

申请上海交通大学博士学位论文

b-重子、希格斯玻色子及暗光子的唯象学研究

论文作者: 何 敏
学 号: 0140729015
导 师: 何小刚教授
专 业: 物理学
答辩日期: 2019 年 06 月 06 日

Submitted in total fulfillment of the requirements for the degree of Doctor
in Physics

Phenomenological studies of b-baryon,
Higgs boson and dark photon

MIN HE

Advisor

Prof. XIAO-GANG HE

SCHOOL OF PHYSICS AND ASTRONOMY

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

SHANGHAI, P.R.CHINA

Jun. 6th, 2019

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文《**b**-重子、希格斯玻色子及暗光子的唯象学研究》，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：_____

日期：_____年____月____日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定,同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

保 密 , 在 _____ 年解密后适用本授权书。

不保密 。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名: _____

指导教师签名: _____

日期: _____年 ____月 ____日

日期: _____年 ____月 ____日

b-重子、希格斯玻色子及暗光子的唯象学研究

摘 要

在本文中，我们研究了 **b**-重子 (含有 b 夸克的重子) 的衰变、希格斯玻色子味道改变的 Yukawa 耦合以及暗光子的物理效应，目的在于理解标准模型的正确性以及探索超出标准模型的新物理存在的可能性，从而拓展我们对粒子物理基本理论的理解。

对于 **b**-重子的衰变，我们发现，在标准模型下，**b**-重子 U 旋相关的无粲两体衰变过程中的可观测量——衰变分支比和 CP 破坏极化不对称性满足特定的关系式，在实验上检验这些关系式可以获得与 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵和味道 $SU(3)$ 对称性相关的重要信息。在双夸克模型下，我们还发现 **b**-重子弱衰变到五夸克态过程中存在一些类似的关系式。所有这些关系式，在考虑到味道 $SU(3)$ 对称性的破坏效应后，也可以作为是否存在新物理的判据。

希格斯玻色子于 2012 年在大型强子对撞机 (LHC) 上被发现了，但它与夸克轻子的相互作用强度还未被精确测量。我们首次利用最小味道破坏假设和现有味道破坏反应过程的衰变宽度等可观测量的实验测量值，对一些涉及希格斯粒子的味道破坏反应过程的可观测量做出预测，未来实验对这些可观测量的测量可以检验最小味道破坏假设的成立情况以及希格斯粒子的新物理相互作用的存在情况。

对于运动学混合的暗光子模型，我们研究了在未来正负电子对撞机上寻找有质量暗光子的灵敏度。对于暗光子质量在 $50 \sim 300 \text{ GeV}$ 内，我们给出的对混合参数的限制比 LHC 目前能给出的限制更强烈。而对于无质量的暗光子，我们发现了一个定义物理的光子和暗光子的新自由度，并证明这个自由度不会有任何物理效应。我们还发现在不考虑暗物质世界 (dark sector) 粒子的情况下，混合参数也不会有任何

物理效应。考虑暗物质世界粒子——**Minicharge** 粒子后，我们通过电子和缪子的反常磁矩以及兰姆位移得到了 **Minicharge** 粒子质量和混合参数所允许的参数空间。

关键词：唯象学, **b**-重子, 味道 $SU(3)$ 对称性, CP 破坏, 五夸克态, 双夸克模型, 希格斯玻色子, 最小味破坏, 超越标准模型新物理, 暗光子, 正负电子对撞机, CEPC, FCC-ee

PHENOMENOLOGICAL STUDIES OF B-BARYON, HIGGS BOSON AND DARK PHOTON

ABSTRACT

In this thesis we study the b-baryon (a baryon containing a bottom quark) decays, flavor change Yukawa couplings and physical effects of dark photons to understand the correctness of the Standard Model and explore the possibilities of new physics theories beyond the Standard Model. This help us to understand the fundamental theories of particle physics.

For the b-baryon decays, we find some relations for the CP -violating polarization asymmetry of U -spin related charmless two-body decay channels of b-baryon in the Standard Model. By testing these relations using experimental results we can obtain important informations about Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM) matrix and flavor $SU(3)$ symmetry. Similar relations for the b-baryon decaying to a pentaquark can also be used to test the diquark model for pentaquark. All these relations can be used to test the existence of new physics beyond the Standard Model after considering the breaking effects of flavor $SU(3)$ symmetry.

The Higgs boson was discovered at the LHC in 2012. The interaction strengths between Higgs boson and quarks, leptons are still not precisely measured. For the first time we use the current measurements on flavor violating processes to predict some observables in flavor violating processes involving Higgs bosons under the minimal flavor violation hypothesis. Future experimental measurements on observables of these processes can be used to test the minimal flavor violation hypothesis and the new interactions involving the Higgs boson.

For the kinetic mixing dark photon model, we study the possibilities of searching for massive dark photon at future electron positron colliders and give the better constraints than the one from LHC for the dark photon with a mass in range $50 \sim 300 \text{ GeV}$. For the massless dark photon, we find a new degree of freedom to define the physical photon and dark photon and prove that it has no physical effects. We also show that the kinetic mixing parameter will not bring any physical effects if we do not consider the dark sector particles. After considering the dark sector particles - minicharges, we give the allowed parameter space for the mass of minicharges and kinetic mixing parameter using the electron and muon anomalous magnetic moment and Lamb shift.

KEY WORDS: phenomenology, b-baryon, flavor $SU(3)$ symmetry, CP violation, pentaquark, diquark model, Higgs boson, minimal flavor violation, new physics beyond the Standard Model, dark photon, electron-positron collider, CEPC, FCC-ee

目 录

第一章 绪论	1
1.1 粒子物理学的标准模型与新物理	1
1.2 b-重子的稀有衰变	3
1.3 希格斯唯象学中的新物理	6
1.4 连接暗物质世界的桥梁——暗光子	8
参考文献	14
第二章 b-重子的衰变、五夸克态与双夸克模型	21
2.1 b-重子无粲两体衰变中的 CP 破坏极化不对称性	21
2.1.1 b-重子无粲两体衰变中的 CP 破坏不对称	21
2.1.2 b-重子无粲两体衰变中的振幅关系	24
2.1.3 b-重子无粲两体衰变的实验展望	27
2.2 用双夸克模型预测隐粲五夸克态的性质	30
2.2.1 五夸克态的双夸克态模型	30
2.2.2 五夸克态弱衰变	32
2.2.3 五夸克态双夸克模型的实验检验	35
2.3 本章小结	38
参考文献	40
第三章 最小味破坏假设下的味道破坏希格斯耦合	43
3.1 希格斯的味道改变中性流耦合	43
3.1.1 一般情况下的希格斯的味道改变中性流耦合	43
3.1.2 最小味道破坏假设下的希格斯的味道改变中性流耦合	45
3.2 希格斯的味道改变中性流耦合的相关反应过程	48
3.2.1 中性 B 和 K 介子混合	48
3.2.2 $B_s \rightarrow l_1 l_2$ 衰变	49
3.2.3 纯轻衰变 $l_i \rightarrow l_j \gamma$	51
3.2.4 原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化	52
3.3 反应过程的数值分析	53
3.3.1 一般情况下的希格斯的味道改变中性流耦合分析	54

3.3.2	最小味道破坏框架下的分析	57
3.4	本章小结	61
	参考文献	63
第四章	寻找暗光子	69
4.1	暗光子模型	69
4.1.1	消除混合项与对角化质量矩阵	69
4.1.2	有质量暗光子情况下的相互作用项	72
4.1.3	无质量暗光子情况下的相互作用项	74
4.2	在未来正负电子对撞机上寻找有质量的暗光子	76
4.2.1	暗光子的产生和衰变	76
4.2.2	$e^+e^- \rightarrow \gamma(\gamma, Z, A') \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$ 过程	79
4.2.3	在未来正负电子对撞机上寻找暗光子的灵敏度: 理论分析	81
4.2.4	在未来正负电子对撞机上寻找暗光子的灵敏度: 对撞机模拟	84
4.3	无质量暗光子: 基矢无关性和新的可观测量	95
4.3.1	无质量暗光子的物理效应	95
4.4	本章小结	100
	参考文献	102
	全文总结	109
	附录 A b-重子衰变到五夸克态的 $SU(3)$ 振幅	111
A.1	B 或 C 衰变到一个八重态五夸克态的 $SU(3)$ 振幅。	111
A.2	一个六重态 b -重子衰变到十重态五夸克态的 $SU(3)$ 振幅	119
	附录 B 情形 II 中允许的参数空间	121
	附录 C 中间态为暗光子与中间态为标准模型粒子的过程之间的干涉项	123
	致 谢	125
	攻读学位期间发表的学术论文	127
	攻读学位期间参与的项目	129
	简 历	131

