 正电子的化学势则为 $-\mu$ 。不仅如此, 电中性要求,

$$n_0 = n_- - n_+ = N_A \frac{\rho}{\mu_e}, \quad (2-8)$$

其中 N_A 为阿伏加德罗常数 (Avogadro constant); μ_e 为每单位电子所对应的平均原子质量数, 且

$$\frac{1}{\mu_e} = \sum_i X_i \frac{Z_i}{A_i}, \quad (2-9)$$

其中 Z_i 和 A_i 分别为核素的电荷数和原子质量数, X_i 为各核素的质量比。需强调的是, 为避免将 μ_e 与电子的化学势混淆, 文献中也常使用 Y_e 来表示电子的比 (每核子的电子数), 其中 $Y_e = 1/\mu_e$ 。联立方程 (2-7) 和 (2-8), 若给定温度 T 与物质密度 ρ/μ_e , 我们则可解出 e^{\pm} 的密度。

根据温度和密度的不同, 恒星内部局域单元可以划分为不同的区域。当 $m_e - \mu \gg T$, 电子气体处于非简并 (non-degenerate) 状态; 反过来, 当 $m_e - \mu \ll T$, 电子处于强简并态。另一方面, 当 $T \ll m_e$, 电子系统为非相对论性 (non-relativistic); 而当 $T, \mu \gg m_e$ 时, 电子处于相对论性状态。可以引入两个无量纲的量^[47], $\lambda = k_B T/mc^2$ 和 $\nu = \mu/k_B T$, 来描述这些极限区域, (1) 非简并区域: $\nu\lambda + \lambda \ll 1$; (2) 简并区域: $\nu\lambda - \lambda \gg 1$; (3) 非相对论区域: $\lambda \ll 1$; (4) 相对论性: $\lambda \gg 1$, 或 $\lambda\nu \gg 1$ 。显然, 电子气体的简并性极限与相对论性极限可能同时满足。

在这些极限区域或其它区域中, 我们可以得到 e^{\pm} 密度的近似解。例如, 在非简并极限下, Fermi-Dirac 可由 Boltzman 分布来替代, 且相对于电子而言正电子密度可被忽略, 我们可得

$$n_0 \simeq n_- \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} e^{(\mu - m_e)/T} (m_e T)^{3/2} \left(1 + \frac{15T}{8m_e}\right), \quad (2-10)$$

因此有

$$\mu = m_e + T \ln \left[\sqrt{2\pi^3} n_0 (m_e T)^{-3/2} \left(1 - \frac{15T}{8m_e}\right) \right]. \quad (2-11)$$

又比如, 当温度给定时, 在低密度极限下, $\nu \ll 1$, 存在如下一个拟合公式^[47]

$$\frac{\rho}{\mu_e} \sim 10^6 \lambda^3 e^{-1/\lambda} \nu \left[9.613 + \frac{5.255}{\lambda^{1/2}} + \frac{1.081}{\lambda} + \frac{7.324}{\lambda^{3/2}} \right] \text{ gm/cm}^3; \quad (2-12)$$

在高密度极限下, $\mu \gg T, m_e$, 电子气体处于相对论性简并状态, 我们则有^[47]

$$\frac{\rho}{\mu_e} = (c_0/3)(\lambda\nu)^3, \quad (2-13)$$

其中 $c_0 \equiv 2.922 \times 10^6 \text{ gm/cm}^3$ 。在绝大多数情形下, 系统不处于这些极限区域, 我们需通过数值方法求解。

2.2.2 对过程

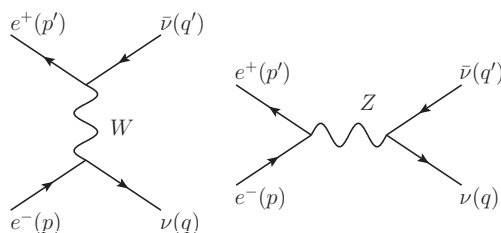


图 2-5 对过程领头阶费曼图。对于 $\nu_e \bar{\nu}_e$ 而言, W 玻色子和 Z 玻色子交换图均有贡献; 对于 $\nu_x \bar{\nu}_x (x = \mu, \tau)$, 仅 Z 玻色子交换图有贡献。

Fig 2-5 The lowest order diagrams for pair neutrino process. For electron neutrino, both W - and Z -exchange diagrams contribute; while for $\nu_x \bar{\nu}_x (x = \mu, \tau)$, only Z -exchange diagram contributes.

中微子对过程是天体物理中十分重要的中微子产生过程, 正负电子对通过相互湮灭从而产生一对相同味道的正反中微子, 尤其是在大质量恒星的演化过程晚期阶段, 系统的温度到达 10^9 K , 甚至接近或超过电子的静质量 ($\sim 5 \times 10^9 \text{ K}$), 大量的正负电子对从真空中产生, 对过程可能是最主要的中微子发射机制。

图2-5为对过程的领头阶费曼图的示意图。对于 $\nu_e \bar{\nu}_e$ 而言, 包括两个具体的反应通道, 分别对应于交换 Z 玻色子的带电流相互作用和交换 W 玻色子的带电流相互作用过程; 对于其它味道的中微子而言 (一般记为 ν_x , $x = \mu, \tau$), 我们只需考虑中性流过程的贡献 (系统的温度不足以激发足够的 μ^\pm 和 τ^\pm 的产生, 带电流过程的贡献完全可以被忽略)。下文中, 我们先计算 $\nu_e \bar{\nu}_e$ 对产生过程, 然后将其结果推广至它味道的中微子。

对于 $\nu_e \bar{\nu}_e$ 的产生过程而言, 交换 **W** 和 **Z** 玻色子的费曼图振幅可以分别表示为:

$$i\mathcal{M}_W^{\text{pair}} = \frac{-ig^2}{8m_W^2} \bar{u}_\nu(q) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_e(p) \bar{v}_e(p') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v_\nu(q'), \quad (2-14)$$

$$i\mathcal{M}_Z^{\text{pair}} = \frac{-ig^2}{16m_Z^2 c_W^2} \bar{u}_\nu(q) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v_\nu(q') \bar{v}_e(p') \gamma^\mu (-1 + 4s_W^2 + \gamma^5) u_e(p). \quad (2-15)$$

运用 **Fierz** 变换公式可以将 $\mathcal{M}_W^{\text{pair}}$ 变换成与 $\mathcal{M}_Z^{\text{pair}}$ 一致的形式, 总振幅可以进一步被表述成,

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}^{\text{pair}} &= i\mathcal{M}_Z^{\text{pair}} + i\mathcal{M}_W^{\text{pair}} \\ &= \frac{-ig^2}{8m_W^2} \bar{u}_\nu(q) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v_\nu(q') \bar{v}_e(p') \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) u_e(p), \end{aligned} \quad (2-16)$$

其中 $C_V = (1 + 4s_W^2)/2$, $C_A = 1/2$ 。

对振幅的模方同时作初态费米子 (e^\pm) 的自旋平均和末态费米子 ($\nu_e \bar{\nu}_e$) 的自旋求和, 我们可以得到,

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_s |\mathcal{M}^{\text{pair}}|^2 &= \frac{g^4}{4m_W^4} [(C_A + C_V)^2 (p \cdot q')(p' \cdot q) + (C_A - C_V)^2 (p \cdot q)(p' \cdot q') \\ &\quad + m_e^2 (C_V^2 - C_A^2) (q \cdot q')]. \end{aligned} \quad (2-17)$$

对应的, 正负电子对过程的总截面可以表述成,

$$\begin{aligned} \int d\sigma^{\text{pair}} &= \frac{1}{2E2E'v} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{d^3q'}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\nu}}} \frac{\sum_s |\mathcal{M}^{\text{pair}}|^2}{4} (2\pi)^4 \delta^4(P - q - q') \\ &= \frac{1}{64\pi^2 EE'v} \int \frac{dE_\nu d\cos\theta d\varphi E_\nu}{(P^0 - E_\nu)} \frac{\sum_s |\mathcal{M}^{\text{pair}}|^2}{4} \delta\left(P^0 - E_\nu - \sqrt{(\mathbf{P} - \mathbf{q})^2}\right), \end{aligned} \quad (2-18)$$

其中 $P \equiv p + p'$, E 和 E' 分别为入射电子的 e^- 和 e^+ 的能量, v 为入射正负电子的相对速度, θ 和 φ 则分别为 \mathbf{q} 在以 \mathbf{P} 为 z 轴的球坐标系中的极角 (pole angle) 和方位角 (azimuth angle)。由于 $(\mathbf{P} - \mathbf{q})^2 = \mathbf{P}^2 + E_\nu^2 - 2E_\nu |\mathbf{P}| \cos\theta$, 我们可以先对 $\cos\theta$ 积分, 得到

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{pair}}}{dE_\nu} &= \frac{1}{64\pi^2 EE'v} \frac{E_\nu}{(P^0 - E_\nu)} \frac{P^0 - E_\nu}{E_\nu |\mathbf{P}|} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sum_s |\mathcal{M}^{\text{pair}}|^2}{4} \\ &= \frac{1}{64\pi^2 EE'v |\mathbf{P}|} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sum_s |\mathcal{M}^{\text{pair}}|^2}{4}. \end{aligned} \quad (2-19)$$

考虑到恒星中入射的 e^\pm 服从 Fermi–Dirac 分布，对过程中产生的 ν_e 能谱 (单位为 $\text{MeV}^{-1}\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}$) 可以表达成

$$F_{\nu_e}^{\text{pair}}(E_\nu) = \frac{4}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3p}{e^{(E-\mu)/kT} + 1} \frac{d^3p'}{e^{(E'+\mu)/kT} + 1} v \frac{d\sigma^{\text{pair}}}{dE_\nu}. \quad (2-20)$$

相应的, $\bar{\nu}_e$ 的能谱也可以按照相同的方式得到。需要强调的是, 振幅模方 (2-17) 关于正反粒子并不严格对称, 且由于 e^\pm 的化学势符号相反, 入射态的正负电子动量分布并不相同, 因此一般而言, ν_e 和 $\bar{\nu}_e$ 的能谱会存在微小的差别。

$\nu_x(\bar{\nu}_x)$ 计算过程与 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 几乎一样, 唯一不同的地方在于, 我们只需要考虑 Z 玻色子交换过程 [见方程 (2-15)]。 $\nu_x(\bar{\nu}_x)$ 的能谱同样可以由方程 (2-20) 给出, 只需要作如下的替换,

$$C'_V = 1 - C_V = (1 - 4s_W^2)/2, \quad C'_A = C_A = 1/2. \quad (2-21)$$

前文已提及, 以前的文献仔细计算了不同热过程中微子的能量损失速率。为了验证能谱计算的正确性, 我们也可通过对中微子的能谱积分来得到中微子的能损速率, 表示如下:

$$\begin{aligned} Q^{\text{pair}} &= \int F^{\text{pair}}(E_\nu) dE_\nu, \\ &= \int (F_{\nu_e}^{\text{pair}} + F_{\bar{\nu}_e}^{\text{pair}} + F_{\nu_\mu}^{\text{pair}} + F_{\bar{\nu}_\mu}^{\text{pair}} + F_{\nu_\tau}^{\text{pair}} + F_{\bar{\nu}_\tau}^{\text{pair}}) dE_\nu. \end{aligned} \quad (2-22)$$

需要说明的是, 方程 (2-20) 和 (2-22) 均涉及到多维度积分; 在通常情况下, 这些多维积分需要借助数值方法来实现。如无特殊说明, 本论文中所有的高维积分均通过 CUBA 程序库来实现^[106]。

2.2.3 等离子体过程

恒星可被视为一个等离子体系统, 带电粒子主要是 (e^\pm) 在扰动的电磁场下以振荡的方式运动。一束电磁波在等离子体内传播时, 会诱导带电粒子的振荡; 带电粒子反过来会对入射的电磁波产生影响, 从而等效的改变电磁波的色散关系。一般而言, 当谈论等离子体内的电磁波时, 我们指的是色散关系被改变的电磁波。由量子力学 (二次量子化) 可知, 各种不同的振动模式都可以被量子化成 (准) 粒子或元激发。将电磁波量子化, 我们可以得到光子; 同样, 将等离子体中带电粒子的振荡量子化, 我们则得到等离子体元激发 (plasmon)。在有些文献中, 也将电磁波和带电粒子的振荡对应的量子统称为

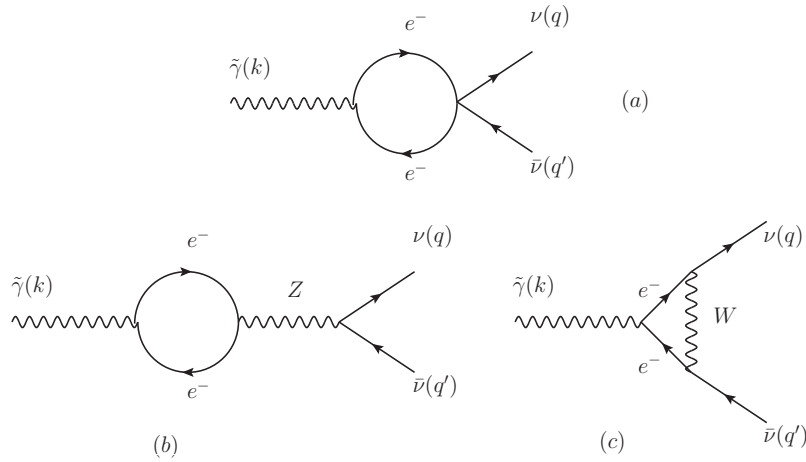


图 2-6 等离子体中微子过程领头阶费曼图。(a) Fermi 理论中的四顶点图；(b)&(c) W 玻色子和 Z 玻色子交换图。在低能近似下，(b)&(c) 图将变成有效四顶点图 (a)。

Fig 2-6 The leading order diagrams for plasma neutrino productions. (a) diagram with 4-point interaction in Fermi theory; (b)&(c) Z -exchange and W -exchange diagrams. Note that the diagrams in (b)&(c) will turn to (a) in the low energy approximation.

plasmon；它自旋为 1，对应着 2 个横向自由度（色散关系改变的电磁波）和 1 个纵向自由度（带电粒子的振荡）。在本文中，我们将采用前一个约定，即 plasmon 特指带电粒子振荡模式，而两个横向的极化模式则对应着色散关系发生变化的光子。

由于能动量守恒定律或规范不变性，在真空中，一个光子衰变成中微子对是被禁戒的。在等离子中，由于光子的色散关系被改变（在光子动量较小时，色散关系可近似表示为 $\omega^2 e(\omega, \mathbf{k}) = k^2$ ，其中 $e(\omega, \mathbf{k}) \simeq 1 - \omega_p^2/\omega^2$ ， ω_p 为等离子体振荡频率，可看成光子在等离子体中的有效质量；后文将讨论更一般情况下的色散关系），光子则可以衰变成中微子对；同样的，等离子体元激发（plasmon）也可通过 e^\pm 衰变成中微子对。如图 2-6 所示，在领头阶下，光子和等离子体元激发可通过 e^\pm 圈图衰变成中微子对；(b) 和 (c) 分别对应带电流和中性流的贡献。我们将在下文中计算光子和等离子体元激发衰变成中微子对的宽度。

欲计算交换 Z 玻色子过程的振幅，我们需要计算连接光子和 Z 玻色子的真空极化矩阵。由于轴矢量流 (axial current；含 γ^5 的项) 的贡献相较矢量流而言可以被忽略^[47,48,107]，我们实际上只需要计算光子的真空极化矩阵（对应于连接两个光子的费曼图）。记真空极化矩阵为 $\Pi_{\mu\nu}(\mathbf{k}, \omega)$ ，在单圈图下它可以表示成^[108]

$$\Pi_{\mu\sigma} \equiv -e^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\mu S(p) \gamma_\sigma S(p - k)], \quad (2-23)$$

其中 $S(p)$ 为等离子体环境中电子的传播子。

规范不变性要求 $k^\mu \Pi_{\mu\nu} = 0$ ，并且考虑到系统满足各向同性对称性，我们可以将极化矩阵分解成横向和纵向两部分^[47,107,108]，

$$\Pi_{\mu\nu}(\mathbf{k}, \omega) = \Pi_t \cdot (P_T)_{\mu\nu} + \Pi_l \cdot (P_L)_{\mu\nu}, \quad (2-24)$$

其中投影算符 P_L 和 P_T 分别为

$$\begin{aligned} (P_L)_{\mu\nu} &= \tau_\mu \tau_\nu, \quad \tau^\mu \equiv (1, \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} \hat{\mathbf{k}}), \\ (P_T)_{ij} &= \delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j, \quad (P_T)_{0i} = (P_T)_{00} = 0, \end{aligned} \quad (2-25)$$

或者等价的，方程 (2-24) 中的极化函数 $\Pi_{t,l}$ 可分别表述成

$$\Pi_t(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{2}(\delta^{ij} - \hat{\mathbf{k}}^i \hat{\mathbf{k}}^j) \Pi^{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (2-26)$$

$$\Pi_l(\omega, \mathbf{k}) = \Pi^{00}(\omega, \mathbf{k}). \quad (2-27)$$

通常的横纵电介质常数可由上述极化函数给定，

$$e^t = 1 - \Pi_t / \omega^2, \quad (2-28)$$

$$e^l = 1 - \Pi_l / \mathbf{k}^2, \quad (2-29)$$

文献中采用不同的近似方法计算了上述极化矩阵^[47,107,108]；在下文的计算中，我们将采用 Braaten 和 Segel^[108] 的最新计算结果。在库伦规范下，有效传播子的非零分量为，

$$D^{00}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{\mathbf{k}^2 - \Pi_l(\omega, \mathbf{k})}, \quad (2-30)$$

$$D^{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{k^2 - \Pi_t(\omega, \mathbf{k})} (\delta^{ij} - \hat{k}^i \hat{k}^j). \quad (2-31)$$

Plasmon 和光子的色散关系由传播子的极点决定，如下所示

$$D^{00}(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow \frac{\omega_l(\mathbf{k})^2}{\mathbf{k}^2} \frac{Z_l(\mathbf{k})}{\omega^2 - \omega_l(\mathbf{k})^2}, \quad \omega \rightarrow \omega_l(\mathbf{k}), \quad (2-32)$$

$$D^{ij}(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow \frac{Z_t(\mathbf{k})}{\omega^2 - \omega_t(\mathbf{k})^2} (\delta^{ij} - \hat{k}^i \hat{k}^j), \quad \omega \rightarrow \omega_t(\mathbf{k}), \quad (2-33)$$

其中 ω_t 和 ω_l 分别满足下列方程,

$$\omega_t(\mathbf{k})^2 = \mathbf{k}^2 + \Pi_t(\omega_t(\mathbf{k}), \mathbf{k}), \quad (2-34)$$

$$\Pi_l(\omega_t(\mathbf{k}), \mathbf{k}) = \mathbf{k}^2. \quad (2-35)$$

与量子电动力学类似, 上述留数函数 $Z_{l,t}(\mathbf{k})$ 分别表征 plasmon 和光子场强重整化, 并决定它们与电磁流的耦合强度。 $Z_{l,t}(\mathbf{k})$ 分别为,

$$Z_t(\mathbf{k}) = [1 - \frac{\partial \Pi_t}{\partial \omega^2}(\omega_t(\mathbf{k}), \mathbf{k})]^{-1}, \quad (2-36)$$

$$Z_l(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{k}^2}{\omega_l(\mathbf{k})^2} [-\frac{\partial \Pi_l}{\partial \omega^2}(\omega_l(\mathbf{k}), \mathbf{k})]^{-1}. \quad (2-37)$$

由于传播子的留数可以看成极化矢量的乘积 $\epsilon^\mu(\mathbf{k})\epsilon^{\nu*}(\mathbf{k})$, 我们可以选定极化矢量为

$$\epsilon_{t,\pm}^\mu(\mathbf{k}) = \sqrt{Z_t(\mathbf{k})}(0, \mathbf{e}_\pm(\mathbf{k}))^\mu, \quad (2-38)$$

$$\epsilon_l^\mu(\mathbf{k}) = \frac{\omega_l(\mathbf{k})}{|\mathbf{k}|} \sqrt{Z_l(\mathbf{k})}(1, 0)^\mu, \quad (2-39)$$

其中 \mathbf{e}_\pm 为归一化和相互正交的矢量, 且均与 \mathbf{k} 正交。

基于上述讨论, 交换 Z 玻色子过程的振幅可以表示成,

$$i\mathcal{M}_Z^{\text{plas}} = \frac{aG_F}{2\sqrt{2}e} \bar{u}(q)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\Pi_{\mu\sigma}v(q')\epsilon^\sigma, \quad (2-40)$$

其中 $a = -1 + 4s_W^2$ 。

对于交换 W 玻色子的带电流过程, 如图2-6(c)所示, 如果忽略 W 玻色子传播子中 p^2/m_W^2 项的贡献, 交换 W 玻色子的费曼图2-6(c) 将与2-6(a)一样, 只不过在计算振幅时需要修改相应的耦合常数^[48]。进一步, 如果忽略到轴矢量流的贡献, 并利用 Fierz 等式, W 交换过程的振幅可以表示成

$$i\mathcal{M}_W^{\text{plas}} = 2i\mathcal{M}_Z^{\text{plas}}/a. \quad (2-41)$$

因此总振幅为可记为

$$i\mathcal{M}^{\text{plas}} = \frac{C_V G_F}{\sqrt{2}e} \bar{u}(q)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\Pi_{\mu\sigma}v(q')\epsilon^\sigma, \quad (2-42)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{C_V G_F}{\sqrt{2}e} \bar{u}(q)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)v(q') \\ &\quad \times \left\{ \Pi_l \cdot \tau_\mu \tau_\sigma \epsilon_l^\sigma + g_{\mu i} \Pi_t \cdot (\delta^{ij} - \hat{\mathbf{k}}^i \hat{\mathbf{k}}^j) g_{j\sigma} \epsilon_{t,\pm}^\sigma \right\}, \end{aligned} \quad (2-43)$$

其中 $\tau^\mu \equiv (1, \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} \hat{\mathbf{k}})$, $\epsilon_{l,t}$ 为对应的极化矢量。

对总振幅作模方并对中微子自旋求和可得

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_l^{\text{plas}}|^2 &= \frac{C_V^2 G_F^2}{e^2} \text{Tr}[\not{q} \not{\tau} (1 - \gamma^5) \not{q}' \not{\tau}] \frac{\omega^2 Z_l \Pi_l^2}{\mathbf{k}^2} \\ &= \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} [2(q \cdot \tau)(q' \cdot \tau) - (q \cdot q')\tau^2] \omega^2 Z_l \mathbf{k}^2 \\ &= \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} [-2(q \cdot \tau)^2 + \frac{(k^2)^2}{2\mathbf{k}^2}] \omega^2 Z_l \mathbf{k}^2 \\ &= \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} [-2(E - \frac{\omega E \cos \theta}{|\mathbf{k}|})^2 + \frac{(k^2)^2}{2\mathbf{k}^2}] \omega^2 Z_l \mathbf{k}^2, \end{aligned} \quad (2-44)$$

$$\begin{aligned} \sum_s |\mathcal{M}_t^{\text{plas}}|^2 &= \sum_s \frac{C_V^2 G_F^2}{e^2} \text{Tr}[\not{q} \not{\eta}_s (1 - \gamma^5) \not{q}' \not{\eta}_s] \Pi_t^2 Z_t \\ &= \sum_s \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} [2(q \cdot \eta_s)(q' \cdot \eta_s) - (q \cdot q')\eta_s^2] (k^2)^2 Z_t \\ &= \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} \left[\sum_s -2(q \cdot \eta_s)^2 + k^2 \right] (k^2)^2 Z_t \\ &= \frac{4C_V^2 G_F^2}{e^2} [-2E^2(1 - \cos^2 \theta) + k^2] (k^2)^2 Z_t, \end{aligned} \quad (2-45)$$

其中 $\eta_s \equiv (0, \mathbf{e}_\pm)$, $s = +, -$; θ 为 \mathbf{k} 与 \mathbf{q} 之间的夹角, 且根据能动量守恒可知, $\cos \theta = (-k^2 + 2\omega E_\nu)/(2|\mathbf{k}|E_\nu)$ 。在上述过程中, 我们应用了色散关系来替换 $\Pi_{t,l}$, 并运用了关系式 $\sum_s (\mathbf{q} \cdot \mathbf{e}_s)^2 = \mathbf{q}^2 - (\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{k}})^2$ 。需要指出的是, 对于四动量 $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$, ω 和 \mathbf{k} 必须分别满足光子和 plasmon 的色散关系 [见方程 (2-34) 和 (2-35)]。

光子和 plasmon 衰变到 $\nu_e \bar{\nu}_e$ 对的宽度可分别表达成

$$\int d\Gamma_l^{\text{plas}} = \frac{1}{2\omega_l} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{d^3q'}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\nu}}} |\mathcal{M}_l^{\text{plas}}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(k - q - q'), \quad (2-46)$$

$$\int d\Gamma_t^{\text{plas}} = \frac{1}{2\omega_t} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{d^3q'}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\nu}}} \frac{1}{2} \sum_s |\mathcal{M}_t^{\text{plas}}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(k - q - q'), \quad (2-47)$$

因此从光子和 plasmon 衰变产生的 ν_e 的能谱为

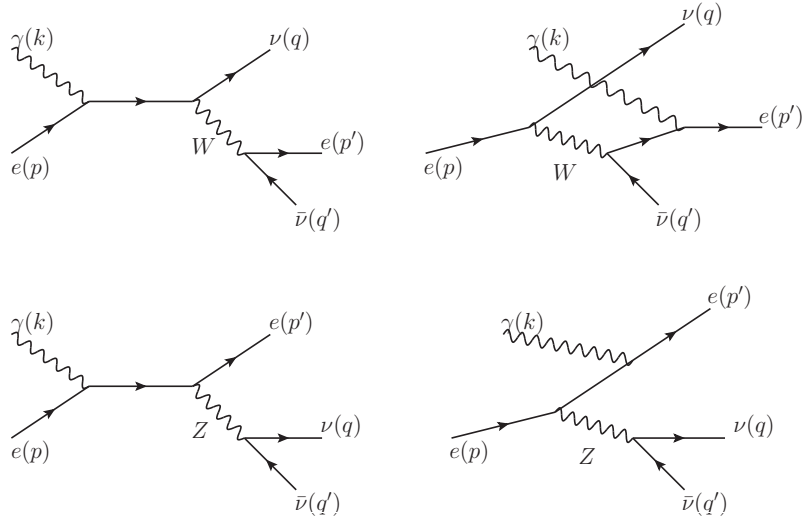
$$\begin{aligned} F_{l,\nu_e}^{\text{plas}}(E_\nu) &= F_{l,\bar{\nu}_e}^{\text{plas}}(E_\nu) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega/kT} - 1} \frac{d\Gamma_l^{\text{plas}}}{dE_\nu} \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega/kT} - 1} \frac{|\mathcal{M}_l^{\text{plas}}|^2}{16\pi\omega|\mathbf{k}|}, \end{aligned} \quad (2-48)$$

$$\begin{aligned} F_{t,\nu_e}^{\text{plas}}(E_\nu) &= F_{t,\bar{\nu}_e}^{\text{plas}}(E_\nu) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{2}{e^{\omega/kT} - 1} \frac{d\Gamma_t^{\text{plas}}}{dE_\nu} \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega/kT} - 1} \frac{\sum_s |\mathcal{M}_t^{\text{plas}}|^2}{16\pi\omega|\mathbf{k}|}. \end{aligned} \quad (2-49)$$

与对过程不同的是，中微子的能谱与反中微子的能谱完全一样； ν_μ 和 ν_τ 的产生过程只与交换 Z 玻色子的中性流过程相关，不难证明，只需要将方程 (2-48,2-49) 中 C_V 替换成 C'_V ，即可以得到等离子体过程中 $\nu_x(\bar{\nu}_x)$ ($x = \mu, \tau$) 的能谱。

2.2.4 光致过程

光致中微子过程在低密度 ($\rho/\mu_e < 10^5 \text{ g/cm}^3$)、温度相对较低 ($T < 4 \times 10^8 \text{ K}$) 的区域十分重要。图2-7中显示了光致中微子过程的领头阶费曼图，与前文的中微子通道一样，W 玻色子交换过程和 Z 玻色子交换过程都会产生 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ ；只有 Z 玻色子交换过程对 $\nu_{\mu,\tau}$ 的产生有贡献。在该费曼图中，光子也可以直接与 W 玻色子的传播线相连，但这类费曼图的振幅由于增加一个 W 传播子而被压低 $\mathcal{O}(m_w^{-2})$ ，我们可以完全忽略它们的贡献。

图 2-7 光致过程领头阶费曼图。其中, e^\pm 均对光致过程有贡献。Fig 2-7 The lowest order diagrams for photo-neutrino productions. Both e^\pm can contribute to photo-process.

交换 W 和 Z 的过程对应的振幅分别为^[48,49]

$$i\mathcal{M}_W^{\text{phot}} = -\frac{ieg^2}{8m_W^2} \{ \bar{u}_\nu(q) \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) (\not{p} + \not{k} - m_e)^{-1} \not{\epsilon} u_e(p) \bar{u}_e(p') \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \\ + \bar{u}_e(p') \not{\epsilon} (\not{p}' - \not{k} - m_e)^{-1} \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \bar{u}_\nu(q) \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) u_e(p) \}, \quad (2-50)$$

$$i\mathcal{M}_Z^{\text{phot}} = \frac{ieg^2}{16m_Z^2 c_W^2} \{ u_e(p') \gamma^\alpha (a + b\gamma^5) (\not{p} + \not{k} - m_e)^{-1} \not{\epsilon} u_e(p) \bar{u}_\nu(q) \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \\ + u_e(p') \not{\epsilon} (\not{p}' - \not{k} - m_e)^{-1} \gamma^\alpha (a + b\gamma^5) u_e(p) \bar{u}_\nu(q) \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \}, \quad (2-51)$$

其中 $a = -1 + 4s_W^2$, $b = 1$ 。

将以上两项振幅相加并运用 Fierze 变换等式, 得到总振幅为

$$i\mathcal{M}^{\text{phot}} = -\frac{ieg^2}{8m_W^2} \{ \bar{u}_e(p') \gamma^\alpha (C_V - C_A \gamma^5) \frac{\not{p} + \not{k} + m_e}{2p \cdot k + \omega_0^2} \not{\epsilon} u_e(p) \bar{u}_\nu(q) \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \\ + \bar{u}_e(p') \not{\epsilon} \frac{\not{p}' - \not{k} + m_e}{-2p' \cdot k + \omega_0^2} \gamma^\alpha (C_V - C_A \gamma^5) u_e(p) \bar{u}_\nu(q) \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) v_{\bar{\nu}}(q') \}, \quad (2-52)$$

注意上式中我们已经考虑了等粒子体效应的贡献, 即考虑到了光子色散关系的变化以及 plasmon 的贡献。由于光致中微子过程的数值计算更加复杂, 在不影响计算结果的前提

下, 我们采用如下近似的色散关系:

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + \mathbf{k}^2, \quad (2-53)$$

$$\omega_l^2 = \omega_0^2, \quad (2-54)$$

其中 ω_0 为等离子体的振荡频率。

进一步, 总振幅的模方可以表示为

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_\lambda^{\text{phot}}|^2 &= \frac{e^2 g^4}{64 m_W^4} \text{Tr} \left\{ [(\not{p}' + m_e) [\gamma^\alpha (C_V - C_A \gamma^5) \frac{Q_1 + m_e}{\beta_1} \not{\epsilon} \right. \\ &\quad \left. + \not{\epsilon} \frac{Q_2 + m_e}{\beta_2} \gamma^\alpha (C_V - C_A \gamma^5)] (\not{p} + m_e) \right\} \\ &\quad \times \left[(C_V + C_A \gamma^5) \gamma^\beta \frac{Q_2 + m_e}{\beta_2} \not{\epsilon} + \not{\epsilon} \frac{Q_1 + m_e}{\beta_1} (C_V + C_A \gamma^5) \gamma^\beta \right] \\ &\quad \times \text{Tr} [\not{q} \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) \not{q}' (1 + \gamma^5) \gamma_\beta], \end{aligned} \quad (2-55)$$

其中 $\lambda = (t_1, t_2, l)$, 分别对应着 3 个极化模式; $Q_1 \equiv p+k$, $Q_2 \equiv p'-k$, $\beta_1 \equiv (p+k)^2 - m_e^2 = 2\mathbf{k} \cdot p + \omega_0^2$, $\beta_2 \equiv (p'-k)^2 - m_e^2 = -2\mathbf{k} \cdot p' + \omega_0^2$ 。

接下来需要对光子和 **plamon** 的极化矢量求和。在入射电子的静止参考系内, 我们不妨选定横向极化矢量 $\epsilon_t^\mu = (0, \vec{\epsilon})$; 对于纵向极化矢量, 为了计算的方便, 可选定 $\epsilon_l^\mu = \frac{|\mathbf{k}|}{\sqrt{k^2}} (1, \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} \hat{\mathbf{k}})^1$, 则 $\epsilon_l \cdot \epsilon_l = -1$ 且 $\epsilon_l \cdot k = 0$ 。在该参考系内, 我们有

$$(\epsilon_t \cdot p) = 0, \quad \sum_{t=t_1, t_2} (\epsilon_t \cdot p')^2 = |\mathbf{p}'|^2 - \frac{(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{k})^2}{|\mathbf{k}|^2}, \quad (2-56)$$

其中第一个等式显然是 Lorentz 不变的; 在特定的参考系下, 第二个等式的 Lorentz 不变性并不明显, 尽管如此, 我们仍可以按如下方式将它分解成 Lorentz 不变项的和,

$$\sum_{t=t_1, t_2} (p' \cdot \epsilon_t)^2 = (p' \cdot u)^2 - p'^2 - \frac{[(p' \cdot u)(k \cdot u) - p' \cdot k]^2}{[(k \cdot u)^2 - k^2]} \quad (2-57)$$

¹原则上, ϵ_l 的选定并不唯一, 例如也可选定 $\epsilon_l^\mu = (1, 0, 0, 0)$, 此时等式 $\epsilon_l \cdot k = 0$ 并不总是成立, 最后的计算结果也将更加复杂。

其中 $u = p/m_e$ ，为入射电子的四动量。因此，在任意参考系，我们都有

$$\begin{aligned} \sum_{t=t_1, t_2} (p' \cdot \epsilon_t)^2 &= \frac{-1}{(k \cdot p)^2 - m_e^2 \omega_0^2} \left\{ \frac{1}{2} (2p \cdot k + \omega_0^2) (2p' \cdot k - \omega_0^2) (m_e^2 - p \cdot p') \right. \\ &\quad \left. + m_e^2 [k \cdot (p + k - p')]^2 - \frac{1}{2} \omega_0^2 (m_e^2 + p \cdot p') (p + k - p')^2 \right\}, \end{aligned} \quad (2-58)$$

类似的，我们有

$$\begin{aligned} \sum_{t=t_1, t_2} (q \cdot \epsilon_t)^2 &= (q \cdot u)^2 - \frac{[(q \cdot u)(k \cdot u) - q \cdot k]^2}{[(k \cdot u)^2 - k^2]} \\ &= \frac{-\omega_0^2 (p \cdot q)^2 - m^2 (k \cdot q)^2 + 2(p \cdot q)(p \cdot k)(k \cdot q)}{(k \cdot p)^2 - m^2 \omega_0^2}, \end{aligned} \quad (2-59)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{t=t_1, t_2} (p' \cdot \epsilon_t)(q \cdot \epsilon_t) \\ &= (p' \cdot u)(q \cdot u) - p' \cdot q - \frac{[(p' \cdot u)(k \cdot u) - p' \cdot k][(q \cdot u)(k \cdot u) - q \cdot k]}{[(k \cdot u)^2 - k^2]} \\ &= \frac{1}{(k \cdot p)^2 - m^2 \omega_0^2} \left\{ -\omega_0^2 (p \cdot p')(p \cdot q) - (p \cdot k)^2 (p' \cdot q) + m^2 \omega_0^2 (p' \cdot q) \right. \\ &\quad \left. - m^2 (p' \cdot k)(k \cdot q) + (p \cdot k)[(p' \cdot k)(p \cdot q) + (p \cdot p')(k \cdot q)] \right\}. \end{aligned} \quad (2-60)$$

光致过程中光子贡献的截面可以表达成

$$\sigma^{\text{phot}} = \frac{1}{2E2\omega v} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} dE_\nu I_t, \quad (2-61)$$

其中 E 和 ω 分别为入射电子和光子的能量， v 为入射电子和光子之间的相对速度，且

$$\int dE_\nu I_t = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{1}{4} |\mathcal{M}_T^{\text{phot}}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(P - q - q'), \quad (2-62)$$

其中， $P \equiv p + k - p'$ ， $|\mathcal{M}_T^{\text{phot}}|^2 \equiv \sum_{t=t_1, t_2} |M_t|^2$ 。进一步对 $d^3 q'$ 积分后，可得 I_t 为

$$I_t = \frac{1}{16\pi^2 |\mathbf{P}|} \int d\varphi \frac{|\mathcal{M}_T^{\text{phot}}|^2}{4}, \quad (2-63)$$

对入射电子和光子以及出射电子的相空间积分，可以得到 ν_e 的能谱，为

$$F_t^{\text{phot}}(E_\nu) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} 2f_e(E) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} 2f_\gamma(\omega) \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} [1 - f_e(E')] \frac{I_t}{2E2\omega2E'} \quad (2-64)$$

与对中微子过程的计算一样，我们可以很直接的得到反中微子和其它味道中微子的能谱。类似的，我们也可以得到 plasmon 的贡献。需要说明的是，在恒星内部绝大部分 $T - \rho$ 区域上，光致过程中 plasmon 的贡献相比于光子而言都可以被忽略。

2.2.5 韧致辐射过程

电子与原子核韧致辐射过程也是恒星内部产生中微子的重要过程，尤其是当恒星密度较高时，电子将高度简并，前三个中微子热过程被抑制，韧致辐射过程将在所有热过程中占主导地位。图2-8给出了韧致辐射的领头阶费曼图，包括交换 Z 玻色子的中性流图和交换 W 玻色子的带电流图；不难发现，电子与原子核的韧致辐射过程与前文的光致中微子过程十分类似，唯一的区别在于：在韧致辐射过程中，原子核释放虚光子与电子相互作用，而光致过程则为等离子体中“自由”光子直接与与电子碰撞。值得强调的是，由于这一相似性的存在，韧致辐射过程的计算可以借鉴或直接使用部分光致中微子的结果。

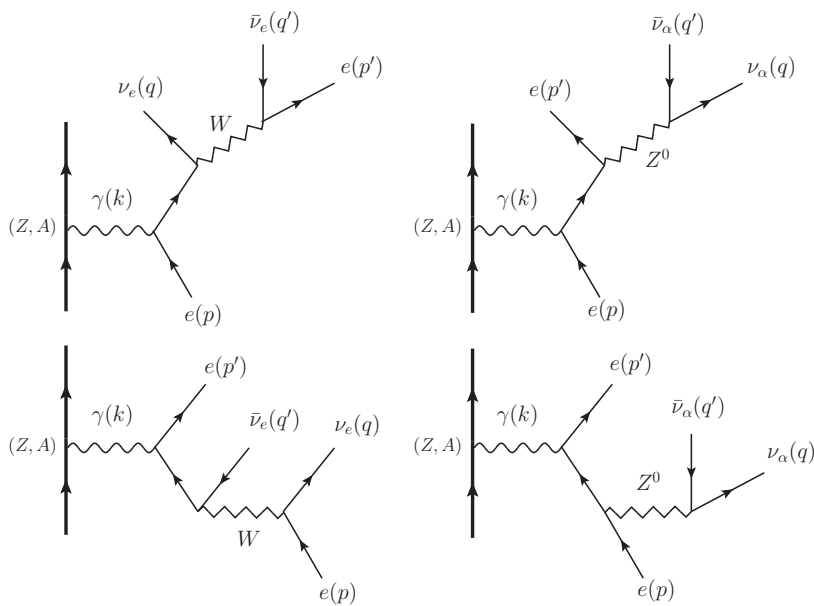


图 2-8 电子—原子核韧致辐射过程领头阶费曼图。

Fig 2-8 The lowest order diagrams for electron-nucleus bremsstrahlung.

韧致辐射过程主要在高密度高简并情形下比较重要,在这种情况下,我们不仅需要考虑电子的屏蔽效应或等离子效应(见2.2.3小节),还需要处理原子核间的关联效应(ionic correlation effect)。在下文中,我们将先计算单个原子核韧致辐射过程,然后再考虑原子核之间的关联效应。

2.2.5.1 单原子核贡献

先来计算交换 Z 玻色子的费曼图;如同光致中微子过程一样,由 Fierz 变换可知交换 W 玻色子的费曼振幅与交换 Z 玻色子的振幅形式十分相似。

对于部分(弱)简并的电子气而言,我们可采用如下简单的静态屏蔽势^[109]

$$A_0(\vec{r}) = \frac{Ze e^{-r/\lambda_d}}{4\pi r}, \quad (2-65)$$

或等效地,在动量空间表示为

$$A_0(\vec{k}) = \frac{Ze}{\epsilon(\vec{k})k^2} = \frac{Ze}{k^2 + k_{\text{TF}}^2}, \quad (2-66)$$

其中 Z 为原子核的原子数; $k_{\text{TF}} = 1/\lambda_d$ 为 Thomas-Fermi 屏蔽动量,可表示成

$$k_{\text{TF}}^2 = \frac{e^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{(E-\mu)/k_B T} p^2 dp}{[e^{(E-\mu)/k_B T} + 1]^2 k_B T}, \quad (2-67)$$

对于强简并或更一般的情形,我们选用 Jancovici 电介质函数来描述屏蔽势,其中等效电介质函数形式为¹

$$\begin{aligned} \epsilon(\vec{q}) &= \epsilon(q \equiv |\vec{q}|) \\ &= 1 + \left(\frac{2}{3\pi^2}\right)^{2/3} \frac{r_s}{q^2} \left[\frac{2}{3}(1+y^2)^{1/2} - \frac{2q^2 y}{3} \sinh^{-1} y + (1+y^2)^{1/2} \frac{y^2 + 1 - 3q^2 y^2}{6qy^2} \ln \left| \frac{1+q}{1-q} \right| \right. \\ &\quad \left. + \frac{2q^2 y^2 - 1}{6qy^2} (1+q^2 y^2)^{1/2} \ln \left| \frac{q(1+y^2)^{1/2} + (1+q^2 y^2)^{1/2}}{q(1+y^2)^{1/2} - (1+q^2 y^2)^{1/2}} \right| \right], \end{aligned} \quad (2-68)$$

$$y = \frac{1}{137} \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} r_s^{-1}, \quad (2-69)$$

$$r_s = 1.388 \times 10^{-2} \left(\frac{A}{Z\rho_6}\right). \quad (2-70)$$

¹需要说明的是,该结果可由2.2.3小节中改变的光子色散关系推导而出;而在弱简并近似下,屏蔽势将回到方程(2-65)的结果。

交换 Z 玻色子过程的振幅可以写成

$$i\mathcal{M}_Z^{\text{brem}} = -\frac{iZe^2g^2}{16m_Z^2c_W^2} \frac{|f(k)|}{\epsilon(k)\vec{k}^2} \times \{ \bar{u}_e(p')\gamma^\alpha(a+b\gamma^5)(\not{p}+\not{k}-m_e)^{-1}\gamma^0u_e(p)\bar{u}_\nu(q)\gamma_\alpha(1-\gamma^5)v_\nu(q') + \bar{u}_e(p')\gamma^0(\not{p}'-\not{k}-m_e)^{-1}\gamma^\alpha(a+b\gamma^5)u_e(p)\bar{u}_\nu(q)\gamma_\alpha(1-\gamma^5)v_\nu(q') \}, \quad (2-71)$$

其中 $a = -1 + 4s_W^2$, $b = 1$; $f(k)$ 为原子核电荷形状因子且^[110]

$$f(k) = -3\frac{(kr_c)\cos(kr_c) - \sin(kr_c)}{(kr_c)^3}, \quad (2-72)$$

r_c 为原子核的电荷半径 (charge radius), 且可估计为

$$r_c = \begin{cases} 1.15 \times 10^{-13}A^{1/3} \text{ cm, for } \rho < 4.3 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3, \\ 1.83 \times 10^{-13}Z^{1/3} \text{ cm, for } \rho > 4.3 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3. \end{cases} \quad (2-73)$$

与前文讨论的热过程一样, 通过简单的 **Fierz** 变换, 可将 W 玻色子过程的振幅变成与 Z 玻色子过程十分相似的形式; 只需要将方程 (2-71) 中 $a + b\gamma^5$ 替换成 $C_V - C_A\gamma^5$ 即可得到总振幅, 为

$$i\mathcal{M}^{\text{brem}} = -\frac{iZe^2G_F}{\sqrt{2}} \frac{|f(k)|}{\epsilon(k)\vec{k}^2} \times \{ \bar{u}_e(p')\gamma^\alpha(C_V - C_A\gamma^5)(\not{p}+\not{k}-m_e)^{-1}\gamma_0u_e(p)\bar{u}_\nu(q)\gamma_\alpha(1-\gamma^5)v_\nu(q') + \bar{u}_e(p')\gamma_0(\not{p}'-\not{k}-m_e)^{-1}\gamma^\alpha(C_V - C_A\gamma^5)u_e(p)\bar{u}_\nu(q)\gamma_\alpha(1-\gamma^5)v_\nu(q') \}. \quad (2-74)$$

进一步, 总振幅的模方可表达成

$$|\mathcal{M}^{\text{brem}}|^2 = \frac{Z^2e^4G_F^2}{2} \frac{|f(k)|^2}{[\epsilon(k)\vec{k}^2]^2} \text{Tr} \left\{ (\not{p}'+m_e)[\gamma^\alpha(C_V - C_A\gamma^5)\frac{\not{Q}_1+m_e}{\beta_1}\not{\epsilon} + \not{\epsilon}\frac{\not{Q}_2+m_e}{\beta_2}\gamma^\alpha(C_V - C_A\gamma^5)](\not{p}+m_e) \right. \\ \times \left. [(C_V + C_A\gamma^5)\gamma^\beta\frac{\not{Q}_2+m_e}{\beta_2}\not{\epsilon} + \not{\epsilon}\frac{\not{Q}_1+m_e}{\beta_1}(C_V + C_A\gamma^5)\gamma^\beta] \right\} \\ \times \text{Tr}[\not{q}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)\not{q}'(1+\gamma^5)\gamma_\beta], \quad (2-75)$$

其中 $k = (0, \vec{k})$ 为虚光子的类空四动量, 且 $Q_1 = p + k$, $Q_2 = p' - k$, $\beta_1 = 2k \cdot p - \vec{k}^2$, $\beta_2 = -2k \cdot p' - \vec{k}^2$ 。值得注意的是, 我们在上式中人为引入了虚光子的极化矢量 $\epsilon_B = (1, 0, 0, 0)^1$, 并不改变最终的结果; 这样做的好处在于使得韧致辐射振幅模方的形式与光致中微子过程的结果 [见方程 (2-55)] 十分相似, 我们由此可以直接借鉴光致过程的计算结果。韧致辐射过程总振幅的模方表达成

$$|\mathcal{M}^{\text{brem}}|^2 = 8Z^2 e^4 G_F^2 \frac{|f(k)|^2}{[\epsilon(k)\vec{k}^2]^2} [(C_A^2 + C_V^2)I_1^B + (C_V^2 - C_A^2)I_2^B + C_A C_V I_3^B], \quad (2-76)$$

其中 I_i^B 的具体形式分别为,

$$\begin{aligned} I_1^B = & -\frac{2}{\beta_1}(c_1 k^2 + 2c_2 c_5 - 4c_3 c_{12}) + \frac{2}{\beta_2}[4(c_3 - 4c_5)c_9 - c_1 k^2 - 2c_2 c_5] - \frac{k^2 + 4c_{10}}{\beta_1^2}(c_1 c_3 + 8c_6^2) \\ & - \frac{k^2 + 4c_7}{\beta_2^2}[c_1 c_3 + 8c_6^2 + 4c_5(2c_5 - c_3)] + \frac{2}{\beta_1 \beta_2}\{4c_2 c_5^2 + 4c_{11}[c_3(2c_5 - c_1) - 8c_6^2] \\ & + k^2[c_1^2 + 2c_3 c_5 + c_1(k^2 - 4m_e^2 - 4c_6 + 2c_7 + 4c_8 + 4c_9 + 2c_{10} - 4c_{12}) \\ & - 8c_6^2 - 8m_e^2(c_8 + c_9 - c_{12})]\} + c_1 \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} + \frac{\beta_1}{\beta_2} \right) - 8c_8, \end{aligned} \quad (2-77)$$

$$\begin{aligned} I_2^B = & -2m_e^2 \left\{ 4c_5 \left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} \right) + \frac{c_1}{\beta_1^2}(k^2 + 4c_{10}) + \frac{c_1}{\beta_2^2}(k^2 + 4c_7) \right. \\ & \left. - \frac{2}{\beta_1 \beta_2}[k^2(c_1 + 4c_8 + 4c_9 - 4c_{12}) + 4c_5^2 - 4c_1 c_{11}] \right\}, \end{aligned} \quad (2-78)$$

$$\begin{aligned} I_3^B = & -\frac{4c_1(c_4 + 4c_{12})}{\beta_1} + \frac{4c_1}{\beta_2}(c_4 - 4c_9) + \frac{2(k^2 + 4c_{10})c_1 c_3}{\beta_1^2} + \frac{2c_1(k^2 + 4c_7)(c_3 - 4c_5)}{\beta_2^2} \\ & + \frac{4c_1}{\beta_1 \beta_2} \left[4(c_3 - 2c_5)c_{11} + k^2(-c_3 + 2c_5 + 2c_7 - 2c_{10} + 4c_9 + 4c_{12}) \right] + 2c_1 \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} - \frac{\beta_1}{\beta_2} \right), \end{aligned} \quad (2-79)$$

¹注意不要将此处的极化矢量 ϵ_B 与前文中的电介质常数 ϵ 混淆。

其中 c_i 分别为

$$\begin{aligned} c_1 &\equiv P^2 \equiv (p+k-p')^2, & c_2 &\equiv P^2 - 2m_e^2, & c_3 &\equiv P^2 + 4p' \cdot q, \\ c_4 &\equiv k^2 + 2k \cdot q, & c_5 &\equiv k \cdot q, & c_6 &\equiv p' \cdot q, \\ c_7 &\equiv (p' \cdot \epsilon_B)^2, & c_8 &\equiv (q \cdot \epsilon_B)^2, & c_9 &\equiv (p' \cdot \epsilon_B)(q \cdot \epsilon_B), \\ c_{10} &\equiv (p \cdot \epsilon_B)^2, & c_{11} &\equiv (p \cdot \epsilon_B)(p' \cdot \epsilon_B), & c_{12} &\equiv (p \cdot \epsilon_B)(q \cdot \epsilon_B). \end{aligned} \quad (2-80)$$

与前文一样，确定中微子的能量并对初末态粒子的相空间积分，可以得到电子与原子核韧致辐射过程中 ν_e 的能谱，结果为

$$F_{\nu_e}^{\text{brem}}(E_\nu) = \frac{\rho}{Am_u} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} 2f_e(E) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E'} [1 - f_e(E')] \frac{\int d\varphi |\mathcal{M}^{\text{brem}}|^2}{16\pi^2 |\mathbf{P}|}, \quad (2-81)$$

其中， m_u 为原子质量单位， $\mathbf{P} = \mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}'$ ，且 φ 为 \mathbf{q} 在以 \mathbf{P} 为 z 轴的球坐标系中的方位角。对于 ν_x 而言，由于只有 Z 玻色子交换图有贡献，只需要将方程 (2-76) 中 C_V 和 C_A 换成 a 和 $-b$ 即可得到其对应的能谱流量 $F_{\nu_x}^{\text{brem}}$ 。

很容易证明，方程 (2-77)-(2-79) 中 $I_{1,2}^B$ 在 q 和 q' 互换下保持不变，而 I_3^B 在该互换下反对称。因此在计算反中微子的能谱 $F_{\bar{\nu}_\alpha}^{\text{brem}}$ 时，我们只需要将 $F_{\nu_\alpha}^{\text{brem}}$ 的积分表达式中 I_3^B 换成 $-I_3^B$ 即可。 I_3^B 项的存在使得 $F_{\nu_\alpha}^{\text{brem}}$ 与 $F_{\bar{\nu}_\alpha}^{\text{brem}}$ 之间存在一些区别。不过当对中微子能量进行积分得到总速率 $R_{\nu_\alpha, \bar{\nu}_\alpha}$ 或能损速率 $Q_{\nu_\alpha, \bar{\nu}_\alpha}$ 时， I_3^B 项不作贡献。此时， $R_{\nu_\alpha} = R_{\bar{\nu}_\alpha}$ 和 $Q_{\nu_\alpha} = Q_{\bar{\nu}_\alpha}$ 总是成立。

很显然，正电子也可与原子核散射并产生中微子对。我们假定入射和出射的正电子的动量仍为 p 和 p' 。由 CPT 对称性可知，该过程对应的的振幅可通过将电子—原子核散射振幅中 p 和 $-p'$ 互换来得到 [见方程 (2-74)]。不难证明，方程 (2-77)-(2-79) 中 $I_{1,2}^B$ 在该互换下保持不变，而 I_3^B 在该互换下反对称。因此，为了计算正电子—原子核韧致辐射过程中所释放的中微子的能谱，我们只需要将方程 (2-81) 中 $f_e(E)[f_e(E')]$ 换成正电子所对应的费米—狄拉克分布函数 $f_e^+(E)[f_e^+(E')]$ ，并同时改变 I_3^B 的符号。

2.2.5.2 原子核间关联：等效结构因子

上文中，我们计算了电子在单个原子核电磁场作用的韧致辐射中微子过程。在实际情况中，我们需要考虑所有原子核对电子韧致辐射的贡献。作简单的估计，只需要将所有原子核的贡献非相干的求和即可；事实上，这种近似方法能很好的适用于弱（部分）简并的电子气体情形。然而，对于强简并气体而言，离子之间距离比较靠近，离子由于

相互之间很强的库伦相互作用而相互关联，甚至离子可能处于液态甚至晶格态；离子间的关联效应 (ionic correlation effect) 或称为离子屏蔽效应 (ionic screening effect) 将使得韧致辐射中微子的产生速率显著降低^[110-115]。下文中，我们先简单回顾文献^[114,115] 中处理离子关联的方法，并且直接利用这些结果来计算韧致辐射过程中微子的能谱。

恒星处于不同的温度和密度时，系统将处于不同的物质状态 (气态、液态和固态)。在我们所关心的恒星演化区域，恒星的状态大致可分为如下三类：(i) 当 $T > 0.3T_F$ 且 $\Gamma \ll 1$ ，系统处于弱简并状态；(ii) 当 $T < 0.3T_F$ 且 $\Gamma < 180$ ，系统处于强简并的液态；(iii) 当 $T < 0.3T_F$ 且 $\Gamma > 180$ ，系统处于强简并的晶格态。其中， T_F 为电子气体的费米温度， Γ 为描述离子间关联的无量纲参数，它们分别定义为

$$\begin{aligned} T_F &\equiv \frac{\hbar k_F}{k_B} = 5.93 \times 10^9 \left\{ \left[1 + 1.018 \left(\frac{Z}{A} \right)^{2/3} \rho_6^{2/3} \right]^{1/2} - 1 \right\}, \\ \Gamma &= \frac{(Ze)^2}{a_I k_B T} = 0.2275 \frac{Z^2}{T_8} \left(\frac{\rho_{12}}{A} \right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (2-82)$$

其中 $\rho_{6,12}$ 为物质密度¹， T_8 为环境温度； $a_I \equiv (3/4\pi n_i)^{1/3}$ 为离子间平均间距， n_i 为离子的数密度。由于相邻离子间平均距离约为 $2a_I$ ， Γ 实际上为离子间库伦势与离子热运动动能的比例。当离子间库伦耦合更强 (Γ 更大) 时，离子关联效应将更显著。

离子关联效应可通过离子的动力学结构因子 $S(\omega, \vec{k})$ 来有效描述。对于静态库伦势情形和各向同性系统而言 (对于此处讨论的韧致辐射均成立)，动力学结构因子 $S(\omega, \vec{k})$ 退化到静态结构因子 $S(k \equiv |\vec{k}|)$ 。对于弱简并电子气体 ($\Gamma \ll 1$)，离子关联效应可被忽略；而对于强简并的液态或晶格系统，研究发现离子关联效应会导致韧致辐射中微子发射速率降低约 2-20 倍。我们先来讨论液态离子系统的结构因子 $S_{\text{Liq}}(k)$ 。

对于单组份等离子体系统 (OCP: One Component Plasma) 而言，其液态结构因子可以通过数值求解改进的超网络链方程而得到^[116]。Young 等人^[117] 在 $0 < q < 21.975$ (进一步分为六段区间) 和 $1 < \Gamma < 225$ 范围内对上述结构因子 $S_{\text{Liq}}(k)$ 进行拟合，得到的结果

¹在本论文中，我们将采用这样的约定，对任一物理量 Q ， $Q_n \equiv Q/10^n$ ；且不作特别说明，物理量采用高斯单位制。

为

$$\begin{aligned}
S_{\text{Liq}}(k) &\equiv \tilde{S}(q, \Gamma) = \frac{1}{1 + 3\Gamma/q^2 - c_s(q, \Gamma)}, \\
-c_s(q) &= f_0(q, \Gamma) + a_{00} + a_0(q - q_{i-1}) + \sum_{j=1}^n a_j(\Gamma)(q - q_{i-1})^j(q - q_i), \\
f_0(q, \Gamma) &= -\frac{3\Gamma}{q^2 + 3\Gamma/B_0(\Gamma)}, \\
B_0(\Gamma) &= 0.399925\Gamma - 0.20001\Gamma^{0.357069} + 0.0692063, \\
a_j(\Gamma) &= b_{j00} + b_{j0}(\Gamma - 1) + \sum_{m=1}^n b_{jm}(\Gamma - 1)^m(\Gamma - 225), \tag{2-83}
\end{aligned}$$

其中 q 为无量纲动量, 定义为 $q \equiv ka_I$; q_i 为各分段的边界, 分别为 $q = 0, 3.0, 5.9, 9.75, 13.65, 17.65, 21.75$; n 为关于 q 的最高幂指数, 拟合结果表明: 对于不同的分段区域而言, n 依次分别取 2、5、5、3、3 和 2; a_{00} 、 a_0 、 a_j 以及 b_{jm} 均为拟合系数, 具体的数值可参见文献^[117] 中表 2。当 $q > 21.75$ 时, $\tilde{S}(q, \Gamma) \simeq 1$ 。

对于处于晶格相的恒星系统而言, 结构因子主要来源于静态晶格的布拉格散射 (Bragg diffraction)。考虑到电子能带结构的影响, 结构因子大致可以由如下的拟合公式来描述^[115],

$$\begin{aligned}
S_{\text{SL}}(k) &= I(y, t_V) e^{-2W(k)} / I_0(y, t_V), \\
I_0(y, t_V) &= \frac{1}{y_{\perp}^2} \left(1 + \frac{2y^2}{y_{\perp}^2} \ln y \right), \\
I(y, t_V) &= \frac{0.3088(1 + 8.416y_{\perp}t_V)}{y(1 + y_{\perp})^{3/2}(y_{\perp}t_V)^{5/2}D} \exp \left[-\frac{2}{t_V(1 + y_{\perp})} \right] \\
&\quad + \frac{1}{y_{\perp}^2 y} \left(1 + \frac{0.4031}{t_V^2 y^2 + 0.5t_V + 0.2678} \right) \left(1 + \frac{2y^2}{y_{\perp}^2} \ln y \right) \exp \left(-\frac{2}{t_V H} \right), \\
D &= u^5 + 0.7124u^4 - 1.689u^3 + 5.237u^2 - 0.2u + 1.772, \\
H &= 1 + y_{\perp} + 8.212t_V y^2, \\
u &= y \sqrt{t_V / y_{\perp}},
\end{aligned}$$

其中 $y \equiv k/(2k_F)$, $y_{\perp} \equiv \sqrt{1 - y^2}$, 且 t_V 定义为

$$t_V^{-1} \equiv \frac{4\pi e \rho Z}{k^2 k_B T} \left| \frac{f(k)}{\epsilon(k)} \right| y_{\perp} e^{-W(k)}, \tag{2-84}$$

$W(k)$ 为晶格系统的 Debye-Waller 因子, 由如下拟合公式给出^[118],

$$W(k) = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{k}{2k_F} \right)^2, \quad \alpha = \alpha_0(0.5u_{-1}e^{-9.1t_p} + t_p u_{-2}), \quad (2-85)$$

且对于体心立方晶格 (bcc) 而言, $u_{-1} = 2.798$, $u_{-2} = 12.972$,

$$\alpha_0 = \frac{4m_e^2 c^2}{k_B T_p m_i} x^2 \simeq 1.683 \sqrt{\frac{x}{A_i Z}}, \quad x \equiv \frac{\hbar k_F}{m_e c},$$

$$t_p \equiv T/T_p, \quad T_p = \hbar \omega_{\text{ion}} \simeq 7.83 \times 10^9 \left(\frac{Z Y_e \rho_{12}}{A_i} \right)^{1/2} \text{K}, \quad (2-86)$$

除了静态晶格结构的贡献外, 多声子吸收和发射过程也会对中微子韧致辐射过程产生影响; 这些影响同样可以等效的由一个额外的结构因子 S_{Ph} 来表述。在很大的温度范围内且 $\alpha_0 \leq 0.2$ 时, S_{Ph} 可由如下简单的拟合表达式来近似,

$$S_{\text{Ph}}(k) = (e^{2W_1} - 1)e^{-2W(k)}, \quad (2-87)$$

其中,

$$W_1 = \frac{\alpha_0 y^2 b u_{-2} t_p^2}{2 \sqrt{(b t_p)^2 + u_{-2}^2 \exp(-7.6 t_p)}}, \quad (2-88)$$

对于体心立方晶格, $b \simeq 231$ 。

考虑到静态晶格和声子的贡献, 固态有效结构因子可以表示为

$$S_{\text{Lat}}(k) = S_{\text{SL}}(k) + S_{\text{Ph}}(k), \quad (2-89)$$

其中 $S_{\text{SL}}(k)$ 和 $S_{\text{Ph}}(k)$ 分别由方程 (2-84) 和方程 (2-87) 给出。

考虑上述所讨论的离子关联效应, 电子-原子核韧致辐射过程中中微子的能谱为

$$F_{\nu_e}^{\text{brem}}(E_\nu) = \frac{\rho}{A m_u} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E} f_e(E) \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} S_{\text{eff}}(k) |f(k)|^2 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} [1 - f_e(E')] \frac{\int d\varphi |\mathcal{M}^{\text{brem}}|^2}{16\pi^2 |\mathbf{P}|}, \quad (2-90)$$

对于液态系统而言, $S_{\text{eff}}(k) = S_{\text{Liq}}(k)$; 而对于晶格系统, $S_{\text{eff}}(k) = S_{\text{Lat}}(k)$ 。

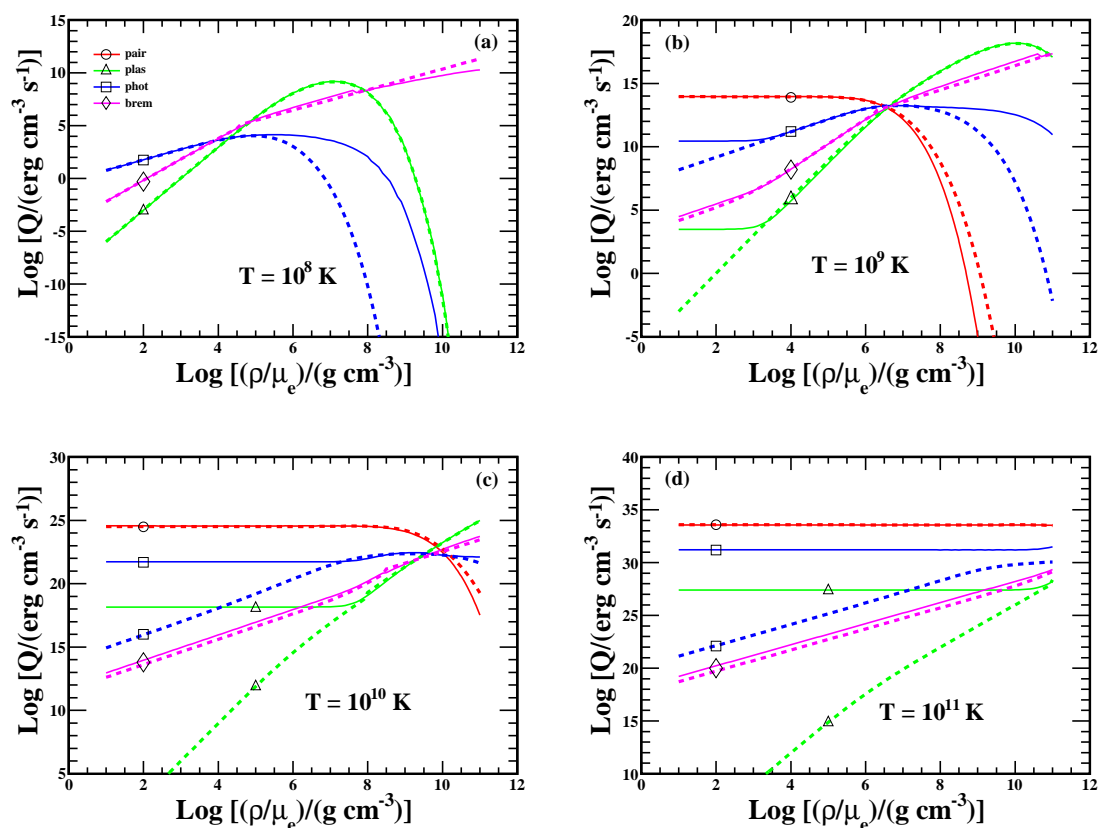


图 2-9 各热过程中中微子能损速率及其与 Itoh 拟合公式的比较，对过程 (“pair”, \circ), 等离子体衰变 (“plas”, \triangle), 光致过程 (“phot”, \square) 以及电子-原子核韧致辐射过程 (“brem”, \diamond)。实线为本文的结果，虚线为 Itoh 拟合公式给出的结果。需要说明的是，当 $T = 10^8$ K 时，对过程中中微子能损速率远低于 $10^{-15} \text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ ，因此不能在图中显示出来。

Fig 2-9 Comparison of total neutrino energy loss rates with Itoh's fit formulae. e^\pm pair annihilation (“pair”, \circ), plasmon decay (“plas”, \triangle), photo-neutrino emission (“phot”, \square), and bremsstrahlung neutrino emission (“brem”, \diamond). Solid line: my results; Dashed lines: Itoh's results. It should be pointed out that in the figure with $T = 10^8$ K, the energy loss rate due to pair process is far below $10^{-15} \text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ and thus not shown in plot.

2.2.6 结果分析与讨论

2.2.6.1 中微子能损速率和各热过程的主导区域

前文已提到, 由于中微子冷却对恒星 (包括白矮星和中子星等) 的演化十分重要, 因此人们主要侧重于计算中微子能损速率。对前文中得到的中微子能谱作简单的积分, 我们即可得到各热过程中微子的能损速率。在本小节中, 我们先来比较我们得到的中微子能量损失速率与前人的计算结果, 从而检验我们计算结果的正确性。Itoh 及其合作者曾细致计算过上述这些热过程的中微子能损速率, 并得到了各过程的拟合公式^[50]。这些拟合公式在天体物理学和恒星演化中被广泛应用。为了讨论的方便, 下文将比较我们的数值结果与 Itoh 拟合公式之间的差别。

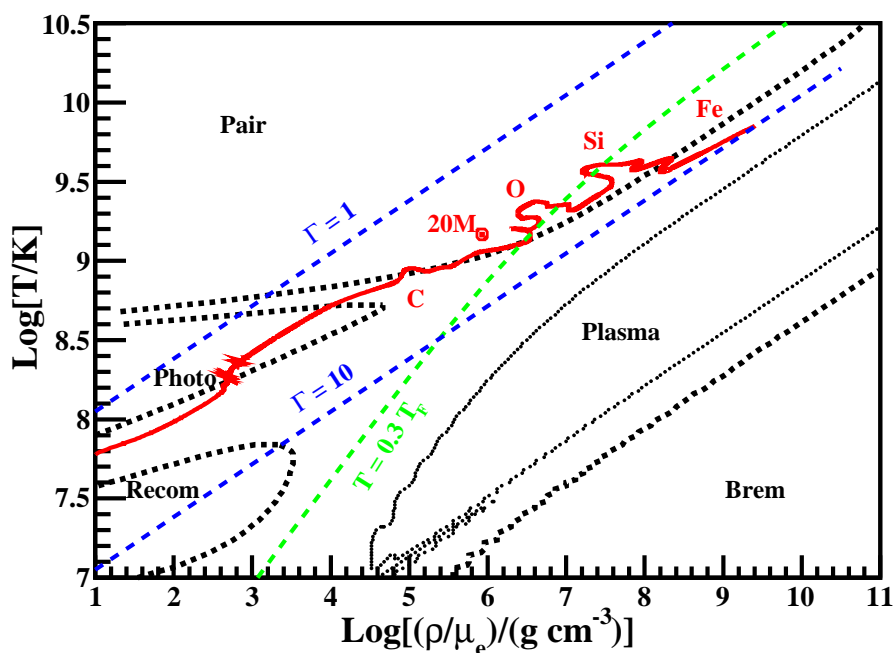


图 2-10 在 $T - \rho/\mu_e$ 上中各不同热过程中微子能损速率的主导区域。在各区域中, 该热过程对总中微子能损的贡献超过 90%。图中, 我们直接通过 Itoh 拟合公式得到重组过程的能损速率。

Fig 2-10 Regions of $T - \rho/\mu_e$ where each processes dominates the neutrino energy loss rate. In each region, the associated process contributes more than more than 90% of the total rate. The recombination emission rates are obtained from Itoh's fit formulae.

图2-9给出了不同温度和密度下中微子能损速率的计算结果与 Itoh 拟合公式的比较。需要特别强调的是, Itoh 等人关于各过程的拟合公式只在该过程占中重要地位时才准确, 不难发现, 当考虑所有热过程的贡献时, 我们中微子能损总速率与 Itoh 等人的拟

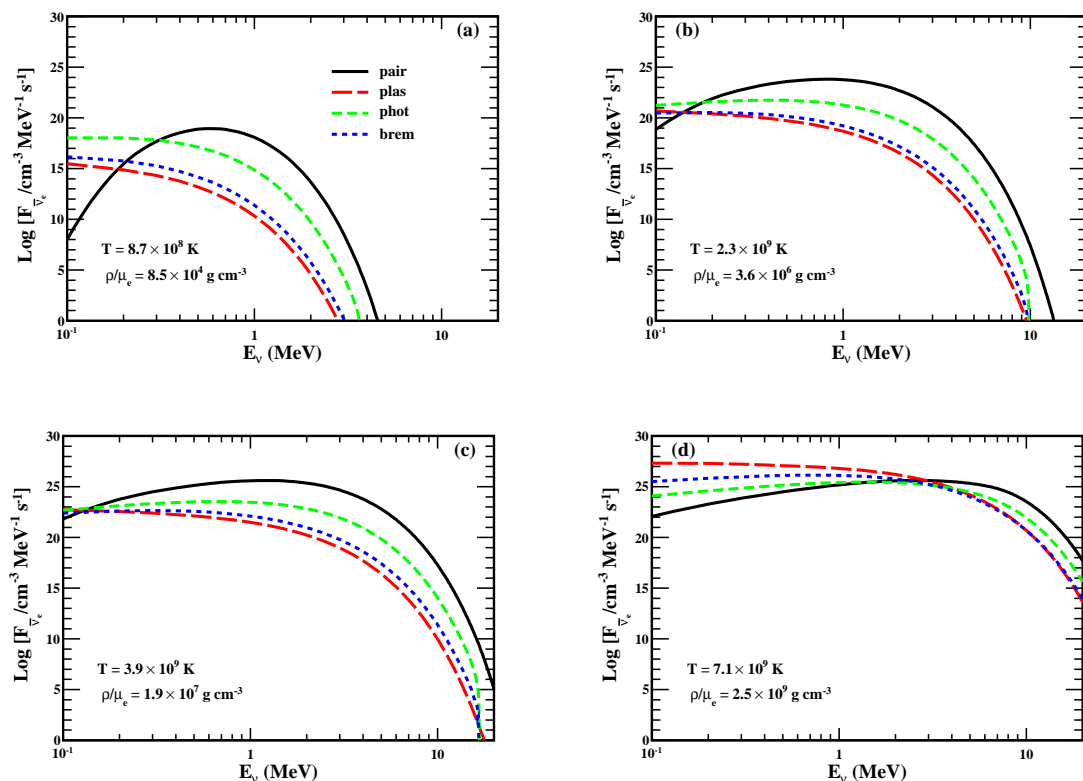
合结果符合很好 (见图中红线); 当该过程中微子能损速率占热过程总速率比重很小时, 该拟合公式不再可靠。例如, 在密度较低时, 对过程往往占主导地位, 数值结果与拟合公式十分吻合 (精度在 5% 以内); 在较高密度区域, 对过程的比重显著降低, 两者出现明显偏差。类似的, 这点也同样反映在光致过程 (图中绿线) 的能损速率中。我们也与 Itoh 等人的数值结果进行比较, 发现我们和 Itoh 关于对过程和光致过程的数值结果一致, 从而确定图中这些偏差主要来自于拟合公式的局限性。对于韧致辐射过程而言, 拟合公式在很大的温度和密度区域上与我们的数值结果相吻合 (见图中紫色)。不仅如此, 在我们的数值结果中, 韧致辐射中微子速率在密度较高出现了一个突变, 该突变是考虑液体系统的结构因子所导致。对于等离子过程, 我们的计算结果与 Itoh 的拟合结果和数值结果均存在偏差。偏差的原因在于 Itoh 等人使用了不太准确的等离子体色散关系, 这点已在^[108]等文献中被指出。

基于我们的计算结果, 图2-10比较了在不同的温度和密度条件下各热过程的相对重要性。其中重组过程 (recombination process) 能损速率直接由 Itoh 拟合公式得到; 在计算韧致辐射过程时, 我们选假定恒星内部物质由 ^{56}Fe 单一核素构成。在带有标示的各区域中, 各过程占有所有热过程总能损速率的比重超过 90%; 在各交界区域中, 各相关过程均对能损速率有重要贡献。由该图可知, 当温度较高且电子简并不太显著时 (ρ/μ 较低), 可参与弱过程反应的 e^\pm 足够多时, 对过程往往占据主导作用; 当电子高度简并较高时, 对过程、等离子体过程以及光致过程等均受到不同程度的抑制, 此时韧致辐射过程将变的十分重要; 在以上两种情形之间, 光致过程、等离子体过程和再结合过程则分别在不同的区域占据重要的地位。值得讨论的是, 在韧致辐射占主导的区域, Γ [见方程 (2-82)] 往往大于 1, 我们可能需要离子间的关联效应。计算结果表明, 在关联效应比较显著的区域, 韧致辐射的中微子能损速率会降低约 2-10 倍。

2.2.6.2 中微子能谱

前文已谈及, 在作中微子探测可能性研究时, 中微子 (尤其是 $\bar{\nu}_e$) 的能谱信息十分关键。图2-11中给出不同的特定温度和密度下各热过程 $\bar{\nu}_e$ 的能谱, 其中我们选定了四组特定的温度和密度组合, $(T_9, \rho_7/\mu_e) = (0.87, 8.5 \times 10^{-3})$ 、 $(2.3, 0.36)$ 、 $(3.9, 1.9)$ 和 $(7.1, 2.5 \times 10^2)$, 分别对应于恒星核心处于 C 燃烧阶段、O 消耗阶段、Si 消耗阶段以及超新星爆炸前的时刻。

在所有四种热过程中, 对过程中释放的中微子的平均能量往往最大, 这是由于该过程中 e^\pm 的静止质量均转换成了中微子对的能量。中微子平均能量由温度和密度决定, 在一般的情形而言, 中微子平均能量没有简单的解析形式。在极限情形下, 如对于非简并和非相对论性的电子气而言, 对过程产生的中微子能量约为 $m_e + 1.5 T$ 。另外, 当大

图 2-11 不同条件下各热过程中 $\bar{\nu}_e$ 的能谱。Fig 2-11 The spectra of $\bar{\nu}_e$ from different thermal processes at different temperatures and densities.