第一章 绪论

就我们目前所知，宇宙中一共存在四种基本相互作用，它们分别是弱相互作用、电磁相互作用、强相互作用和引力相互作用。基础物理学的终极目标就是统一这四种相互作用，得到描述所有物理现象的统一理论——万有理论。到目前为止，只有前两种相互作用统一成为了弱电统一理论，它和描述强相互作用的量子色动力学一起构成了粒子物理学的标准模型。而引力相互作用由爱因斯坦的广义相对论描述，由于引力难以被量子化，目前标准模型的量子场论和广义相对论还只是在各自的领域内适用。

如今，标准模型是描述粒子物理学的最成功的理论。它解释了许多实验现象和做出许多预言并得到检验，比如夸克和轻子的混合矩阵给出了 CP 破坏的来源，一定程度上解释了宇宙中的物质与反物质不对称性；缪子的反常磁矩的实验测量值和标准模型的预言值在 10^{-9} 量级上保持一致；标准模型预言的最后一个粒子——给予所有其他基本粒子质量的希格斯粒子，也于 2012 年在大型强子对撞机上被发现了。

但是越来越多的实验证据表明标准模型是不完整的，比如重介子衰变里的味道反常效应、中微子振荡表明中微子有质量而标准模型预言中微子无质量的问题、许多天文和宇宙学观测表明宇宙中 95% 的质量由暗物质与暗能量组成。由于这些问题的存在，超越标准模型的新物理理论是非常有必要的。

本章首先简单介绍了标准模型的基本组成和拉格朗日量，然后讨论了 b -重子稀有衰变和希格斯唯象学中的新物理，最后展示了连接暗物质世界与标准模型世界的桥梁——暗光子。

1.1 粒子物理学的标准模型与新物理

为了讨论超出标准模型的新物理，我们首先介绍标准模型本身。标准模型是基于规范对称性 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 的规范量子场论，其中涉及规范群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 的不可约表示对应的物质场，也就是 15 个外尔费米子和 1 个复标量。其中费米子包含了 5 种场 $\psi \in \{q, u^c, d^c, l, e^c\}$ 的三代，他们的量子数如表 1-1 所示。复标量场 H 在规范群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 下的表示为 $(1, 2, -\frac{1}{2})$ 。另外，标准模型的拉格朗日量应该包含所有维数不高于四的项，这样可以保证它是可重整化的。

场	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
q	3	2	$+\frac{1}{6}$
u^c	$\bar{3}$	1	$-\frac{2}{3}$
d^c	$\bar{3}$	1	$+\frac{1}{3}$
l	1	2	$-\frac{1}{2}$
e^c	1	1	+1

表 1-1 标准模型里的费米子场和它们的 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 表示。

我们可以用一行写下标准模型的拉格朗日量

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \lambda^{ij} \psi_i \psi_j H^{(c)} + \text{h. c.} + |D_\mu H|^2 - V(H), \quad (1-1)$$

其中 i, j 代表费米子不同的代, a 表示不同的规范场。这个拉格朗日量包含了三个部分: 规范场、费米子以及希格斯粒子。我们接下来一一说明。

首先是规范场部分, 拉格朗日量可写作

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (1-2)$$

其中费米子 $\psi \in \{q, u^c, d^c, l, e^c\}$ 。上述的费米子项在一个 $U(3)^5$ 全局对称性下是不变的。一共有 12 个规范场, 它们分别对应 $SU(3)_C$ 的 8 个不可约表示, $SU(2)_L$ 的 3 个不可约表示, 以及 $U(1)_Y$ 的 1 个不可约表示。协变导数 D_μ 包含了规范耦合常数 g_s 、 g 和 g' , 以及它们所对应的规范群生成元,

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s G_\mu^a L^a + ig W_\mu^a T^a + ig' B_\mu Y, \quad (1-3)$$

其中 $L^a = \lambda^a/2$ 为 $SU(3)_C$ 群的生成元, $T^a = \tau^a/2$ 为 $SU(2)_L$ 群的生成元, Y 是 $U(1)_Y$ 群的荷。 G_μ^a 为胶子场, W_μ^a 为弱相互作用规范场, B_μ 为超荷场。场强张量 $F_{\mu\nu}^a$ 包含了这三种规范场

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k, \\ W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (1-4)$$

其中 f_{ijk} 、 ϵ_{ijk} 分别为 $SU(3)_C$ 、 $SU(2)_L$ 群的结构常数。

对于费米子部分, 对应的拉格朗日量可写作

$$\mathcal{L} = \lambda^u q H^c u^c + \lambda^d q H d^c + \lambda^e l H e^c + \text{h. c.} \quad (1-5)$$

其中 λ^i 是 3 个 3×3 的复矩阵，这样会有很多自由参数以及 CP 破坏的来源。但是并不是所有的参数都是物理的，因为我们可以对场进行任意的酉变换而不会改变拉格朗日量里的其他项。比如在某个基矢下，我们将拉格朗日量写作

$$\lambda^u q H^c u^c + \lambda^d V q H d^c + \lambda^e l H e^c + \text{h. c.} \quad (1-6)$$

其中所有的 λ^i 都是对角的，而 V 是 3×3 的酉矩阵，也就是所谓的 **CKM** 矩阵。因为 **CKM** 矩阵是拉格朗日量中唯一的非对角项，它必须包含所有的味道混合的信息。

标准模型拉格朗日量中的希格斯势为

$$V(H) = -\mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2. \quad (1-7)$$

其中希格斯场 H 是一个自相互作用的 $SU(2)_L$ 复的二重态

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\phi^+ \\ \phi^0 + ia^0 \end{pmatrix}, \quad (1-8)$$

其中 ϕ^0 和 a^0 分别是希格斯二重态的 **CP-even** 和 **CP-odd** 中性分量，而 ϕ^+ 是希格斯二重态的复带电分量。 $V(H)$ 是最一般的可重整的标量势，如果其中的四次项是负的，希格斯二重态的中性分量将获得一个非零的真空期望值

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1-9)$$

而 $\phi^0 = h + \langle \phi^0 \rangle = h + v$ 。这导致了标准模型规范对称性 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 自发破缺到 $SU(3)_C \times U(1)_{\text{em}}$ 。从而 W 和 Z 玻色子获得质量

$$m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4}, m_Z^2 = \frac{(g^2 + g'^2) v^2}{4}. \quad (1-10)$$

而 $U(1)_{\text{em}}$ 对称性依然保持，使得对应的规范场光子是无质量的。

由以上拉格朗日量所描述的标准模型非常好地解释了实验数据，这使得标准模型非常的成功。目前标准模型所预言的全部粒子都被发现了，包括 2012 年宣布在 **LHC** 上发现的希格斯粒子。但种种迹象表明，在更高的精度或更高的能标下，存在标准模型所不能解释的现象，本章余下部分我们通过几个例子来说明。

1.2 b-重子的稀有衰变

在粒子物理学的标准模型中，弱带电流是唯一的味道破坏的相互作用。其他类型的基本相互作用——电磁相互作用、强相互作用以及弱中性流相互作用都是

味道守恒的。不同夸克味道之间的转换概率由描述夸克混合的 CKM^[1] 矩阵给出。CKM 矩阵的非对角元由参数 $\lambda \simeq 0.22$ 的乘方所压低, 所以 CKM 矩阵非常接近对角矩阵。

味道改变中性流 (FCNC) 过程可以使得一个下型夸克 (d, s, b) 或上型夸克 (u, c, t) 转变为相同类型的另一味夸克, 但是它在树图阶是被禁止的。这种过程被 Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) 机制所压低^[2], 而且至少会涉及到一个 CKM 矩阵的非对角元。这使得 FCNC 过程是稀有的过程, 可以用于在高精度测量中寻找新物理。标准模型中, 对 $b \rightarrow q (q = d, s)$ 转变的贡献来自于包含一个虚 W 玻色子交换的圈图。在标准模型的许多扩展中, 新的 TeV 尺度粒子也可以贡献于类似的圈图, 从而引起 $b \rightarrow q$ 过程的衰变率的变化或其他可观测效应。

b-强子 (含有 b 夸克的强子) 的实验研究开始于 1994 年 CLEO 实验观测到的 $b \rightarrow s\gamma$ 衰变^[3], 接着在 SLAC 的 BaBar 实验和 KEK 的 Belle 实验上继续进行^[4]。通过在质心能量为 $\Upsilon(4S)$ 处运行, BaBar 和 Belle 实验能够采集大量的 $B^0\bar{B}^0$ 和 B^+B^- 介子对。BaBar 在 2008 年完成数据采集, 采集到了 467 M $B\bar{B}$ 对。Belle 实验在 2010 年完成数据采集, 采集到了 772 M $B\bar{B}$ 对。BaBar 和 Belle 的数据总和相当于一个正负电子对撞机在质心能量为 $\Upsilon(4S)$ 处运行且累积积分亮度为 1 ab^{-1} 所产生的数据量。