质量恒星处于硅元素燃烧阶段时 ($T = 4 \times 10^9 \text{ K}$ 、 $\rho/\mu_e = 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$)，数值计算表明对过程、等离子体过程、光致过程以及韧致辐射过程中中微子的平均能量分别约为 3 MeV、0.5 MeV、1.07 MeV 和 1.0 MeV。需要强调的是，由于只有能量大于 1.8 MeV 的 $\bar{\nu}_e$ 才能参与逆贝塔衰变反应，对过程中产生的中微子将更容易被地面实验探测到。

在韧致辐射过程中，离子关联效应不仅降低中微子能损速率，而且由于结构因子依赖于虚光子的动量，关联效应会改变中微子能谱的形状。图2-12中比较了 $T = 4 \times 10^9 \text{ K}$ 、 $\rho/\mu_e = 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ 时关联效应对 $\bar{\nu}_e$ 能谱的影响。由方程 (2-82) 可知，对于由 ^{28}Si 和 ^{56}Fe 组成的 OCP 系统， Γ 分别约为 2.2 和 6，即原子核系统处于液态。比较可知，由于离子间的关联效应，在能量处韧致辐射中微子的流量降低了约 2 倍，而在高能端中微子流量降低约为 1.3 倍。另一方面，我们发现当 $\Gamma < 10$ 时，离子间关联效应似乎与 OCP 的组分关系不大。需要强调的是，在逆贝塔衰变能探测的能区上，即 $E_\nu \geq 1.8 \text{ MeV}$ 时， $F_{\bar{\nu}_e}/F_{\bar{\nu}_e}^0$ 随能量变化缓慢且约为 0.7。

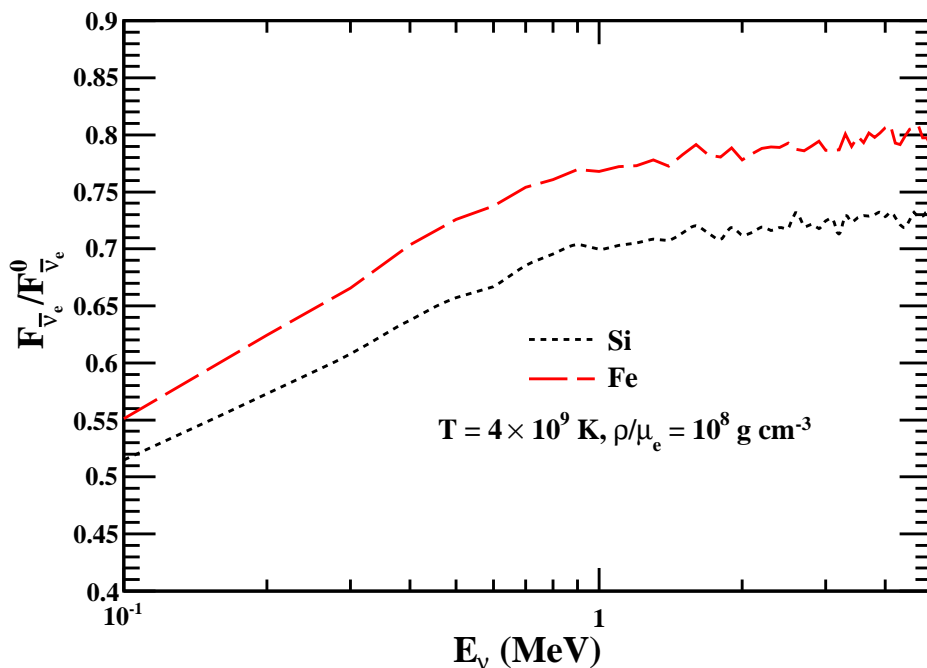


图 2-12 离子间关联对韧致辐射中微子能谱的影响。以 ^{28}Si 和 ^{56}Fe 分别作为 OCP 组分，图中显示了考虑离子关联的中微子速率 $F_{\bar{\nu}_e}$ 与没有考虑离子关联的速率 $F_{\bar{\nu}_e}^0$ 之间的比值。

Fig 2-12 Effects of ionic correlations on bremsstrahlung neutrino emission. The ratio of the rate $F_{\bar{\nu}_e}$ with ionic correlations to the rate $F_{\bar{\nu}_e}^0$ without such correlations is shown as a function of $\bar{\nu}_e$ energy E_{ν} for an OCP composed of ^{28}Si or ^{56}Fe , respectively.

2.3 大质量恒星中微子的探测及其意义

在上一节中，我们详细计算和讨论了在不同温度和密度等条件下四种热过程释放中微子的总能损速率和能谱。在本小节中，我们首先利用恒星结构和演化数据来计算大质量恒星热中微子的流量，并讨论恒星物质效应和地球物质效应对中微子流量的影响；在本小节最后，我们来简要讨论通过地面探测器探测这些中微子信号的可能性，并阐述这些信号的物理意义。

2.3.1 不同燃烧阶段热中微子的能谱

作为示意，我们选取几类不同质量 ($15M_{\odot}$ 、 $20M_{\odot}$ 和 $25M_{\odot}$) 的大质量恒星模型作为研究对象。在本文的计算中，我们采用 Alexander Heger 教授提供的大质量恒星结构和演化的数据。这些数据提供了不同恒星模型在任一演化时刻的信息：具体而言，大质量恒星从核心到最外层被分成了约 1000 个壳层，每个壳层的热力学以及化学性质，包括

温度、密度、压强、熵、内能等以及各核素的质量比例均被记录并保存到该数据中来。本章开头已作过介绍，恒星的演化过程可根据恒星核心处核燃烧核素的不同而大致划分为如下几个阶段：**H** 燃烧阶段、**He** 燃烧阶段、**C** 燃烧阶段、**O** 燃烧阶段以及 **Si** 燃烧和超新星爆炸前夕 (**Pre-Supernova**，下文简记为 **PreSN**) 阶段。尽管恒星演化程序可提供恒星在任一连续时刻的详细信息，在该阶段的讨论中，我们仅分别选定上述不同燃烧阶段的几个特定时刻来作阐述，并计算和比较在这些时刻产生的热中微子的能谱和速率。由于在 **H** 和 **He** 燃烧的阶段，恒星温度和密度很低，相比于核反应中微子而言，热中微子的贡献可以被忽略，因此我们只讨论恒星处于更晚期的演化阶段，尤其是 **Si** 燃烧和 **PreSN** 阶段时的热中微子信号。

前文的计算给出了在不同温度和密度等条件下热中微子过程每单位体积和单位时间释放的中微子能谱 (单位为 $\nu \text{ cm}^{-3} \text{ MeV}^{-1} \text{ s}^{-1}$)。我们仅需要对恒星所有壳层释放的热中微子流量求和即可恒星总中微子的流量 (单位为 $\nu \text{ MeV}^{-1} \text{ s}^{-1}$)；由于最外面壳层的温度和密度很低，中微子的贡献很小，在实际计算中我们仅需要考虑内部壳层的贡献。

图2-13和图2-14中分别给出了两种质量恒星模型 ($15 M_{\odot}$ 和 $25 M_{\odot}$) 在不同的演化阶段热中微子能谱；各个子图中分别显示了四种不同热中微子过程 (对过程、光致过程、等离子体过程以及韧致辐射过程) 的贡献。不难发现，当 $E_{\nu} \gtrsim 0.2 \text{ MeV}$ 时，对过程贡献最显著。随着恒星的演化，核心温度和密度不断升高，热过程中微子的平均能量和流强也显著增加。对于处于同一演化阶段质量较大的恒星，恒星核心处的温度和密度会更高，中微子的流量和能量也会相应增加。值得说明的是，恒星演化至比较晚期时，不同质量的恒星由于剧烈恒星风已将表层绝大部分物质抛掉，恒星的演化实质上为核心的演化，而核心的性质很大程度上由电子简并压决定；在这种情况下，不同质量恒星的演化将趋于统一，中微子的流量和能谱也将基本一致，这一点可通过比较 $15 M_{\odot}$ 和 $25 M_{\odot}$ 恒星在 **Si** 燃烧阶段以及 **PreSN** 阶段热中微子的能谱而得到。

2.3.2 恒星物质效应对中微子流量的影响

对于恒星中微子而言， $\bar{\nu}_e$ 最容易被地面实验探测到 (更多相关的讨论可参考下一节)。不同味道中微子在从恒星产生并传播至地面探测器的过程中会相互之间转换，从而影响中微子信号的探测。中微子主要在恒星内部产生，从恒星内部传播至恒星表面时，物质效应使得中微子的振荡现象发生深刻的变化。在本文第一章1.3.2.1小节中，我们曾讨论了中微子的振荡现象，并以恒星中微子为例详细的讨论了物质效应对中微子振荡的影响。我们这里只需要直接应用这些结论即可。

恒星物质效应依赖于中微子的质量顺序。假定不考虑中微子振荡效应，我们记抵达地球时各味道恒星中微子 (这里仅讨论反中微子) 的流量分别为 $F_{\bar{\nu}_e}^0$ 、 $F_{\bar{\nu}_{\mu}}^0 = F_{\bar{\nu}_{\tau}}^0 = F_{\bar{\nu}_x}^0$ 。

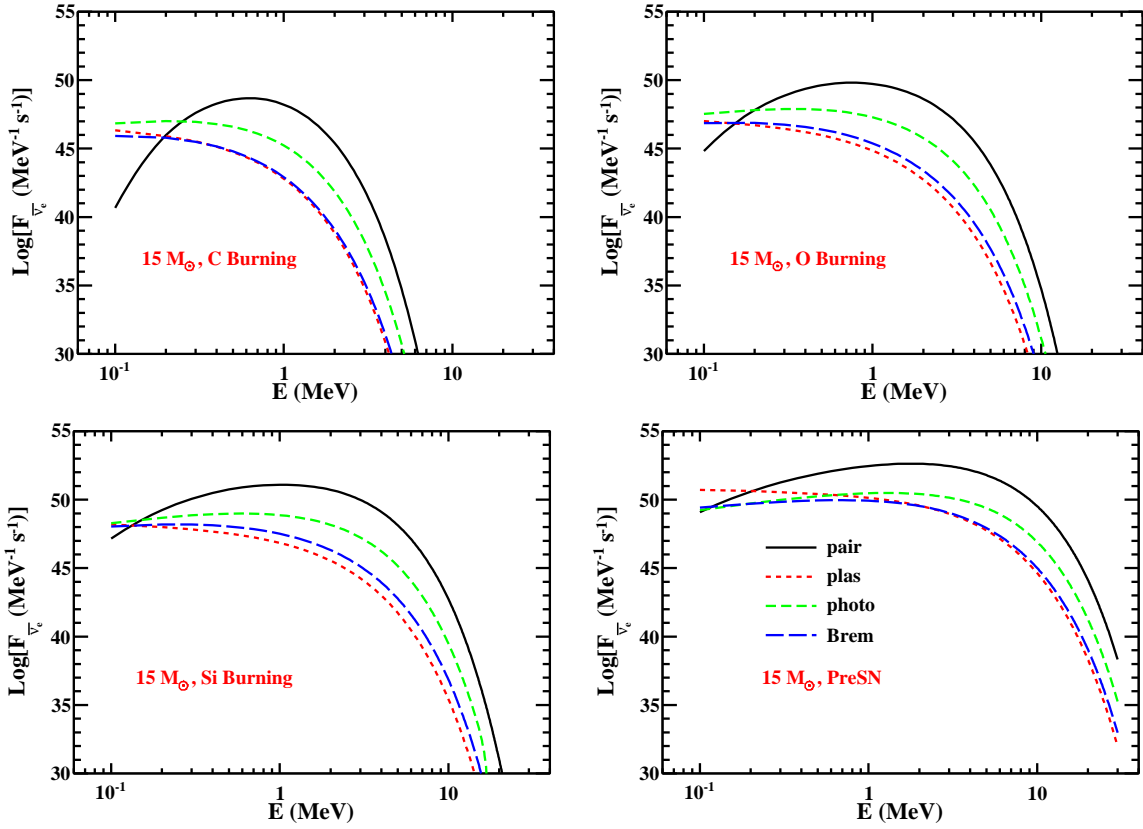


图 2-13 质量为 $15 M_{\odot}$ 恒星在不同演化阶段通过不同热过程所释放的 $\bar{\nu}_e$ 的能谱。

Fig 2-13 $M = 15 M_{\odot}$. Spectra of $\bar{\nu}_e$ (in units of $\text{MeV}^{-1} \text{s}^{-1}$) produced in different thermal processes at different burning phases.

考虑恒星物质效应后, $\bar{\nu}_e$ 流量可表示成 $F_{\bar{\nu}_e} = \bar{p}F_{\bar{\nu}_e}^0 + (1 - \bar{p})F_{\bar{\nu}_x}^0$ 。对于正常质量顺序而言, $\bar{p} = |U_{e1}|^2 \simeq 0.7$; 对于反转顺序而言, $\bar{p} = |U_{e3}|^2 \sim 0.025$ 。由于恒星中微子能量较低, 主要集中于 MeV 附近, 地球物质效应对恒星中微子的影响完全可以被忽略。

$\bar{\nu}_e$ 与 $\bar{\nu}_x$ 的能谱形状存在一些差异。在不同温度和密度条件下, 对于不同的热过程而言, 不同 E_{ν} 处中微子流强的差别比较大; 由于带电流相互作用的额外贡献, 一般而言, $\bar{\nu}_e$ 比 $\bar{\nu}_x$ 的流强高 1–2 个数量级。在恒星演化的晚期, 对于 $E_{\nu} > 1.8 \text{ MeV}$ 的中微子而言, 对过程占主导地位 (占 99% 以上)。图 2-15 给出了对过程在 Si 燃烧阶段时 $\bar{\nu}_e$ 和 $\bar{\nu}_x$ 流量的比较。由图中可以发现, 当 $E_{\nu} > 1.8 \text{ MeV}$ 的中微子时, $\bar{\nu}_e$ 与 $\bar{\nu}_x$ 的能谱形状十分接近, 且 $F_{\bar{\nu}_x}^0/F_{\bar{\nu}_e}^0 \simeq 0.19$ 。结合上文的讨论, 考虑到恒星物质效应后, 对于正常质量顺序和反转质量顺序而言, $F_{\bar{\nu}_e}$ 分别约为 $0.76F_{\bar{\nu}_e}^0$ 和 $0.21F_{\bar{\nu}_e}^0$ 。

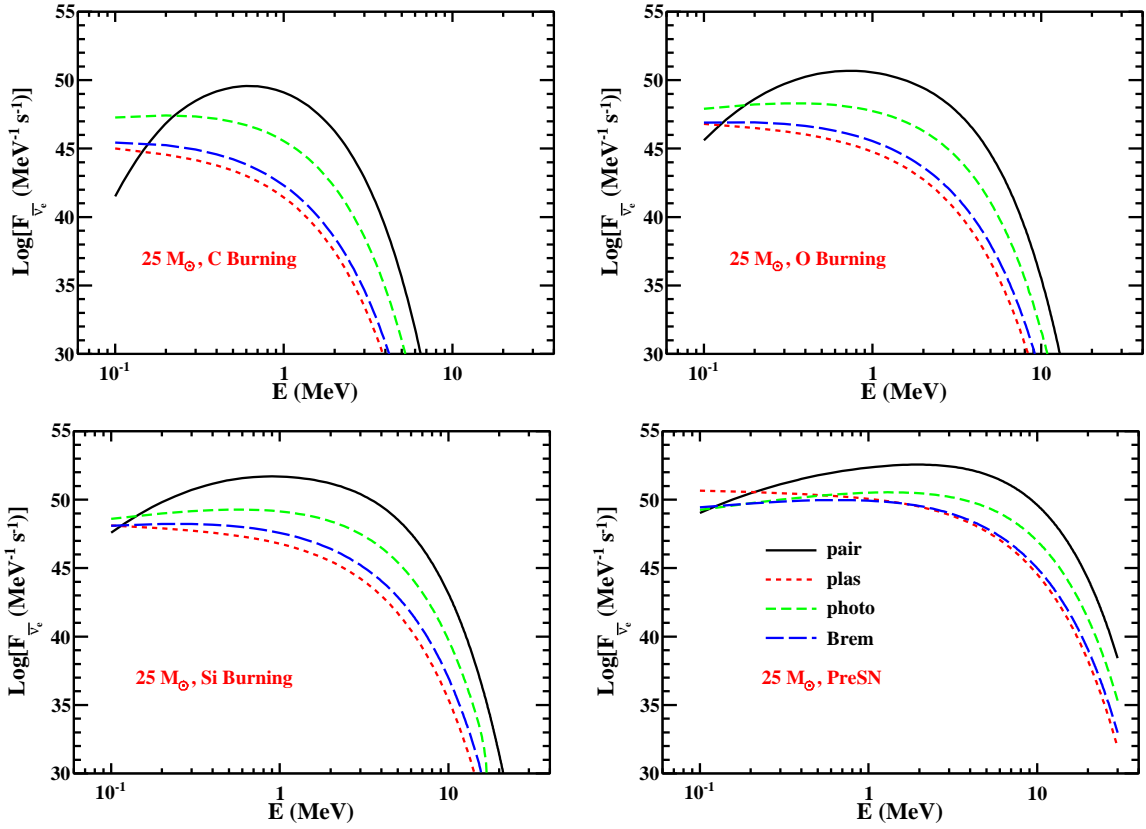


图 2-14 质量为 $25 M_{\odot}$ 恒星在不同演化阶段通过不同热过程所释放的 $\bar{\nu}_e$ 的能谱。

Fig 2-14 $M = 25 M_{\odot}$. Spectra of $\bar{\nu}_e$ (in units of $\text{MeV}^{-1} \text{s}^{-1}$) produced in different thermal processes at different burning phases.

2.3.3 恒星中微子的探测及其物理意义

前文已讨论大质量恒星中热过程释放的中微子流量和能谱以及中微子物质振荡对它们的影响。在此基础上，我们将本小节中简要讨论地面探测器捕捉这些恒星中微子信号的可能性，并从如下几个方面论述这些信号的物理意义：(i) 判定中微子的质量等级顺序；(ii) 确定大质量恒星的质量，并验证与恒星结构和演化相关的物理；(iii) 通过光变曲线对超新星爆发提前预警。

2.3.3.1 恒星中微子的探测

尽管热过程中不同味道的正反中微子均可产生，地面探测器对 $\bar{\nu}_e$ 的探测能力最强。 $\bar{\nu}_e$ 主要通过逆贝塔衰变 (inverse- β decay) 过程被探测，

$$p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+, \quad (2-91)$$

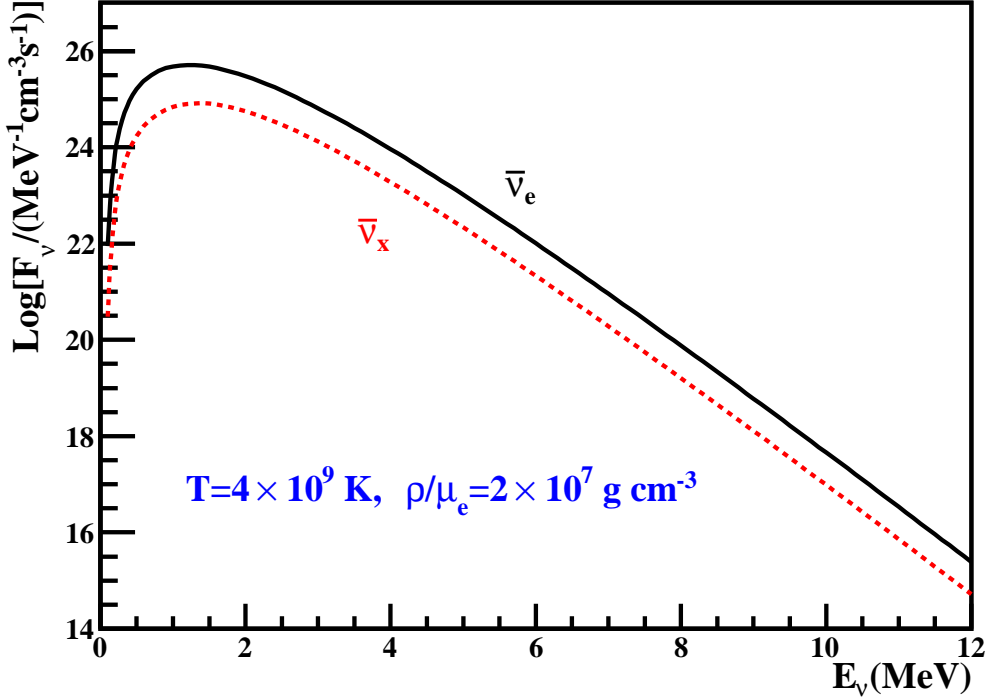


图 2-15 当 $T = 4 \times 10^9 \text{ K}$ 且 $\rho/\mu_e = 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ 时, 对过程中产生的 $\bar{\nu}_e$ 与 $\bar{\nu}_x$ 能谱的比较。
Fig 2-15 Comparisons of fluxes of $\bar{\nu}_e$ and $\bar{\nu}_x$ in the pair process at $T = 4 \times 10^9 \text{ K}$ and $\rho/\mu_e = 2 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$.

其中中微子的能量可由正电子的能量确定, $E_\nu = E_{e^+}^k + m_e + (M_n - M_p) \simeq E_{e^+}^k + 1.804 \text{ MeV}$, $E_{e^+}^k$ 为正电子的动能; 显然参与反应的 $\bar{\nu}_e$ 的能量必须大于 $\sim 1.804 \text{ MeV}$ 。产生的正电子会立刻与电子湮灭并产生 2 个能量约为 0.511 MeV 的光子; 产生的中子也会被 H 或 Gd 核俘获而释放光子; 探测器通过中子俘获信号与电子对的湮灭信号的关联来甄别 $\bar{\nu}_e$ 事例, 从而大大压低实验的噪音。逆贝塔衰变的反应截面大约为

$$\sigma \simeq 0.0952 \times 10^{-42} E_{e^+} P_{e^+} \text{ cm}^2, \quad (2-92)$$

其中 E_{e^+} 和 P_{e^+} 分别为正电子的总能量和动量大小。

地面中微子探测器单位时间捕捉到的中微子事例数由下式给出

$$N = \int_{E_{th}} \frac{F(E_{\bar{\nu}_e})}{4\pi L^2} \cdot N_p \cdot \sigma dE_\nu, \quad (2-93)$$

其中 N_p 为探测器靶材料中质子的总数目, L 为该恒星到地球之间的距离, $F(E_{\bar{\nu}_e})$ 为从考虑恒星物质效应后恒星表面释放 $\bar{\nu}_e$ 的流量 ($\nu \text{ MeV}^{-1} \text{ s}^{-1}$)。

第一章表1-3中列举出一系列典型的中微子探测器, 其中对超新星和恒星 $\bar{\nu}_e$ 比较灵敏的探测器主要包括 KamLAND、Borexino、SuperK, 以及下一代更大型的中微子实验, 如 JUNO、RENO50 和 HyperK 等。在上述实验中, SuperK 和 HyperK 探测器以水作为靶核, 并通过探测 Cherenkov 辐射光来捕捉中微子, 这类实验靶核的质量往往很大 (如 SuperK 为 50 kt, 而 HyperK 则为 Mt 量级), 但为了降低实验本底, 该类反应中中微子的阈值较高 ($\sim 4-5$ MeV 甚至更高); 其余实验均采用液体闪烁体探测器, $\bar{\nu}_e$ 阈值可低至 ~ 1.804 MeV。由于恒星热中微子的能量主要集中于 1-2 MeV 区间上, 相对于 Cherenkov 水探测器而言, 液体闪烁体更具有优势。

图2-16中显示了一个离地球距离为 0.2 kpc 的 $20 M_\odot$ 恒星在 O 和 Si 燃烧阶段释放的热中微子在 KamLAND 实验中的能谱, 其中 E_p 为探测瞬时能量, 包含 e^+ 的动能和 e^\pm 湮灭产生的两个光子的能量, 即 $E_p = E_{e^+}^k + 2 \times 0.511 \text{ MeV} \simeq E_\nu - 0.782 \text{ MeV}$ 。在实际情况下, KamLAND 实验的探测效率约为 70-80%; 在上述计算中, 我们简单的假定探测效率为 100%, 与实际情况相差不大。该图中暂时没有考虑中微子振荡效应的影响。根据前一小节的讨论, 如果考虑恒星物质效对 $\bar{\nu}_e$ 流量的影响, 我们只需要对探测能谱乘上一个整体因子; 对于正常顺序和反转顺序而言, 这个因子分别约为 0.76 和 0.21。

当超新星或其前身恒星离地球距离较远时, 热中微子事例数会比较少, 此时能谱信息不太重要。表2-3列举了不同实验在超新星爆炸 2 天前探测到的热中微子的总事例数。尽管 SuperK 实验或其下一代 HyperK 实验质量很大, 但由于中微子能量阈值较高, 其单位靶核质量探测恒星热中微子的事例数远少于 KamLAND 或 JUNO 实验; 不难理解, 新一代构建中的大型闪烁体探测器中微子实验, 如 ~ 20 kt 级别的 JUNO 和 RENO50 等实验, 将显著提高恒星热中微子探测的可能性。

探测器	$8.4 M_\odot$ NH (IH)	$12 M_\odot$ NH (IH)	$15 M_\odot$ NH (IH)
SuperK	2.47×10^{-2} (9.68×10^{-3})	21 (7)	61 (21)
KamLAND	1.06×10^{-3} (1.5×10^{-3})	31 (9)	43 (13)
HyperK	0.3 (0.13)	9 (3)	77 (28)
JUNO	2.12×10^{-2} (8.03×10^{-3})	618 (189)	864 (266)

表 2-3 不同的探测器观察到不同恒星模型热中微子的总事例数。假定前身星距离为 $L = 0.2 \text{ kpc}^{[105]}$ 。
Tab 2-3 No. of pre-SN neutrino events for different progenitors at different detectors with $L = 0.2 \text{ kpc}^{[105]}$.

一般而言, 中微子探测器附近反应堆中微子和地球中微子 (geo-neutrinos) 的流强比较显著; 对于恒星 $\bar{\nu}_e$ 的探测而言, 它们是不可去除的实验噪音。为了进一步讨论探测恒星热中微子的可能性, 我们需要了解反应堆中微子、地球中微子以及其它源导致的本底事例数。反应堆中微子能量较高, 平均能量约为 4-5 MeV。地球中微子能量与恒星热中

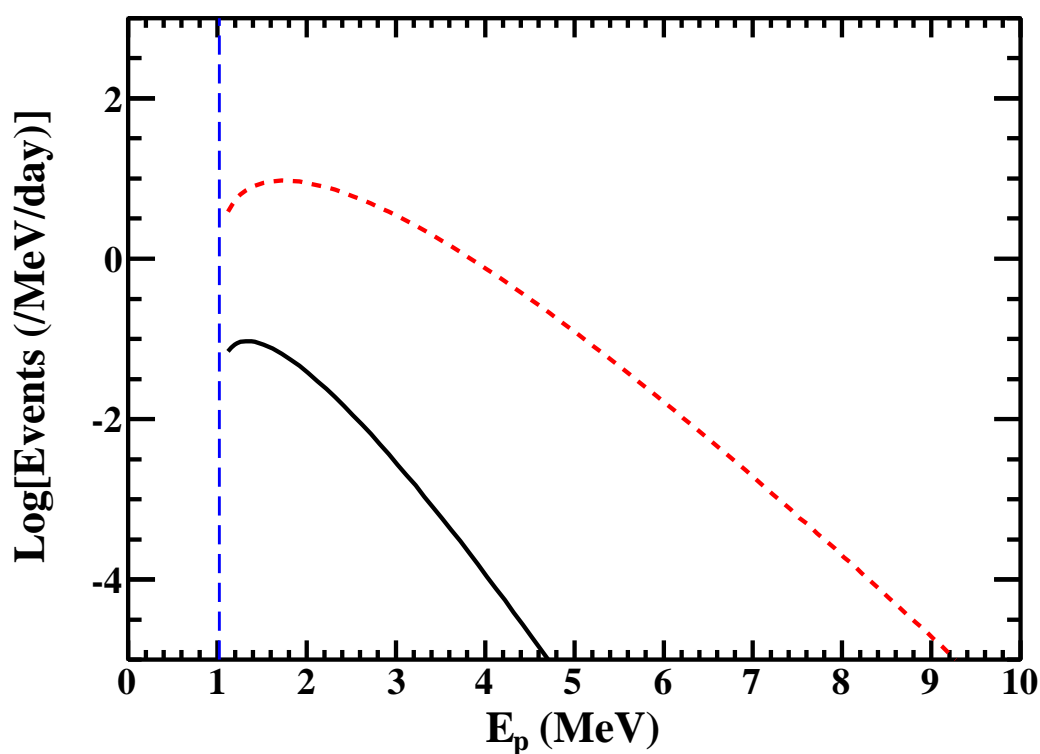


图 2-16 $20 M_{\odot}$ 恒星在 O 和 Si 燃烧阶段释放的热中微子在 KamLAND 实验 (靶核质量约为 1 kt) 中的能谱。蓝色的虚线对应着探测瞬时能量的最小值, $E_p^{\min} = 1.022$ MeV。假定恒星离地球的距离为 0.2 kpc, 且中微子的探测效率为 100%。中微子振荡效应没有考虑其中。

Fig 2-16 Spectra (in units of /MeV/day) of neutrino events from a $20 M_{\odot}$ star at O/Si burning stages detected at KamLAND (detector mass ~ 1 kt). The blue dashed line corresponds to the minimal energy of prompt energy with $E_p^{\min} = 1.022$ MeV. The star is assume to be 0.2 kpc away from the Earth. A perfect 100% detection efficiency has been assumed. Oscillations are not considered.

微子相近，主要分布于 $1-3 \text{ MeV}$ 。在探测地球中微子或恒星中微子时，可选取合适的能量窗口 $1 < E_p < 3.5 \text{ MeV}$ ，能最大程度的保留地球中微子事例数，同时降低反应堆中微子本底。在该能量区间中，反应堆中微子和地球中微子事例率分别约为每天 0.25 个事例和 0.05 个事例。在某些情况下，反应堆可能处于关闭状态，此时总本底水平较低，约为每天 0.07 个事例；当反应堆运行时，总本底水平则约为每天 0.35 个事例。图2-17中显示了 KamLAND 实验在爆炸前 2 天内观察到的总中微子事例数，它随着恒星到地球距离的增大而减小。水平虚线为实验本底不同置信度下的泊松统计涨落。对于不同的恒星模型和中微子质量顺序，发现恒星中微子的可能性有些区别。大致而言，对 KamLAND 实验来说，如果要在 3σ 置信度下发现超新星爆炸前中微子，恒星离地面的距离需要在 $0.2-0.5 \text{ kpc}$ 以内。下一代大型液体闪烁体中微子实验，如 JUNO、RENO50 以及 LENA 等比 KamLAND 探测器约大 20-50 倍，可以简单估计一下，在同等实验本底水平下，欲达到 3σ 的置信度，允许的恒星距离可以达到 $1-3 \text{ kpc}$ 。

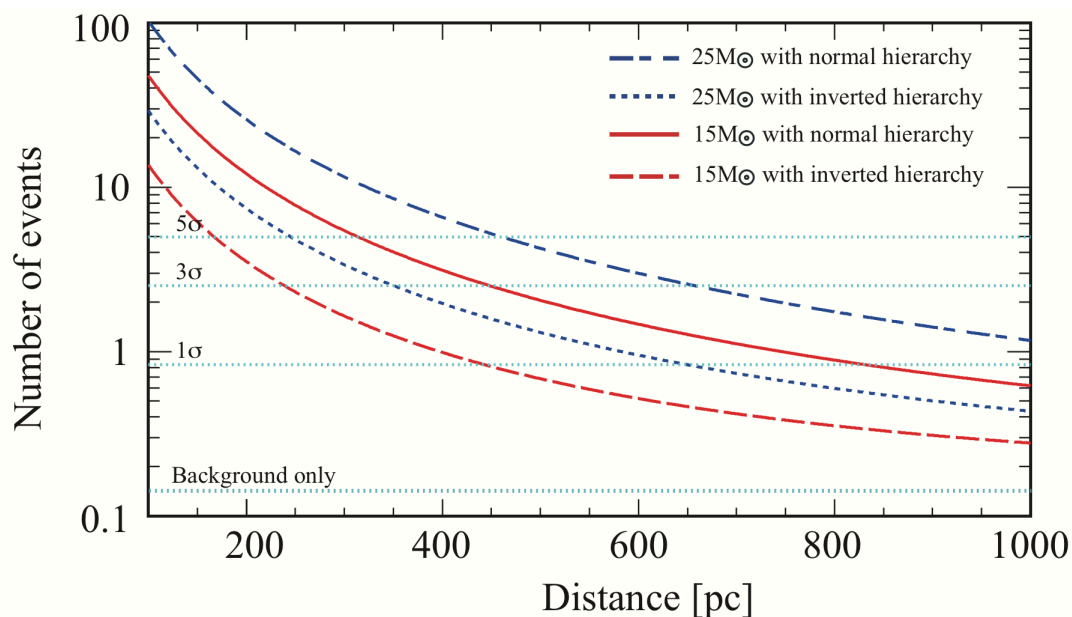


图 2-17 KamLAND 探测器在爆炸 2 天前探测到的热中微子总事例数。水平虚线表示不同置信度下实验本底的泊松涨落水平^[53]。

Fig 2-17 Expected No. of preSN neutrino events within 2 days before explosion in KamLAND. The horizontal lines represent background level at different confidence level^[53].

前文的讨论基于爆炸前 2 天内的总事例数，而没有考虑中微子的能谱以及时间信息。事实上，恒星热中微子事例数随着恒星演化而显著变化（下文称为中微子光变曲线），这也能为恒星中微子的探测提供十分重要的信息。图2-18中显示了不同恒星模型在超新星爆炸前的热中微子光变曲线。对于不同恒星模型，中微子光变曲线的特征分

明。具体而言，光变曲线的斜率以及最大值点的时间和事例率等均不相同。需要解释的是，整体而言，随着恒星的逐步演化，核心温度和密度不断升高，热中微子的流量将不断增加。在 $20 M_{\odot}$ 和 $25 M_{\odot}$ 恒星的中微子光变曲线中，我们发现，热中微子事例率在达到某一极大值后会突然下降，这是由核心在燃烧完 Si 元素后突然冷却所造成的。从原则上讲，在 $15 M_{\odot}$ 恒星的光变曲线中也应该出现这一现象；如果选取更多恒星演化的时刻，这一现象将得到如实呈现。由于实验本底基本不随时间改变，可以预计，如果考虑到恒星中微子光变曲线的信息，恒星中微子信号将更容易从本底中被区分出来，或者换言之，我们有可能探测更远处恒星所释放的热中微子。我们将在未来的工作中详细讨论这一问题，本文后文将不再讨论它。

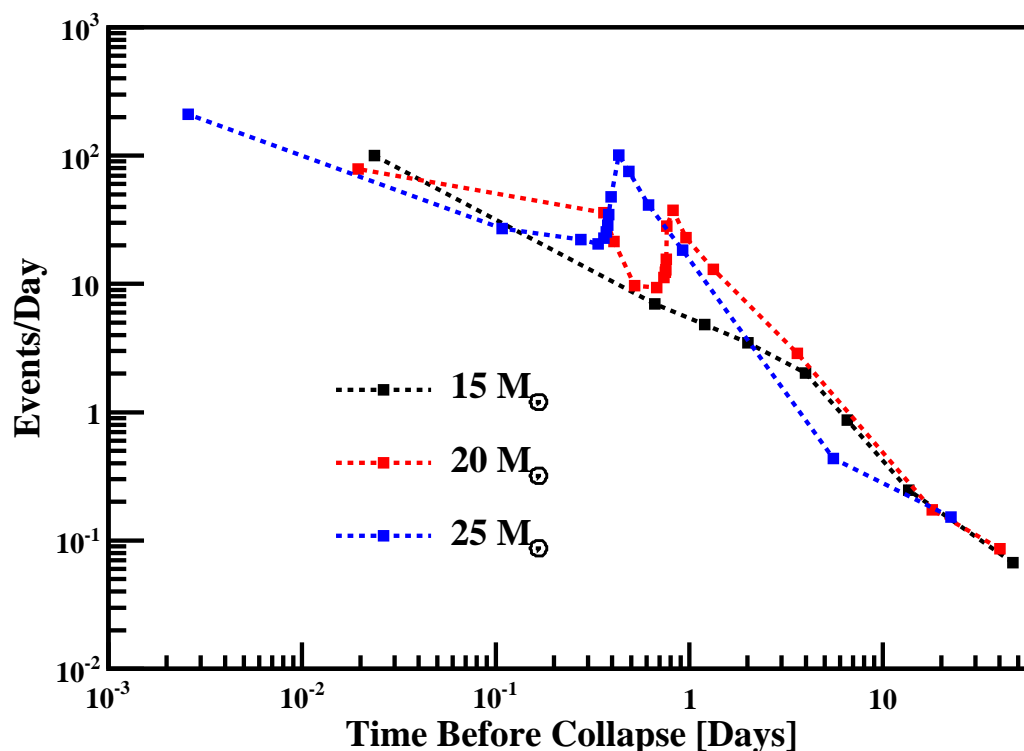


图 2-18 超新星爆炸前热中微子信号的光变曲线。与图2-16类似，我们选定 KamLAND 探测器（靶核质量约为 1 kt），且中微子的探测效率为 100%。假定恒星离地球的距离为 0.2 kpc，且不考虑中微子振荡效应。

Fig 2-18 Thermal neutrino light curve before SN explosion. KamLAND detector (detector mass ~ 1 kt) has been chosen with a perfect 100% detection efficiency. The star is assume to be 0.2 kpc away from the Earth, and oscillations are not considered.