通过 LHC 上数据采集的第一阶段 (Run I) 期间采集的数据, 由于 $b\bar{b}$ 在 pp 对撞中的产生截面大, 我们现在拥有空前的稀有衰变过程的样本。在 $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ 的 pp 对撞中, $b\bar{b}$ 的产生截面约为 $300 \mu\text{b}$ ^[5], 这在 $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ 时增加到了 $\sim 500 \mu\text{b}$ 。这样大的产生截面使得在 LHC 上, 积分亮度为 1 fb^{-1} 的数据中产生了超过 10^{11} 个 **b**-强子。这样高的质心对撞能量也使得对撞产生了带有大的轴向动量的 **b**-介子。这可以用于解析 $B_s^0-\bar{B}_s^0$ 系统的快速振荡, 并提供可用于识别 **b**-强子衰变的实验特征。

LHC 有三个测量 **b**-强子稀有衰变的实验, 它们分别是 ATLAS、CMS 和 LHCb。LHCb 实验主要用于研究 LHC 上 **b**-强子和 **c**-强子 (含有 c 夸克的强子) 的产生和衰变, 它占据了 **b**-强子和 **c**-强子产生最多的前方区域。ATLAS 和 CMS 实验覆盖了与束流方向成大角度的区域, 也就是慢速度的中间区域。它们主要设计用于研究带有大的横向动量的粒子。

在 2010 年至 2012 年的 Run I 中, LHC 运行在质心能量 $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ 和 8 TeV 处。期间, ATLAS 和 CMS 均采集到了对应于积分亮度为 25 fb^{-1} 的数据。LHCb 在低一些的亮度下采集数据 (以减少探测器中的粒子堆积), 采集到了对应于积分亮度为 3 fb^{-1} 的数据。ATLAS 和 CMS 实验仅能够测量末态有一个缪子对的 **b**-强

子衰变。在更低一些的亮度下运行，LHCb 也可以测量末态有电子对，或有光子，或为全重的衰变。

在 LHC 的 Run II 期间 (2015-2018), LHCb 实验采集到约 5 fb^{-1} 的数据, ATLAS 和 CMS 采集到约 100 fb^{-1} 的数据。长远来看, LHCb 实验将在 2019 至 2026 年进行升级, 这将使得它在之后的五年运行中采集到 50 fb^{-1} 的数据^[6]。ATLAS 和 CMS 的主要升级也安排在了 2023 至 2026 年。ATLAS 和 CMS 的最终目标是在 2035 年左右让积分亮度达到 3000 fb^{-1} 。

除了 LHC, KEK 的 Belle II 实验也于 2018 年全面开始数据采集, 预计到 2024 年采集到 50 ab^{-1} 的数据。这相当于 BaBar 和 Belle 实验数据总和的 50 倍。

有了这些 b-强子的实验数据, 越来越多的分析结果也得到了。对于 b-介子 (含有 b 夸克的介子) 的研究早于 b-重子, 已经有许多丰富的研究成果, 我们这里主要讨论 b-重子的衰变。

一些重的 b-重子已经在实验室被观测到了^[7], 比如 Λ_b^0 、 Σ_b^\pm 、 Ξ_b^0 、 Ξ_b^- 和 Ω_b^- 重子, 研究这些 b-重子的性质可以更进一步地验证夸克混合的 CKM 矩阵。其中 b-重子的某些衰变过程已经被测量了^[7], 比如 Λ_b 的半轻衰变过程 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^- \bar{\nu}_l) = (6.2_{-1.3}^{+1.4})\%$, Λ_b 的含粲非轻两体衰变过程 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-) = (4.9 \pm 0.4) \times 10^{-3}$ 、 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ K^-) = (3.59 \pm 0.30) \times 10^{-4}$ 、 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D^-) = (4.6 \pm 0.6) \times 10^{-4}$ 和 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ D_s^-) = (1.10 \pm 0.10)\%$, Λ_b 的无粲非轻两体衰变过程 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow p \pi^-) = (4.2 \pm 0.8) \times 10^{-6}$ 、 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow p K^-) = (5.1 \pm 0.9) \times 10^{-6}$ 和 $Br(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda \phi) = (9.2 \pm 2.5) \times 10^{-6}$ ^[8]。我们发现 Λ_b 的无粲非轻两体衰变过程的分支比远低于上述半轻衰变和含粲非轻两体衰变过程的分支比, 因此这类衰变可能是寻找新物理的理想衰变。

因此, 我们选择研究 b-重子无粲两体衰变 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{F}$, 其中 \mathcal{M} 是轻的 $SU(3)$ 八重态赝标介子, \mathcal{F} 是轻的 $SU(3)$ 八重态重子。标准模型中, 诱导 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{F}$ 衰变的有效哈密顿量具有宇称守恒和宇称破坏的部分

$$H_{eff}(q) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} [V_{ub}V_{uq}^* (c_1 O_1 + c_2 O_2) - \sum_{i=3}^{12} (V_{ub}V_{uq}^* c_i^{uc} + V_{tb}V_{tq}^* c_i^{tc}) O_i], \quad (1-11)$$

其中 q 可以是 d 或者 s 。 V_{ij} 是 CKM 矩阵元。上式中的因子 $V_{cb}V_{cq}^*$ 已经用 CKM 矩阵的么正性消去了。Wilson 系数 $c_{1,2}$ 和 $c_i^{jk} = c_i^j - c_i^k$ 已经被一些合作组研究过了, 可以在^[9] 中找到, 其中 j 和 k 表示圈图内部夸克。

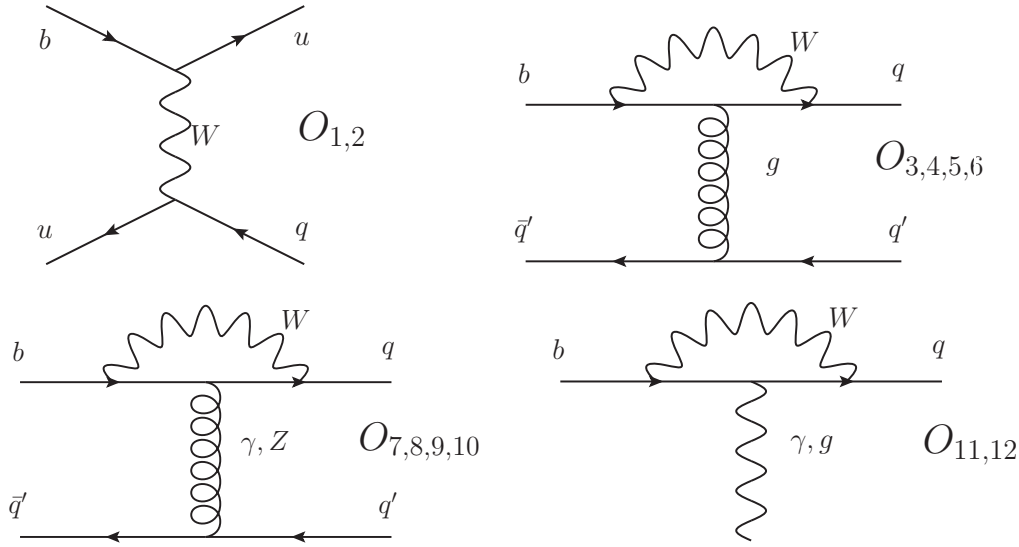


图 1-1 诱导 $B \rightarrow M + F$ 衰变过程的有效算符。 $O_{1,2}$ 、 $O_{3,4,5,6}$ 和 $O_{7,8,9,10}$ 分别是树图、企鹅图和电弱企鹅图算符。 $O_{11,12}$ 是光子和胶子的偶极企鹅图算符。

算符 O_i 由下式给出

$$\begin{aligned}
 O_1 &= (\bar{q}_i u_j)_{V-A} (\bar{u}_i b_j)_{V-A}, & O_2 &= (\bar{q} u)_{V-A} (\bar{u} b)_{V-A}, \\
 O_{3,5} &= (\bar{q} b)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}' q')_{V \mp A}, & O_{4,6} &= (\bar{q}_i b_j)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_j q'_i)_{V \mp A}, \\
 O_{7,9} &= \frac{3}{2} (\bar{q} b)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}' q')_{V \pm A}, & O_{8,10} &= \frac{3}{2} (\bar{q}_i b_j)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'} (\bar{q}'_j q'_i)_{V \pm A}, \\
 O_{11} &= \frac{g_s}{16\pi^2} \bar{q} \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b, & O_{12} &= \frac{Q_b e}{16\pi^2} \bar{q} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b,
 \end{aligned} \tag{1-12}$$