2.3.3.2 恒星中微子信号的物理意义

- 超新星提前预警

前文已谈到过，大质量恒星 ($M > 12M_{\odot}$) 在演化的最后阶段会通过核心型超新星爆炸变成中子星或塌缩成黑洞。1987a 超新星中微子信号告诉我们，超新星中微子暴信号会比光信号提前几个小时抵达地球，因此中微子暴信号可以为人们观察超新星的光学信号提供预警。如果星体离我们足够近，那么爆炸前几天内的热中微子则有可能被观察到，这将为超新星爆发提供更加充分的预警。上文中我们谈到了热中微子速率随时间变化的光变曲线。表2-4中给出了 KamLAND 实验在 3σ 置信度上探测到超新星爆炸前热中微子的提前时间。当反应堆运行时，实验本底较高，预期的本底速率为每天 0.355 个事例；当反应堆关闭时，本底水平降低至每天 0.071 个事例。

恒星模型 [M_{\odot}]	距离 [pc]	质量排序	反应堆状态	提前时间 [hr]
15	150	NH	Low	79.0
15	150	IH	Low	6.44
25	250	NH	Low	15.6
25	250	IH	Low	3.99
15	150	NH	High	38.0
15	150	IH	High	2.36
25	250	NH	High	9.72
25	250	IH	High	1.04

表 2-4 在 3 个 σ 置信度上探测到超新星爆炸前热中微子的提前时间^[53]。

Tab 2-4 3σ detection time ahead of SN explosion^[53].

● 超新星前身的确定

前文已讨论过（见2.1.2节），质量大于 $8 M_{\odot}$ 的恒星会以核心塌缩的方式结束演化生命，其中 $8 - 10 M_{\odot}$ 恒星会导致 O-Ne-Mg 型超新星爆炸，而质量大于 $10 M_{\odot}$ 的恒星将以铁核塌缩的方式实现超新星爆炸。仅通过观察超新星爆发现象，很难将上述这两类超新星区分开来，而爆炸前中微子信号则为此提供了一种可能。显然，对于不同质量的大质量恒星而言，它们的演化轨迹也存在一定的区别。一般而言，恒星质量越大，在演化的过程中核心处的温度和密度也会越大。由于热中微子的流量高度依赖于温度和密度，因此，对于这些不同质量的恒星而言，热中微子的强度和光变曲线也会存在明显的区别。

如表2-3所示，不同质量的恒星中产生的热中微子事例差距显著。对于 $8.4 M_{\odot}$ 的前身恒星而言，恒星核心处温度和密度偏低，热中微子流量较少，且很难被探测到。相比而言，对于质量大于 $12M_{\odot}$ 的恒星，在同等距离和实验探测条件下，它们的热中微子则有可能被探测到。

由表2-3可知, $12M_{\odot}$ 和 $15M_{\odot}$ 的中微子事例数比较接近, 且由于中微子质量顺序类型不确定, 仅通过总事例数很难将这两类前身恒星模型区分开来。当星体离地球较近时, 我们有可能测量到热中微子的光变曲线; 由于不同恒星前身热中微子光变曲线的形状相差迥异且特征分明 (见图2-18), 我们能够很容易通过中微子光变曲线来分辨出前身恒星模型。中微子光变曲线的变化实质上反映出了恒星内部的结构及其演化轨迹, 通过测量中微子光变曲线, 我们可以分辨前身恒星模型, 也可以检验现阶段恒星模型的正确性。不仅如此, 在很多情况下, 这些中微子信号可能是探究恒星内部某些物理过程唯一可能的手段。

- 判断中微子质量等级类型

在超新星爆炸前, 人们可以通过观察超新星前身星的光学信息等获取其距地球的距离和质量。超新星爆炸后中微子和光学信息也能对此进行限制。一旦前身星的质量和距离被确定后, 在任一给定的中微子质量顺序下, 爆炸前热中微子事例数及其光变曲线则被确定下来。在讨论恒星物质效应时, 我们已发现: 对于不同的中微子质量等级类型, 地面探测器探测到的 $\bar{\nu}_e$ 流量大相径庭; 正常质量等级情形下, $\bar{\nu}_e$ 事例数比反转质量等级情形约大 3.6 倍。通过比较实验观察和理论预期, 我们可以判定究竟何种中微子质量顺序胜出。即使无法准确确定前身星的质量和距离, 依据上文的讨论, 一旦能够测量出爆炸前热中微子的光变曲线, 我们依然能够对前身星的质量、距离以及中微子质量顺序提供很强的限制。不难理解, 为了准确确定出中微子的质量顺序, 爆炸前热中微子流量的理论计算必须比较可靠, 换言之, 这要求我们能充分理解和准确掌握大质量恒星的结构和演化。

2.4 本章小结与展望

本章中, 我们详细计算了四种热过程 (对过程、等离子体过程、光致过程和电子-原子核韧致辐射过程) 中释放中微子的流量和能谱, 并在此基础上研究和讨论了地面中微子实验探测这些大质量恒星中微子的可能性。计算表明, 在大质量恒星演化的晚期, e^{\pm} 对湮灭过程对大质量恒星中微子信号的贡献占主导地位 (超过 99% 以上)。对于一个离地球距离为 0.2 kpc 且质量为 $20 M_{\odot}$ 的恒星而言, 在它发生超新星爆炸的前两天内, KamLAND 探测器可以观察到约 40 个 (中微子正常质量顺序) 或约 10 个 (中微子反转质量顺序) $\bar{\nu}_e$ 事例。考虑到反应堆中微子和地球中微子本底的影响, 且依赖于不同的中微子质量排序和不同的大质量恒星模型, KamLAND 可以探测到距地球约 0.2 - 0.5 kpc 以内的大质量恒星在超新星爆炸前几天内的热中微子信号。对于下一代的大型液体闪烁体实验, 如 JUNO、RENO50 以及 LENA, 我们则有可能探测到 1 - 3 kpc 内的大质量恒

星中微子信号。大质量恒星中微子信号具有十分重要的意义。通过探测它们，我们不仅可以对超新星爆炸作提前预警，而且利用热中微子信号随时间变化的光变曲线，我们可能甄别超新星爆炸前身恒星。值得强调的是，热中微子信号很可能是探究恒星内部结构和演化的唯一探针。不仅如此，通过比较爆炸前中微子事例数的绝对大小，我们有可能判定中微子质量等级类型，这将为未来的地面中微子实验提供一个强有力的支撑。

本章主要集中讨论了恒星中 $\bar{\nu}_e$ 探测的可能性，需要补充的是，实验上也可通过 $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ 反应来探测恒星 ν_e 。相对于 $\bar{\nu}_e$ 而言， ν_e 探测截面更低；逆贝塔衰变反应探测 $\bar{\nu}_e$ 时可通过中子与电子间的关联性显著压低实验本底水平，相较之下，探测 ν_e 时实验本底水平明显更高。不过值得强调的是，在大质量恒星演化的晚期或着核心塌缩的阶段，原子核电子俘获、 β^+ 衰变或其它核反应过程产生大量的 ν_e ，且流量将显著超过热过程中微子流量。恒星 ν_e 的探测可能性需要未来进一步的研究。同样的， e^+ 俘获和 β^- 衰变可能产生大量的 $\bar{\nu}_e$ 。不过由于在恒星演化晚期，电子高度简并， e^+ 俘获和 β^- 过程均受到不同程度的抑制，我们预期它们不会对 $\bar{\nu}_e$ 流量产生显著的贡献。为了能准确回答上述这些回答，我们有必要在未来的工作中细致的考虑恒星中这些核反应中微子的贡献。

第三章 塌缩型超新星和伽玛射线暴中的高能中微子

除了太阳中微子和超新星中微子外，宇宙中许多天体物理过程也能产生能量为 TeV-PeV 甚至更高的高能中微子，研究这些高能中微子及其相关的天体物理过程是中微子天文学领域重要的课题。尤其是近几年来，IceCube 实验发现了几十个高能中微子事例，并首次确认了地外天文高能中微子的存在。寻找和理解它们的来源是目前十分热门的研究课题。塌缩型超新星和伽玛射线暴是宇宙中最剧烈的天体过程，它们也是十分重要的高能中微子源。我们将在本章介绍这些天体过程，并着重讨论其中的高能中微子。在3.1节中，我们简单介绍伽玛射线暴及其产生机制，并讨论其中的喷注现象。在3.2节中，我们先介绍喷注产生的激波和激波加速机制，然后简单说明高能中微子的产生方式和相关性质。在3.3中，我们介绍位于南极的 IceCube 中微子天文台，并说明 IceCube 探测高能中微子的情形。

3.1 从大质量恒星塌缩到伽玛射线暴

大质量恒星以核心塌缩的形式结束自己的演化生命，并最终形成一颗中子星或一个黑洞。在核心塌缩的过程中，恒星物质剧烈流动、四种基本相互作用交相辉映，导致了宇宙中最剧烈的天体过程——超新星爆炸和伽玛射线暴的发生。恒星塌缩后形成的中子星或黑洞也可以通过相互并合形成伽玛射线暴。除了强烈的电磁辐射外，塌缩型超新星或伽玛射线暴也是产生高能中微子的重要场所。本小节将从核心塌缩开始，介绍超新星爆炸和伽玛射线暴的产生机制以及与之相关的相对论性喷注现象。

3.1.1 大质量恒星塌缩和超新星爆发

在第二章中我们讨论过，在大质量恒星 ($M \gtrsim 10 M_{\odot}$) 演化的最后阶段，恒星中心会形成一个简并的铁核。围绕着铁核，从里至外，原子核按由重到轻地方式分布在恒星的外层，构成一个如图2-2所示的洋葱结构。一旦铁核质量超过钱德拉塞卡质量上限，热压和简并压将很难再维持流体力学的平衡，铁核开始塌缩。铁核的收缩使得中心温度升高，一旦温度达到 10^{11} K，铁核和其它重核将被光致分解成 α 粒子和中子，即 $\gamma + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow 13\alpha + 4n - 124 \text{ MeV}$ 。当温度更高时， α 粒子也开始被光子分解。这些过程均为吸热反应，因此导致热压下降并加速核心的收缩。另一方面，简并电子将被原子核

或自由质子俘获,

$$e^- + (Z, A) \rightarrow \nu_e + (Z - 1, A),$$

$$e^- + p \rightarrow \nu_e + n,$$

核心不断被中子化 (**neutronization**), 同时伴随着大量 ν_e 的释放。大量电子被转换成 ν_e 并逃离核心, 简并压和热压同时降低, 并导致核心的收缩加剧, 甚至变为“自由落体”收缩。

在塌缩过程中铁核内核与外核的行为并不一样: 内核按均匀连续的方式向内塌缩, 且塌缩速度低于声速; 外核则以超声速向内塌缩, 外核物质之间或外核与内核之间没有信息联系。一旦内核达到核物质密度 ($\rho_{\text{nuc}} \sim 3 \times 10^{14} \text{g/cm}^3$), 强相互作用开始发挥作用, 并导致核心状态方程突然变硬。强相互作用不仅可以阻碍内核的塌缩, 而且给内核突然提供一个很强推力并造成内核的反弹。与此同时, 反弹的内核会驱动一个激波向外传播, 激波不断与下落的外核或外层碰撞并加热其中物质。在被激波加热的物质中, 重核不断被光子分解而吸收能量, 导致激波的能量逐步损失。当激波传播至离中心距离 $\sim 400 \text{ km}$ 处时, 激波由于能损过多将无法继续向外推动外层物质, 因而无法导致超新星爆炸。

塌缩过程中释放的引力能 $\sim GM_{\text{NS}}^2/R_{\text{NS}} \sim 3 \times 10^{53} \text{ erg}$, 其中绝大部分能量 ($\sim 99\%$) 以中微子的形式释放掉。估算表明, 只要将所释放引力能或中微子能量的 1% 提供给激波, 就能够重新激活激波并驱动超新星的成功爆炸。在延迟中微子机制中, 中微子可通过与激波下游物质相互作用而将能量传递给激波。一维和二维的数值模拟表明, 对于大多数恒星模型而言, 中微子机制并不能实现超新星爆炸^[119,120]。由于三维模拟十分复杂, 目前为止, 它对中微子机制能否成功引发超新星爆炸仍没有定论。尽管如此, 已有研究表明, 中微子机制能够引爆 **O-Ne-Mg** 核和少数 **Fe** 核的超新星爆炸。除了中微子机制以外, 另一类常被讨论的机制是磁旋转机制^[119,120]。核心塌缩形成的原生中子星可能高速旋转, 不仅如此, 其表面处的磁场可以通过诸如磁旋转不稳定等机制迅速增大, 甚至达到 10^{15} G 。在如此强的磁场环境中, 磁压或其它磁流体动力学过程可以将周围一定张角范围内的恒星物质抛射而出并形成喷流。研究表明, 在磁旋转机制中, 当磁场能达到一定的条件时, 喷注可将足够的能量注入到激波从而引爆超新星。

超新星爆炸后, 依赖于恒星模型和旋转、磁场等因素, 中心可能留下一个中子星或黑洞。不管超新星以何种机制爆炸, 核心塌缩形成原生中子星似乎是一个必然的结果。如果超新星激波没被及时激活, 外层恒星物质将继续下落至核心上, 导致中心形成一个黑洞。如果恒星质量较大时, 核心塌缩也可能直接形成一个黑洞, 在这种情形下, 大部

分恒星物质被黑洞吸收。

3.1.2 典型的伽玛射线暴与相对论性喷注

伽玛射线暴是宇宙中另一类十分剧烈的天体物理过程^[121-124]。早在 1967 年, 执行美国政府 Vela 计划的四个卫星第一次观测到了伽玛射线暴。Vela 计划主要用来监控防卫苏联的核爆炸实验, 当这些伽玛射线被探测到后, 美国军方很快就确认了这些伽玛射线并不是来自地球的方向。在 1967 年到 1972 年间, 陆陆续续共有 16 个类似的伽玛射线暴被发现。它们的持续时间长短不一, 最短的不到 0.1 s, 最长的能达到 30 s 左右。Vela 卫星上的伽玛射线探测器主要对能量范围在 0.2 – 1.5 MeV 的伽玛射线灵敏, 在这个能量区间上, 观察到的各个伽玛射线暴的能量积分通量分布在 10^{-5} 到 2×10^{-4} ergs cm⁻² 之间。这些伽玛射线暴的观测数据直到 1973 年才被公布于世。在接下来的二十多年中, 天体物理学家尝试用各种各样的理论和模型去解释这一神秘而奇异的现象。但是由于伽玛射线暴的观测数据缺乏, 再加上伽玛暴的持续时间太短, 人们对它的了解仍十分有限。

直到 90 年代初期, 随着伽玛射线探测器在太空的发射, 包括过去十年间 SWIFT 和 Fermi 卫星的发射, 人们对伽玛射线暴的能谱特征、时间特性以及余晖的观测越来越详尽。目前为止, 我们对伽玛射线暴已有如下的共同认知:

- 按持续时间的不同, 伽玛射线暴可分为长伽玛射线暴 (简称为长暴) 和短伽玛射线暴 (简称为短暴)。其中, 长暴伽玛射线的持续时间长于 2 s。
- 伽玛暴的亮度可达超新星的数百倍, 其各向同性亮度可达 $L_{\text{iso}} \sim 10^{50-53}$ erg/s, 对应的各向同性能量约为 $E_{\text{iso}} \sim 10^{49-55}$ erg。
- 尽管具体的机制存在争议, 人们认为伽玛暴由极端相对论性且定向的喷注所产生。其中, 喷注的洛伦兹因子 $\Gamma \sim 10^{2-3}$, 张角 $\theta_j \sim 5 - 10$ 度。
- 紧随着伽玛射线, 常常有 X 射线、可见光以及无线电波等余晖释放。余晖的持续时间很长, 有些可达数周甚至数年。普遍认为, 余晖与喷注碰撞星际物质所产生的外激波直接相关。
- 伽玛暴发生于宇宙尺度距离, 且按各向同性分布。
- 伽玛暴发生的速率约为超新星的 10^{-3} , 地球上平均每天可观察到约 1 – 2 个伽玛暴。其中, 短暴的数目约占所有伽玛暴的 1/3。

一般认为，短暴和长暴均与相对论性喷注相关。在所有伽玛暴模型中，火球模型是其中最主要且广为人接受的一个。该模型认为，伽玛暴喷注的发射并不连续，当速度快的喷注赶上速度慢的喷注并相互碰撞时，激波会因此产生。当电子反复穿过激波面时，电子将不断获得能量。被加速的电子在激波产生的磁场运动，并通过同步辐射或逆康普顿散射机制产生伽玛射线。喷注以激波的方式产生大量的伽玛射线，这就是伽玛暴的来源。当喷注与距离更远处的星际介质 ($\sim 10^{16-18}$ cm) 碰撞时会有激波产生，在几乎同样的机制下，激波产生了伽玛射线暴的余晖。为了作为区分，文献中常常称由喷注自身碰撞所造成的激波为内激波，称喷注与恒星物质碰撞所产生的激波为外激波。由于余晖产生处磁场更低，余晖对应的电磁波段多为 X 射线、可见光和无线电波。与伽玛射线的起源不一样的是，外激波理论能很好的解释绝大多数余晖的性质，几乎被所有的天体物理学家所接受。

长暴与短暴的区别在于相对论喷注的产生机制的不同。实际上，考虑到喷注张角的修正后，伽玛暴所释放的能量可达 10^{50-54} erg。该能量与核心塌缩型超新星爆炸释放的能量十分接近。一个十分自然的想法是，伽玛暴喷注的产生机制与核心塌缩或塌缩后的天体活动相关。过去二十年间的研究不断证实了这一观点，目前人们普遍认为，长暴起源于大质量恒星塌缩，短暴则来源于中子星或恒星量级黑洞之间的并合过程。除此之外，最近有越来越多的研究表明，磁星可能直接产生伽玛暴相对论性喷注。下文将对这些机制作简单的介绍。

塌缩模型 (Collapsar Model)

天文观察发现，在一些长伽玛射线暴的同一方向上，人们几乎同时观察到了核心塌缩型超新星爆炸的信号。这给我们一个很大的启示，长伽玛射线暴可能与超新星的前身一样，都来源于大质量恒星的塌缩^[125]。伽玛射线暴的塌缩模型认为，伽玛射线暴很有可能与快速旋转的 Wolf-Rayet 星的塌缩有关。Wolf-Rayet 星有一个约 $10 M_{\odot}$ 重的核心，且核心的尺寸跟太阳一般大。Wolf-Rayet 星外壳的氢往往被恒星风完全吹离，因此其对应的伽玛暴只与核心塌缩超新星中的 Ibc 型关联。当 Wolf-Rayet 星核心的核反应燃烧停止时，核心会变得很不稳定，并最终塌缩成重量为几个 M_{\odot} 的黑洞。围绕着黑洞有一个数倍 M_{\odot} 质量的吸积盘，并绕着垂直于吸积盘的轴旋转。在吸积盘平面上，外壳物质的角动量很大，很难直接落向黑洞而被吸积。靠近旋转轴附近，恒星物质由于没有足够的角动量，几乎可以自由飞向黑洞，从而造成旋转轴附近物质密度变得相对稀薄；一旦足够的能量通过某种机制被释放到这一区域，则很容易沿着旋转轴的方向推动外壳物质向外运动并最终突破恒星的表面，形成准直和相对论性的喷注，对应的洛伦兹因子可达 $10^2 - 10^3$ 。一个比较合理的观点认为，喷注的能量来源于吸积盘上正反中微子的湮灭，

$\nu + \bar{\nu} \rightarrow e^- + e^+$ 。由于吸积盘中心电子的密度很高，原子核通过 e^\pm 的俘获反应产生大量的 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 。此外，吸积盘中心的温度通常可达到几个 MeV，正负电子对大量聚集，也会通过 e^\pm 的湮灭产生大量的中微子。这些中微子飞离吸积盘并湮灭产生正负电子对，将能量传递给附近恒星物质，并最终导致相对论性喷注的发射^[126,127]。除了通过吸积盘中微子湮灭来提供喷注能量外，吸积盘上一些磁流体动力学过程，如 Blandford-Znajek 过程，也可将黑洞或吸积盘的转动能转化成喷注能量。

恒星塌缩导致中心处产生喷注。为了成功产生伽玛射线暴，这些喷注还需要穿过恒星外层物质。一旦喷注不能满足一些条件，如能量或持续时间不够、洛伦兹因子偏低等，喷注将无法穿过恒星外层。即使喷注能及时释放伽玛射线，这些电磁辐射也不能穿过恒星物质。严格上讲，它们并不是真正意义上的伽玛暴，但文献中习惯称这类过程为 choked 伽玛暴。我们将在后文对这些非典型的伽玛暴作更详细的讨论。

致密双星并合 (Compact Binary Merger)

与长伽玛射线暴不同，短伽玛射线暴很有可能由两个致密星体的并合所产生，具体而言，可能是两个中子星间的并合，也可能是中子星与恒星级黑洞间的并合，甚至可能是两个恒星级黑洞间的并合^[124,128]。以双中子星并合为例，当它们逐渐靠近时，星体外层的物质在引力的作用形成螺旋结构，随着双星共同旋转。通过引力波不断释放能量，双星逐步靠近。在经历 $10^6 - 10^9$ 年后，双星距离减小到 100 千米以内，潮汐力足够强大，足以扭曲双星的形状并产生长的悬臂。最后的并合阶段十分迅速，在差不多 1 ms 内双星从间距 ~ 10 km 合并进而塌缩成一个黑洞，外围的悬臂绕着黑洞，并携带剩余的角动量绕着黑洞继续旋转。系统最终的结构与前文塌缩模型一样：中心是一个恒星级黑洞，且绕着黑洞还有一个吸积盘。接下来喷注的形成机制可能与塌缩模型类似，由吸积盘中微子对湮灭为喷注提供能量，或者通过一些磁流体动力学过程触发喷注的产生。

在双星并合形成黑洞—吸积盘的过程中，很少有星体物质被抛射出去。与恒星塌缩机制显著不同的是，在吸积盘附近形成后，喷流不再需要穿过恒星表层，而是直接发射出去。与长暴类似，理论上仍可能存在一些亮度很低的短暴，只要它们距离地球足够近，我们仍有机会观察到它们。

磁星 (Magnetar)

除了上述两种机制以外，伽玛暴喷注也可能直接由磁星产生。磁星是一类表面磁场很强且高速旋转的中子星，它表面的磁场强度甚至可能达到 10^{14-15} G。磁星通过旋转可以将其旋转能以电磁辐射的形式释放，并导致相对论性喷注的产生。该机制不需要恒星塌缩成黑洞，吸积盘中微子也不再扮演任何重要的角色。当然，磁星也有可能参与并合

过程并形成黑洞—吸积盘系统。在该情形中，磁场也许会在喷注形成中发挥更明显的作用。需要特别强调的是，磁星机制很可能与核心塌缩型超新星爆炸有十分密切的关系。我们在前文超新星爆发机制中有所讨论，磁星产生的喷注有可能将能量重新传递给超新星激波，又或者喷注可以将部分外层恒星物质推出，从而最终导致超新星的成功爆炸。

3.1.3 其它类型的伽玛射线暴

上一小节的讨论局限于传统意义上的伽玛射线暴。这些伽玛暴亮度很高，一般约为 10^{50-52} erg/s，其中长暴的持续时间多为几秒到数百秒间，而短暴的持续时间则多分布于 0.1 – 1 秒之间。除了这些伽玛暴以外，可能还存在一些非典型伽玛暴。其中有些非典型伽玛暴已经被实验观察到，且它们的亮度和持续时间与常见的伽玛暴相差迥异，比如低功率伽玛暴 (LPGRB)。另一类伽玛暴具有与典型的伽玛暴类似的持续时间，但其喷注能量或洛伦兹因子可能显著小于典型的伽玛暴，甚至天文上很难观察到这类伽玛暴，比如前文所提及的 *choked* 伽玛暴。尽管这些伽玛暴亮度偏低，甚至根本不发射伽玛射线，但它们可能是十分重要的高能中微子源，并且能合理解释 IceCube 实验所观察到的高能中微子事例（见3.3节）。从这个角度上看，我们有必要在下文中仔细讨论它们。

- *choked* 伽玛暴

尽管塌缩型超新星和长伽玛射线暴同样起源于大质量恒星的塌缩，但形成伽玛射线暴的条件显然更加苛刻。观察表明，只有极少数（约占千分之到百分之一）的超新星对应伽玛射线暴的发生。前文曾有过讨论，形成伽玛射线暴的一个必要条件是：喷注必须冲破恒星的表面。对于 *Wolf-Rayet* 星而言，外层氢层被剥离、高速旋转等因素均使得旋转轴附近的物质密度变低，喷注更容易穿透。另外，金属丰度低的 *Wolf-Rayet* 星通过恒星风丢失的角动量更少，似乎更有可能成为伽玛暴的前身星。除了满足一定条件的 *Wolf-Rayet* 星以外，大部分大质量恒星塌缩事件都很难形成伽玛暴，但我们可以预期，至少一定比例的恒星塌缩事例可导致相对论性喷注的产生。这些喷注因为能量过低、速度过慢（洛伦兹因子小）或者恒星包层太厚等因素而无法穿透恒星表层，它们被统称为 *choked* 伽玛暴。由于数量远大于正常的伽玛暴，尽管它们无法释放可被观察的伽玛射线，*choked* 伽玛暴却可能是十分重要的高能中微子源^[129-134]。

- 低亮度短暴

类似的讨论也适用于短暴。尽管没有恒星外层这一问题，但是当短暴的亮度比典型的短暴低时，我们仍很难看到它们。事实上，由于典型短暴的亮度比典型长暴

要低 1 – 2 个量级，我们看到的短暴多来自于低红移区域。可以合理预期，这些低亮度的短暴的数量可能远多于典型的短暴，因此也可能是重要的高能中微子源。

- 低功率伽玛暴

除了典型的伽玛暴和以上两类无法观察到的伽玛暴外，我们还观察到了另一类特殊的低功率伽玛射线暴^[135](LPGRB: Low Power GRB)¹。它们的亮度较低，一般为 $10^{47-50} \text{ erg s}^{-1}$ 。它们另一个区别于典型伽玛暴的特征是持续时间很长，一般可达到 10^{3-4} s 。基于这些特征的存在，人们一般认为它们与典型的伽玛暴起源于不同的机制。目前有观点认为，低功率伽玛暴同起源于大质量恒星塌缩，只不过具体产生机制可能介于 **choked** 伽玛暴和典型的伽玛暴之间。对于低功率伽玛暴而言，喷注可能也无法直接穿透恒星的物质包层。尽管如此，由于喷注在恒星内部的传播过程十分复杂，喷注传播时可能会产生其它的效应。当喷注头部在扰动恒星物质而向前传播时，恒星物质或喷注物质由于冲压会沿着喷注头部向两边侧向流动，形成一个类似“蚕茧”的结构并包裹在喷注的周围。“蚕茧”不断向外膨胀并推动四周的恒星物质，从而形成激波。喷注可以将大部分能量传递给蚕茧激波。即使喷注自身不能穿透恒星外层，一旦蚕茧激波突破恒星表层，就可以释放伽玛射线，导致低功率伽玛暴的发生。也有观点认为低功率伽玛暴直接来自于超新星或极超新星激波。值得说明的是，由于亮度很低，观察到的低功率伽玛暴的红移均很小，与之关联的塌缩型超新星也更容易被观察到；实际上在所有与超新星关联的伽玛暴中，绝大多数均为这些低功率的伽玛暴。

与 **choked** 伽玛暴一样，低功率伽玛暴中的喷注也能产生高能中微子^[136]。由于都是起源于塌缩模型，因此在讨论恒星内部产生的高能中微子时，典型的长暴、**choked** 伽玛暴以及低功率伽玛暴具有很多的相似性。相关的讨论将在下一小节给出。

3.2 塌缩型超新星和伽玛暴中的高能中微子

在上一小节中，我们简单介绍了塌缩型超新星爆炸和伽玛射线暴的产生机制和分类等。不难发现，喷注和激波在其中发挥了重要的作用。在本小节中，我们将继续讨论喷注和激波的角色，即加速带电粒子和产生高能中微子。尤其是最近的几年内，IceCube 实验（见3.3节）已探测到的数十个高能中微子事例，并首次确认了地外高能中微子的存在。理解这些高能中微子的起源已经成为了当前天体物理学十分热门的研究课题。塌缩

¹也有文献将它进一步分为两类，低亮度伽玛暴和极长伽玛暴。其中，极长伽玛暴的前身星可能为半径更大的蓝巨星。我们这里的讨论不再区分它们。

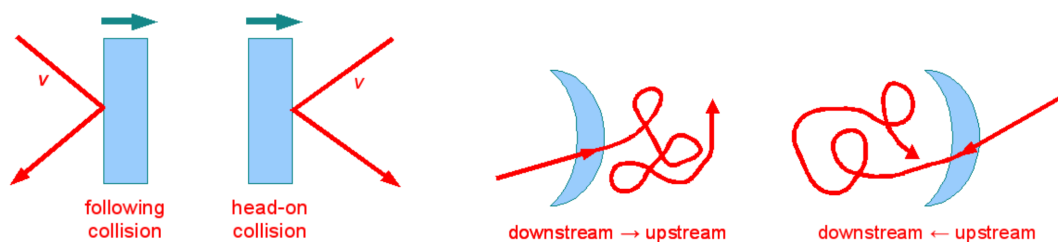


图 3-1 激波加速机制示意图^[137]。
Figure 3-1 Sketch of shock acceleration^[137].

型超新星和伽玛暴是十分重要的高能中微子源。在这样的时空背景下，我们对它们进行系统的研究将显得尤为有价值。

3.2.1 激波和激波加速机制简介

激波，又称为冲击波，是高能天体物理学中十分常见的一种流体力学现象。它与声波关系紧密，但本质上又区别于声波。在不受外力影响的情形下，流体瞬时的密度的涨落会以声波的形式在流体介质中传播，且传播的速度为声速。但如果在外力的驱动下，涨落或扰动以超过声速的速度在流体中传播时，扰动前方的区域来不及通过声速感受到扰动的临近而作出相应的反应（即通过连续调节密度来适应临近的扰动），使得扰动前后的区域出现明显的不连续性。这种流体力学的不连续性现象就是激波。激波上、下游区域的不连续性使其成为加速带电粒子和辐射高能粒子的理想场所。除了核心塌缩反弹直接产生的超新星激波外，超新星和伽玛暴中的相对论性喷注也能以各种不同的方式产生激波。例如，不连续性的喷注之间相互碰撞可产生内激波，喷注碰撞恒星物质或星际介质可产生外激波等。喷注的这些性质使得相应的天体，如超新星和伽玛暴、活动星系核等，成为理想的高能宇宙射线或高能中微子源。

带电粒子通过反复穿过激波面来实现一阶费米加速机制。如图3-1所示，考虑洛伦兹因子为 Γ 的激波在实验室系静止的介质中向前运动 (x 轴正方向)。假定带电粒子在实验系中的能动量分别为 E 和 $\vec{p} = p(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ 。在激波参考系中，它的能动量分别为

$$E' = \Gamma(E + \beta p \cos \theta),$$

$$p'_x = \Gamma(E\beta + p \cos \theta),$$

其中， $\Gamma = (1 - \beta)^{-1/2}$ 。带电粒子进入激波的不连续区域后，下游紊乱的磁场将使得

带电粒子有一定的几率完全转向，而维持带电粒子的速度不变，即 $p_x \rightarrow -p_x$ 。当从激波静止系变换到实验室系时，简单的计算可发现，带电粒子的获得额外的能量 $\Delta E \equiv E_{\text{after}} - E = E[2\beta\beta_v \cos\theta + 2\beta^2]$ ，其中 $\beta_v > 0$ 为带电粒子在实验室系下的速度大小。由于 $\cos\theta > 0$ ，对均匀分布的 $\cos\theta$ 进行积分，我们可得 $\langle \Delta E/E \rangle = \int f(\mu)\Delta E(\mu)d\mu \propto \beta$ ，其中 $\mu \equiv \cos\theta$ 。由于带电粒子单次通过激波面所获得的能量正比于 β 的一次方，这一加速机制被称为一阶费米机制。带电粒子也可与随机运动的磁湍流或磁分子云碰撞而不断获得能量，在这种情形下，前文中的 $\cos\theta$ 的取值范围为 $-1 < \cos\theta < 1$ 。同样对均匀分布的 $\cos\theta$ 作平均后可发现，带电粒子单次获得的能量正比于 β^2 ，这种情形对应于二阶费米机制。当湍流为非相对论运动时，二阶机制的加速效率显然远不如一阶机制。在 高能天体物理学中，激波加速由于能够实现一阶费米机制而被人们广泛研究。

需要强调的是，喷注除了通过激波加速带电粒子外，还可以通过一些磁流体动力学过程来实现带电粒子的加速。例如，在紊乱的磁流体中磁重联过程也可实现带电粒子的一阶费米加速机制^[138-140]。当磁场方向相反的磁流彼此靠近甚至重合时，磁场线将发生重新组合。在重合区域，由于磁场方向相反，矢量叠加后磁场将减小；在该过程中，磁场能量将转换成流体的动能、热能或用于粒子的加速。当带电粒子反复穿过磁重联区域时，带电粒子将不断获得能量而实现加速。磁重联过程依赖具体的磁流体模型，目前为止，人们对它的认识并不完备。显然，我们对基于磁重联过程的粒子加速机制更不清楚。当然，等离子体中其它电磁过程也可能实现带电粒子的加速。

3.2.1.1 高能质子的能谱和最大能量

当带电粒子在激波面的上下游来回穿梭时，带电粒子不断获得能量，且每次获得的能量均正比于此次加速前的能量。不妨作简单的讨论，假定带电粒子每次穿过激波面的概率均为 $p < 1$ ，且单次加速后 $E/E_0 \propto 1 + \alpha$ 。显然，带电粒子至少 n 次穿过激波面后的最小能量和对应的概率分别为 $E = E_0(1 + \alpha)^n$ 和 p^n 。换言之，被激波加速后带电粒子的能量分布为 $N(E)dE \propto E^{-1 + [\ln p / \ln(1 + \alpha)]}$ ，即高能粒子满足幂次率分布，且对应的幂指数为 $-1 + [\ln p / \ln(1 + \alpha)] < 0$ 。简单的解析计算表明，对于非相对性激波而言，带电粒子能谱指数为 -2 ，该值与严格数值计算吻合。对于极端相对论性激波而言，能谱指数约为 $-(2.0 - 2.2)$ 。观测表明，激波加速机制很可能与高能宇宙射线的起源有关。

通过激波加速机制质子能获得的最大能量由加速速率和冷却速率共同决定^[132]。大致而言，质子在激波中的加速速率 $t_{\text{ac}}^{-1} \equiv \dot{\epsilon}_{p,\text{ac}}/\epsilon_p$ 随着质子能量的增加而减慢，而冷却速率 $t_{\text{c}}^{-1} \equiv \dot{\epsilon}_{p,\text{c}}/\epsilon_p$ 却随着质子能量的增加而加快¹。当某一能量 ϵ_p^0 处满足关系式 $t_{\text{ac}}^{-1}(\epsilon_p^0) =$

¹为标记的方便，在此处的讨论中，我们分别使用 ϵ_i 和 E_i 来表示粒子 i 在火球共动系和实验室系中的能量。不作特别说明，我们暂不考虑红移效应。

$t_c^{-1}(\epsilon_p^0)$ 时, 质子获得最大能量, 即 $\epsilon_p^{\max} = \epsilon_p^0$ 。激波加速时间尺度由质子的拉莫半径决定, 可表示成

$$t_{\text{ac}} \simeq \frac{\kappa \epsilon_p}{ecB} \simeq 110 \text{ s} \frac{\epsilon_p}{\text{PeV}} \frac{\text{G}}{B}, \quad (3-1)$$

其中 B 为共动系中受激流体的磁场大小, $\kappa \sim 1 - 10$ 为表征激波加速效率的参数。

高能质子主要存在以下几类冷却方式: 电磁冷却、强子冷却、绝热膨胀冷却等。在磁场中, 带电粒子可通过同步辐射、逆康普顿散射过程损失能量。在不同的能区 (分别为 Thomson 和 Klein-Nishina 能区), 逆康普顿过程由不同的公式描述。这些过程中质子能损速率分别为

$$t_{\text{syn}} \simeq \frac{6\pi m_p^4 c^3}{\sigma_{\text{Th}} \beta_p^2 m_e^2 \epsilon_p B^2}, \quad (3-2)$$

$$t_{\text{IC}} \simeq \max(t_{\text{IC,Th}}, t_{\text{IC,KN}}), \quad (3-3)$$

$$t_{\text{IC,Th}} = \frac{3m_p^4 c^3}{4\sigma_{\text{Th}} m_e^2 \epsilon_p \epsilon_\gamma n_\gamma}, \quad (3-4)$$

$$t_{\text{IC,KN}} = \frac{3\epsilon_p \epsilon_\gamma}{4\sigma_{\text{Th}} m_e^2 c^5 n_\gamma}, \quad (3-5)$$

其中, $\sigma_{\text{Th}} \simeq 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ 为汤姆森散射截面, $\beta_p = v_p/c$ 为质子在共动系中速度, ϵ_γ 和 n_γ 分别为共动系中光子的特征能量和数密度。除了以上两类电磁辐射过程外, 另一类电磁冷却过程为 Bethe-Heitler 过程 ($p + \gamma \rightarrow p + e^+ + e^-$) 损失能量, 其能损速率为

$$t_{\text{BH}} = \frac{\epsilon_p (m_p^2 c^4 + 2\epsilon_p \epsilon_\gamma)^{1/2}}{2n_\gamma \sigma_{\text{BH}} m_e c^3 (\epsilon_p + \epsilon_\gamma)}, \quad (3-6)$$

其中, 截面 $\sigma_{\text{BH}} = \alpha r_e \{(28/9) \ln[2\epsilon_p \epsilon_\gamma / (m_p m_e c^4)] - 106/9\}$, $\alpha \simeq 1/137$ 为电磁相互作用精细结构常数, $r_e = e^2/m_e c^2 \simeq 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm}$ 为电子经典半径。