其中 $(\bar{a}b)_{V \pm A} = \bar{a} \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) b$, $G^{\mu\nu}$ 和 $F^{\mu\nu}$ 分别是胶子和光子的场强张量。 $O_{1,2}$, $O_{3,4,5,6}$ 和 $O_{7,8,9,10}$ 分别是树图、企鹅图和电弱企鹅图算符。 $O_{11,12}$ 是光子和胶子的偶极企鹅图算符。所有这些算符对应的费曼图在图 1-1 中给出。

有了上述的有效哈密顿量和有效算符以及它们在味道 $SU(3)$ 群下的变换性质，我们就可以计算不同稀有衰变道的可观测量之间可能存在的关系，这些关系将会是新物理的探针。在考虑味道 $SU(3)$ 对称性的破坏效应之后，这些关系的实验测量与标准模型的预言之间的偏差是新物理存在的信号。我们在第二章中仔细研究了 b -重子无粲两体衰变和 b -重子衰变到五夸克态的过程。

1.3 希格斯唯象学中的新物理

标准模型中最后一个粒子——希格斯玻色子已经在 LHC 被发现了^[10, 11]，其质量最新的测量结果为 $124.97 \pm 0.24 \text{ GeV}$ ^[12]，如图 1-2 所示，其特性与标准模型

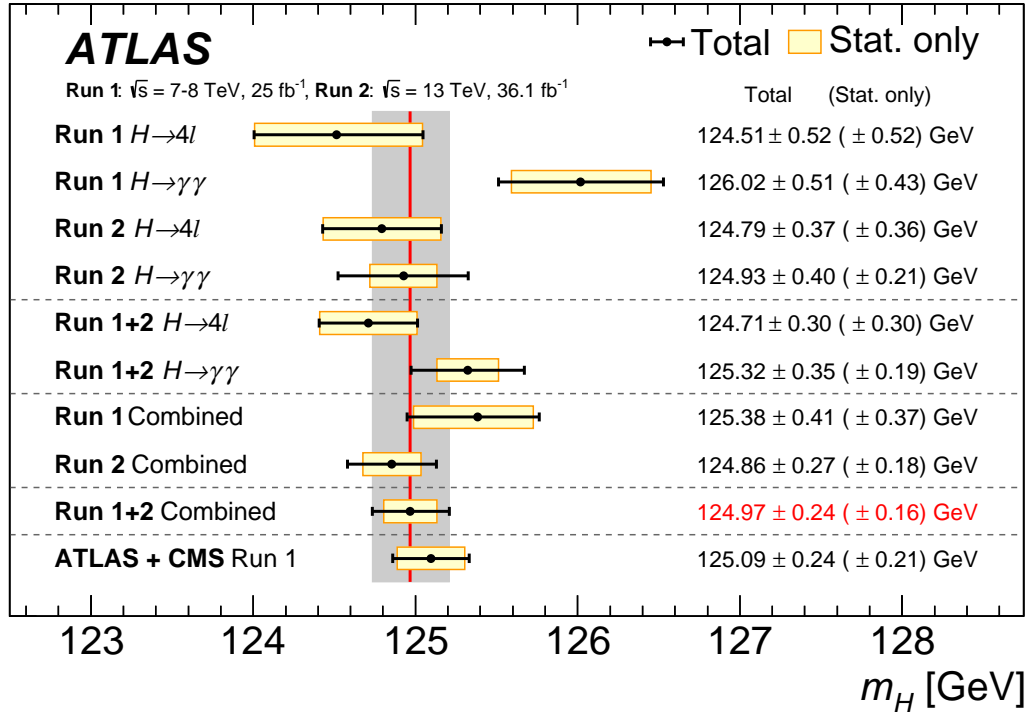


图 1-2 ATLAS 的 Run I + II 得到的希格斯粒子质量测量值，与 ATLAS 和 CMS 的 Run I 测量值的结合的比较。其中黄色误差带和黑色误差棒分别表示统计误差和总误差。红色竖线和灰色区域分别表示 ATLAS 的 Run I + II 测量值的结合的中心值与总误差。

预测的一致。希格斯玻色子与标准模型粒子耦合的精确测量，将是 LHC Run II 及其高亮度升级的最重要任务之一。与希格斯现象学中标准模型的预期的显著偏差将表明新物理的存在^[13, 14]。

除了在高能量对撞机上对希格斯玻色子进行精确测量外，寻找标准模型中稀有或禁止的低能反应过程同样重要^[15]。在标准模型中，FCNC 的 Yukawa 相互作用在树图阶是被禁止的。然而，希格斯介导的 FCNC 相互作用通常出现在超出标准模型的新物理的树图阶中^[16-19]。这些希格斯介导的耦合可以产生标准模型中禁止的过程，或增强一些稀有的衰变。在这方面，轻子味道破坏衰变为这种 FCNC 相互作用提供了极好的探针，例如 $\mu \rightarrow e\gamma$, $B_{s,d} \rightarrow l_1 l_2$ 和 $h \rightarrow l_1 l_2$ 衰变过程 ($l_{1,2} = e, \mu, \tau$)，并且我们可以通过 LHC 和其他低能实验对它们进行探测。

最近，在大型强子对撞机上搜索这种相互作用得到了重大进展。基于 Run I 的 3 fb^{-1} 的数据，在 LHCb 实验中搜索轻子味道破坏的 $B_{s,d}$ 衰变在 95% 置信水平得

到以下上限^[20]

$$\mathcal{B}(B_d \rightarrow e\mu) < 1.3 \times 10^{-9}, \quad \mathcal{B}(B_s \rightarrow e\mu) < 6.3 \times 10^{-9}. \quad (1-13)$$

对于轻子味道破坏的希格斯衰变, CMS 合作组最近在 95% 置信水平提供了最好的上限^[21, 22]

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(h \rightarrow e\mu) &< 3.5 \times 10^{-4}, & \mathcal{B}(h \rightarrow e\tau) &< 6.1 \times 10^{-3}, \\ \mathcal{B}(h \rightarrow \mu\tau) &< 2.5 \times 10^{-3}, \end{aligned} \quad (1-14)$$

它排除了之前 CMS 实验测量^[23] 表明的可观的 $\mu\tau$ 味道破坏希格斯相互作用的可能性。

轻子味道破坏的希格斯耦合也可以间接被轻子 FCNC 过程限制, 例如 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变和原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化过程^[24, 25]。在不久的将来, 在 Mu2e 实验中, 原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化过程的分支比的灵敏度将提高 4 个数量级, 即在 90% 的置信水平从金核中的 7×10^{-13} 提高到到铝核中的 7×10^{-17} ^[26]。

另外众所周知的是, 一些轻子味道普遍性破坏的迹象在最近的味物理实验数据中出现了。当前 $R_{K^{(*)}} \equiv \mathcal{B}(B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-)/\mathcal{B}(B \rightarrow K^{(*)}e^+e^-)$ 和 $R_{D^{(*)}} = \mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu)/\mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)}l\nu)$ 的实验测量显示它们与标准模型预测分别有约 2σ ^[27, 28] 和 4σ ^[29] 显著度的偏离。虽然这些反常可能与希格斯 FCNC 相互作用没有直接相关, 但解释这些反常的新物理候选者有时会涉及希格斯 FCNC 耦合^[30-34]。

受这些近期进展和未来前景的激发, 我们在本文第三章研究了希格斯粒子介导的 FCNC 对各种新物理过程的影响, 特别地使用了最小味道破坏 (MFV) 假设, 进一步地得到这些过程的上限, 未来实验对这些过程的精确测量将会对希格斯粒子性质进行进一步的检验。

1.4 连接暗物质世界的桥梁——暗光子

新物理学的另外一个特别有力的证据来自暗物质。暗物质在我们的宇宙中主导了物质密度, 但我们却知之甚少。它的存在强烈地暗示着, 可能存在一个由不参与已知的强、弱或电磁相互作用的粒子组成的暗物质世界。鉴于具有复杂结构的标准模型也仅描述了宇宙的一个组成部分, 暗物质世界也可能包含丰富的结构, 而暗物质只构成它的一部分。实际上, 可能存在许多暗物质世界, 每个暗物质世界都有自己漂亮的结构、独特的粒子和相互作用。这些暗物质世界可能包含很轻且与标准模型物质相互作用很弱的新粒子。这些粒子很容易逃过以前的实验寻找, 但现在不少新的实验方案已经被设计出来, 可以在更高的精度寻找这些新粒子。

暗物质世界也由自下而上和自上而下的理论所启发。它们出现在标准模型的许多理论扩展中，例如当在高能量尺度下对称性被破坏时自然出现的新的标量或赝标量粒子。其他强烈的动机包括强 CP 问题和各种实验结果，包括缪子反常磁矩的理论计算和实验测量之间的差异、天体物理学中的与理论预言不符的实验结果。除了引力之外，仅有几种标准模型对称性所允许的相互作用提供了从标准模型到暗物质世界的入口。这些入口包括：

入口	粒子	算符
矢量型	暗光子	$g' q_f \bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_f A'_\mu$
轴子型	赝标量	$\frac{a}{f_a} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \frac{a}{f_a} G_{i\mu\nu} \tilde{G}_i^{\mu\nu}, \frac{\partial_\mu a}{f_a} \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi$
希格斯粒子型	暗标量	$(\mu S + \lambda S^2) H^\dagger H$
中微子型	惰性中微子	$y_N L H N$

在本文中，我们主要关注矢量型粒子——暗光子，因为目前低能实验对它进行的探测是最广泛的。不需要引入紫外物理，而且它也可以在高亮度和低能量的对撞机上被有效地探测。

所有预言一个电中性矢量粒子 A' 的模型，其中 A' 与标准模型费米子有如上述表格中非零的矢量型相互作用，我们称它们为暗光子模型。这个 A' 粒子本身可以是标准模型世界和暗物质世界的相互作用传播子。最原始的 A' 与标准模型费米子的耦合可以由不同的模型得到。由于几乎标准模型的任何扩展都会引入新的对称性和规范群，从一个通用的模型到只包含一种费米子甚至是一代费米子的模型都是可能的。动机最强的暗光子模型之一就是所谓的运动学混合模型 (**kinetic mixing model**): 引入一个负责暗物质世界中粒子的相互作用的群 $U(1)_{A'}$ 。这类似于标准模型粒子之间的由超荷引起的相互作用以及它的传播子，暗光子可以通过如下运动学混合项与普通光子混合起来

$$-\frac{\epsilon}{2 \cos \theta_W} B_{\mu\nu} F'^{\mu\nu}. \quad (1-15)$$

其中 $B_{\mu\nu}$ 和 $F'^{\mu\nu}$ 分别表示超荷场和暗光子场的场强张量。当电弱对称性破缺之后，上述混合将会引入标准模型费米子与暗光子之间的有效相互作用

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = - \left(\epsilon e J_\mu^{\text{EM}} + \epsilon_Z \frac{g}{2 \cos \theta_W} J_\mu^{\text{NC}} \right) A'^\mu. \quad (1-16)$$

其中额外的包含 ϵ_Z 的相互作用项破坏了宇称和作用流守恒。然而在我们所讨论的运动学混合的暗光子模型中，对于小的暗光子质量， ϵ_Z 被因子 $(m_{A'}/m_Z)^2$ 所压低，这些破坏效应将会非常小。而对于暗光子质量接近 Z 玻色子质量， ϵ_Z 将会变

得很大，在后面的章节中我们会详细讨论这一点。暗光子可以是有质量或者无质量的^[35]，在无质量的情况下，只有在考虑暗物质世界里与暗光子发生相互作用且带有微小电荷而能与光子发生相互作用的新粒子——Minicharge^[36]时，才会有新的物理效应出现。

上面描述的模型里一共有两个参数，暗光子质量 $m_{A'}$ 和混合参数 ϵ 。对于一个确定的暗光子质量，所有的反应过程都由唯一的参数——混合参数 ϵ 来决定。因此，这个暗光子模型具有非常强的预言能力，这也是运动学混合模型通常被用作描述暗光子整体现象学的基准模型的原因。这促成了大量的寻找暗光子的实验，这些实验或开发新的技术，或利用味物理实验(如 BaBar、NA48 和 KLOE)过去十年里收集到的数据。一般地，解释这些实验结果的最大不确定性来自于是否有轻的带有 $U(1)_{A'}$ 荷的新粒子，因为暗光子的不可见的衰变模式会改变暗光子的衰变宽度。一般我们有两大类的暗光子模型，即可见衰变和不可见衰变。可见衰变模型更加流行，但不可见衰变模型更具有一般性，因为我们不能先验地认为暗光子是暗物质世界里最轻的粒子。在本文中，对于有质量的暗光子，我们主要讨论可见衰变，即暗光子只会衰变到标准模型粒子。对于无质量的情形，离壳的暗光子可以衰变到 Minicharge。

对于有质量的暗光子，一个自然的分界线是 $m_{A'} \sim 2m_e \sim 1 \text{ MeV}$ 。对于 $m_{A'} > 1 \text{ MeV}$ ， A' 可以衰变到带电粒子对，如 e^+e^- 、 $\mu^+\mu^-$ 和 $\pi^+\pi^-$ 。这种暗光子可以在电子或质子固定靶实验^[37-47] 以及正负电子或强子对撞机^[48-62] 上有效地产生。这个质量区间的暗光子的动机有上面讨论的理论、暗物质的反常现象^[63, 64] 以及缪子反常磁矩的测量值和计算值之间的差异^[65-67]。

图 1-3 展示的是对 $m_{A'} > 1 \text{ MeV}$ ^[37] 的暗光子已有的限制和一些计划中的实验可以探索的参数空间。包括未来的固定靶实验 APEX^[39, 40]、HPS、Jefferson 实验室的 DarkLight^[38]。使用 VEPP-3^[44, 45] 的实验，以及使用 MAMI 和 MESA^[47] 的实验。已有的和未来的正负电子对撞机可以搜索较大的参数空间 $\epsilon > 10^{-4} - 10^{-3}$ ，包括 BaBar、Belle、KLOE、SuperB、Belle II 和 KLOE-2。

对于 $m_{A'} < 1 \text{ MeV}$ ， A' 衰变到 e^+e^- 在动力学上是禁止的，只允许很慢的衰变到三个光子。对于图 1-4 中的大部分参数空间， A' 的寿命比宇宙的年龄还要长。在低质量区域， A' 与光子的混合可以导致光子暗光子振荡现象。从光源发出的光子可以转化为一个 A' ，由于 A' 与标准模型的微弱的相互作用，它可能不会留下痕迹。通过真空错位机制 (vacuum-misalignment mechanism)^[78, 79]， A' 也可以作为暗物质的候选者。这个有意思的可能性可以在大片的 $m_{A'}$ 和 ϵ 的参数空间里实现，如图 1-4 所示。

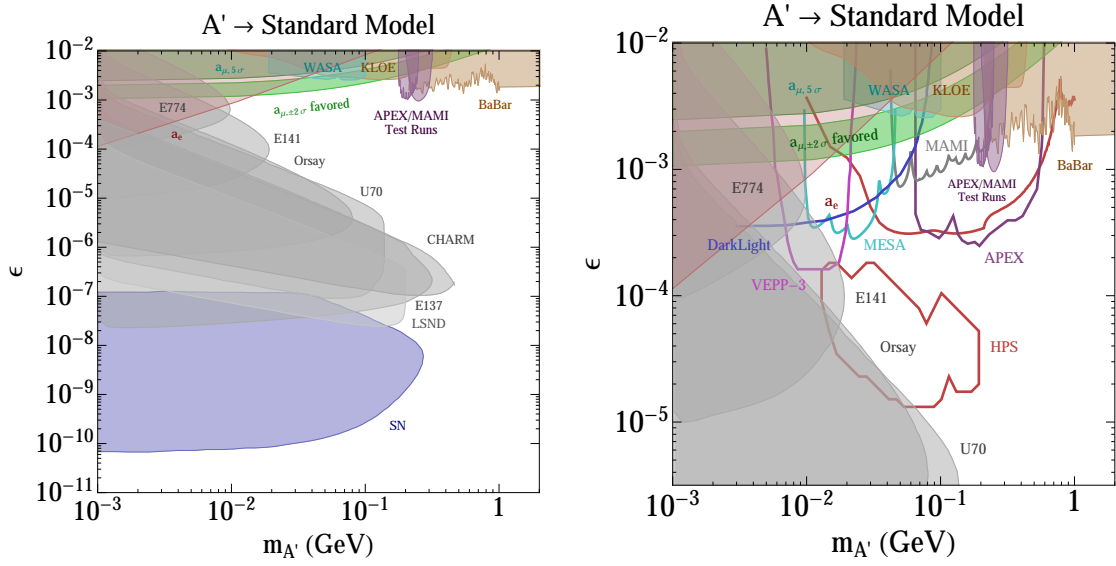


图 1-3 质量满足 $m_{A'} > 1 \text{ MeV}$ 的暗光子的参数空间^[68]。其中展示的是从以下实验得到的 90% 置信水平下的限制，包括 SLAC 和费米实验室的 beam dump 实验 E137、E141 和 E774^[37, 69-71]，电子和缪子反常磁矩^[65-67]，KLOE^[58, 59]，WASA-at-COSY^[62]，APEX^[40] 和 MAMI^[41] 的测试运行，BaBar^[37, 52, 54] 的估计以及超新星冷却^[37, 72, 73]。绿色区域 A' 可以在 90% 置信水平下解释缪子反常磁矩的计算值和测量值之间的差异^[65]。右边的图对应于大的 ϵ 值的参数空间，这些参数空间可以由 APEX^[39]、HPS、DarkLight^[38]、VEPP-3^[44, 45]、MAMI、和 MESA^[47] 来探测。