强子冷却过程主要包括 pp 或 $p\gamma$ 过程, 高能中微子正是通过这些过程而被产生 (见下一小节)。它们的能损速率可简单表示成 $t_{pp,p\gamma} = \kappa_{pp,p\gamma} / c\sigma_{pp,p\gamma} n_{p,\gamma}$ 。其中, $\kappa_{pp} \sim 0.8$, $\sigma_{pp} \simeq 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^2$; $p\gamma$ 过程及其截面形式比较复杂, 为作简单的估计, 可取 $\sigma_{p\gamma} \simeq 5 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$, $\kappa_{p\gamma} \sim 0.2$ 。火球或喷注的绝热膨胀也会导致高能质子能量下降, 其对应的能损速率可简单估计为 $t_{\text{dyn}} \sim r/\Gamma c$, 其中 r 和 Γ 分别火球或喷注的半径和洛伦兹因子。考虑到所有的冷却效应后, 总冷却速率 $t_c^{-1} = t_{\text{syn}}^{-1} + t_{\text{IC}}^{-1} + t_{\text{BH}}^{-1} + t_{pp}^{-1} + t_{p\gamma}^{-1} + t_{\text{dyn}}^{-1}$ 。

值得强调的是, 上文对相关冷却过程的讨论只用到了光子的特征能量 ϵ_γ , 实际上, 在严格的计算中我们需要输入光子的能谱。一般而言, 在火球激波中, 光子可能来自于

加速电子的同步辐射从而服从简单的幂次率，又或者当光学深度足够大时，光子为黑体辐射谱。对于有大量观测数据的伽玛暴瞬时辐射，我们则直接选用观测数据去描述光子的能谱。当给定喷注的基本参数（如能量、洛伦兹因子、磁场能比率参数 ϵ_B 等）时，我们能很容易求得喷注或火球中的光子能谱和磁场等。它们不仅决定了被加速质子能获得的最大能量，同时也与下一小节中所讨论的高能中微子的产生密切相关。

3.2.2 高能中微子的产生机制

在本小节，我们来介绍高能中微子的产生机制。当质子被加速到很高能量时，它主要通过以下两种方式产生高能中微子，

- $p\gamma$ 过程:

$$p + \gamma \rightarrow \pi^+ + n, \text{ or, } n + \gamma \rightarrow \pi^- + p, \quad (3-7)$$

$$p(n) + \gamma \rightarrow K^\pm + X, \quad (3-8)$$

$$\pi^+(\pi^-) \rightarrow \mu^+(\mu^-) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (3-9)$$

$$\mu^+(\mu^-) \rightarrow e^+(e^-) + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu), \quad (3-10)$$

$$K^+(K^-) \rightarrow \mu^+(\mu^-) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (3-11)$$

其中，由于 K^\pm 生成通道比较复杂，我们不妨用 X 来标记反应中任意可能产生的强子组合。上述中 K^\pm 衰变通道的分支比约为 0.636，除了该通道外， K^\pm 还可以进一步衰变成 π^\pm 。 π 介子产生过程主要由 Δ 共振通道主导；不过当质心系能量增大时，其它共振通道、直接 π 通道或多 π 通道将变得更加重要^[41]。

单次 $p\gamma$ 反应中质子传递给带电介子的能量比例并不是确定的值，而是按一定的概率分布。为了估算的方便，文献中常认为单次反应 $\pi^\pm(K^\pm)$ 获得的能量 $E_{\pi,K} \simeq 0.2E_p(0.5E_p)$ ，而通过带电介子衰变产生的中微子能量为 $E_\nu \simeq 0.25E_\pi \simeq 0.05E_p$ ，或者对于 K^\pm 介子衰变而言， $E_\nu \simeq 0.5E_K \simeq 0.25E_p$ 。中微子的味道也是十分重要的信息。容易看出，对于 π^\pm 介子衰变， $\nu_e + \bar{\nu}_e$ 和 $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ 按 1:2 的比例产生。当考虑了真空振荡效应后，抵达探测器后中微子的味道比例约为 $\nu_e + \bar{\nu}_e : \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu : \nu_\tau + \bar{\nu}_\tau \simeq 1:1:1$ （见下文）。 $p\gamma$ 过程除了产生 π^\pm 外，也有约 1/2 的几率产生 π^0 ，而 π^0 主要衰变成两个光子。由于高能中微子常伴随着着高能光子的产生，因此通过对天文学弥散光子的观测，人们可以对高能中微子的产生进行限制。

- pp 过程:

$$pp \rightarrow X + n_1\pi^\pm + n_2K^\pm, \quad (3-12)$$

π^\pm 和 K^\pm 的衰变产生中微子的过程同上。 $n_{1,2}$ 为单次反应中产生的 π^\pm 和 K^\pm 介子的数目。由于我们不区分正反中微子，因此这里没有分别讨论正反带电介子；一般可简单认为，正反带电介子或正反中微子平均分配。对于不同的反应通道而言， n_i 和 X 均会有所不同。对于单次 pp 反应， $\langle n_1 \rangle \simeq 1.0$ ， $\langle n_2 \rangle \simeq 0.1$ 。 π^\pm 和 K^\pm 的衰变过程与上文 $p\gamma$ 中描述的一样，这里将不再赘述。

除了上述两种过程外，中子衰变 ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) 也能产生高能中微子。一般而言，中子自身很难被加速，高能中子多由高能质子通过 $p\gamma$ 产生。相比而言，高能中子衰变中高能中微子的产额远小于 $p\gamma$ 反应中介子的衰变，因此该过程很少被讨论。

3.2.2.1 高能中微子的流量和能谱

在超新星和伽玛暴等天体环境中， $p\gamma$ 反应所需的光子可来由不同的方式产生。被激波加速的电子可通过同步辐射或逆康普顿等过程产生电磁辐射；另外，喷注流体的热辐射也可以参与 $p\gamma$ 反应。 $p\gamma$ 过程中，高能中微子的能谱由初始的高能质子和光子的能谱共同决定。

在伽玛暴火球共动系中，高能质子通过 $p\gamma$ 过程中 π 产生而损失能量的速率可表示成^[142]

$$\begin{aligned} t_\pi^{-1}(\epsilon_p) &\equiv -\frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dt} \\ &= \frac{c}{2\Gamma_p^2} \int_{\epsilon_0} d\epsilon \sigma_\pi(\epsilon) \xi(\epsilon) \epsilon \int_{\epsilon/2\Gamma_p} d\epsilon_\gamma \epsilon_\gamma^{-2} n(\epsilon_\gamma), \end{aligned} \quad (3-13)$$

其中 $\Gamma_p = \epsilon_p/m_p c^2$ 为高能质子的洛伦兹因子， ϵ_γ 为光子在共动系的能量， $n(\epsilon_\gamma)$ 为光子的密度， ϵ 为光子在高能质子静止系中的能量， $\sigma_\pi(\epsilon)$ 为 π 产生过程的反应截面， $\xi(\epsilon)$ 为质子能量传递到 π 的平均比例， $\epsilon_0 \simeq 0.15 \text{ GeV}$ 为 π 产生过程 ϵ 的阈值。

以伽玛暴的瞬时辐射为例，瞬时光子服从 **Band** 谱，即分段幂次率。方程 (3-13) 中后一个积分可被积分。尽管如此，由于 σ_π 的形式比较复杂，方程 (3-13) 仍然不能被解析积出。不过由于 σ_π 在 Δ 共振 ($\epsilon = \epsilon_{\text{pk}} \simeq 0.3 \text{ GeV}$) 时很大 ($\sigma_{\text{pk}} = 5 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$)，方程 (3-13) 中积分主要来自于 Δ 共振的贡献。为了近似的求解该积分，我们可认为在 ϵ 在 ϵ_{pk} 附近且宽度为 $\Delta\epsilon \simeq 0.2 \text{ GeV}$ 的能区上 $\sigma_\pi = \sigma_{\text{pk}}$ ^[141]。只考虑 Δ 共振的贡献，我们可

求得

$$t_{\pi}^{-1}(\epsilon_p) \simeq \frac{U_{\gamma}}{2\epsilon_{\gamma b}} c \sigma_{\text{pk}} \xi_{\text{pk}} \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_{\text{pk}}} \min(1, 2\Gamma_p \epsilon_{\gamma b} / \epsilon_{\text{pk}}), \quad (3-14)$$

其中 U_{γ} 为光子在共动系中的能量密度； $\epsilon_{\gamma b}$ 为共动系中光子 **Band** 能谱的拐点能，且 $\xi_{\text{pk}} \simeq 0.2$ 。当高能质子能量较小时， $2\Gamma_p \epsilon_{\gamma b} / \epsilon_{\text{pk}} < 1$ ， $t_{\pi}^{-1}(\epsilon_p)$ 正比与 ϵ_p 。当 ϵ_p 足够大时， $t_{\pi}^{-1}(\epsilon_p)$ 将与 ϵ_p 无关。

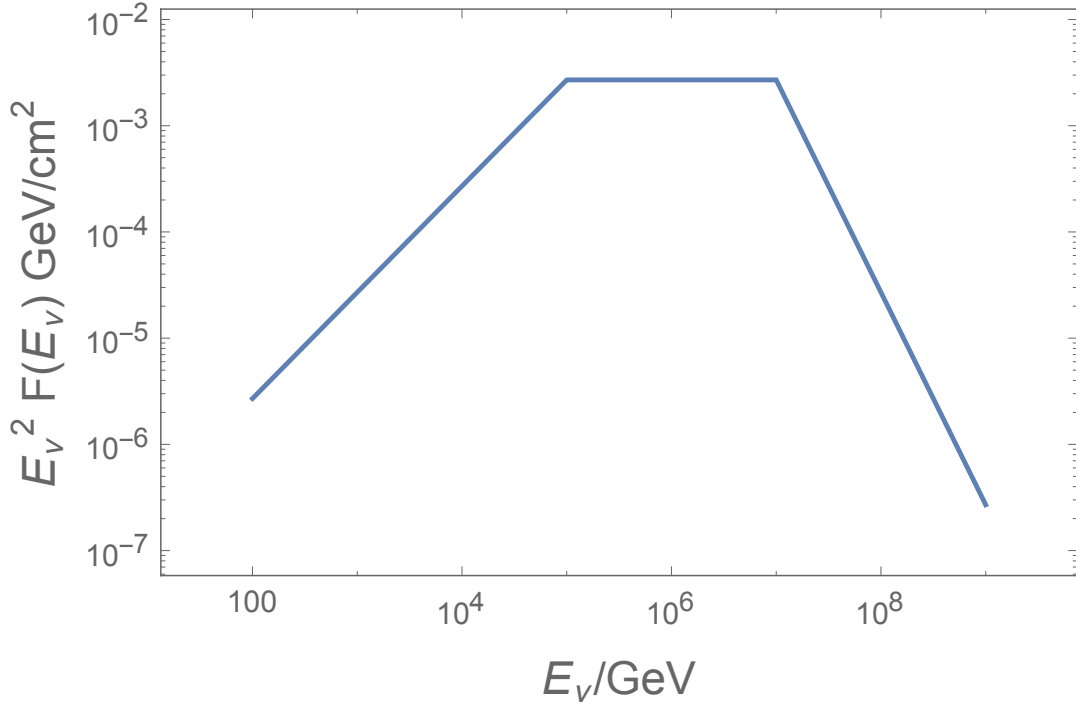
如果不考虑 π^{\pm} 和 μ^{\pm} 在磁场中的冷却效应，高能中微子的流量可简单表示成，

$$F_{\nu} E_{\nu}^2 \simeq \frac{1}{2} \frac{3}{4} F_p E_p^2 \min[1, t_{\text{dyn}} / t_{\pi}(\epsilon_p)], \quad (3-15)$$

其中 $t_{\text{dyn}} \simeq r_d / (\Gamma c)$ 为火球的膨胀速度或绝热冷却速率， r_d 为火球膨胀的半径， Γ 为火球的洛伦兹因子； $E_p = \Gamma \epsilon_p$ 和 $E_{\nu} = 0.05 E_p$ 均为实验室下高能质子和高能中微子的能量。1/2 和 3/4 分别为带电 π^{\pm} 占总 π 介子的比例，以及 π^{\pm} 衰变中能量转移到中微子的比例；在因子 3/4 中，1/4 来自于 π^{\pm} 的直接衰变，另外 1/2 来自于 π^{\pm} 的衰变产物 μ^{\pm} 的贡献。与高能质子一样， π^{\pm} 和 μ^{\pm} 也会由于电磁过程、强子过程（ μ^{\pm} 不参与强子过程）、绝热膨胀过程的影响而损失能量，这些冷却将分别降低它们对高能中微子的贡献^[132]。以 π^{\pm} 的衰变为例，由于 π^{\pm} 衰变速率正比与 ϵ_{π} ，当能量足够高时， t_{dec}^{-1} 可能小于 π^{\pm} 在火球磁场中的同步辐射冷却速率 t_{syn}^{-1} ，此时，高能中微子的流量会被压低一个因子 $t_{\text{syn}} / t_{\text{dec}}$ （如果考虑所有的冷却过程，压低因子应为 t_c / t_{dec} ）。与方程 (3-2) 一致，在伽玛暴火球中， $t_{\text{syn}}^{-1} = (6\pi m_{\pi}^4 c^3 / \sigma_{\text{Th}} m_e^2 \epsilon_{\pi} B^2)$ ，其中 B 为火球共动系中磁场大小，可通过 $U_B = B^2 / 8\pi = U_{\gamma} \epsilon_B / \epsilon_e$ 来估计，其中 $\epsilon_{e,B} \sim 0.1$ 分别为辐射和磁场能量占火球总能量的比例。由于 μ^{\pm} 的寿命很长， μ^{\pm} 冷却效应在 E_{ν} 更小时就开始作用。

图3-2显示了从单个典型的伽玛暴所释放的 **Waxman-Bahcall** 瞬时高能中微子的能谱。图中我们假定伽玛暴内激波可以将质子加速到足够高的能量，且计算中仅考虑了 π^{\pm} 衰变的贡献。在前文的近似下，该中微子能谱服从简单的分段幂次率，且能量拐点分别为 $E_{\nu,1}$ 和 $E_{\nu,2}$ 。第一个分段能量点 $E_{\nu,1}$ 对应着瞬时光子的能量拐点 $\epsilon_{\gamma b}$ ；在 $E_{\nu} > E_{\nu,2}$ 能区上高能中微子流量下降，这是由 π^{\pm} 的冷却效应导致。在标准 **Waxman-Bahcall** 中微子谱计算中，假定极高能宇宙射线完全由伽玛射线暴瞬时辐射加速产生，高能中微子的绝对流强也由此确定。

相同的讨论也可以推广至 $p\gamma$ 反应产物 K^{\pm} 所衰变产生的高能中微子，这里不再赘述。需要强调的是，相比于 π^{\pm} 而言， K^{\pm} 质量很大，因此冷却效应对 K^{\pm} 衰变高能中微子的影响要更小。由于 $\sigma_{pp} \simeq 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^2$ ，与高能质子的能量无关， pp 过程高能中微子的计算显然更加简单。在不考虑介子的冷却效应时，其高能中微子的能谱指数与入

图 3-2 伽玛暴中标准 Waxman-Bahcall 瞬时中微子能谱^[142]。Figure 3-2 Standard Waxman-Bahcall spectrum of prompt HE neutrinos in GRBs^[142].

射高能质子的能谱完全一样。

3.2.2.2 高能中微子的味道

除了总流量和能谱之外，高能中微子的味道组分也是十分重要的信息。味道组分不仅与产生机制相关，也受到中微子振荡的影响。假定高能中微子在源处产生时的味道组分为 f_α^\ominus ($\alpha = e, \mu, \tau$)，经历真空振荡后抵达地球探测时高能中微子的味道组分变为

$$f_\alpha^\oplus = \sum_\beta P_{\alpha\beta} f_\beta^\ominus, \quad P_{\alpha\beta} = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2, \quad (3-16)$$

其中 $U_{\alpha i}$ 为 PMNS 中微子混合矩阵元。对于不同的中微子产生情形，如不考虑冷却效应的 π^\pm 衰变、 π^\pm 衰变且 μ^\pm 完全被冷却、中子衰变，其中微子的初始味道组分分别为： $(1/3, 2/3, 0)_\ominus$ 、 $(0, 1, 0)_\ominus$ 、 $(1, 0, 0)_\ominus$ ，抵达地球时它们将分别变为 $\sim (1/3, 1/3, 1/3)_\oplus$ 、 $(0.23, 0.39, 0.38)_\oplus$ 、 $(0.55, 0.23, 0.22)_\oplus$ 。不难发现，无论初始味道如何，抵达地球时 ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) 和 ν_τ ($\bar{\nu}_\tau$) 的流量总是很接近。究其原因，这是由中微子 $\mu - \tau$ 分量为最大混合所导致。

当然，高能中微子的味道组分可能随着高能中微子能量 E_ν 而变化^[143-146]。以 $p\gamma$ 反

应为例，如果严格考虑反应中的动力学效应（即反应随中微子能量的关系）， $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 和 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 的流量随着 E_ν 的变化有所区别。另一方面，考虑到 π^\pm 和 μ^\pm 冷却效应随能量的变化， $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 和 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 的流量将会随着 E_ν 而显著变化。具体而言， μ^\pm 在磁场中冷却更明显，导致 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 的流量随 E_ν 的增大更显著的衰减。其它一些额外的机制也可能造成味道组分随 E_ν 的改变。例如，我们在下一章中讨论的吸积盘中微子与高能中微子的湮灭过程就可以显著改变高能中微子的味道成分。

由于不同味道中微子的探测信号有所不同，实验上可以区分不同味道的高能中微子（见3.3节）。通过对高能中微子的能谱和味道组分进行测量，我们有可能甄别和区分出不同的高能中微子模型。

3.2.3 塌缩型超新星和伽玛暴中可能的激波和高能中微子

上一小节中，我们对喷注或其相应激波中高能中微子的产生机制作了一般化的讨论。原则上讲，这些讨论几乎适用于任何激波中产生的高能中微子。大致而言，我们可按如下步骤可对激波中产生的高能中微子流量进行计算：(1) 确定被加速质子的通亮，并通过比较高能质子的加速和各冷却过程的时间尺度，确定质子能达到的最大能量。(2) 确定激波中光子的能谱和密度，然后计算 $p\gamma$ 和 pp 过程中能量转移到 π^\pm 和 K^\pm 的时间尺度。(3) 比较带电介子 π^\pm 、 K^\pm 和 μ^\pm 的衰变速度以及各冷却过程的时间尺度，得到质子能量转移到高能中微子的效率。(4) 综合以上步骤即可得出最终高能中微子的流量。需要说明的，一旦给定了激波的总能量、洛伦兹因子、电磁能量比例等参数后，上述步骤中所需的时间尺度等量均被唯一确定。

一般而言，不管超新星或伽玛暴中激波如何产生，我们均可凭借上述这些一般性的讨论来计算超新星或伽玛暴中各种可能情形下的高能中微子。然而在实际情况中，我们还需要考虑恒星外包层等因素对激波和高能中微子产生的影响。在本小节，我们将简要介绍和罗列在不同类型伽玛暴和激波下高能中微子的产生情形，并强调其它因素如何影响或限制它们。我们的讨论将按激波的类型来展开。由于在不同类型的伽玛暴（见3.1.3节）中可能出现的激波不一样，因此，下文的讨论会说明各类型伽玛暴产生高能中微子的区别。

在3.2.1节中我们曾提及，伽玛暴喷注可通过不同的方式产生激波。当喷注发射不连续时，后方更快的喷注会迎头赶上并与前方更慢的喷注碰撞，对于相对论性喷注而言，碰撞造成的扰动会以超声速的速度向前传播，从而造成激波的出现。这种有喷注相互碰撞产生的激波产被称为内激波。同样的，当喷注碰撞到恒星物质上时也可以产生激波，且激波不断向前并持续激化恒星物质。与内激波相对应，这种激波被称为外激波。与外激波类似，超新星核心反弹激波也会不断激化恒星物质，并产生高能中微子。基于这种

相似性，我们不妨将超新星激波归类于外激波一类。除此之外，喷注在恒星物质中传播时，周围的恒星物质会压缩喷注并产生校准激波 (collimation shocks)。这三类激波均是产生高能中微子的可能场所。

3.2.3.1 内激波

内激波是伽玛暴中最常见的一类激波。不管伽玛暴的起源如何，只要中心引擎喷注释放不稳定，内激波就可能会出现。考虑激波的不稳定性的时间尺度为 δt ，且其中快、慢喷注的洛伦子因子分别为 $\Gamma_{f,s} \gg 1$ 。不难估计，喷注之间的碰撞或内激波将在半径 $r \simeq 2c\delta t / (\Gamma_s^{-2} - \Gamma_f^{-2}) \simeq 2c\delta t \Gamma_s^2 \simeq 6 \times 10^{13} \text{ cm } \Gamma_{s,2}^2 \delta t_{-1}$ 处发生^[121-123]。一般而言， $\delta t \sim 10^{-2} - 10^{-1} \text{ s}$ 。对于不同类型的伽玛暴而言，喷注的洛伦子因子相差可能很大。对于典型的伽玛暴而言， Γ 可达 $10^2 - 3$ ，内激波发生于 Wolf-Rayet 星之外。而对于低功率或 choked 伽玛暴而言， Γ 可能仅为 $2 - 10$ ，因此内激波很可能发生于星体之内。不过也有一种可能，对于典型的伽玛暴而言，喷注仍在星体内传播时，其洛伦子因子没来得及增大，内激波也有可能星体内产生。

需要强调的是，当喷注或激波产生于恒星内部时，高能中微子的产生过程将受到其他因素的影响和制约，如喷注可能被恒星物质所校准 (见3.2.3.3节)、激波受到辐射条件限制以及高能中微子被恒星物质吸收等 (见3.2.3.4节)。对于由双致密星体并合产生的短暴或低亮度短暴，由于周围物质密度很低，我们一般不需要考虑这些因素。

3.2.3.2 外激波

喷注与恒星或星际物质碰撞即可产生外激波。典型伽玛暴 (包括长暴短暴) 的余晖即是由发生于 $r \sim 10^{16-18} \text{ cm}$ 处的外激波导致的，被激的星际物质中高能质子被加速并产生高能中微子^[121,123,147]。对于低功率伽玛暴而言，突围而出的喷注或激波推动恒星风也可产生高能中微子。外激波除了在离中心很远的距离发生外，原则上也可发生于恒星内部。对于核心塌缩导致的各类型的伽玛暴，喷注在恒星内传播时，喷注头部不断推动恒星物质产生向前传播的激波，激波不断加速穿过的恒星物质从而产生高能中微子。类似的机制也同样适用于超新星激波在恒星内部的传播。

与内激波情形类似，当外激波发生于恒星内部时，校准效应、辐射限制条件以及物质对高能中微子的吸收等效应需要被考虑。同样的，这些效应往往使得高能中微子很难在恒星内部产生。

3.2.3.3 校准波

前文有提及过，但喷注在恒星内部传播时会受到恒星物质的挤压。更详细的说来，喷注头部与恒星物质碰撞后受到向后激波的作用而减速，同时喷注和恒星物质沿着喷注头部的横切面向而涌向喷注的四周，并形成一個茧状结构包裹着喷注^[148]。与此同时，该茧状结构对喷注施加很强的压强，从而可能导致喷注被校准，喷注由锥状变为柱状的结构。茧状结构与喷注之间的碰撞可导致校准波的形成，在受激的喷注中，粒子加速和高能中微子同样能够产生^[136]。

3.2.3.4 辐射限制以及物质吸收

当激波为辐射主导时，带电的粒子由于与辐射相互作用而很难反复穿过激波面，导致带电粒子的加速受到抑制^[149,150]。只要当激波为辐射主导时，激波才有可能成为非碰撞激波 (collissionless shocks) 并具备加速粒子的能力。一般认为，只要在激波上游中光子的光学深度足够小时，辐射能很快的传播出去，激波即可被认为是非辐射主导的。具体而言，激波上游的光学深度需满足 $\tau_U \lesssim \beta^{-1}$ ，其中 $\beta = (1 - \Gamma^2)^{-1/2}$ 为激波的速度。而对于相对论性的激波而言， $\beta \simeq 1$ ，因此非辐射条件变为 $\tau_U \lesssim 1$ 。光学深度主要由物质密度决定，对于内激波和校准波而言，光学深度由喷注能量和洛伦子因子共同决定。简单计算表明，恒星内部校准波和内激波需满足^[136]

$$L_{52} r_{cs,10}^{-1} \Gamma_2^{-3} \lesssim 5.7 \times 10^{-4} \min[1, 0.01 C_1^{-1} \Gamma_{rel}], \quad (3-17)$$

$$L_{52} r_{is,10}^{-1} \Gamma_2^{-3} \lesssim 5.7 \times 10^{-3} \min[\Gamma_{rel,0.5}^2, 0.32 C_1^{-1} \Gamma_{rel,0.5}], \quad (3-18)$$

其中， L 喷注各向同性亮度， Γ 为校准前喷注的洛伦子因子， $r_{cs, is}$ 分别为校准波和内激波发生半径。对校准波而言， $\Gamma_{rel} \sim (\Gamma/\Gamma_{cj} + \Gamma_{cj}/\Gamma)/2$ ，而对内激波而言， $\Gamma_{rel} \sim (\Gamma_r/\Gamma + \Gamma/\Gamma_r)/2$ 且 Γ_r 为相互碰撞的喷注中较快喷注的洛伦子因子。 $C \sim 1 + 2 \ln \Gamma_{rel}^2$ 为正负电子对产生对光学深度的修正因子。由表 X 可知，对典型伽玛暴而言， $L \sim 10^{50-52}$ erg/s 且 $\Gamma \sim 10^{2-3}$ ，激波加速很难在恒星内的内激波和校准波中实现。如果内激波发生在恒星外，如瞬时辐射半径 $r \sim 10^{13-15}$ cm 处，粒子加速将不再受到制约。对于低功率的伽玛暴而言，如果其洛伦子因子仍允许足够大，即使激波发生在恒星内部，以上辐射限制条件也很容易被满足。对于外激波而言，激波上游的光学深度完全由恒星物质或星际物质的密度决定，而不再与喷注无关，对应的辐射限制条件为 $\tau \simeq \sigma_T n r_{es} \lesssim \beta^{-1}$ ，其中 r_{es} 为外激波发生的半径。由于一样而言，恒星物质密度较高，辐射条件只在恒星边界或恒星外成立。很显然，典型伽玛暴中产生余晖的外激波满足该条件。

辐射条件对恒星内产生的高能中微子限制很强。即使激波能在恒星内部加速并产生

能量足够高的高能中微子，它们也要受到恒星物质的吸收，对应的反应主要为中微子与核子的带电流相互作用过程， $\nu_\alpha(\bar{\nu}_\alpha) + N \rightarrow \alpha^-(\alpha^+) + X$ 。对于 $E_\nu = 100 \text{ TeV}$ 的高能中微子而言，带电流过程的截面约为 $5 \times 10^{-34} \text{ cm}^2$ ^[151]，为了使它能逃离出恒星表层而不被显著吸收，激波半径和恒星密度需满足 $r_s \rho \lesssim 3 \times 10^9 \text{ g cm}^{-2}$ 。对于一般的塌缩型恒星模型而言，该条件可能会在一定的程度上限制恒星内高能中微子的贡献。

尽管高能中微子可以在不同类型的激波中产生，但它们对弥散中微子的贡献显然是不同的。一方面，不同类型伽玛暴事例发生的速率可能相差迥异。另一方面，对于单个不同类型的伽玛暴中不同的激波而言，高能中微子的能谱（以及中微子最大能量）和绝对流强显然有所区别。严格考虑所有的限制条件，并自洽的计算塌缩型超新星和各类型伽玛暴中高能中微子流强，以及它们对弥散中微子的贡献将是一个十分有意义却又复杂的工作。在本章中，我们只是对相关的知识作了介绍，并没有仔细计算各种可能场所中高能中微子的流量。对这些问题进行详尽的研究将是我未来工作的重点方向之一。

3.3 IceCube 实验简介和高能中微子的探测

中微子的反应截面比其它粒子要小得多，而且天文学和宇宙中微子的流强往往很低，因此为了捕捉到这些中微子的信号，人们需要搭建十分庞大的中微子探测器。不仅如此，高能 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 通过带电流相互作用产生的 $\mu^-(\mu^+)$ 往往会在探测器中留下长达数千米长的径迹，为了更好的识别和重建这些信号，高能中微子探测器需具备同样量级的尺寸。然而，在常规的实验室中搭建立方千米大小的探测器显然是不太现实的。唯一可行的方式是直接利用海洋和冰川作为天然的靶材料，并利用光学探测器探测相应的中微子信号。

IceCube 就是这样的一类以冰川作为靶核的高能中微子实验^[64]，它是目前唯一一个运行中的探测高能天文学中微子的实验。如图3-3所示，IceCube 实验探测器是由 86 根深埋于冰川之中的长达一千米的垂直光电缆组成，每根光缆的顶端距南极地面站约 1.45 千米，相邻两根光缆间的间隔为 125 米。每根光缆上安装有 60 个数字光学模块，用来采集光子信号，相邻的两个模块间隔 17 米。

IceCube 主要通过两类事例来捕捉高能中微子。第一类是 μ^\pm 的径迹信号，主要是由 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 的带电流相互作用产生， $\nu_\mu + N \rightarrow N' + \mu^-$ 。由于高能 μ^\pm 的穿透能力很强，它会在冰川里面留下一条清晰的径迹。 $\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau)$ 带电流相互作用产生的 τ^\pm 也会衰变生成 μ^\pm ，从而贡献少部分的径迹事例；平均而言，在所有 $\nu_\tau(\bar{\nu}_\tau)$ 带电流事例中，大约有 18% 的事例会最终产生径迹。另一类为级联事例，是由 $\nu_{e,\tau}(\bar{\nu}_{e,\tau})$ 的带电流相互作用以及各种味道中微子的中性流相互作用造成。与 μ^\pm 不同的是，级联事例中的产物在冰层里穿透能力很弱，在产物经历数次碰撞后，高能中微子释放的能量向四面八方传递出去。在径

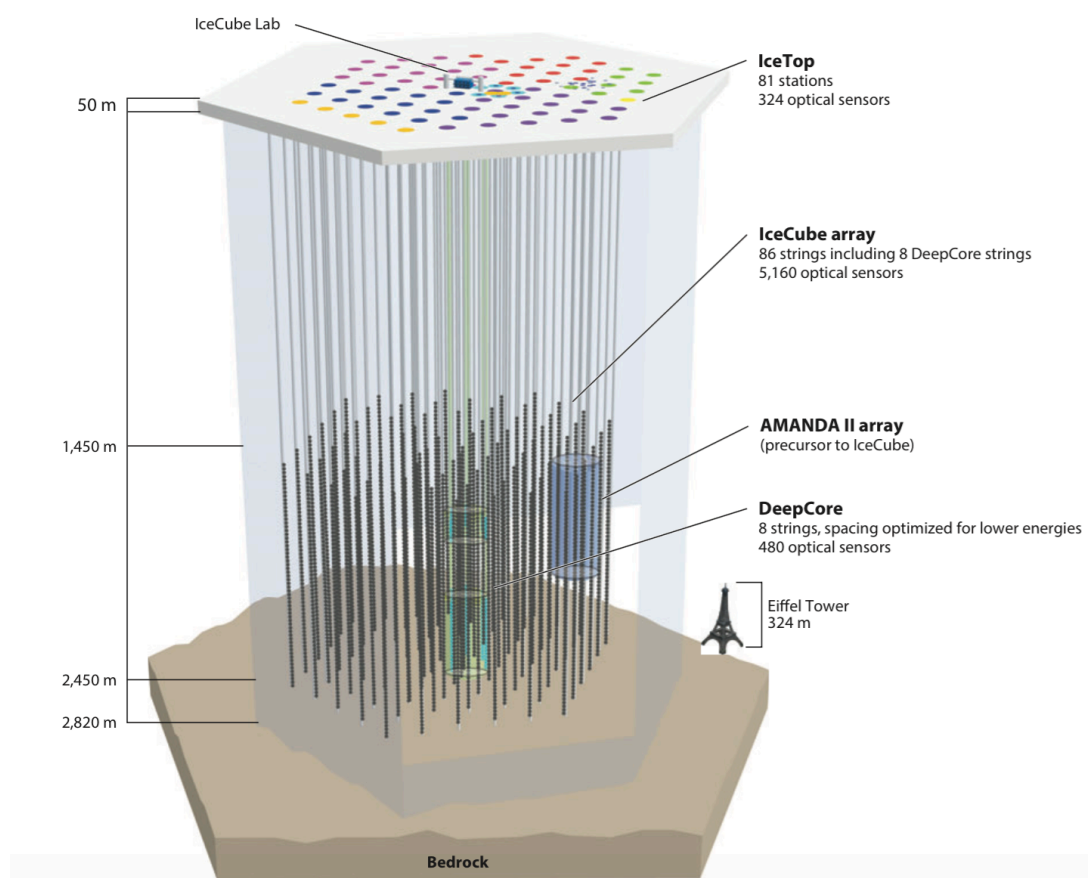


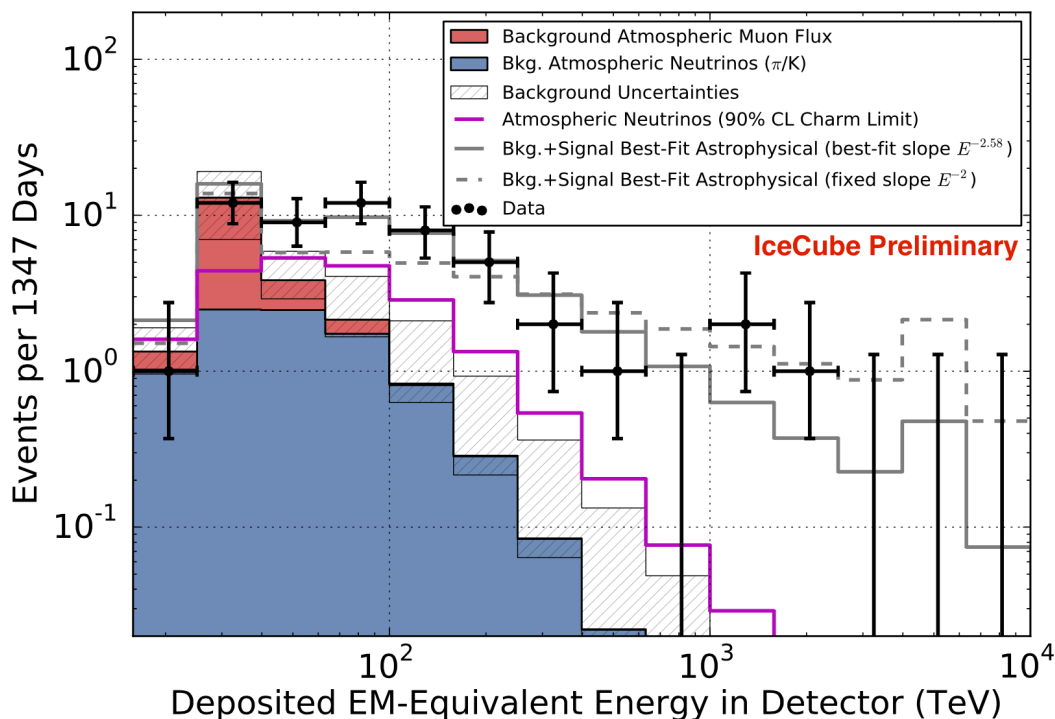
图 3-3 IceCube 探测器的示意图^[65]。
Figure 3-3 Sketch of the IceCube detector^[65].

迹事例中, μ^\pm 与高能中微子方向十分接近, 通过 μ^\pm 径迹我们可以很好的重建高能中微子的方向。对于能量高于几十个 TeV 的高能中微子而言, 径迹事例中高能中微子方向的分辨率 $\lesssim 1^\circ$; 相较之下, 级联事例方向的分辨较差, 一般约为 $10^\circ - 15^\circ$ 。另一点需要强调的是, 在带电流事例中, 高能中微子大部分能量均转移给了带电轻子, 如果所有的能量均沉积在探测器中, 则重建的能量比较接近高能中微子的能量; 而对于中性流事例而言, 平均而言只有不到一半的中微子能量沉积下来。

IceCube 最主要的目标就是寻找高能中微子及其可能的中微子源。自从运行以来, IceCube 不断累积越来越多的高能中微子事例。从 2010-2014 年期间 (有效采数时间为 1347 天), IceCube 实验在 $E_{\text{dep}} > 30 \text{ TeV}$ 区间 (大致对应于 $E_\nu > 60 \text{ TeV}$) 上共发现了 54 个高能中微子事例^[68,152], 尤其是其中有 3 个事例的沉积能量高于 1 PeV。分析发现, 预期其中 12.6 ± 5.1 个事例是由宇宙 μ^\pm 造成的, 另外还有 $9.0^{+8.0}_{-2.2}$ 个事例来源于大气中微子的贡献。所有中微子事例的详细信息, 包括重建的沉积能量、事例的探测时间和方向以及它们各自的误差等, 列于文献^[68] 补充材料的表 1 和文献^[152] 表 1 中。需要说明的是, #32 事例被确认是由一对偶然的 μ^\pm 事例造成的, 因此它与天体物理学高能中微子无关。

图3-4中显示了这 54 个高能中微子沉积能量的分布情况。不同阴影区域分别为大气 μ^\pm 和大气中微子的贡献。高能中微子的流量满足简单的幂次率, 即 $\Phi_\alpha = 3\phi_0[E/100 \text{ TeV}]^{-\gamma}$ 。假定天体物理学高能中微子味道组分为 $(1 : 1 : 1)_\oplus$, 拟合得到的最佳值为 $\Phi_0 = (2.3 \pm 0.4) \times 10^{-18} \text{ GeV}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, $\gamma = 2.6 \pm 0.15$ ^[153]。其中, 能谱指数的拟合结果并不敏感依赖于味道组分的假设。值得强调的是, 如果高能中微子的能谱指数与激波加速产生的宇宙射线能谱一致, 能谱指数的理论值应该约为 2.0–2.2。实际上, $\gamma = 2$ 这一情况已经被 IceCube 实验结果在 3σ 的置信度水平上排除。高能质子的截断、 $p\gamma$ 过程中光子的能谱、带电介子的冷却效应、恒星物质吸收 (见3.2节) 以及下一章我们讨论的吸积盘中微子效应等因素均可能造成高能中微子能谱的软化。

除了能谱和流量外, 高能中微子的味道组分也是十分重要的观测量。IceCube 实验组曾在不同的假定条件下对高能中微子的味道进行分析。第一种条件为两味道情形, 即抵达地球处高能 ν_μ 和 ν_τ 的流量总是相等的, 这与中微子振荡的预期符合。另一种为三味道情形, 在该情形下三种味道中微子流量没有任何限制。在 $25 \text{ TeV} < E_{\text{dep}} < 2.8 \text{ PeV}$ 区间上拟合 IceCube 数据, 结果表明: 在两味道情形下, 味道组分最佳拟合值约为 $(0.190 : 0.405 : 0.405)_\oplus$; 在三味道情形下, 味道组分则变为 $(0.49 : 0.51 : 0.0)_\oplus$ ^[154]。由于目前统计数目较少, 味道组分测量的误差仍然很大, 大部分高能中微子产生机制仍被实验允许。需要指出的是, 当拟合不同的能量区间或不同类型 (径迹和级联事例) 的中微子事例时, 拟合得到的能谱或味道组分将存在区别。这点也比较容易理解, 至少如下

图 3-4 2010-2014 年期间 IceCube 高能中微子事例^[68]。Figure 3-4 High-energy neutrino events in IceCube from 2010-2014^[68].