对于更大的暗光子质量，例如 LHCb^[80] 在暗光子质量从缪子对 $2m_\mu$ 到 70 GeV 的区间给出了一些限制，如图 1-5 所示。这是由质心能量为 13 TeV 的质子-质子对撞机产生的暗光子，随即通过 $A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 衰变所得到的。其中 LHCb 搜集的总的的数据量对应于积分亮度 1.6 fb^{-1} 。

通过比较以上不同质量区间所排除的参数空间，我们发现对于暗光子质量在 $10 - 70 \text{ GeV}$ 区间，仅仅排除了 $\epsilon > 10^{-3} - 10^{-2}$ 的参数空间，远小于其他质量区间内所能排除的参数空间，还有很大的参数空间可以用来寻找暗光子。同时，一些高能的正负电子对撞机被提议建造了，比如 CEPC^[81]、FCC^[82, 83] 和 ILC^[84-86]，它们会在 160 GeV 、 $240 \sim 250 \text{ GeV}$ 和 350 GeV 能量点运行，最高积分亮度达 10 ab^{-1} 。同时正负电子对撞机的低本底让它成为寻找暗光子的理想场所，故在本文第四章，我们将通过理论及蒙特卡罗模拟的方法计算在这些对撞机上寻找暗光子所能探索的参数区间。

本文的安排如下。第二章，我们用有效哈密顿量的方法对 b -重子的无粲两体衰变和 b -重子衰变到五夸克态进行了研究，得到了一些实验上可以验证的关系式。第三章，我们采用有效场论方法在 MFV 假设下对希格斯引导的 FCNC 过程进行

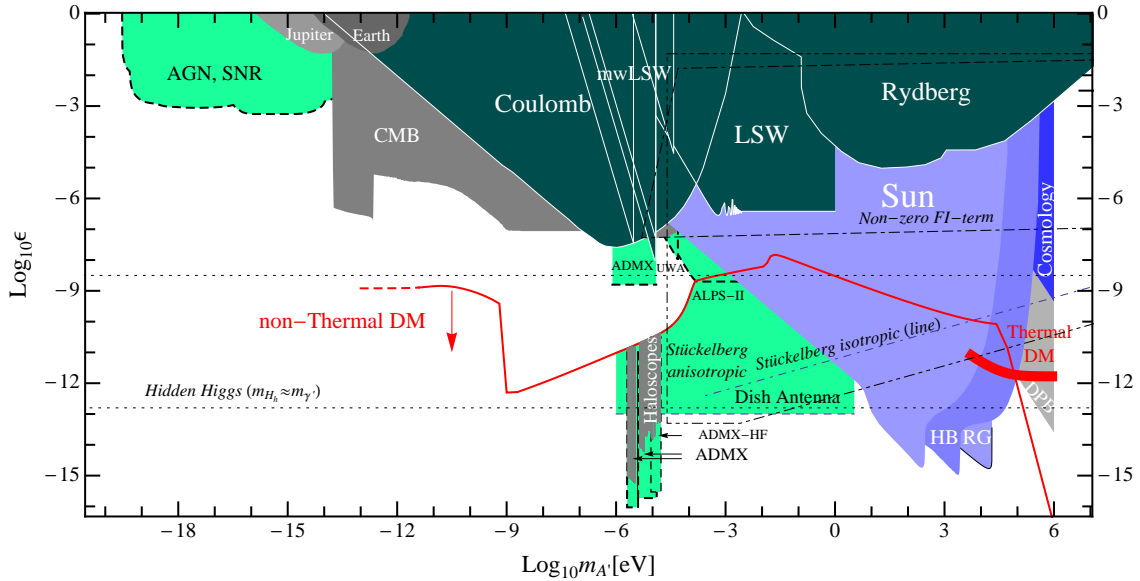


图 1-4 质量满足 $m_{A'} < 1 \text{ MeV}$ 的暗光子的参数空间^[68]。带颜色的区域包括：暗绿色代表实验排除的区域、灰色代表天文观测的限制、蓝色代表天体物理和宇宙学的依据，以及淡绿色代表计划中的实验的灵敏度 (ADMX^[74]、ALPS-II^[75]、Dish Antenna^[76]、AGN/SNR^[77])。红色边界代表所有暗物质都是暗光子的情况。点线区域代表的是弦论对暗光子质量的不同生成机制的预言，包含 Hidden-Higgs、Fayet-Iliopoulos 项或 Stückelberg 机制。

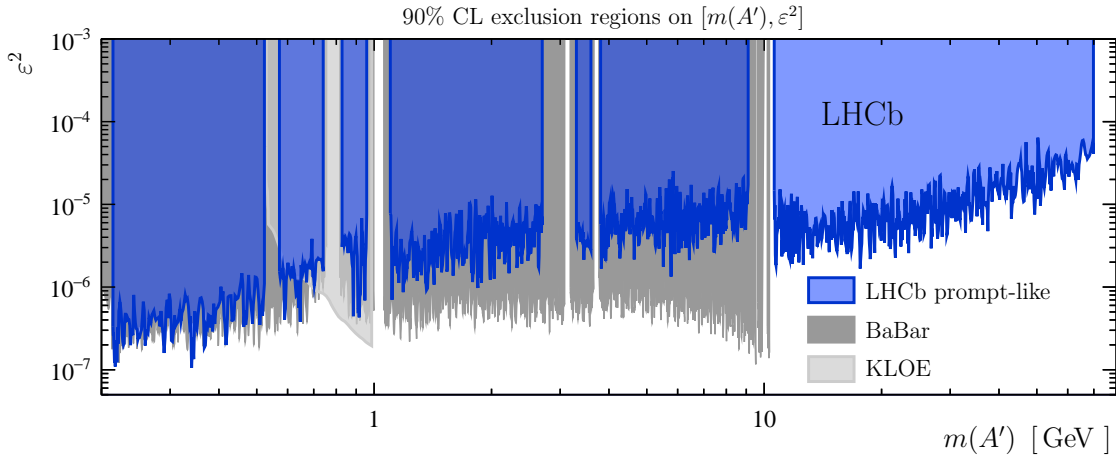


图 1-5 在 90% 置信水平下 LHCb prompt-like A' 寻找所排除的参数空间^[80] 与其他最好的结果相比。

了研究，进一步得到了对一些新物理过程的限制。第四章，我们详细研究了有质量和无质量暗光子模型，得到暗光子与标准模型粒子的相互作用，通过理论计算和蒙特卡罗模拟的办法得到了在未来正负电子对撞机上寻找有质量暗光子的灵敏

度，并提出了无质量暗光子可能产生的物理效应，通过电子和缪子的反常磁矩和兰姆位移对 **Minicharge** 粒子的质量和混合参数的参数空间做出了限制。

参考文献

- [1] Cabibbo N. Unitary Symmetry and Leptonic Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 531-533.
- [2] Glashow S L, Iliopoulos J, Maiani L. Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry[J]. Phys. Rev., 1970, D2: 1285-1292.
- [3] Alam M S, et al. First measurement of the rate for the inclusive radiative penguin decay $b \rightarrow s\gamma$ [J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2885-2889.
- [4] Bevan A J, et al. The Physics of the B Factories[J]. Eur. Phys. J., 2014, C74: 3026.
- [5] Aaij R, et al. Measurement of $\sigma(pp \rightarrow b\bar{b}X)$ at $\sqrt{s} = 7$ TeV in the forward region[J]. Phys. Lett., 2010, B694: 209-216.
- [6] Bediaga I, et al. Framework TDR for the LHCb Upgrade[J], 2012.
- [7] Tanabashi M, et al. Review of Particle Physics[J]. Phys. Rev., 2018, D98(3): 030001.
- [8] Aaij R, et al. Observation of the $\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda\phi$ decay[J]. Phys. Lett., 2016, B759: 282-292.
- [9] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev. Mod. Phys., 1996, 68: 1125-1144.
- [10] Aad G, et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC[J]. Phys. Lett., 2012, B716: 1-29.
- [11] Chatrchyan S, et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC[J]. Phys. Lett., 2012, B716: 30-61.
- [12] Aaboud M, et al. Measurement of the Higgs boson mass in the $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\ell$ and $H \rightarrow \gamma\gamma$ channels with $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collisions using the ATLAS detector[J]. Phys. Lett., 2018, B784: 345-366.
- [13] Csaki C, Grojean C, Terning J. Alternatives to an Elementary Higgs[J]. Rev. Mod. Phys., 2016, 88(4): 045001.
- [14] Mariotti C, Passarino G. Higgs boson couplings: measurements and theoretical interpretation[J]. Int. J. Mod. Phys., 2017, A32(04): 1730003.

- [15] Harnik R, Kopp J, Zupan J. Flavor Violating Higgs Decays[J]. JHEP, 2013, 03: 026.
- [16] He X G, Valencia G. The $Z \rightarrow b\bar{b}$ decay asymmetry and left-right models[J]. Phys. Rev., 2002, D66: 013004.
- [17] Chiang C W, Deshpande N G, He X G, et al. The Family $SU(2)_l \times SU(2)_h \times U(1)$ Model[J]. Phys. Rev., 2010, D81: 015006.
- [18] Branco G C, Ferreira P M, Lavoura L, et al. Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models[J]. Phys. Rept., 2012, 516: 1-102.
- [19] Crivellin A, Kokulu A, Greub C. Flavor-phenomenology of two-Higgs-doublet models with generic Yukawa structure[J]. Phys. Rev., 2013, D87(9): 094031.
- [20] Aaij R, et al. Search for the lepton-flavour violating decays $B_{(s)}^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ [J]. JHEP, 2018, 03: 078.
- [21] Khachatryan V, et al. Search for lepton flavour violating decays of the Higgs boson to $e\tau$ and $e\mu$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Phys. Lett., 2016, B763: 472-500.
- [22] Sirunyan A M, et al. Search for lepton flavour violating decays of the Higgs boson to $\mu\tau$ and $e\tau$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Submitted to: JHEP, 2017.
- [23] Khachatryan V, et al. Search for Lepton-Flavour-Violating Decays of the Higgs Boson[J]. Phys. Lett., 2015, B749: 337-362.
- [24] Blankenburg G, Ellis J, Isidori G. Flavour-Changing Decays of a 125 GeV Higgs-like Particle[J]. Phys. Lett., 2012, B712: 386-390.
- [25] He X G, Tandean J, Zheng Y J. Higgs decay $h \rightarrow \mu\tau$ with minimal flavor violation[J]. JHEP, 2015, 09: 093.
- [26] Abusalma F, et al. Expression of Interest for Evolution of the Mu2e Experiment[J]., 2018.
- [27] Aaij R, et al. Test of lepton universality using $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113: 151601.
- [28] Aaij R, et al. Test of lepton universality with $B^0 \rightarrow K^{*0} \ell^+ \ell^-$ decays[J]. JHEP, 2017, 08: 055.

- [29] Amhis Y, et al. Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of summer 2014[J]., 2014.
- [30] Fajfer S, Kamenik J F, Nisandzic I, et al. Implications of Lepton Flavor Universality Violations in B Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 109: 161801.
- [31] Crivellin A, Greub C, Kokulu A. Explaining $B \rightarrow D\tau\nu$, $B \rightarrow D^*\tau\nu$ and $B \rightarrow \tau\nu$ in a 2HDM of type III[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 054014.
- [32] Chen K F, Hou W S, Kao C, et al. When the Higgs meets the Top: Search for $t \rightarrow ch^0$ at the LHC[J]. Phys. Lett., 2013, B725: 378-381.
- [33] Kim C S, Yoon Y W, Yuan X B. Exploring top quark FCNC within 2HDM type III in association with flavor physics[J]. JHEP, 2015, 12: 038.
- [34] Crivellin A, Heeck J, Stoffer P. A perturbed lepton-specific two-Higgs-doublet model facing experimental hints for physics beyond the Standard Model[J]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116(8): 081801.
- [35] Holdom B. Two U(1)'s and Epsilon Charge Shifts[J]. Phys. Lett., 1986, 166B: 196-198.
- [36] Izaguirre E, Yavin I. New window to millicharged particles at the LHC[J]. Phys. Rev., 2015, D92(3): 035014.
- [37] Bjorken J D, Essig R, Schuster P, et al. New Fixed-Target Experiments to Search for Dark Gauge Forces[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 075018.
- [38] Freytsis M, Ovanesyan G, Thaler J. Dark Force Detection in Low Energy e-p Collisions[J]. JHEP, 2010, 01: 111.
- [39] Essig R, Schuster P, Toro N, et al. An Electron Fixed Target Experiment to Search for a New Vector Boson A' Decaying to e+e-[J]. JHEP, 2011, 02: 009.
- [40] Abrahamyan S, et al. Search for a New Gauge Boson in Electron-Nucleus Fixed-Target Scattering by the APEX Experiment[J]. Phys. Rev. Lett., 2011, 107: 191804.
- [41] Merkel H, et al. Search for Light Gauge Bosons of the Dark Sector at the Mainz Microtron[J]. Phys. Rev. Lett., 2011, 106: 251802.
- [42] Batell B, Pospelov M, Ritz A. Exploring Portals to a Hidden Sector Through Fixed Targets[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 095024.

- [43] Essig R, Harnik R, Kaplan J, et al. Discovering New Light States at Neutrino Experiments[J]. Phys. Rev., 2010, D82: 113008.
- [44] Wojtsekhowski B. Searching for a U-boson with a positron beam[J]. AIP Conf. Proc., 2009, 1160(1): 149-154.
- [45] Wojtsekhowski B, Nikolenko D, Rachek I. Searching for a new force at VEPP-3[J], 2012.
- [46] Meijer Drees R, et al. Search for weakly interacting neutral bosons produced in $\pi\pi$ interactions at rest and decaying into e^+e^- pairs.[J]. Phys. Rev. Lett., 1992, 68: 3845-3848.
- [47] Beranek T, Merkel H, Vanderhaeghen M. Theoretical framework to analyze searches for hidden light gauge bosons in electron scattering fixed target experiments[J]. Phys. Rev., 2013, D88: 015032.
- [48] Arkani-Hamed N, Weiner N. LHC Signals for a SuperUnified Theory of Dark Matter[J]. JHEP, 2008, 12: 104.
- [49] Essig R, Schuster P, Toro N. Probing Dark Forces and Light Hidden Sectors at Low-Energy e^+e^- Colliders[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 015003.
- [50] Cheung C, Ruderman J T, Wang L T, et al. Kinetic Mixing as the Origin of Light Dark Scales[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 035008.
- [51] Strassler M J, Zurek K M. Echoes of a hidden valley at hadron colliders[J]. Phys. Lett., 2007, B651: 374-379.
- [52] Reece M, Wang L T. Searching for the light dark gauge boson in GeV-scale experiments[J]. JHEP, 2009, 07: 051.
- [53] Amelino-Camelia G, et al. Physics with the KLOE-2 experiment at the upgraded DAΦNE[J]. Eur. Phys. J., 2010, C68: 619-681.
- [54] Aubert B, et al. Search for Dimuon Decays of a Light Scalar Boson in Radiative Transitions $Upsilon \rightarrow \gamma A_0$ [J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 103: 081803.
- [55] Batell B, Pospelov M, Ritz A. Probing a Secluded U(1) at B-factories[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 115008.
- [56] Abazov V M, et al. Search for dark photons from supersymmetric hidden valleys[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 103: 081802.