几个原因可以导致这一现象，一是目前中微子事例的统计数目仍然偏少，统计涨落较大，另一个可能的原因是不同能区或味道的中微子可能来自于不同的天体源或起源于不同的产生机制。

另一方面，IceCube 也试图寻找高能中微子与已知伽玛射线天体源之间的关联性，从而确定高能中微子的来源，或者对不同天体源进行限制。前文已讨论过，伽玛射线暴可能是十分重要的高能中微子源；不仅如此，由于伽玛射线暴的能量十分高，且其发生的频率较高（大约每天能观察到 1 – 2 个伽玛射线暴），人们对它们的观察和研究比较丰富。IceCube 实验组十分重要的一项研究内容就是寻找与伽玛射线暴相关联的高能中微子信号。IceCube 使用最大似然方法，从时间和方向上来寻找它们之间的关联性^[155-157]。最新分析表明，没有伽玛射线暴与 IceCube 的高能中微子事例间存在显著的关联性。不仅如此，该结果很强烈的限制了伽玛射线暴高能中微子流量，其 90% 置信度上限约为 $E_0^2 \Phi_0 \sim 2 \times 10^{-10} \text{ GeV cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ^[158]。这一数值表明，伽玛射线暴中微子对 IceCube 事例的贡献不超过 1%。在伽玛射线暴中，中微子流量与其中的很多参数相关；因此该结果也很强烈的限制了伽玛射线暴模型中的相关参数，如 $\Gamma, f_e, \epsilon_{e,B}$ 等^[158]。除了寻

找伽玛射线暴中微子外, **IceCube** 实验组也对其它可能的中微子点源或尺寸更大的伸展源进行关联分析, 这些源包括星暴星系、系内的超新星遗迹、活动星系核、脉冲星风云以及其它伽玛射线源等。与伽玛射线暴分析一样, 也没有发现任何中微子事例与这些源相关联^[159]。截止目前为止, **IceCube** 高能中微子的起源仍然是一个亟待解决的谜团。

除了探测高能中微子外, **IceCube** 探测器还可以探测其它能量范围的中微子(如大气中微子)以及其它粒子天体物理学课题。简单归纳一下, 大致有如下几类课题: (1) **IceCube** 可以探寻能量更高 10 PeV – EeV 的 GZK 中微子。实际上, **IceCube** 探测到的 PeV 事例可能与 GZK 中微子有关, 不过具体分析表明, 如果它们与 GZK 中微子有关, 那么 **IceCube** 应该看到更多 10 – 100 PeV 的事例^[160]。(2) **IceCube** 可以对大气中微子的束流及其振荡现象进行测量。(3) 不仅如此, 在 **IceCube** 探测器内存在一个 **DeepCore** 区域(见图3-3), 光学模块在其中十分密集的分布; **DeepCore** 可将大气中微子的能量阈值降低至 ~ 5 GeV, 在该能区上, 地球物质效应可使得大气中微子的振荡达到共振, 且振荡形式依赖于中微子质量等级类型。**DeepCore** 通过对大气 ν_μ 和 $\bar{\nu}_\mu$ 进行测量, 有可能测量中微子质量顺序。(4) 尽管 **IceCube** 对 GeV 以下中微子探测能力很弱, 但是当邻近星系或银河系内的超新星中微子抵达地球时, **IceCube** 光电倍增管 (PMT: Photo-Multiplier Tube) 将产生一个显著的噪音超出。尽管无法探测超新星中微子的能量, 但 **IceCube** 可以比较准确的记录超新星中微子事例数及其时间信息, 这些均对检验超新星中微子产生机制十分重要。(5) 由于宇宙射线轰击大气层能够产生 μ^\pm 以及中微子, **IceCube** 也能对 PeV 能区附近的宇宙射线进行测量。(6) 暗物质可能由于引力束缚聚集于地球、太阳、银河系中心或临近星系内, 根据一些新物理模型的预言, 暗物质可通过相互湮灭或衰变产生高能中微子。**IceCube** 通过对这些中微子的探测, 能够对相关的暗物质模型进行限制。由于本章重点讨论 TeV–PeV 能区上的高能中微子, 我们将不再对 **IceCube** 的其它物理研究进行讨论, 更多的细节可以参考 **IceCube** 实验组的相关论文。

3.4 本章小结

本章主要以塌缩型超新星或伽玛射线暴为例介绍高能中微子的产生机制和相关物理。在简要介绍伽玛射线暴的产生机制和分类后, 我们阐述了激波加速机制并着重讨论了不同类型伽玛射线暴或伽玛暴不同场所中高能中微子的产生情形。伽玛射线暴常常伴随着相对论性喷注的发射, 而喷注则可以诱导内激波、外激波或校准波的产生。激波通过费米机制实现带电粒子的加速, 而这些高能粒子(主要指高能质子)可通过 pp 或 $p\gamma$ 方式产生高能中微子。值得特别强调的是, 对于不同类型的伽玛射线暴而言, 尽管激波加速和高能中微子产生的方式一致, 但高能中微子受到恒星物质吸收和辐射限制的影响十分不同。

IceCube 最近几年发现了几十个高能中微子事例，并首次确认了地外高能中微子的存在。寻找它们的起源将是中微子天文学最重要的课题之一。超新星和伽玛射线暴中能够通过各种激波来加速高能带电粒子并产生高能中微子，对它们进行系统的研究十分有意义。过去一二十年间，人们在这一方面的研究已取得了长足的进展。在未来的工作中，我们仍有必要进一步更加系统的研究这一课题，尤其是如何自洽的考虑各种因素对高能中微子的影响。**IceCube** 将持续寻找更多的高能中微子事例，通过这些实验数据，我们期待检验塌缩型超新星和伽玛射线暴产生高能中微子的可能性，并进一步理解这些过程的内在机制。在下一章中，我们将在本章讨论的基础上，定量研究在塌缩型超新星和伽玛射线暴中吸积盘中微子对其中高能中微子的影响。

第四章 塌缩型超新星或伽玛暴中吸积盘中微子对高能中微子的影响

4.1 前言

上一章已讨论，最近几年 IceCube 首次探测到了很多高能中微子事例^[67,68]，并开启了中微子天文学研究的新纪元。尽管越来越多的高能中微子事例被发现，目前为止，我们通过关联分析仍没有确认这些事例的起源^[157,158]。许多天体物理过程，包括伽玛射线暴、活动星系核以及超新星遗迹都是产生高能中微子的可能场所。不过由于模型的不确定性，这些中微子源都有可能解释 IceCube 所观察的中微子事例。基于此，寻找不同天体源的高能中微子特征对于甄别它们将十分有意义。

伽玛射线暴是宇宙中最剧烈的天体过程，一般认为，它由相对论性的喷注所产生。取决于带电粒子加速方式的场合，高能中微子可以在伽玛暴内不同场合以不同的方式产生。无碰撞激波常常伴随着喷注的传播产生，激波产生的磁场束缚并驱动电子反复穿过激波面，从而将电子加速；被加速的电子又在磁场中以同步辐射的机制释放瞬时伽玛射线或余晖^[121]。相同的激波机制也可以加速高能质子，并通过如下反应产生高能中微子： $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ 以及 $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ 。除了产生伽玛暴瞬时辐射的内激波 ($R_{is} \gtrsim 10^{13}$ cm) 和产生余晖的外激波 ($R_{es} \gtrsim 10^{16}$ cm) 外，其它形式的激波也可以发生在离中心更近的地方。当喷注仍然在恒星外层中传播时，发生在 $R_{sh} \lesssim 10^{11}$ cm 的内激波、校准激波以及喷注头所驱动的逆激波均是产生高能中微子的可能场所^[129-134,136]。恒星核心反弹可激发非相对论性或适度相对性激波，当这些激波经过恒星外层物质时，也能够加速质子并产生高能中微子。

另一方面，有研究认为，伽玛暴中心引擎附近往往能产生很强的磁场，这些磁场可能从本质上改变喷注的动力学，并提供其它加速带电粒子的方法^[123]。例如，在磁场主导的喷注中，带电粒子可以在磁流体湍流中以随机方式被加速^[138]，或者通过磁重联过程被加速^[139,140]。与激波机制类似，当被加速的高能质子与周围环境中光子或恒星介质碰撞时，大量高能中微子可以被产生。即使在某些情况下光子或介质物质密度较低，高能质子也可能在强磁场环境中以类似同步辐射的方式释放 π^\pm 或其它更重的介子，这些介子又可通过衰变产生大量高能中微子^[161-164]。

我们已在前一章中讨论过，塌缩型超新星和伽玛射线暴往往伴随着一个黑洞—吸积盘系统。有主流观点认为，由恒星塌缩导致的长暴^[127]，或者由双致密星体并合产生的

短暴^[128]均由黑洞吸积盘系统来提供能量并触发相对论性喷注的发射^[126]。由于大量能量约为 10 MeV 的中微子可以从吸积盘中发射，我们很合理的预期，不管高能中微子在伽玛暴中以何种方式产生，这些吸积盘中微子可能与高能中微子发生一定的相互作用，其中一个最重要的过程就是高能中微子与吸积盘中微子之间的对湮灭。比较遗憾的是，在以前关于高能中微子的文献中，几乎没有人讨论过与这些吸积盘中微子相关的效应。基于此，我们将本章中系统的研究吸积盘中微子与高能中微子 $\nu\bar{\nu}$ 对湮灭过程对高能中微子的影响。需要声明的是，我们将从一般性角度上展开研究，讨论将不涉及任何具体的伽玛暴和高能中微子模型。

本章的内容将按如下方式展开。在4.2节中，我们对吸积盘中微子进行简单的介绍，具体内容包括它的平均能量、亮度和持续时间，以及吸积盘中微子在传播过程中的味道演化情形。在4.3节中，我们构建基本的图像，并说明如何计算吸积盘中微子与高能中微子的湮灭过程。我们在4.4节中给出详细的结果。我们先讨论在何种情形下湮灭过程对高能中微子影响显著。紧接着，我们选取特定的一些情形为例，分别从弥散中微子和邻近单源中微子这两个方面阐述高能中微子所受的影响。在最后一节中，我们提供更多相关的讨论和总结。

4.2 黑洞吸积盘中微子

4.2.1 持续时间和能量

在上一章我们讨论过，典型的伽玛射线暴可以分为长伽玛射线暴（以下简称为长暴）和短伽玛射线暴（以下简称为短暴）两大类。持续时间 (T_{90}) 大于 2 秒的伽玛暴被称为长暴，而短于 2 秒则为短暴。一般认为，长暴起源于大质量恒星的塌缩，而短暴则源自于两个中子星或一个中子与一个黑洞之间的并合。不管是何种机制，伽玛暴的中心均可能形成了一个恒星量级高速旋转的黑洞，且黑洞不断从绕在周围的吸积盘中快速吸积物质。对于高速吸积的吸积盘而言，大量 MeV 量级的中微子将从中产生。具体而言，吸积盘中微子的流量依赖于黑洞吸积速度、吸积盘粘滞系数和黑洞自旋等参数。吸积盘中微子可以通过湮灭将能量释放，并诱导相对论性喷注的发射；另外有观点认为，当黑洞表面存在一个很强的磁场时，Blandford-Znajek 过程可以利用黑洞的转动能来发射相对论性的喷注。在合适的条件下，喷注可以将能量进一步以伽玛射线的形式释放，从而导致伽玛暴的发生。

可以合理认为，黑洞吸积和吸积盘中微子释放过程的持续时间应与伽玛暴的持续时间相近。为了估算的方便，我们假定黑洞吸积和中微子释放过程在喷注的发射期间内是稳定和均匀的。对于超高速吸积的黑洞系统而言，吸积速度可以达到 0.1 至数倍的

M_{\odot}/s 。考虑到长暴和短暴中心处吸积盘的质量分别可达 $\sim 1 M_{\odot}$ 和 $\sim 10 M_{\odot}$ ，可估算整个吸积过程的持续时间约为 $0.1 - 10$ 秒，与所观察的伽玛暴的持续时间相吻合。

黑洞在吸积过程中转移至中微子的能量比例， $\epsilon \equiv L_{\nu}/\dot{M}c^2$ ，高度依赖于吸积盘质量、黑洞自旋、吸积盘粘滞系数等。过去的研究表明，对于超高速吸积的黑洞-吸积盘系统， ϵ 的取值范围大约为 $10^{-2} - 0.3$ ^[127]。一般而言，随着吸积速度、黑洞自旋的增大或吸积盘粘滞系数和质量的减小， ϵ 会相应的变大。代入具体的数值可知，对于超高速吸积系统，吸积盘中微子的亮度约为 $L_{\nu} \sim 10^{51-54}$ erg/s。

另一方面，如果伽玛暴的喷注由吸积盘中微子通过对湮灭所产生，那么伽玛暴的亮度一定与吸积盘中微子的亮度相关。基于吸积盘模型的计算表明，对于超高速吸积系统，吸积盘中微子通过对湮灭所释放的亮度 $L_{\bar{\nu}\nu} \sim (10^{-2} - 10^{-1})L_{\nu}$ 。显然，上述比值也依赖黑洞吸积盘系统各参数。对于典型的长暴或短暴而言，伽玛射线的亮度¹约为 $L_{\gamma} \sim \epsilon_e L_j \sim 10^{51-52}$ erg/s。其中， L_j 为伽玛暴喷注的动力学亮度， $\epsilon_e \sim 0.1$ 为伽玛射线能量占总喷注能量的比例。为了成功诱导伽玛暴的发生， $L_{\bar{\nu}\nu}$ 至少应大于 L_j 。从伽玛暴的亮度出发，我们可估算出吸积盘中微子亮度的合理取值范围约为 $L_{\nu} \sim 10^{53-54}$ erg/s，该数值与前文的结论相符。

考虑到本章的重点在于讨论吸积盘中微子对高能中微子的影响，为了讨论的方便，我们选用常见的费米-狄拉克分布来吸积盘中微子的能谱，其中中微子的等效温度为 T_{ν} 且化学势为零。在该近似下，对单个味道中微子而言，吸积盘中微子的亮度可表示成 $L_{\nu} = (1/2)(7/8)T_{\nu}^4\sigma S$ ，其中 σ 为斯忒藩-玻尔兹曼常数， $S = \pi R_{\nu}^2$ 为吸积盘中微子发射面的面积， R_{ν} 为吸积盘等效半径。为了方便估算，不妨令 $T_{\nu} = 5$ MeV、 $R_{\nu} = 10^7$ cm，我们得到 $L_{\nu} \simeq 8.7 \times 10^{52}$ erg/s。结合上文关于 L_{ν} 的讨论，在下文的参数化计算中，我们允许 T_{ν} 在 $5 - 10$ MeV 之间取值。

4.2.2 吸积盘中微子的振荡

在讨论吸积盘中微子的效应时，我们需要考虑吸积盘中微子味道组分的演化。由于 e^{\pm} 俘获过程占主导地位，绝大部分吸积盘中微子在产生之初时均为 ν_e 或 $\bar{\nu}_e$ ^[126,165]。不妨记 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 在传播至半径 r 处变成 ν_{β} 的概率为 $f_{\beta}(r)$ [$\bar{f}_{\beta}(r)$]。我们考虑如下 4 种具有代表性的吸积盘中微子味道演化 (ADNFE: AD Neutrino Flavor Evolution) 模式：(1) 没有演化 (NE: No Evolution)，即 $f_{\beta}(r) = \bar{f}_{\beta}(r) = \delta_{\beta e}$ ，(2) 中微子为正常质量顺序情况下的绝热演化 (NH)，在该情形下我们基于物质效应的讨论 (见第一章)，可得 $f_{\beta}(r) = |U_{\beta 3}|^2$ 且 $\bar{f}_{\beta}(r) = |\bar{U}_{\beta 1}|^2$ ，其中 $U_{\beta i}(\bar{U}_{\beta i}, i = 1, 2, 3)$ 为真空下中微子 PMNS 混合矩阵元，(3) 中微子为反转质量顺序情况下的绝热演化 (IH)，类似的，对于该模式我们有 $f_{\beta}(r) = |U_{\beta 2}|^2$ 且

¹不作特别说明，对于伽玛暴而言，亮度均指各向同性的亮度。

$\bar{f}_\beta(r) = |\bar{U}_{\beta 3}|^2$, (4) 极端演化 (EE: Exotic Evolution), 在该演化模式下, 我们令 $f_\beta(r) = \bar{f}_\beta(r) = \delta_{\beta\mu}$, 即吸积盘中微子由 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 完全演变成 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 。下文的讨论将局限于以上这些吸积盘中微子的振荡模式。值得一提的是, 高能中微子在传播过程中也会发生振荡; 不过估算表明, 对于 10 TeV 以上的高能中微子而言, 它们在遇到吸积盘中微子之前味道组分几乎不发生演化。

4.3 吸积盘中微子与高能中微子的湮灭

在本小节中, 我们将说明如何计算吸积盘中微子和高能中微子之间的湮灭过程。假定高能中微子在半径 $R_{\text{HE}\nu}$ 处通过激波或其它方式产生。我们先考虑 $R_{\text{HE}\nu} \gg R_\nu$ 的情形。不难理解, 在该情形下, 我们可以忽略吸积盘的几何尺寸, 认为吸积盘中微子从中心点发射而出 (见图4-1)。如图4-1所示, 考虑能量为 E 的高能中微子 ν_α ($\alpha = e, \mu$) 在 $R_{\text{HE}\nu}$ 处以偏离喷注中心轴 θ_0 的方向发射而出。当它在半径 r 处与能量为 E' 的吸积盘中微子 $\bar{\nu}_\beta$ 相遇时, 以下过程将发生

$$\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta \rightarrow \begin{cases} f \bar{f}, & \alpha = \beta, \\ l_\alpha \bar{l}_\beta, & \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad (4-1)$$

其中 f 代表相关的夸克和轻子, l 代表带电轻子。中微子对湮灭过程的截面 $\sigma_{\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta}(s)^{[166]}$ 是质心系能量 $s = 2EE'(1 - \cos\theta)$ 的函数, 其中 θ 为 ν_α 和 $\bar{\nu}_\beta$ 运动方向之间的夹角。在该过程中, 高能中微子 ν_α 的存活几率 $P_{\nu_\alpha}(E, \theta_0) = \exp[-\tau_{\nu_\alpha}(E, \theta_0)]$, 完全由湮灭过程所对应的光学深度来决定, 且光学深度为

$$\tau_{\nu_\alpha}(E, \theta_0) = \sum_\beta \int (1 - \cos\theta) \sigma_{\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta}(s) dn_{\bar{\nu}_\beta}(E', r) d\ell, \quad (4-2)$$

其中 ℓ 为 ν_α 走过的路程长度,

$$dn_{\bar{\nu}_\beta}(E', r) = \frac{E'^2 dE'}{\exp(E'/T_\nu) + 1} \frac{R_\nu^2 \cos\theta'}{8\pi^2 r^2} \bar{f}_\beta(r), \quad (4-3)$$

为半径 r 处单位能量吸积盘 $\bar{\nu}_\beta$ 的粒子数密度, 且 $\theta' = \theta_0 - \theta$ 。注意到 θ 和 r 能够由 R_{sh} 、 θ_0 以及 ℓ 解出 (见图4-1)。

可以取如下近似, $\theta \sim \theta_0 \ll 1$ 、 $\ell \sim r \sim R_{\text{sh}}$ 且 $\sigma_{\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta} \sim G_F^2 s$, 其中 G_F 为费米耦合

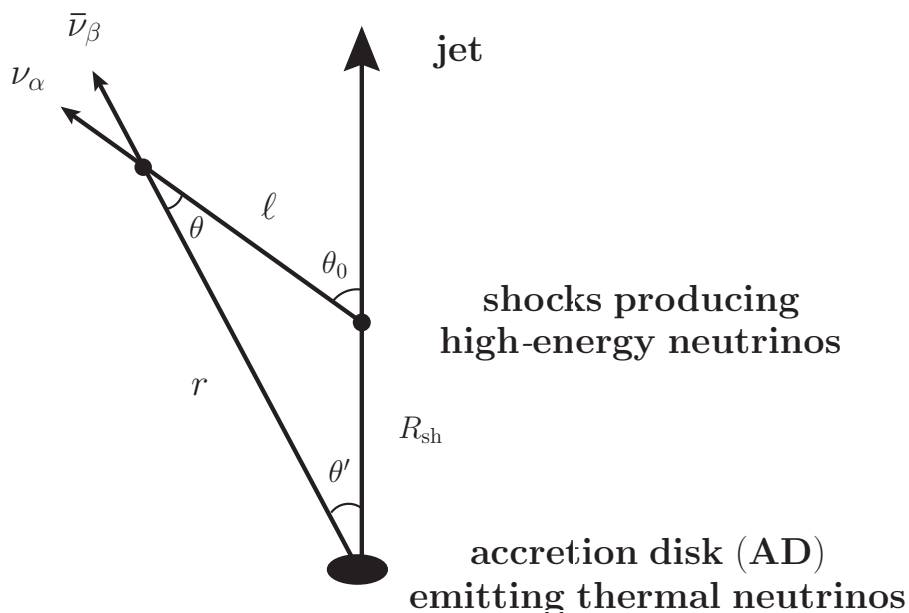


图 4-1 高能中微子和吸积盘中微子湮灭的示意图。如图所示，当 $R_{\text{HE}\nu} \gg R_\nu$ ，吸积盘的尺寸可以被忽略。

Fig 4-1 The sketch for annihilation of HE ν s and AD ν s. As shown in the figure, for $R_{\text{HE}\nu} \gg R_\nu$, the size of AD can be ignored.

常数，我们可得到

$$\begin{aligned} \tau_{\nu_\alpha}(E, \theta_0) &\sim \frac{7\pi^2}{1920} G_F^2 E \frac{R_\nu^2 T_\nu^4 \theta_0^4}{R_{\text{sh}}} \\ &\sim 25 E_{\text{PeV}} R_{\nu,7}^2 T_{\nu,\text{MeV}}^4 \theta_0^4 R_{\text{sh},9}^{-1}. \end{aligned} \quad (4-4)$$

在此处及以下，我们通过下标指定以 eV 为基的单位（如 MeV、PeV）作为能量单位；其他物理量均采用高斯单位制，且数字下标代表以 10 的幂次方作为单位，即 $Q_x \equiv Q/10^x$ 。上述近似结果表明， $P_{\nu_\alpha}(E, \theta_0)$ 很依赖于高能中微子 ν_α 的发射角度 θ_0 。该角度受制于喷注流体的洛伦兹因子 Γ 的大小，在该流体中，高能质子被加速并产生高能中微子。对于常见的激波加速情形，该流体即为受激的喷注。假定高能中微子在流体静止系中沿各个方向均匀分布，那么在实验室系下，高能中微子归一化的角分布可以表示成

$$g(\theta_0) = \frac{1 - v^2}{2(1 - v \cos \theta_0)^2}, \quad (4-5)$$

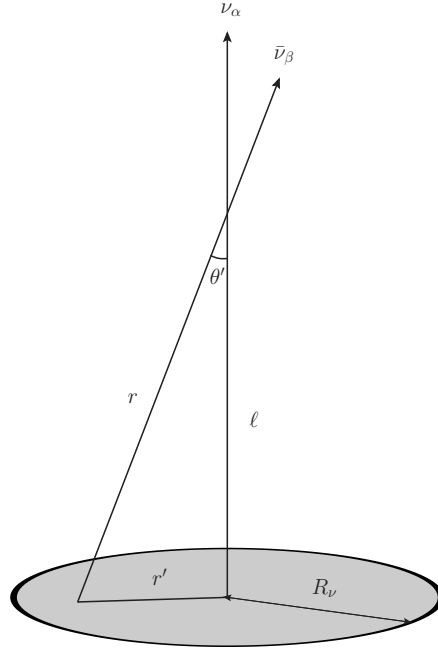


图 4-2 当 $R_{\text{HE}\nu} \sim R_\nu$, 高能中微子和吸积盘中微子湮灭的示意图。
Fig 4-2 Sketch for annihilation of HE ν_α and AD $\bar{\nu}_\beta$ for $R_{\text{HE}\nu} \sim R_\nu$.

其中 v 为流体的体速度且 $\Gamma \equiv (1 - v^2)^{-1/2}$ 。作 $P_{\nu_\alpha}(E, \theta_0)$ 关于 θ_0 的平均, 我们可达到

$$\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle \equiv \exp[-\bar{\tau}_{\nu_\alpha}(E)] = \int \exp[-\tau_{\nu_\alpha}(E, \theta_0)] g(\theta_0) d \cos \theta_0, \quad (4-6)$$

其中 $\bar{\tau}_{\nu_\alpha}(E)$ 为关于 θ_0 的平均光学深度。

当 $R_{\text{HE}\nu}$ 与吸积盘有效半径 R_ν 接近时, 吸积盘自身尺寸的张角将变得十分重要。如图 4-2 所示, 我们考虑高能中微子 ν_α 沿着喷注中心轴方向向外运动。为了计算的方便, 我们假定吸积盘中微子在盘上均匀分布。高能中微子 ν_α 的光学深度 $\tau'_{\nu_\alpha}(E)$ 可以表示成

$$\begin{aligned} \tau'_{\nu_\alpha}(E) &= \sum_\beta \int_{R_{\text{HE}\nu}} dl \int_0^{R_\nu} dr' \int dE' (1 - \cos \theta') \sigma_{\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta}(s) \frac{2\pi r' dn_{\bar{\nu}_\beta}(E', r)}{\pi R_\nu^2 dE'} \\ &= \sum_\beta \int_{R_{\text{HE}\nu}} dl \int d \cos \theta' \int dE' (1 - \cos \theta') \\ &\quad \times \sigma_{\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta}(s) \frac{2\ell^2}{R_\nu^2 \cos^3 \theta'} \frac{dn_{\bar{\nu}_\beta}(E', r)}{dE'}, \end{aligned} \quad (4-7)$$

其中 $\tan \theta' = r'/\ell$, $r = \ell/\cos \theta'$ 。值得强调的是, 方程 (4-7) 中的结果只是光学深度的一

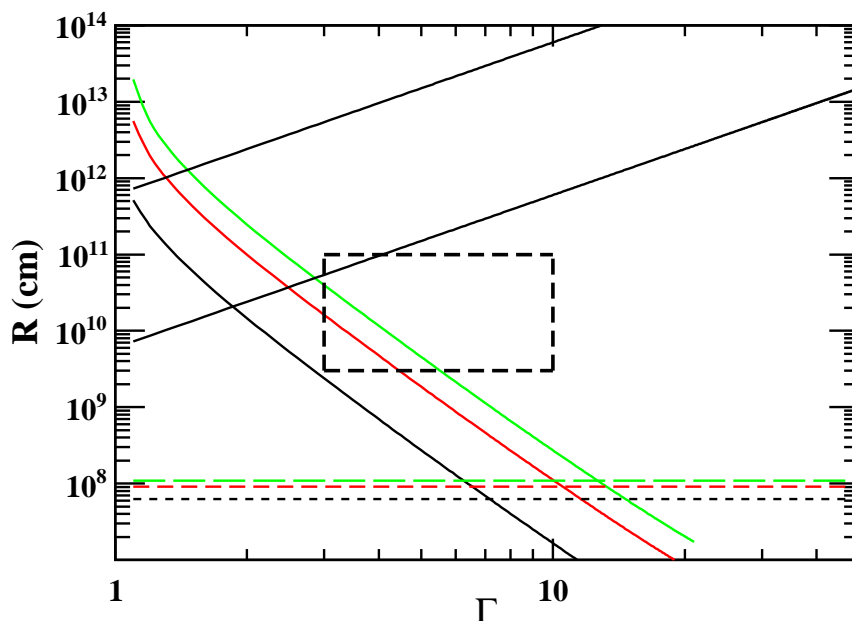


图 4-3 参数空间 $(R_{\text{HE}\nu}, \Gamma)$ 中 $\bar{\tau}_{\nu_\alpha} = 1$ (实线) 和 $\tau'_{\nu_\alpha} = 1$ (虚线) 的等高线。其中, 我们选定高能中微子的能量 $E = 100$ TeV。黑、红、蓝线分别对应 $T_\nu = 5, 8$ 和 10 MeV 这三种情形。我们设定 $R_\nu = 10^7$ cm。

Fig 4-3 The contours of $(R_{\text{HE}\nu}, \Gamma)$ where $\bar{\tau}_{\nu_\alpha} = 1$ (solid curves) or $\tau'_{\nu_\alpha} = 1$ (dashed curves) at $E = 100$ TeV. $T_\nu = 5, 8, 10$ MeV for the black, red and blue curves, respectively, and R_ν is set to 10^7 cm.

个保守估计。当 Γ 取任何有限值时, 高能中微子 ν_α 可以偏离喷注轴一定的角度 Γ^{-1} 。

与方程 (4-4) 中的讨论类似, 采取如下的近似, $r' \sim R_\nu$, $\theta' \sim R_\nu/R_{\text{HE}\nu}$ 且 $\ell \sim r \sim R_{\text{HE}\nu}$, 我们可得

$$\begin{aligned} \tau'_{\nu_\alpha}(E) &\sim \frac{7\pi^2}{1920} G_F^2 E T_\nu^4 \frac{R_\nu^6}{R_{\text{HE}\nu}^5} \\ &\sim 10^3 E_{\text{PeV}} R_{\nu,7}^6 T_{\nu,\text{MeV}}^4 R_{\text{HE}\nu,8}^{-5}. \end{aligned} \quad (4-8)$$

需要说明的是, 在上文的讨论中, 我们仅考虑了沿吸积盘垂直方向运动的喷注(图4-1与图4-2)。实际上, 喷注可在一定张角 ($\theta_j \sim 0.1$ 弧度) 的圆锥内运动。不过注意到吸积盘中微子数密度在张角 θ_j 范围内变化很小 [见方程 (4-3)], 我们预期上文的结论对于沿其它方向运动的喷注而言同样适用。

4.4 结果与分析

4.4.1 显著区域

我们首先来讨论在什么区域高能中微子受到吸积盘中微子的显著影响。吸积盘中微子影响的显著性由中微子对湮灭所对应的光学深度 [见方程 (4-6) 和方程 (4-7)] 决定。图4-3中分别显示了 $\bar{\tau}(E_\tau) = 1$ [方程 (4-6)] 和 $\tau'(E_\tau) = 1$ [方程 (4-7)] 的等高线。图中, 我们选定 $E_\tau = 100 \text{ TeV}$, $R_\nu = 10^7 \text{ cm}$, 暂且不考虑吸积盘中微子的振荡 (即选定 NE 模式)。三条近乎平行的实线 ($\bar{\tau}$) 或虚线 (τ') 从上到下 (绿线、红线、黑线) 分别对应 $T_\nu = 5$ 、8 和 10 MeV 三种情形。对于不同的 T_ν , $\bar{\tau}$ 和 τ' 对应的等高线分别在 $(\Gamma^0, R_{\text{HE}\nu}^0) = (7.2, 0.63), (10.5, 0.91), (12.7, 1.1)$ 三点相遇。

上一小节已作讨论, $\bar{\tau}$ 的结果在 $R_{\text{HE}\nu} \gg R_\nu$ 时是有意义的。由于光学深度随 $R_{\text{HE}\nu}$ 的增大而下降, 在低于 $\bar{\tau}$ 等高线的区域, 高能中微子受吸积盘影响明显。当 $R_{\text{HE}\nu}$ 接近 $R_{\text{HE}\nu}^0$ 时, 由吸积盘尺寸所导致的光学深度 τ' 变得重要。由于 $\bar{\tau}$ 随着 Γ 的增加以 Γ^{-4} 快速降低, 而 τ' 随 Γ 保持不变, 当 $\Gamma > \Gamma_0$, 中微子对湮灭光学深度将由 τ' 所主导。因此, 无论 Γ 多大, 在 $r < R_{\text{HE}\nu}^0$ 的区域, 高能中微子 ($E \simeq 100 \text{ TeV}$) 都将经受吸积盘中微子的严重影响。

θ' 在 τ' 的计算中十分重要, 且 θ' 的取值大小受到吸积盘尺寸大小的限制。为了研究 R_ν 对讨论的影响, 我们选取 $R_\nu = 5 \times 10^6 \text{ cm}$ 并保持其它参数不变, 然后再次计算光学深度。注意到, 由于我们在前文中已假定吸积盘中微子的亮度 $L_\nu \propto R_\nu^2$, 因此 $\bar{\tau}$ 也会受到相应的影响。根据重新的计算结果, 我们得到 $R_{\text{HE}\nu,8}^0 = 0.27$ 、0.40 和 0.47, 分别对应于 $T_\nu = 5$ 、8 和 10 MeV 三种情形。由方程 (4-8) 可知, 当维持 τ' 和其它参数固定时, $R_{\text{HE}\nu} \propto R_\nu^{6/5}$, 这一预期与数值结果完全吻合。

值得注意的是, 由于吸积过程和吸积盘中微子的发射只持续有限的一段时间, 吸积盘中微子只在合适的条件下才可能与喷注产生的高能中微子相遇并湮灭它们。为了考虑这一问题, 我们假定喷注与吸积盘中微子几乎在同一时刻从吸积盘发射而出。由于中微子几乎以光速向前传播, 喷注传播至 $R_{\text{HE}\nu}$ 处所花的时间比中微子多 $\Delta t \sim \mathcal{O}(1) \times R_{\text{HE}\nu}/(2\Gamma^2 c)$ 。为了使高能中微子遇到吸积盘中微子, Δt 需要小于吸积盘中微子发射的持续时间, 即 $R_{\text{HE}\nu}/(2\Gamma^2 c) < T_{\text{dur}}$ 。图4-3中上方两条黑线分别对应着 $R_{\text{HE}\nu}/(2\Gamma^2 c) = 0.1 \text{ s}$ 和 10 s, 在黑线下方的区域中高能中微子与吸积盘可能相遇。当然, 喷注有可能与吸积盘中微子不在同一时刻发射。在这种情形下, 只需对上文的讨论作相应的修改即可。

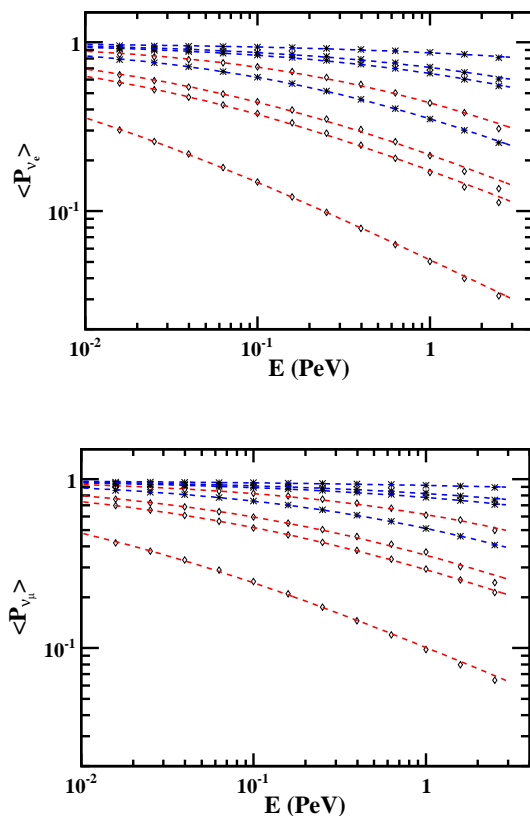


图 4-4 平均存活几率 $\langle P_{\nu_{e,\mu}} \rangle$ 随高能中微子能量 E 的变化曲线。
Fig 4-4 $\langle P_{\nu_{e,\mu}} \rangle$ as a function of HE neutrino energy E .

4.4.2 高能中微子弥散流量的能谱和味道组分的变化

在计算中微子对湮灭的显著区域时，我们将高能中微子的能量设定为 $E = 100 \text{ TeV}$ ，并且在讨论中没有涉及吸积盘中微子的味道演化。在本小节，我们将对这些问题作进一步的阐述。基于这一目标，我们先来研究高能中微子的存活几率 $\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle$ 随着中微子能量 E 的变化。之后，我们对高能中微子产生之初（即不考虑吸积盘中微子的影响）的能谱或味道组分进行一定的假定，然后以此为例来说明吸积盘中微子如何改变高能中微子的能谱和味道组分，以及这些效应对吸积盘中微子振荡模式的依赖。

我们选定图4-3中长方形内的 $(\Gamma, R_{\text{HE}\nu})$ 区域（即 $10^9 \text{ cm} < R_{\text{HE}\nu} < 10^{11} \text{ cm}$ 且 $3 < \Gamma < 10$ ）来展开本小节的讨论。值得注意的是，该选定的区域与 $\bar{\tau} = 1$ 等高线十分接近；在该区域中，高能中微子受到吸积盘中微子的影响比较显著，但与此同时，仍有一定比例的高能中微子能够存活下来并被实验观察到。另一方面，由于在所选区域内 $R_{\text{HE}\nu} \gg R_{\text{HE}\nu}^0$ ，因此我们不需要考虑吸积盘的几何尺寸。

在具体的计算中，我们选定 $R_{\nu,7} = 1$ 且 $T_{\nu,\text{MeV}} = 5 - 10$ 。图4-4中显示了 $\langle P_{\nu_e,\mu} \rangle$ 为能量 E 的变化曲线。图中我们设定 $T_\nu = 5 \text{ MeV}$ ，红线和蓝线分别对应着 $\Gamma = 3, 10$ ，同一颜色的4条线从下到上分别对应 $R_{\text{HE}\nu,9} = 3, 10, 30, 100$ 这4种情形。作为简单的示意，此处我们仍然不考虑吸积盘中微子的振荡（即采用 NE 模式）。在该振荡模式下，所有参与 $\nu\bar{\nu}$ 湮灭过程的吸积盘中微子均为 $\bar{\nu}_e$ 。图4-4中 $\langle P_{\nu_e} \rangle$ 和 $\langle P_{\nu_\mu} \rangle$ 之间的区别完全源自于湮灭截面 $\sigma_{\nu_e\bar{\nu}_e}$ 和 $\sigma_{\nu_\mu\bar{\nu}_e}$ 的不同。不难理解，当采用其它吸积盘中微子振荡模式时， $\langle P_{\nu_\alpha} \rangle$ 将发生相应的改变。

对于选定的 $(\Gamma, R_{\text{HE}\nu})$ 区域和所有4种吸积盘中微子振荡模式而言，我们通过数值计算发现

$$\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle = [1 + (E/E_0)^n]^{-1} \quad (4-9)$$

在 $10 \text{ TeV} < E < 3 \text{ PeV}$ 能区是一个很好的拟合公式。相同形式的拟合公式同样也适用于 $\langle P_{\bar{\nu}_\alpha}(E) \rangle$ ，唯一的区别在于拟合参数 E_0 和 n 会有稍微的不同。

参数 E_0 表征高能中微子的某一特征能量。观察方程 (4-9) 可知，当 $E > E_0$ 时，高能中微子与吸积盘中微子之间的湮灭将变得显著。考虑到 $\theta_0 \sim \Gamma^{-1}$ 并结合方程 (4-4)，我们推测 E_0 依赖于如下标度因子，

$$\eta \equiv R_{\nu,7}^2 T_{\nu,\text{MeV}}^4 R_{\text{HE}\nu,9}^{-1} \Gamma^{-4}. \quad (4-10)$$

为了作更清楚的说明，我们在图4-5a 中显示了 $\langle P_{\nu_\mu}(E) \rangle$ 在 NH 振荡模式下的拟合参数 E_0 随 η 的变化关系。不难看出，对所有不同的 T_ν 、 $R_{\text{HE}\nu}$ 和 Γ 参数组合而言，关系式 $E_{0,\text{PeV}} \sim 0.1/\eta$ 总是准确的成立，这与方程 (4-4) 的预期吻合。[如方程 (4-4) 所示，我们可以很容易讨论 R_ν 对 η 的影响。] 相较于 E_0 而言，拟合参数 n 的行为更加复杂。对于特定的 Γ 而言， n 同样只依赖于标度参数 η ，不过它随 η 的变化曲线随着 Γ 取值的不同而不同。然而，当 $\eta \gtrsim 0.1$ ，吸积盘中微子对能量 $\lesssim 1 \text{ PeV}$ 的中微子影响显著；在该情形下， n 的取值范围局限在 $0.4 - 0.5$ 之间（见4-5b）。

n 对 Γ 的依赖性可追溯至同种味道中微子 $(\nu_\alpha\bar{\nu}_\alpha)$ 对湮灭过程。与前文我们对湮灭截面所采用的简单近似 ($\sigma \propto s$) 不同， $\nu_\alpha\bar{\nu}_\alpha$ 湮灭截面实际上由如下共振形式描述，

$$\sigma_{\nu_\alpha\bar{\nu}_\alpha} \sim \frac{G_F^2 M_Z^4 s}{(s - M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2}, \quad (4-11)$$

其中 M_Z 为 Z 玻色子的质量， Γ_Z 为其衰变宽度。近似选取 $E' \sim 3T_\nu$ 且 $s \sim E'E\theta^2 \sim$

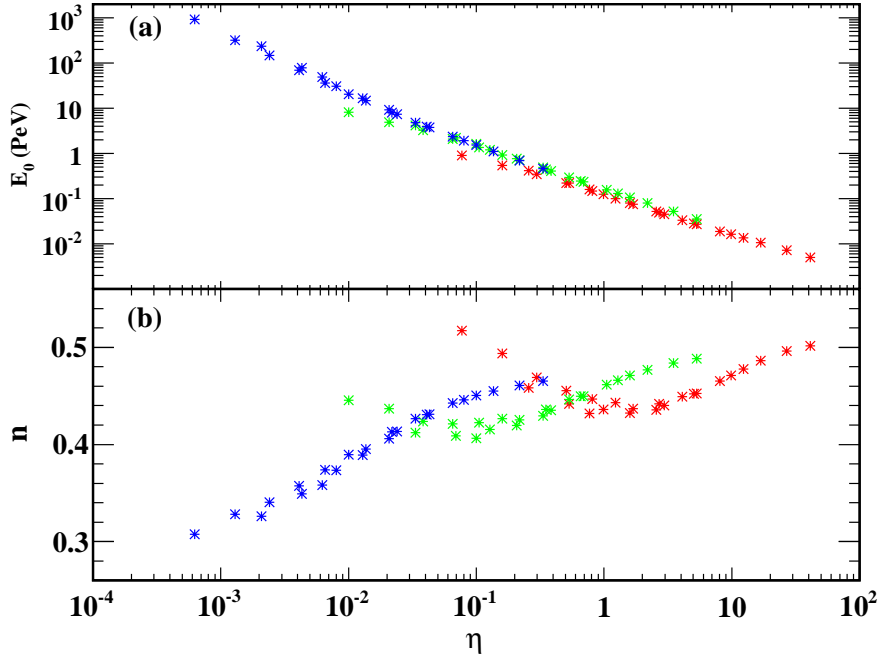


图 4-5 在 NH 振荡模式下 $\langle P_{\nu_\mu}(E) \rangle$ 的拟合值参数 E_0 (a) 和 n (b) 随 η 的变化情况。从左至右三条不同颜色的曲线分别对应 $\Gamma = 10$ 、5、3 三种情形。

Fig 4-5 Fitting parameters E_0 (a) and n (b) as functions of η for $\langle P_{\nu_\mu}(E) \rangle$ in ADNFE scenario NH. The three trends for n from left to right are for $\Gamma = 10$, 5, and 3, respectively.

$3T_\nu E/\Gamma^2$ ，我们可估算发生 Z 共振时高能中微子的能量为

$$E_{\text{PeV}} \sim 3T_{\nu, \text{MeV}}^{-1} \Gamma^2. \quad (4-12)$$

因此，对于 $\Gamma = 3$ 、5 时，发生在 $E \sim 1$ PeV 处的 Z 共振将严重影响 $\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle$ 的行为，标度率关系将不再很好成立，不过在同样能量下， $\Gamma = 10$ 所对应的结果却不受 Z 共振的影响。

上文从模型无关的角度讨论了吸积盘中微子对高能中微子的影响。如果能结合具体的高能中微子流量模型，我们则可能通过 IceCube 实验寻找上述吸积盘中微子效应的信号。相关的讨论可以从两个方面来展开。一方面，我们可讨论弥漫中微子流量的特征。不难理解，由于高能中微子从不同角度 θ_0 发射，该讨论直接与前文 $\langle P_{\nu_\alpha} \rangle$ 的结果相关。另一方面，我们也可以观察单个邻近源所释放的高能中微子的信号；此时的讨论不再与 $\langle P_{\nu_\alpha} \rangle$ 的结果直接相关。在本小节下文，我们先讨论弥散高能中微子流量的特征。关于单个邻近源的讨论将在下一小节给出。

作为示意，我们先假定一个在文献中常见的高能中微子流量模型。在该模型中，高

能 ν_μ 、 $\bar{\nu}_\mu$ 、 ν_e 以及 $\bar{\nu}_e$ 以 2 : 2 : 1 : 1 的比例产生，且高能中微子的总能谱（包含所有味道）为 $\phi^{(0)}(E)$ 。在历经吸积盘中微子的湮灭后，出射高能中微子的总能谱变为

$$\frac{\phi}{\phi^{(0)}} = \frac{\langle P_{\nu_\mu}(E) \rangle + \langle P_{\bar{\nu}_\mu}(E) \rangle}{3} + \frac{\langle P_{\nu_e}(E) \rangle + \langle P_{\bar{\nu}_e}(E) \rangle}{6}, \quad (4-13)$$

且相应的味道组分变为

$$R_{\mu/e} \equiv \frac{\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\bar{\nu}_\mu}}{\phi_{\nu_e} + \phi_{\bar{\nu}_e}} = \frac{2[\langle P_{\nu_\mu}(E) \rangle + \langle P_{\bar{\nu}_\mu}(E) \rangle]}{\langle P_{\nu_e}(E) \rangle + \langle P_{\bar{\nu}_e}(E) \rangle}. \quad (4-14)$$

如上定义，我们引进 $R_{\mu/e}$ 来表征高能中微子的味道组分。当吸积盘中微子效应可忽略时， $R_{\mu/e} = 2$ 。

不妨考虑 $(T_{\nu, \text{MeV}}, R_{\text{HE}\nu, 9}, \Gamma) = (5, 10, 5)$ (A)、 $(8, 10, 5)$ (B) 和 $(10, 3, 3)$ (C) 这三种参数组合的情形。相应的，标度参数 η 分别为 0.1、0.655 和 41.2。图4-6a 中显示了在 4 中不同的吸积盘中微子振荡模式下 $\phi/\phi^{(0)}$ 随 E 的变化曲线。对于每个参数组合而言， $\phi/\phi^{(0)}$ 基本不依赖于吸积盘中微子的振荡模式，且 $\phi/\phi^{(0)}$ 随 E 的变化与方程 (4-9) 中 $\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle$ 的形式一致。当 $\eta = 0.1$ 时， $E_0 \sim 1 \text{ PeV}$ 且 E_0 随着 $\eta = 0.1$ 的增大而减小（见图4-5a）。可以预期，对于 A、B 和 C 三种情形而言，能量处于 $\sim 10 \text{ TeV}$ 到 1 PeV 的高能中微子将分别经受显著的、强烈的以及剧烈的 $\nu_\alpha \bar{\nu}_\beta$ 对湮灭。对于情形 B 和 C， $\langle P_{\nu_\alpha}(E) \rangle \sim \langle P_{\bar{\nu}_\alpha}(E) \rangle \propto E^{-n}$ ，且当 $E \gtrsim 0.1 \text{ PeV}$ 时 $n \approx 0.4 - 0.5$ [见方程 (4-9) 和图4-5]。文献中常常假定高能中微子的能谱满足 $\phi^{(0)} \propto E^{-2}$ ，因此在情形 B 和 C 下，在经历了吸积盘中微子的湮灭后，高能中微子在 $E \gtrsim 0.1 \text{ PeV}$ 能区上的能谱指数将变为 $\sim -(2.4 - 2.5)$ 。不难理解，这一结论对满足 $\eta \gtrsim 0.655$ 的情形均成立（图4-5）。有意思的是，基于 IceCube 最近的实验数据，高能中微子在 $25 \text{ TeV} < E < 2.8 \text{ PeV}$ 能区上的能谱指数为 -2.50 ± 0.09 ^[154]。

图4-6b 和图4-6c 分别显示了在情形 B 和情形 C 下 $R_{\mu/e}$ 随 E 的变化情况。如图所示，吸积盘中微子振荡模式的效应在 $R_{\mu/e}$ 的结果上得到了清晰的呈现。特别是，对于振荡模式 NE 和 EE 而言， $R_{\mu/e}$ 显著偏离 2。由于同种味道正反中微子对之间的湮灭更加有效，因此在振荡模式 NE 下，相较于高能 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ，高能 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 更容易被吸积盘 $\bar{\nu}_e(\nu_e)$ 湮灭掉。不仅如此，由于对湮灭过程发生的几率随着 E 的增大而增大，这种倾向性也会随之加剧 [方程 (4-4)]。因此，在振荡模式 NE 下，随着 E 从 20 TeV 升至 2 PeV ，情形 B 和 C 所对应的 $R_{\mu/e}$ 值分别从 2.2 增大至 3.4（图4-6b），以及从 2.8 增大至 4（图4-6c）。与 NE 模式刚好相反的是，在 EE 振荡模式下，所有的吸积盘 $\bar{\nu}_e(\nu_e)$ 均转化成 $\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ ；在该模式下，高能 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ 更倾向于被吸积盘 $\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ 湮灭；相应的，随着 E 的变大，情形

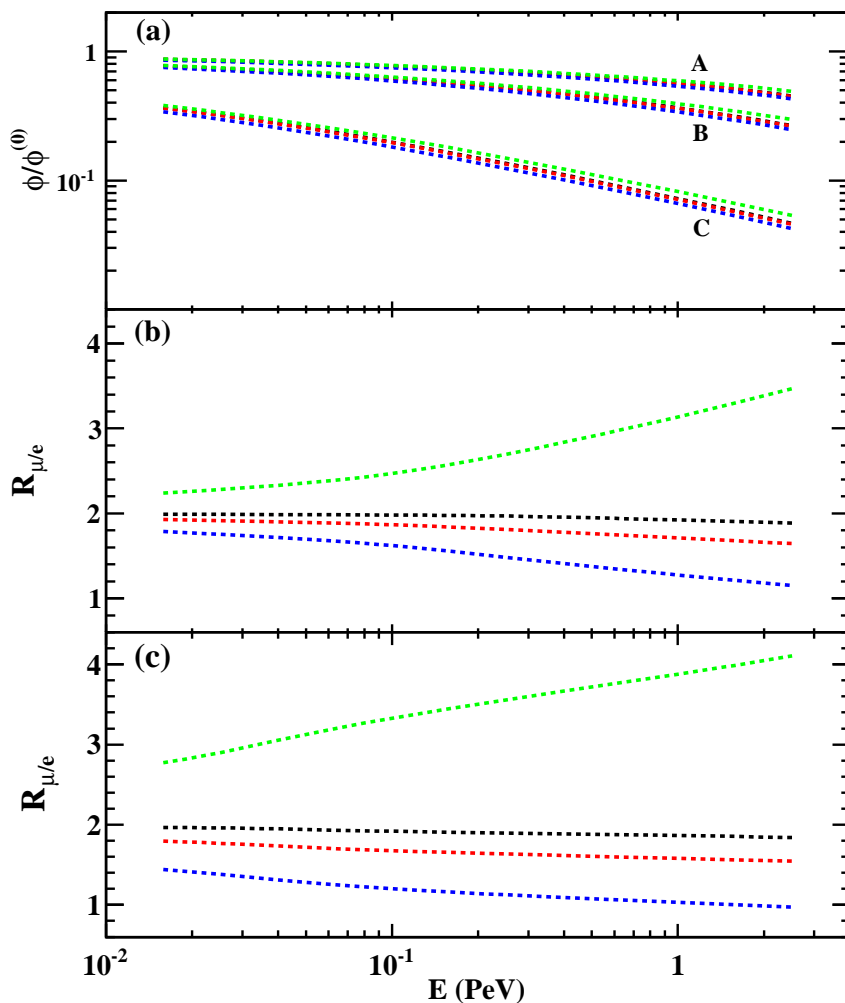


图 4-6 图 (a): 在 $(T_{\nu,\text{MeV}}, R_{\text{sh},9}, \Gamma) = (5, 10, 5)$ (A), $(8, 10, 5)$ (B), and $(10, 3, 3)$ (C) 三种不同情形下 $\phi/\phi^{(0)}$ 随高能中微子能量 E 的变化曲线。图 (b) 和图 (c): 在情形 B 和 C 下 $R_{\mu/e}$ 随高能中微子能量 E 的变化曲线。在各图中, 不同曲线从上至下分别对应吸积盘中微子振荡模式 NE、NH、IH 以及 EE。
 Fig 4-6 (a) Results on $\phi/\phi^{(0)}$ for $(T_{\nu,\text{MeV}}, R_{\text{sh},9}, \Gamma) = (5, 10, 5)$ (A), $(8, 10, 5)$ (B), and $(10, 3, 3)$ (C). (b) and (c) Results on $R_{\mu/e}$ for cases B and C, respectively. In each case, the curves from top to bottom are for ADNFE scenarios NE, NH, IH, and EE, respectively.

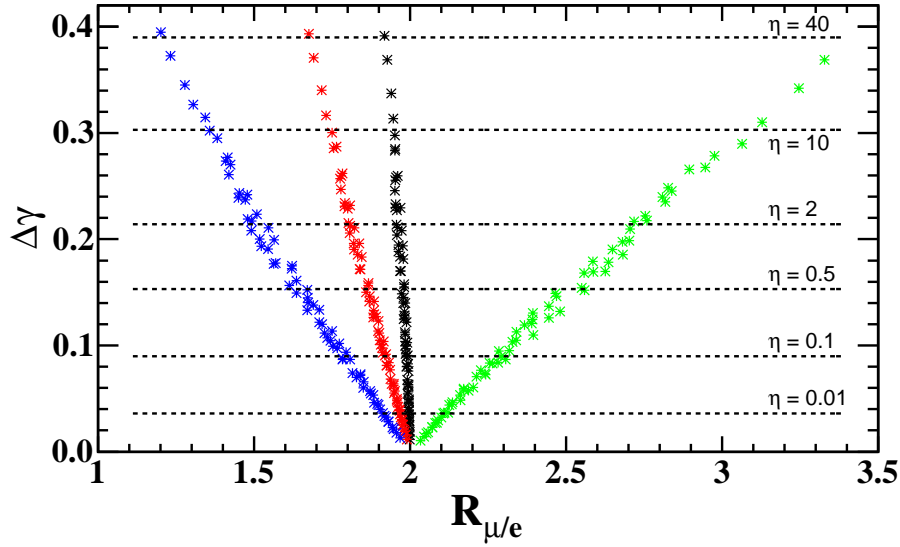


图 4-7 不同吸积盘中微子振荡模式下，弥散高能中微子能谱指数改变 ($\Delta\gamma$) 和味道组分 ($R_{\mu/e}$) 之间的关联。

Fig 4-7 Correlation between spectral index change $\Delta\gamma$ and $R_{\mu/e}$ for different ADNFE scenarios.

B 和 C 所对应的 $R_{\mu/e}$ 值分别从 1.8 降低至 1.2，以及从 1.4 降至 1。在吸积盘中微子振荡模式 NH 和 IH 下，参与湮灭反应的吸积盘中微子将由三种不同味道中微子按照一定的比例组合而成。在这种情形下，高能 $\bar{\nu}_e(\nu_e)$ 与高能 $\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ 所经受的湮灭程度相近，因此导致 $R_{\mu/e}$ 与 2 的偏离有限。目前为止，所有 4 种振荡模式下 $R_{\mu/e}$ 的值似乎均与 IceCube 实验结果相符^[154]。

弥散中微子总能谱 [方程 (4-13)] 和味道组分 [方程 (4-14)] 的改变都由 $\langle P_{\nu_\alpha} \rangle$ 唯一的决定，而根据前文的论述，对于特定的振荡模式而言， $\langle P_{\nu_\alpha} \rangle$ 只依赖于标度参数 η [方程 (4-10)]。不难理解，能谱改变与 $R_{\mu/e}$ 之间存在一定的关联性。为了清楚的说明该关联性，我们定义 $\Delta\gamma$ 为 ϕ/ϕ^0 在 $E = 100$ TeV 附近的幂次率指数，即 $\phi/\phi^0 \sim E^{-\Delta\gamma}$ 。图 4-7 中分别显示了在 4 种不同的振荡模式下 $\Delta\gamma$ 与 $R_{\mu/e}$ 的对应关系。我们还在图中显示了 $\Delta\gamma$ 与 η 的对应关系，与图 4-6a 所示的 ϕ/ϕ^0 一致，该对应关系基本不依赖吸积盘中微子振荡模式的选取。同时对高能中微子的能谱和味道组分进行观测，我们更有可能甄别出吸积盘中微子的湮灭效应。

4.4.3 附近单个源的特征

上一小节讨论了吸积盘中微子对弥散中微子能谱和味道组分的影响，而且我们指出，通过实验观察弥散中微子流量，人们有可能寻找到吸积盘中微子湮灭效应的迹象。

不过需要指出的是，由于目前统计事例数比较少，高能中微子的能谱尤其是味道组分很难被准确测量到。更重要的是，目前高能中微子的理论模型仍存在很大的不确定性；即使我们能够准确的测量弥散高能中微子的能谱和味道组分，我们依然很难将吸积盘中微子效应辨别出来。追根究底，弥散中微子观察的局限性在于：对于弥散中微子而言，吸积盘中微子的效应并不鲜明。 Z 共振可能为高能中微子的观察提供一个独特的信号。由于从不同 θ_0 (见图4-1) 出发的高能中微子发生的 Z 共振的能量不一样，当对不同 θ_0 作平均后， Z 共振特征在弥散中微子能谱上很难得到清晰的呈现。

邻近单个高能中微子源为 Z 共振特征的观察提供了更好的机会。与弥散中微子的讨论不同的是，喷注张角可能对单个中微子源有一定的影响。我们假定喷注的张角为 θ_j ，且物质和能量均匀分布其中。记地球视线方向与喷注中轴的相对夹角为 θ_s ，在下文的讨论中我们考虑如下 3 种不同的情形，(a) $\theta_s = 0$ ，即地球视线方向与喷注中轴重合，(b) $\theta_s = \theta_j$ ，以及 (c) $\theta_s = 2\theta_j$ 。沿不同径向方向的喷注物质均可产生指向地球的高能中微子。对整个喷注的立体角积分，我们可得指向地球方向高能中微子的流量 $F_{\nu_e} \propto \int d\Omega_j g(\delta\theta)$ ，其中 $\delta\theta$ 为喷注张角内径向方向与地球视线方向之间的相对夹角。在具体的计算中，我们假定当 $\Gamma > 10$ 时，喷注张角 $\theta_j = 0.1$ 弧度，当 $\Gamma < 10$ 时， $\theta_j = \Gamma^{-1}$ 弧度。

图4-8中显示了在吸积盘中微子振荡模式 NE 下 $F_{\nu_e}(E)$ 在能区 ($10 \text{ TeV} < E < 10^3 \text{ PeV}$) 上随 E 的变化曲线。其中，我们设定 $T_{\nu, \text{MeV}} = 6$ ，并考虑 $\Gamma = 3, 20$ 和 $R_{\text{HE}\nu, 9} = 10, 10^2, 10^3$ 不同的组合情形。黑线、红线以及蓝线分别对应 $\theta_s = 0, \theta_j$ 和 $2\theta_j$ 这 3 种不同的情形。由于我们只关心能谱中 Z 共振的特征，对于所有情形我们均设定 $F_{\nu_e}(E = 10 \text{ TeV}) = 1$ 来归一化中微子能谱。由图可知，当选取不同的 $\theta_s, R_{\text{HE}\nu}$ 以及 Γ 时， Z 共振效应导致能谱中出现一个低谷或截断。

我们发现对于 $\theta_s = 0$ 和 $\theta_s = \theta_j$ 这两种情形，高能中微子的归一化能谱基本没什么区别。这一结论可以进一步推广，只要地球视线在喷注张角之内时，归一化能谱几乎一致。我们可以这样来理解这一现象：抵达地球 (IceCube 探测器) 的高能中微子主要由以地球视线方向为中心且张角为 $\sim 1/\Gamma$ 的圆锥内的喷注物质产生，而又由于喷注物质均匀分布，高能中微子归一化能谱并不依赖地球视线的具体位置。对于这两种情形，当 $\Gamma = 3$ 且 $R_{\text{HE}\nu, 9} = 10^2, 10^3$ 时， Z 共振导致能谱中出现一个低谷，且低谷对应的能量约为几十到几百 PeV。对于我们所考虑的其它参数组合而言，能谱仅仅在一定程度上被软化，这与弥散中微子所受到的影响类似 (见图4-6)。

当地球视线不在喷注张角内时， Z 共振效应将更加明显。对于 $\theta_s = 2\theta_j$ 情形，高能中微子与吸积盘中微子之间的相对夹角将至少大于 θ_j 。而由方程 (4-4) 可知，对湮灭光学深度近似正比于 $E(\delta\theta)^4 R_{\text{HE}\nu}^{-1}$ ，因此高能中微子受到吸积盘中微子的影响将更加剧烈。如图4-8所示，当 $R_{\text{HE}\nu}$ 和 Γ 较小时， Z 共振发生时光学深度 $\tau_{\text{res}} \gg 1$ ，导致能谱中

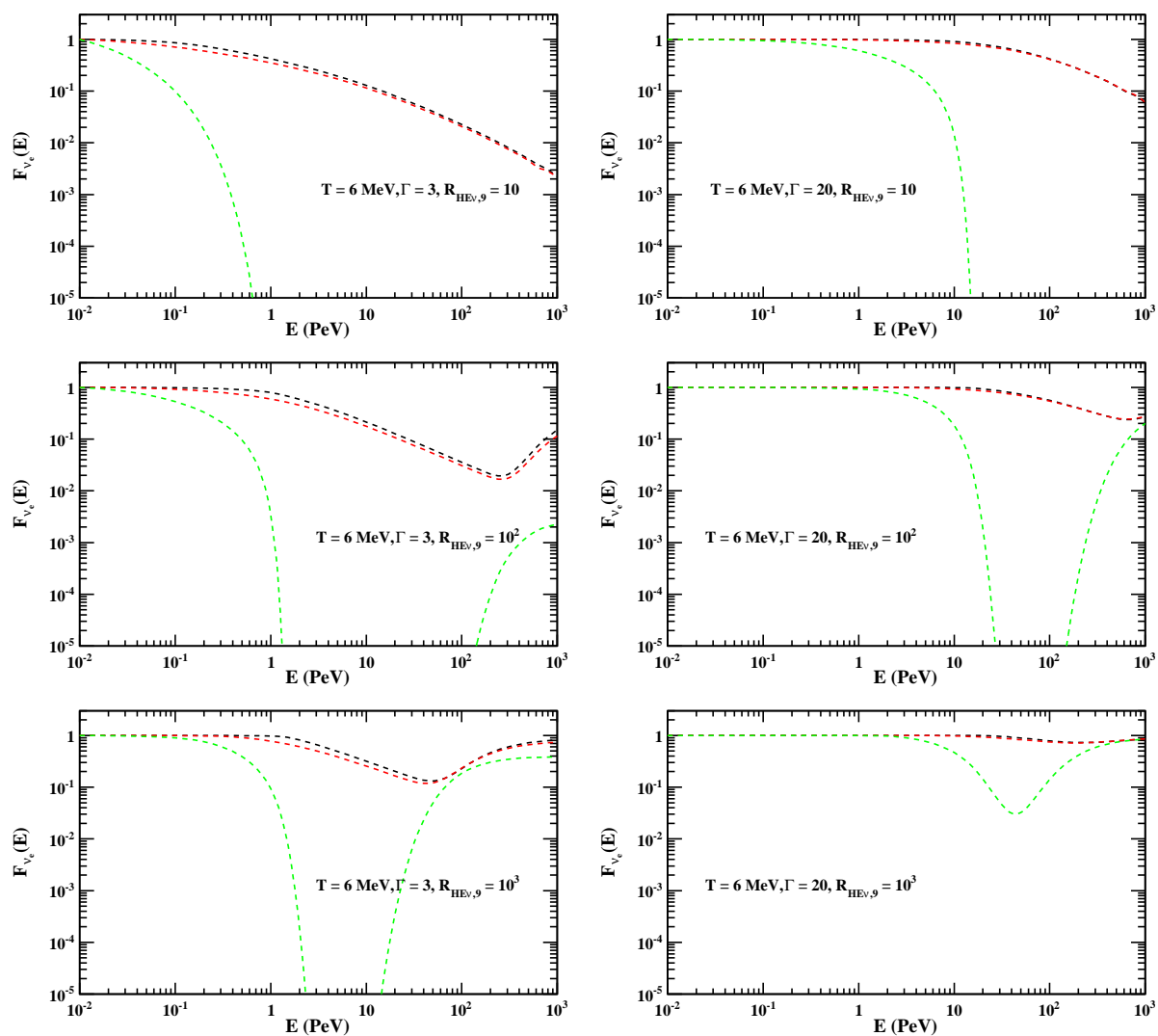


图 4-8 在吸积盘振荡模式 NE 下从邻近单源释放的高能 ν_e 的能谱，其中黑线、红线和蓝线分别对应 $\theta_s = 0$ 、 θ_j 以及 $2\theta_j$ 这三种情形。注意到，我们通过设定 $F_{\nu_e}(E = 100 \text{ TeV}) = 1$ 来归一化所有的能谱。

Fig 4-8 Spectra of HE ν_e emitted from a single nearby source in ADNFE scenario NE, for $\theta_s = 0$ (black), θ_j (red), $2\theta_j$ (blue). Note we set $F_{\nu_e}(E = 100 \text{ TeV}) = 1$ to normalise all the spectra.

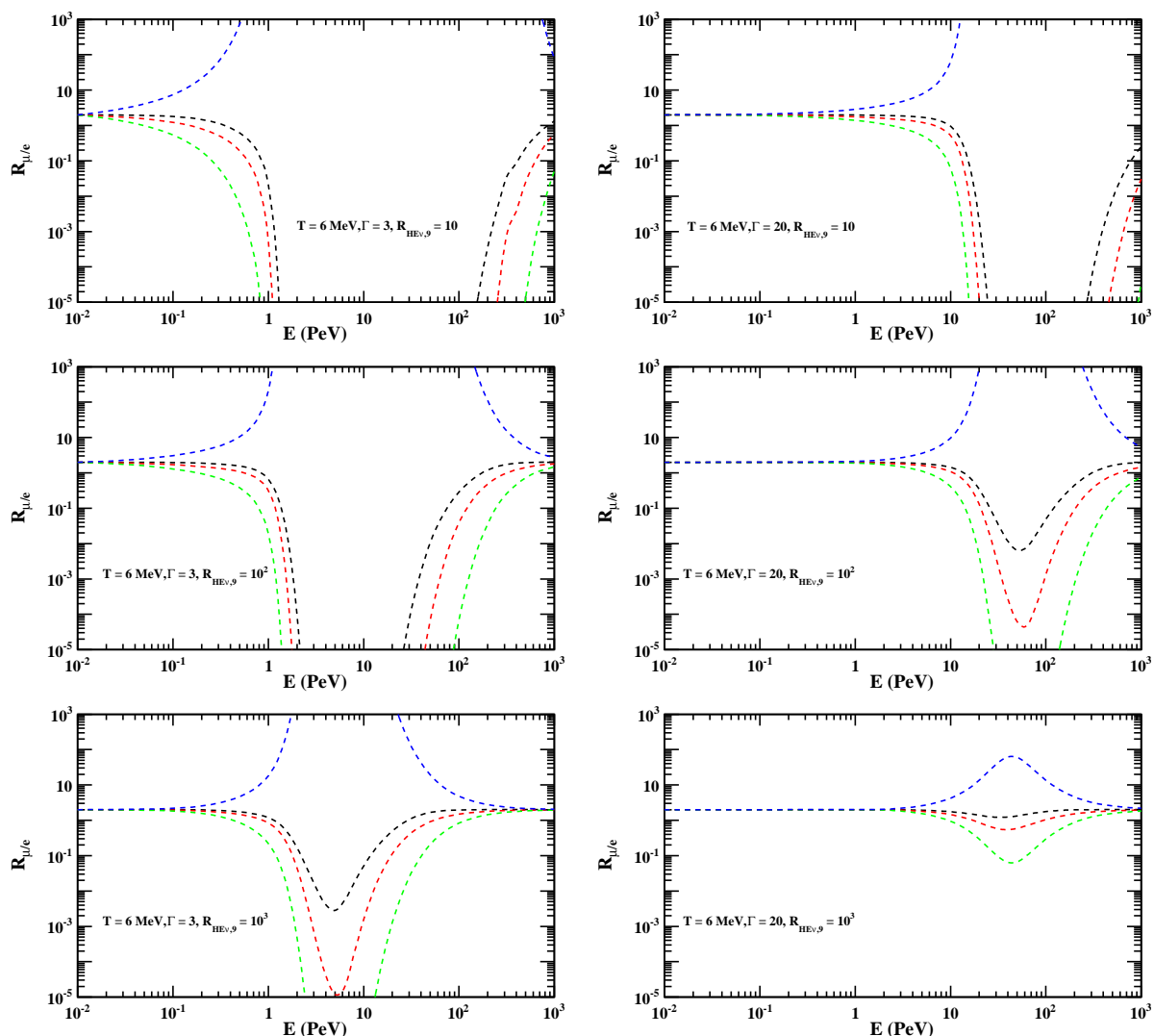


图 4-9 在 4 种不同的吸积盘振荡模式下从邻近单源释放的高能中微子的味道组分 $R_{\mu/e}$ 随能量 E 的变化曲线, 其中绿线、黑线、红线以及蓝线分别对应 4 种不同的吸积盘中微子味道演化模式: EE、NH、IH 以及 NE。

Fig 4-9 $R_{\mu/e}$ for HE neutrinos emitted from a single nearby source as a function of E for different ADNFE scenarios: EE (green), NH (black), IH (red), NE (blue).

出现截断。很显然, 截断很可能在 Z 共振所对应的能量之前出现。值得注意的是, 对于 $\theta_s = 2\theta_j$ 情形, 高能中微子与吸积盘中微子之间的相对夹角 $\geq \theta_j \simeq 0.1$ 弧度, 且该结论与喷注的洛伦兹因子大小无关; 因此, 如图 4-8 中 $\Gamma = 20$ 所对应的曲线所示, 即使当 Γ 很大时, Z 共振特征依然很显著。不过需要指出的是, 当 Γ 很大时, 抵达地球的高能中微子的绝对流量将被显著压低 [见方程 (4-5)]。

对于单个邻近源所释放的高能中微子而言, 除了能谱上的一些特征外, 也可以从味

道组分随能量的变化中观察到 Z 共振效应。图4-9中显示了在4种不同的吸积盘中微子振荡模式下 $R_{\mu/e}$ 随能量的变化曲线。其中，我们选定 $\theta_s = 2\theta_j$ 情形，并采用与图4-8相同的参数组合。与前文一致，我们仍假定高能中微子产生之处的各味道中微子的比例为 $F_{\nu_\mu} : F_{\bar{\nu}_\mu} : F_{\nu_e} : F_{\bar{\nu}_e} = 2 : 2 : 1 : 1$ 。通过比较图4-9和图4-8可知， $R_{\mu/e}$ 与能谱一样，按照类似的行为随能量的变化，且低谷和尖峰出现的位置与能谱一致。这种关联性为吸积盘中微子效应的确认提供了可能。

值得注意的是，相较于弥散中微子，吸积盘中微子对邻近源所发射的高能中微子的影响显然更加强烈。即使在 $R_{\text{HEV},9} \sim 10^3$ 时，该效应仍有可能被观察到。由方程(4-4)可知，中微子对湮灭光学深度近似正比于 $T_\nu^4 R_{\text{HEV}}^{-1} \sim L_\nu R_{\text{HEV}}^{-1}$ 。我们预期，即使吸积盘中微子的亮度减少1-2个量级，本小节关于邻近中微子源的讨论在一定的条件仍然有意义。

4.5 讨论与总结

前文我们讨论的4种吸积盘中微子振荡模式可能出现在塌缩型超新星和伽玛暴不同的环境中。我们先来讨论 MSW 效应^[31,32]。对于能量为的中微子，MSW 效应由共振密度 $\rho_{\text{res},7} \approx 1.3 E_{\nu, \text{MeV}}^{-1} (\delta m^2 / \text{eV}^2) \cos 2\theta_\nu$ 决定，其中 δm^2 为真空下中微子质量平方差， θ_ν 为相应的真空混合角。对于能量为 $E_\nu \sim 10 \text{ MeV}$ 的吸积盘中微子，相对应于振荡参数 $(\delta m^2 / \text{eV}^2, \theta_\nu) = (2.4 \times 10^{-3}, 8.5^\circ)$ 和 $(7.5 \times 10^{-5}, 33.5^\circ)$ ，高共振和低共振密度分别为 $\rho_{H,3} \sim 3$ and $\rho_{L,1} \sim 4$ ^[167]。由于吸积盘附近 $\rho \gg \rho_H$ ，如果在 $r \sim R_{\text{HEV}}$ 处物质密度 $\rho < \rho_L$ ，以上高、低共振都会发生且影响吸积盘中微子的振荡模式。依赖于目前仍不确定的中微子质量顺序，上述 MSW 共振效应的发生将对应于我们所讨论的 NH 和 IH 振荡模式。对于塌缩型超新星及其相关的伽玛暴，当 $R_{\text{HEV},10} \gtrsim 3$ ^[168]，或者是对于由并合导致的短暴^[128]，NH 和 IH 这两种吸积盘中微子振荡模式均很可能出现。由于中微子密度很高，因此除了 MSW 无效应外，吸积盘附近处发生的中微子集体振荡^[59,165]也可能将 $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ 完全转换成 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ，对应我们所讨论的 EE 模式。最后，吸积盘振荡模式 NE 也可能出现在塌缩型超新星及其相关的伽玛暴中。例如，当 $R_{\text{sh9}} \lesssim 3$ 时，该处物质密度 $\rho > \rho_H$ ^[168]，因此吸积盘中微子在遇到高能中微子前将不经历任何 MSW 共振。毋庸置疑，对于特定的模型而言，我们需要对吸积盘中微子的振荡情况作更细致的探讨，不过我们预期其结果至少接近以上4种振荡模式其中的一种。

当 $R_{\text{HEV},9} \sim 3 - 100$ 时，只有 MSW 效应与高能中微子的振荡相关。对于核心塌缩型超新星及其相关的伽玛暴，半径 $r \sim R_{\text{HEV}}$ 处的物质密度 ρ 一般远高于 $E_\nu \gtrsim 10 \text{ TeV}$ 所对应的 ρ_{res} ^[168]。因此，高能中微子并不经历 MSW 共振，相应的，其味道演化也很小。对于致密星并合导致的伽玛暴^[128]，MSW 共振可能在 $r \sim R_{\text{HEV}}$ 处发生，但由于 E 很大，高能中微子味道为非绝热演化，导致演化很难发生。即使真空振荡可能发生，但由

于 $R_{\text{HE}\nu}\delta m^2/(2E_\nu) \lesssim 1$ ，中微子振荡效应并不重要。综上所述，在讨论与吸积盘中微子的湮灭过程时，高能中微子的味道演化可以被忽略。

在本章中，我们研究了吸积盘中微子与高能中微子之间的湮灭过程对高能中微子的影响。尽管没有涉及到具体的模型，我们的研究覆盖了很大的参数空间。根据吸积盘中微子影响程度的强烈与否，我们对 $(R_{\text{HE}\nu}, \Gamma)$ 参数空间进行基本的划分。该结果可能会限制塌缩型超新星或伽玛射线暴的某些高能中微子模型。除此之外，我们分别系统的研究了吸积盘中微子对弥散中微子和邻近单源高能中微子的能谱和味道组分的影响。

在不同参数下弥散中微子所感受的影响主要由参数 η 决定 [方程 (4-10)]。湮灭效应随着 η 的增大而增强，且当 $\eta \sim 0.1$ ，能量高于 ~ 0.1 PeV 的高能中微子所受到的影响将变得很显著。对于特定的 η 值，湮灭几率随高能中微子能量的增加而增加，从而导致高能中微子的能谱发生改变。计算表明，当 $\eta \gtrsim 0.655$ 时，弥散中微子总能谱在 $E \gtrsim 0.1$ PeV 附近的改变可以表示成 E^{-n} ，其中 $n \approx 0.4 - 0.5$ 。如果高能中微子的初始能谱为 $\phi^{(0)} \propto E^{-2}$ ，以上这一结论有可能与 IceCube 最近的观测到的弥散中微子能谱 ($\phi \propto E^{-2.50 \pm 0.09}$) 相关。吸积盘中微子的振荡模式并不影响上述结论，却能影响最终出射高能中微子的味道组分。尤其在 NE 和 EE 两种振荡模式下，高能中微子的味道组分可能会发生显著的变化，且味道组分的改变随高能中微子能量的增大而加剧。

对于从邻近单源发射至地球的高能中微子，由于 Z 共振效应的存在，其能谱和随 E 变化的味道组分会出现一个低谷或截断。相比于弥散中微子，这些效应对于单源高能中微子而言更加显著，尤其是当地球视线不在喷注张角之内时。即使当吸积盘中微子亮度 L_ν 较小时，这些特征依然比较显著。单源高能中微子的这些特征为检验吸积盘中微子效应提供了更大的可能。

本章所述的内容旨在研究吸积盘中微子对喷注中所产生的高能中微子的影响，该讨论广泛的适用于塌缩型超新星爆发和伽玛射线暴等天体过程中。需要补充的是，一旦涉及到具体的天体环境和高能中微子模型时，我们则需要考虑其它一些相关的因素，而且这些因素本身比较复杂，甚至可能会影响本章的讨论。例如，对于某些塌缩型超新星或由此导致的伽玛射线暴，当高能中微子在恒星外包层传播时，由于受到恒星物质吸收，其能谱可能发生变化；该效应与吸积盘中微子的影响相似，而且当物质吸收比较显著时，吸积盘中微子效应将很难被观察到。又比如，对于常见的激波机制，欲有效的加速带电粒子进而产生高能中微子，非辐射主导条件必须成立，而该条件本身对 $R_{\text{HE}\nu}$ 和 Γ 甚至 L_ν 存在一定的限制^[136]。除此之外，吸积盘中微子本身可能对带电粒子加速和高能中微子的产生某种影响。总而言之，对于一个特定的模型而言，上述因素都应该被自洽的考虑。

第五章 总结与展望

全论文主要对中微子天文学几个前沿课题进行了讨论和研究。其中一个课题涉及到来自大质量恒星的中微子以及地面探测器探测这些信号的研究。另一个课题讨论和研究了伽玛射线暴中高能中微子的产生过程以及吸积盘中微子对其中高能中微子的影响。

在第二章中，我们首次系统的计算了不同温度和密度下四种热过程（ e^\pm 对湮灭过程、等离子体过程、光致过程和电子—原子核韧致辐射过程等）产生中微子的流量和能谱。在计算过程中，我们详细考虑了恒星物质中各种介质效应的影响，包括光子色散关系修正、电子静电屏蔽效应、离子间关联效应等因素。基于这些结果，我们讨论了地面中微子探测器探测这些恒星中微子信号的可能性。我们的计算表明，对于一个质量为 $20 M_\odot$ 且距离地球 0.2 kpc 的恒星而言，在它发生超新星爆炸的前几天，KamLAND 可以观测到约 40 个（中微子正常质量顺序）或约 10 个（中微子反转质量顺序） $\bar{\nu}_e$ 事例。在大质量恒星演化的后期， e^\pm 对湮灭过程对中微子信号的贡献总是超过 99%。考虑到反应堆中微子和地球中微子本底的影响，以及中微子质量等级的不确定性，KamLAND 有可能探测到 $0.2\text{--}0.5 \text{ kpc}$ 之内的大质量恒星信号。利用下一代更大型的中微子探测器而言，如江门中微子探测器 (JUNO)，我们则有可能捕捉到 $1\text{--}3 \text{ kpc}$ 内大质量恒星在超新星爆炸前的中微子信号。通过这些中微子信号，我们不仅能够探究恒星内部结构并检验相关的恒星模型，而且有可能确定中微子的质量顺序等信息。大质量恒星会通过恒星塌缩的方式实现超新星爆炸，而爆炸前大质量恒星中微子信号可以对超新星的爆炸作出提前的警示。在未来的工作中，我们计划加入核反应中微子（包括 e^\pm 俘获过程和 β^\pm 衰变过程等）的贡献，并以更具体的大质量恒星模型为例，系统的研究利用大质量恒星中微子信号来探究恒星演化和结构以及预警超新星爆炸等问题。

高能中微子是中微子天文学研究的另一个重要对象。尤其是随着近几年来 IceCube 实验探测到数十个 TeV-PeV 高能中微子事例，相关方面的探究备受人们的关注。本论文的第三章对塌缩超新星和伽玛射线暴中高能中微子的产生机制和相关特征作了系统的介绍和研究。尤其是，我们强调了在不同类型伽玛射线暴中或是在伽玛暴不同场所处，高能中微子的产生受到辐射限制和恒星物质吸收效应不同程度的影响。在第三章讨论的基础上，我们在第四章中研究了在塌缩超新星和伽玛射线暴中吸积盘中微子对高能中微子能谱和味道组分的影响。我们的研究表明，在选定合适的吸积盘中微子参数下，高能中微子的能谱和味道组分受到不同程度的影响。具体而言，高能中微子在受到吸积盘中微子湮灭后能谱被软化，且能谱指数的改变可达到 $0.4\text{--}0.5$ ，这一结果能够很好的解释

IceCube 的实验结果。依赖于不同的吸积盘中微子振荡模式，高能中微子的味道组分也可以发生显著的改变（我们假定不受吸积盘中微子影响时， $R_{\mu/e}$ 的初始值为 2；受吸积盘中微子影响后， $R_{\mu/e}$ 可以在 1–4 之间变化）。不仅如此，高能中微子能谱改变与味道改变之间存在一一对应的关系。这些特征对于我们探究吸积盘和寻找高能中微子的起源具有十分重要的意义。需要说明的是，本文只是对塌缩超新星和伽玛射线暴系统中高能中微子作了一般性的讨论，这些相关讨论和研究并不完备。基于具体天体模型来计算高能中微子的流量和特征，并同时考虑到激波的辐射限制、恒星物质吸收等各种因素，这将会是我们接下的重要研究方向。可以肯定的是，随着 IceCube 累计更多的高能中微子事例，这些进一步的研究将对高能中微子天文学领域具有重要的意义。

中微子天文学的研究正方兴未艾，尤其是随着下一代大型中微子探测器在未来几年内逐步开始搭建或投入运行，人类将迎来研究中微子天文学或中微子天体物理的黄金时期。另一方面，黑洞并合产生的引力波最近被 LIGO 探测到，这是爱因斯坦和广义相对论的一次伟大胜利。随着实验的进一步发展，引力波信号将成为另一个探究天文学和天体物理过程的重要探针。作为传统光信号的重要补充，中微子信号和引力波信号将显著推进人们对“天空”的认识和理解。作为个人的期许，我希望彼时“天空”能给人类更多的馈赠，让我们得以一窥天文学、宇宙学和粒子世界更多的神奇和秘密。

参考文献

- [1] T. D. Lee and C. N. Yang. “*Question of Parity Conservation in Weak Interactions*”. *Phys. Rev.* 1956-10: 254–258.
- [2] C. S. Wu *et al.* “*Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay*”. *Phys. Rev.* 1957-02: 1413–1415.
- [3] S. L. Glashow. “*Partial-symmetries of weak interactions*”. *Nuclear Physics*, **1961**, 22(4): 579–588.
- [4] S. Weinberg. “*A Model of Leptons*”. *Phys. Rev. Lett.* 1967-11: 1264–1266.
- [5] A. Salam. *Elementary Particle Physics (Nobel Symposium No. 8)*, p.367.
- [6] C. L. Cowan *et al.* “*Detection of the Free Neutrino: a Confirmation*”. *Science*, **1956**, 124(3212): 103–104.
- [7] J. N. Bahcall. “*Solar Neutrinos. I. Theoretical*”. *Phys. Rev. Lett.* 1964-03: 300–302.
- [8] R. Davis, D. S. Harmer and K. C. Hoffman. “*Search for Neutrinos from the Sun*”. *Phys. Rev. Lett.* 1968-05: 1205–1209.
- [9] Y. Fukuda *et al.* “*Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos*”. *Phys. Rev. Lett.* 1998-08: 1562–1567.
- [10] K. S. Hirata *et al.* “*Results from one thousand days of real-time, directional solar-neutrino data*”. *Phys. Rev. Lett.* 1990-09: 1297–1300.
- [11] Y. Fukuda *et al.* “*Measurements of the Solar Neutrino Flux from Super-Kamiokande’s First 300 Days*”. *Phys. Rev. Lett.* 1998-08: 1158–1162.
- [12] W. Hampel *et al.* “*GALLEX solar neutrino observations: results for GALLEX IV*”. *Physics Letters B*, **1999**, 447(1–2): 127–133.
- [13] J. N. Abdurashitov *et al.* “*Solar neutrino flux measurements by the Soviet-American Gallium Experiment (SAGE) for half the 22 year solar cycle*”. *J. Exp. Theor. Phys.* **2002**, 95: 181–193.

- [14] Q. R. Ahmad *et al.* “Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by ^8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory”. *Phys. Rev. Lett.* **2001**, 87: 071301.
- [15] F. P. An *et al.* “Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay”. *Phys. Rev. Lett.* 2012-04: 171803.
- [16] J. K. Ahn *et al.* “Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment”. *Phys. Rev. Lett.* 2012-05: 191802.
- [17] Y. Abe *et al.* “First Measurement of θ_{13} from Delayed Neutron Capture on Hydrogen in the Double Chooz Experiment”. *Phys. Lett.* **2013**, B723: 66–70.
- [18] K. Abe *et al.* “Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-Produced Off-Axis Muon Neutrino Beam”. *Phys. Rev. Lett.* 2011-07: 041801.
- [19] D. G. Michael *et al.* “Observation of Muon Neutrino Disappearance with the MINOS Detectors in the NuMI Neutrino Beam”. *Phys. Rev. Lett.* 2006-11: 191801.
- [20] K. Hirata *et al.* “Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A”. *Phys. Rev. Lett.* 1987-04: 1490–1493.
- [21] R. M. Bionta *et al.* “Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud”. *Phys. Rev. Lett.* 1987-04: 1494–1496.
- [22] E. N. Alekseev *et al.* “POSSIBLE DETECTION OF A NEUTRINO SIGNAL ON 23 FEBRUARY 1987 AT THE BAKSAN UNDERGROUND SCINTILLATION TELESCOPE OF THE INSTITUTE OF NUCLEAR RESEARCH”. *JETP Lett.* **1987**, 45: 589–592.
- [23] F. Englert and R. Brout. “Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons”. *Phys. Rev. Lett.* 1964-08: 321–323.
- [24] P. W. Higgs. “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons”. *Phys. Rev. Lett.* 1964-10: 508–509.
- [25] G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble. “Global Conservation Laws and Massless Particles”. *Phys. Rev. Lett.* 1964-11: 585–587.
- [26] F. An *et al.* “Neutrino Physics with JUNO”. *J. Phys.* **2016**, G43(3): 030401.
- [27] G. Bellini *et al.* “First evidence of pep solar neutrinos by direct detection in Borexino”. *Phys. Rev. Lett.* **2012**, 108: 051302.

- [28] K. Eguchi *et al.* “*First Results from KamLAND: Evidence for Reactor Antineutrino Disappearance*”. *Phys. Rev. Lett.* 2003-01: 021802.
- [29] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata. “*Remarks on the Unified Model of Elementary Particles*”. *Progress of Theoretical Physics*, 1962-11: 870–880.
- [30] M. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni and T. Schwetz. “*Updated fit to three neutrino mixing: status of leptonic CP violation*”. *Journal of High Energy Physics*, **2014**, 2014(11).
- [31] L. Wolfenstein. “*Neutrino oscillations in matter*”. *Phys. Rev. D*, 1978-05: 2369–2374.
- [32] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov. “*Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*”. *Sov. J. Nucl. Phys.* **1985**, 42: 913–917.
- [33] A. S. Dighe and A. Y. Smirnov. “*Identifying the neutrino mass spectrum from a supernova neutrino burst*”. *Phys. Rev. D*, 2000-07: 033007.
- [34] C. Lunardini and A. Yu. Smirnov. “*Supernova neutrinos: Earth matter effects and neutrino mass spectrum*”. *Nucl. Phys.* **2001**, B616: 307–348.
- [35] C. Spiering. “*Towards high-energy neutrino astronomy. A historical review*”. *European Physical Journal H*, 2012-08: 515–565.
- [36] E. Hubble. “*A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae*”. *Proceedings of the National Academy of Science*, 1929-03: 168–173.
- [37] G. Gamow. “*Expanding Universe and the Origin of Elements*”. *Phys. Rev.* 1946-10: 572–573.
- [38] R. A. Alpher, H. Bethe and G. Gamow. “*The Origin of Chemical Elements*”. *Phys. Rev.* 1948-04: 803–804.
- [39] K. A. Olive *et al.* “*Review of Particle Physics*”. *Chin. Phys.* **2014**, C38: 090001.
- [40] A. Dolgov. “*Neutrinos in cosmology*”. *Physics Reports*, **2002**, 370(4–5): 333–535.
- [41] J. Lesgourgues and S. Pastor. “*Massive neutrinos and cosmology*”. *Phys. Rept.* **2006**, 429: 307–379.
- [42] F. Iocco *et al.* “*Primordial nucleosynthesis: From precision cosmology to fundamental physics*”. *Physics Reports*, **2009**, 472(1–6): 1–76.
- [43] G. Steigman. “*Primordial Nucleosynthesis in the Precision Cosmology Era*”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2007**, 57: 463–491.

- [44] S. Betts *et al.* “*Development of a Relic Neutrino Detection Experiment at PTOLEMY: Princeton Tritium Observatory for Light, Early-Universe, Massive-Neutrino Yield*”. arXiv : 1307.4738.
- [45] P. Vogel. “*How difficult it would be to detect cosmic neutrino background?*” *AIP Conference Proceedings*, **2015**, 1666, 140003.
- [46] S. E. Woosley, A. Heger and T. A. Weaver. “*The evolution and explosion of massive stars*”. *Rev. Mod. Phys.* 2002-11: 1015–1071.
- [47] G. Beaudet, V. Petrosian and E. E. Salpeter. “*Energy Losses due to Neutrino Processes*”. *Astrophys. J.* 1967-12: 979.
- [48] D. A. Dicus. “*Stellar Energy-Loss Rates in a Convergent Theory of Weak and Electromagnetic Interactions*”. *Phys. Rev. D*, 1972-08: 941–949.
- [49] P. J. Schinder *et al.* “*Neutrino emission by the pair, plasma, and photo processes in the Weinberg-Salam model*”. *Astrophys. J.* 1987-02: 531–542.
- [50] N. Itoh *et al.* “*Neutrino Energy Loss in Stellar Interiors. VII. Pair, Photo-, Plasma, Bremsstrahlung, and Recombination Neutrino Processes*”. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 1996-02: 411.
- [51] A. Odrzywolek, M. Misiasek and M. Kutschera. “*Detection possibility of the pair - annihilation neutrinos from the neutrino - cooled pre-supernova star*”. *Astropart. Phys.* **2004**, 21: 303–313.
- [52] A. Odrzywolek, M. Misiasek and M. Kutschera. “*Thermal neutrinos from pre-supernova*”. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **2011**, 221: 380.
- [53] K. Asakura *et al.* “*KamLAND Sensitivity to Neutrinos from Pre-Supernova Stars*”. *Astrophys. J.* **2016**, 818(1): 91.
- [54] W. Hillebrandt and J. C. Niemeyer. “*Type Ia supernova explosion models*”. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2000**, 38: 191–230.
- [55] B. Wang and Z. Han. “*Progenitors of type Ia supernovae*”. *New Astron. Rev.* 2012-06: 122–141.
- [56] H.-T. Janka *et al.* “*Theory of core-collapse supernovae*”. *Physics Reports*, **2007**, 442(1–6): 38–74.

- [57] H.-T. Janka. “*Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae*”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2012-11: 407–451.
- [58] A. Burrows. “*Colloquium : Perspectives on core-collapse supernova theory*”. *Rev. Mod. Phys.* 2013-02: 245–261.
- [59] H. Duan, G. M. Fuller and Y.-Z. Qian. “*Collective Neutrino Oscillations*”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2010**, 60: 569–594.
- [60] P. Blasi. “*The Origin of Galactic Cosmic Rays*”. *Astron. Astrophys. Rev.* **2013**, 21: 70.
- [61] A. Letessier-Selvon and T. Stanev. “*Ultrahigh energy cosmic rays*”. *Rev. Mod. Phys.* 2011-09: 907–942.
- [62] M. S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, **2011**.
- [63] M. Vietri. *Foundations of High-Energy Astrophysics*. The University of Chicago Press, **2008**.
- [64] F. Halzen and S. R. Klein. “*Invited Review Article: IceCube: An instrument for neutrino astronomy*”. *Review of Scientific Instruments*, 2010-08: 081101.
- [65] T. Gaisser and F. Halzen. “*IceCube*”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2014**, 64: 101–23.
- [66] M. G. Aartsen *et al.* “*First observation of PeV-energy neutrinos with IceCube*”. *Phys. Rev. Lett.* **2013**, 111: 021103.
- [67] M. G. Aartsen *et al.* “*Evidence for high-energy extraterrestrial neutrinos at the IceCube detector*”. *Science*, **2013**, 342(6161): 1242856.
- [68] M. G. Aartsen *et al.* “*Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data*”. *Phys. Rev. Lett.* **2014**, 113: 101101.
- [69] Z.-Z. Xing and S. Zhou. *Neutrinos in Particle Physics, Astronomy and Cosmology*. Zhejiang University Press, **2010**.
- [70] L. A. Anchordoqui *et al.* “*Cosmic neutrino pevatrons: A brand new pathway to astronomy, astrophysics, and particle physics*”. *Journal of High Energy Astrophysics*, **2014**, 1–2: 1–30.
- [71] H. Athar, M. Ježabek and O. Yasuda. “*Effects of neutrino mixing on high-energy cosmic neutrino flux*”. *Phys. Rev. D*, 2000-10: 103007.
- [72] J. F. Beacom *et al.* “*Decay of High-Energy Astrophysical Neutrinos*”. *Phys. Rev. Lett.* 2003-05: 181301.

- [73] G. Barenboim and C. Quigg. “*Neutrino observatories can characterize cosmic sources and neutrino properties*”. *Phys. Rev. D*, 2003-04: 073024.
- [74] A. Esmaili. “*Pseudo-Dirac neutrino scenario: Cosmic neutrinos at neutrino telescopes*”. *Phys. Rev. D*, 2010-01: 013006.
- [75] R. G. H. Robertson. “*KATRIN: an experiment to determine the neutrino mass from the beta decay of tritium*”. In: *Community Summer Study 2013: Snowmass on the Mississippi (CSS2013) Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013*, **2013**.
- [76] J. B. Albert *et al.* “*Search for Majorana neutrinos with the first two years of EXO-200 data*”. *Nature*, **2014**, 510: 229–234.
- [77] B. Majorovits. “*Phase II Upgrade of the GERDA Experiment for the Search of Neutrinoless Double Beta Decay*”. *Physics Procedia*, **2015**, 61: 254–259.
- [78] D. S. Ayres *et al.* “*NOvA: Proposal to build a 30 kiloton off-axis detector to study $\nu(\mu) \rightarrow \nu(e)$ oscillations in the NuMI beamline*”. **2004**, arXiv:hep-ex/0503053.
- [79] P. Adamson *et al.* “*First measurement of electron neutrino appearance in NOvA*”. *Phys. Rev. Lett.* **2016**, 116(15): 151806.
- [80] G. Mention *et al.* “*Reactor antineutrino anomaly*”. *Phys. Rev. D*, 2011-04: 073006.
- [81] A. Aguilar *et al.* “*Evidence for neutrino oscillations from the observation of $\bar{\nu}_e$ appearance in a $\bar{\nu}_\mu$ beam*”. *Phys. Rev. D*, 2001-11: 112007.
- [82] F. Kaether *et al.* “*Reanalysis of the Gallex solar neutrino flux and source experiments*”. *Physics Letters B*, **2010**, 685(1): 47–54.
- [83] J. M. Conrad, W. C. Louis and M. H. Shaevitz. “*The LSND and MiniBooNE Oscillation Searches at High Δm^2* ”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2013**, 63: 45–67.
- [84] A. Porta and the Nucifer collaboration. “*Reactor neutrino detection for non proliferation with the Nucifer experiment*”. *Journal of Physics: Conference Series*, **2010**, 203(1): 012092.
- [85] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* “*Improved Search for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ Oscillations in the MiniBooNE Experiment*”. *Phys. Rev. Lett.* 2013-04: 161801.
- [86] G. Guo *et al.* “*Sterile Neutrino Search Using China Advanced Research Reactor*”. arXiv : 1303.0607.

- [87] G. Guo, X.-G. He and G.-N. Li. “Radiative Two Loop Inverse Seesaw and Dark Matter”. *JHEP*, **2012**, 10: 044.
- [88] G.-N. Li *et al.* “Lepton number violation and $h \rightarrow \gamma\gamma$ in a radiative inverse seesaw dark matter model”. *JHEP*, **2013**, 04: 026.
- [89] G. Bellini *et al.* “Final results of Borexino Phase-I on low-energy solar neutrino spectroscopy”. *Phys. Rev. D*, 2014-06: 112007.
- [90] <http://kotaku.com/5924866/the-evolution-of-stars-the-unusual-astronomy-of-mass-effect-halo-and-starcraft-ii>.
- [91] https://astro.uni-bonn.de/~nlangner/siu_web/ssescript/new/chapter11.pdf.
- [92] W. C. Haxton, R. G. Hamish Robertson and A. M. Serenelli. “Solar Neutrinos: Status and Prospects”. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2013**, 51: 21–61.
- [93] H. Munakata, Y. Kohyama and N. Itoh. “Neutrino energy loss in stellar interiors”. *Astrophys. J.* 1985-09: 197–203.
- [94] Y. Kohyama, N. Itoh and H. Munakata. “Neutrino energy loss in stellar interiors. II - Axial-vector contribution to the plasma neutrino energy loss rate”. *Astrophys. J.* 1986-11: 815–819.
- [95] N. Itoh *et al.* “Neutrino energy loss in stellar interiors. III - Pair, photo-, plasma, and bremsstrahlung processes”. *Astrophys. J.* 1989-04: 354–364.
- [96] N. Itoh *et al.* “Neutrino energy loss in stellar interiors. IV - Plasma neutrino process for strongly degenerate electrons”. *Astrophys. J.* 1992-08: 622–631.
- [97] Y. Kohyama *et al.* “Neutrino energy loss in stellar interiors. V - Recombination neutrino process”. *Astrophys. J.* 1993-09: 267–277.
- [98] Y. Kohyama *et al.* “Neutrino energy loss in stellar interiors. 6. Axial vector contribution to the plasma neutrino energy-loss rate for strongly degenerate electrons”. *Astrophys. J.* 1994-08: 761–766.
- [99] N. Itoh, A. Nishikawa and Y. Kohyama. “Neutrino Energy Loss in Stellar Interiors. VIII. Braaten-Segel Approximation for the Plasma Neutrino Process”. *Astrophys. J.* 1996-10: 1015.

- [100] S. I. Dutta, S. Ratkovic and M. Prakash. “*The photo - neutrino process in astrophysical systems*”. *Phys. Rev.* **2004**, D69: 023005.
- [101] S. š. Ratkovi ć, S. Iyer Dutta and M. Prakash. “*Differential neutrino rates and emissivities from the plasma process in astrophysical systems*”. *Phys. Rev. D*, 2003-06: 123002.
- [102] M. Misiaszek, A. Odrzywolek and M. Kutschera. “*Neutrino spectrum from the pair-annihilation process in the hot stellar plasma*”. *Phys. Rev.* **2006**, D74: 043006.
- [103] A. Odrzywolek. “*Plasmaneutrino spectrum*”. *Eur. Phys. J.* **2007**, C52: 425–434.
- [104] E. M. Kantor and M. E. Gusakov. “*The neutrino emission due to plasmon decay and neutrino luminosity of white dwarfs*”. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **2007**, 381: 1702.
- [105] C. Kato *et al.* “*Pre-supernova neutrino emissions from ONe cores in the progenitors of core-collapse supernovae: are they distinguishable from those of Fe cores?*” *Astrophys. J.* **2015**, 808(2): 168.
- [106] T. Hahn. “*CUBA: A Library for multidimensional numerical integration*”. *Comput. Phys. Commun.* **2005**, 168: 78–95.
- [107] J. B. Adams, M. A. Ruderman and C. .-.H. Woo. “*Neutrino Pair Emission by a Stellar Plasma*”. *Phys. Rev.* 1963-02: 1383–1390.
- [108] E. Braaten and D. Segel. “*Neutrino energy loss from the plasma process at all temperatures and densities*”. *Phys. Rev. D*, 1993-08: 1478–1491.
- [109] D. A. Dicus *et al.* “*Neutrino pair bremsstrahlung including neutral current effects*”. *Astrophys. J.* 1976-12: 481–488.
- [110] N. Itoh and Y. Kohyama. “*Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. I - Liquid metal case*”. *Astrophys. J.* 1983-12: 858–866.
- [111] N. Itoh *et al.* “*Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. II - Crystalline lattice case*”. *Astrophys. J.* 1984-04: 413–418.
- [112] N. Itoh *et al.* “*Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. III - Low-temperature quantum corrections in the liquid metal phase*”. *Astrophys. J.* 1984-05: 787–791.
- [113] N. Itoh *et al.* “*Neutrino-pair bremsstrahlung in dense stars. IV - Phonon contributions in the crystalline lattice phase*”. *Astrophys. J.* 1984-10: 304–311.

- [114] P. Haensel, A. D. Kaminker and D. G. Yakovlev. “*Electron neutrino anti-neutrino bremsstrahlung in a liquid phase of neutron star crusts*”. *Astron. Astrophys.* **1996**, 314: 328–340.
- [115] A. D. Kaminker *et al.* “*Neutrino pair bremsstrahlung by electrons in neutron star crusts*”. *Astron. Astrophys.* **1999**, 343: 1009.
- [116] H. Iyetomi and S. Ichimaru. “*Improvement on the hypernetted-chain equations for dense plasmas*”. *Phys. Rev. A*, 1982-04: 2434–2436.
- [117] D. A. Young, E. M. Corey and H. E. DeWitt. “*Analytic fit to the one-component-plasma structure factor*”. *Phys. Rev. A*, 1991-11: 6508–6512.
- [118] D. A. Baiko and D. G. Yakovlev. “*Thermal and electrical conductivities of Coulomb crystals in neutron stars and white dwarfs*”. *Astronomy Letters*, 1995-09: 702–709.
- [119] H.-T. Janka. “*Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae*”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **2012**, 62: 407–451.
- [120] A. Burrows. “*Colloquium: Perspectives on core-collapse supernova theory*”. *Rev. Mod. Phys.* **2013**, 85: 245.
- [121] T. Piran. “*The physics of gamma-ray bursts*”. *Rev. Mod. Phys.* 2005-01: 1143–1210.
- [122] P. Meszaros. “*Gamma-Ray Bursts*”. *Rept. Prog. Phys.* **2006**, 69: 2259–2322.
- [123] P. Kumar and B. Zhang. “*The physics of gamma-ray bursts and relativistic jets*”. *Physics Reports*, **2015**, 561: 1–109.
- [124] E. Berger. “*Short-Duration Gamma-Ray Bursts*”. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2014**, 52: 43–105.
- [125] S. E. Woosley and J. S. Bloom. “*The Supernova Gamma-Ray Burst Connection*”. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2006**, 44: 507–556.
- [126] R. Popham, S. E. Woosley and C. Fryer. “*Hyperaccreting black holes and gamma-ray bursts*”. *Astrophys. J.* **1999**, 518: 356–374.
- [127] A. MacFadyen, S. Woosley and A. Heger. “*Supernovae, jets, and collapsars*”. *Astrophys. J.* **2001**, 550: 410.
- [128] M. A. Aloy, H.-T. Janka and E. Muller. “*Relativistic outflows from remnants of compact object mergers and their viability for short gamma-ray bursts*”. *Astron. Astrophys.* **2005**, 436: 273.

- [129] P. Meszaros and E. Waxman. “*TeV neutrinos from successful and choked gamma-ray bursts*”. *Phys.Rev.Lett.* **2001**, 87: 171102.
- [130] S. Razzaque, P. Meszaros and E. Waxman. “*Neutrino tomography of gamma-ray bursts and massive stellar collapses*”. *Phys.Rev.* **2003**, D68: 083001.
- [131] S. Razzaque, P. Meszaros and E. Waxman. “*TeV neutrinos from core collapse supernovae and hypernovae*”. *Phys.Rev.Lett.* **2004**, 93: 181101.
- [132] S. Razzaque, P. Meszaros and E. Waxman. “*High energy neutrinos from a slow jet model of core collapse supernovae*”. *Mod.Phys.Lett.* **2005**, A20: 2351–2368.
- [133] S. Ando and J. F. Beacom. “*Revealing the supernova-gamma-ray burst connection with TeV neutrinos*”. *Phys.Rev.Lett.* **2005**, 95: 061103.
- [134] N. Fraija. “*GeV - PeV Neutrino Production and Oscillation in hidden jets from GRBs*”. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **2014**, 437: 2187–2200.
- [135] A. M. Soderberg *et al.* “*Relativistic ejecta from X-ray flash XRF 060218 and the rate of cosmic explosions*”. *Nature*, **2006**, 442: 1014–1017.
- [136] K. Murase and K. Ioka. “*TeV-PeV Neutrinos from Low-Power Gamma-Ray Burst Jets inside Stars*”. *Phys. Rev. Lett.* 2013-09: 121102.
- [137] <https://cdsweb.cern.ch/record/1249755/files/p533.pdf>.
- [138] R. Schlickeiser and C. D. Dermer. “*Proton and electron acceleration through magnetic turbulence in relativistic outflows*”. *Astron. Astrophys.* **2000**, 360: 789.
- [139] D. Giannios. “*UHECRs from magnetic reconnection in relativistic jets*”. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2010-10: L46–L50.
- [140] A. Lazarian *et al.* “*Turbulence, Magnetic Reconnection in Turbulent Fluids and Energetic Particle Acceleration*”. *Space. Sci. Rev.* 2012-11: 557–622.
- [141] A. Mucke *et al.* “*SOPHIA: Monte Carlo simulations of photohadronic processes in astrophysics*”. *Comput. Phys. Commun.* **2000**, 124: 290–314.
- [142] E. Waxman and J. Bahcall. “*High energy neutrinos from cosmological gamma-ray burst fireballs*”. *Physical Review Letters*, **1997**, 78(12): 2292.
- [143] T. Kashti and E. Waxman. “*Flavoring astrophysical neutrinos: Flavor ratios depend on energy*”. *Phys.Rev.Lett.* **2005**, 95: 181101.

- [144] P. Lipari, M. Lusignoli and D. Meloni. “*Flavor Composition and Energy Spectrum of Astrophysical Neutrinos*”. *Phys.Rev.* **2007**, D75: 123005.
- [145] S. Pakvasa, W. Rodejohann and T. J. Weiler. “*Flavor Ratios of Astrophysical Neutrinos: Implications for Precision Measurements*”. *JHEP*, **2008**, 0802: 005.
- [146] S. Hummer *et al.* “*Energy dependent neutrino flavor ratios from cosmic accelerators on the Hillas plot*”. *Astroparticle Physics*, 2010-11: 205–224.
- [147] S. Razzaque. “*Long-lived PeV–EeV neutrinos from gamma-ray burst blastwave*”. *Phys. Rev.* **2013**, D88(10): 103003.
- [148] O. Bromberg *et al.* “*The Propagation of Relativistic Jets in External Media*”. *apj*, 2011-10: 100.
- [149] A. Levinson and O. Bromberg. “*Relativistic Photon Mediated Shocks*”. *Phys. Rev. Lett.* **2008**, 100: 131101.
- [150] B. Katz, R. Budnik and E. Waxman. “*Fast Radiation Mediated Shocks and Supernova Shock Breakouts*”. *apj*, 2010-06: 781–791.
- [151] J. A. Formaggio and G. P. Zeller. “*From eV to EeV: Neutrino Cross Sections Across Energy Scales*”. *Rev. Mod. Phys.* **2012**, 84: 1307.
- [152] M. G. Aartsen *et al.* “*The IceCube Neutrino Observatory - Contributions to ICRC 2015 Part II: Atmospheric and Astrophysical Diffuse Neutrino Searches of All Flavors*”. **2015**.
- [153] M. G. Aartsen *et al.* “*Flavor Ratio of Astrophysical Neutrinos above 35 TeV in IceCube*”. *Phys. Rev. Lett.* 2015-04: 171102.
- [154] M. G. Aartsen *et al.* “*A Combined Maximum-likelihood Analysis of the High-energy Astrophysical Neutrino Flux Measured with IceCube*”. *The Astrophysical Journal*, **2015**, 809(1): 98.
- [155] R. Abbasi *et al.* “*Search for muon neutrinos from Gamma-Ray Bursts with the IceCube neutrino telescope*”. *The Astrophysical Journal*, **2010**, 710(1): 346.
- [156] R. Abbasi *et al.* “*Limits on neutrino emission from gamma-ray bursts with the 40 string IceCube detector*”. *Physical review letters*, **2011**, 106(14): 141101.
- [157] R. Abbasi *et al.* “*An absence of neutrinos associated with cosmic ray acceleration in gamma-ray bursts*”. *arXiv preprint arXiv:1204.4219*, **2012**.

- [158] M. G. Aartsen *et al.* “Search for Prompt Neutrino Emission from Gamma-Ray Bursts with IceCube”. *The Astrophysical Journal Letters*, **2015**, 805(1): L5.
- [159] M. G. Aartsen *et al.* “Searches for Extended and Point-like Neutrino Sources with Four Years of IceCube Data”. *The Astrophysical Journal*, **2014**, 796(2): 109.
- [160] M. G. Aartsen *et al.* “Probing the origin of cosmic rays with extremely high energy neutrinos using the IceCube Observatory”. *Phys. Rev. D*, 2013-12: 112008.
- [161] B. Zhang, Z. G. Dai and P. Meszaros. “High-energy neutrinos from magnetars”. *Astrophys. J.* **2003**, 595: 346–351.
- [162] T. Herpay *et al.* “High Energy Neutrinos and Photons from Curvature Pions in Magnetars”. *JCAP*, **2008**, 0808: 025.
- [163] K. Murase, P. Meszaros and B. Zhang. “Probing the birth of fast rotating magnetars through high-energy neutrinos”. *Phys. Rev.* **2009**, D79: 103001.
- [164] T. Kajino *et al.* “Ultra High-energy Neutrinos via Heavy-meson Synchrotron Emission in Strong Magnetic Fields”. *apj*, 2014-02: 70.
- [165] A. Malkus *et al.* “Neutrino oscillations above black hole accretion disks: Disks with electron-flavor emission”. *Phys. Rev. D*, 2012-10: 085015.
- [166] E. Roulet. “Ultrahigh-energy neutrino absorption by neutrino dark matter”. *Phys.Rev.* **1993**, D47: 5247–5252.
- [167] M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni and T. Schwetz. “Updated fit to three neutrino mixing: status of leptonic CP violation”. *JHEP*, **2014**, 11: 052.
- [168] <http://2sn.org/nucleosynthesis/presn/>.

攻读学位期间发表的学术论文

- [1] GANG GUO, XIAO-GANG HE AND GUAN-NAN LI. Radiative Two Loop Inverse Seesaw and Dark Matter. *Journal of High Energy Physics* **10**, 044 (2012).
- [2] GUAN-NAN LI, GANG GUO, BO REN, XIAO-GANG HE AND YA-JUAN ZHENG. Lepton Number Violation and $h \rightarrow \gamma\gamma$ in a Radiative Inverse Seesaw Dark Matter Model. *Journal of High Energy Physics* **04**, 026 (2013).
- [3] GANG GUO, FANG HAN, XIANG-DONG JI, JIANG-LAI LIU, ZHAO-XU XI AND HUAN-QIAO ZHANG. Sterile Neutrino Search Using China Advanced Research Reactor. arXiv:1303.0607.
- [4] F. AN ET AL. Neutrino Physics with JUNO. *Journal of Physics G* **43**, 030401 (2016).
- [5] GANG GUO AND YONG-ZHONG QIAN. Spectra and Rates of Bremsstrahlung Neutrino Emission in Stars. *Physical Review D* **94**, 043005 (2016).
- [6] GANG GUO AND YONG-ZHONG QIAN. Potential Effects of Accretion Disk Neutrinos on High-Energy Neutrinos Produced in Gamma-Ray Bursts and Core-Collapse Supernova, in preparation.
- [7] GANG GUO AND YONG-ZHONG QIAN. Correlation Between Gamma-Ray Bursts and Ice-Cube Neutrinos, in preparation.