- [57] Abazov V M, et al. Search for Events with Leptonic Jets and Missing Transverse Energy in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV[J]. Phys. Rev. Lett., 2010, 105: 211802.
- [58] Babusci D, et al. Limit on the production of a light vector gauge boson in phi meson decays with the KLOE detector[J]. Phys. Lett., 2013, B720: 111-115.
- [59] Archilli F, et al. Search for a vector gauge boson in ϕ meson decays with the KLOE detector[J]. Phys. Lett., 2012, B706: 251-255.
- [60] Lees J P, et al. Search for Low-Mass Dark-Sector Higgs Bosons[J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 211801.
- [61] Baumgart M, Cheung C, Ruderman J T, et al. Non-Abelian Dark Sectors and Their Collider Signatures[J]. JHEP, 2009, 04: 014.
- [62] Adlarson P, et al. Search for a dark photon in the $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ decay[J]. Phys. Lett., 2013, B726: 187-193.
- [63] Arkani-Hamed N, Finkbeiner D P, Slatyer T R, et al. A Theory of Dark Matter[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 015014.
- [64] Pospelov M, Ritz A. Astrophysical Signatures of Secluded Dark Matter[J]. Phys. Lett., 2009, B671: 391-397.
- [65] Pospelov M. Secluded U(1) below the weak scale[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 095002.
- [66] Davoudiasl H, Lee H S, Marciano W J. Dark Side of Higgs Diphoton Decays and Muon $g-2$ [J]. Phys. Rev., 2012, D86: 095009.
- [67] Endo M, Hamaguchi K, Mishima G. Constraints on Hidden Photon Models from Electron $g-2$ and Hydrogen Spectroscopy[J]. Phys. Rev., 2012, D86: 095029.
- [68] Essig R, et al. Working Group Report: New Light Weakly Coupled Particles[C/OL]//Proceedings, 2013 Community Summer Study on the Future of U.S. Particle Physics: Snowmass on the Mississippi (CSS2013): Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013. [S.l. : s.n.], 2013. <http://www.slac.stanford.edu/econf/C1307292/docs/IntensityFrontier/NewLight-17.pdf>.
- [69] Bjorken J D, Ecklund S, Nelson W R, et al. Search for Neutral Metastable Penetrating Particles Produced in the SLAC Beam Dump[J]. Phys. Rev., 1988, D38: 3375.

- [70] Riordan E M, et al. A Search for Short Lived Axions in an Electron Beam Dump Experiment[J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 59: 755.
- [71] Bross A, Crisler M, Pordes S H, et al. A Search for Shortlived Particles Produced in an Electron Beam Dump[J]. Phys. Rev. Lett., 1991, 67: 2942-2945.
- [72] Dent J B, Ferrer F, Krauss L M. Constraints on Light Hidden Sector Gauge Bosons from Supernova Cooling[J], 2012.
- [73] Dreiner H K, Fortin J F, Hanhart C, et al. Supernova constraints on MeV dark sectors from e^+e^- annihilations[J]. Phys. Rev., 2014, D89(10): 105015.
- [74] Asztalos S J, et al. The axion dark-matter eXperiment: Results and plans[C]// Proceedings, 7th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs (AXION-WIMP 2011): Mykonos, Greece, June 27-July 1, 2011. [S.l. : s.n.], 2011: 47-50.
- [75] Bahre R, et al. Any light particle search II - Technical Design Report[J]. JINST, 2013, 8: T09001.
- [76] Horns D, Jaeckel J, Lindner A, et al. Searching for WISPy Cold Dark Matter with a Dish Antenna[J]. JCAP, 2013, 1304: 016.
- [77] Lobanov A P, Zechlin H S, Horns D. Astrophysical searches for a hidden-photon signal in the radio regime[J]. Phys. Rev., 2013, D87(6): 065004.
- [78] Nelson A E, Scholtz J. Dark Light, Dark Matter and the Misalignment Mechanism[J]. Phys. Rev., 2011, D84: 103501.
- [79] Arias P, Cadamuro D, Goodsell M, et al. WISPy Cold Dark Matter[J]. JCAP, 2012, 1206: 013.
- [80] Aaij R, et al. Search for Dark Photons Produced in 13 TeV pp Collisions[J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 120(6): 061801.
- [81] Ahmad M, et al. CEPC-SPPC Preliminary Conceptual Design Report. 1. Physics and Detector[J], 2015.
- [82] Bicer M, et al. First Look at the Physics Case of TLEP[J]. JHEP, 2014, 01: 164.
- [83] Blondel A, Janot P, Oide K, et al. FCC-ee parameter[J/OL], 2017. https://indico.cern.ch/event/669194/attachments/1542823/2420244/FCC-ee_parameter_update_-_6_October_2017.pdf.

-
- [84] Baer H, Barklow T, Fujii K, et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 2: Physics[J], 2013.
- [85] Barklow T, Brau J, Fujii K, et al. ILC Operating Scenarios[J], 2015.
- [86] Fujii K, et al. Physics Case for the 250 GeV Stage of the International Linear Collider[J], 2017.

第二章 b-重子的衰变、五夸克态与双夸克模型

随着新的 b-重子不断被发现，它们的一些衰变道也被准确的测量了，其中 b-重子的稀有衰变是寻找新物理的理想衰变模式。另外近年 LHCb 合作组在 b-重子衰变中发现了不同于介子和重子的新的强子共振态——由五个夸克组成的五夸克态，五夸克态是怎样束缚在一起的还没有很好地被理解。

本章研究了 b-重子的无粲两体衰变和 b-重子衰变到五夸克态的过程，我们利用有效哈密顿量、味道 $SU(3)$ 对称性和五夸克态的双夸克模型对上述衰变过程做一些计算，得到其中的可观测量。

2.1 b-重子无粲两体衰变中的 CP 破坏极化不对称性

一些含有重的 b 夸克的重子，即 b-重子，已经被发现了^[1]。对含有 b 夸克的重介子 (b-介子) 的研究为建立 CP 破坏的模型，也就是 CKM 混合矩阵提供了至关重要的信息^[2, 3]。b-重子的衰变可以提供一个新的平台来进一步测试导致 CP 破坏的 CKM 矩阵^[4-9]。已经证明，b-重子 \mathcal{B} 衰变成一个轻的 $SU(3)$ 八重态重子 \mathcal{F} 和一个轻的 $SU(3)$ 八重态赝标介子 \mathcal{M} ，也就是 b-重子无粲两体衰变 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{F}$ ，可以有相当大的 CP 破坏^[6, 7]。这里面某些衰变道^[9] 中的 CP 破坏不对称之间还存在味道 $SU(3)$ 关系^[10, 11]。 CP 破坏不对称的类似关系已经在 b-介子无粲两体衰变中得到了^[12-22]。实验数据已经在非常高的精度下验证了这里面的一些关系^[1, 9, 21-23]。因此，我们需要了解 b-强子的无粲两体衰变里基于 $SU(3)$ 对称性的关系是偶然的还是更为普遍的。在 b-重子无粲两体衰变中的 CP 破坏被测量后，来自 LHCb 的实验数据可以提供关键信息。在本节中，我们还研究了在 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{F}$ 衰变过程中与重子极化有关的新的 CP 破坏可观测量。我们发现在某些衰变道中存在 CP 破坏极化不对称的关系，并且这些关系可以在 LHCb 上进行检验。

2.1.1 b-重子无粲两体衰变中的 CP 破坏不对称

标准模型中诱导 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{F}$ 衰变的有效哈密顿量和有效算符已经在绪论中给出，在后面的分析中，我们需要知道哈密顿量在味道 $SU(3)$ 群下的性质。我们在这里总结一下。算符 O_i 包含味道 $SU(3)$ 群的不可约表示 $\bar{3}$, 6 , $\bar{15}$ ，这些不可约表示分别用矩阵 $H(\bar{3})$, $H(6)$, $H(\bar{15})$ ^[10-12] 来代表。矩阵 $H(i)$ 的非零项由下面

给出^[10-12]。对于 $\Delta S = 0 (q = d)$,

$$\begin{aligned} H(\bar{3})^2 &= 1, H(6)_1^{12} = H(6)_3^{23} = 1, H(6)_1^{21} = H(6)_3^{32} = -1, \\ H(\bar{15})_1^{12} &= H(\bar{15})_1^{21} = 3, H(\bar{15})_2^{22} = -2, H(\bar{15})_3^{32} = H(\bar{15})_3^{23} = -1, \end{aligned} \quad (2-1)$$

以及对于 $\Delta S = -1 (q = s)$,

$$\begin{aligned} H(\bar{3})^3 &= 1, H(6)_1^{13} = H(6)_2^{32} = 1, H(6)_1^{31} = H(6)_2^{23} = -1, \\ H(\bar{15})_1^{13} &= H(\bar{15})_1^{31} = 3, H(\bar{15})_3^{33} = -2, H(\bar{15})_2^{32} = H(\bar{15})_2^{23} = -1. \end{aligned} \quad (2-2)$$

有效哈密顿量决定了 b-重子衰变振幅 \mathcal{A} 有宇称守恒的振幅 A_c 和宇称破坏的振幅 A_v , 形式如下

$$\mathcal{A} = \bar{\mathcal{F}}(A_v + iA_c\gamma_5)\mathcal{B} = \mathcal{S} + \mathcal{P}\sigma \cdot \vec{p}_c. \quad (2-3)$$

这里的 $|\vec{p}_c| = \sqrt{E_{\mathcal{F}}^2 - m_{\mathcal{F}}^2}$ 是末态重子 \mathcal{F} 的动量 \vec{p}_c 的大小。 $m_{\mathcal{B}}$ 、 $m_{\mathcal{M}}$ 和 $m_{\mathcal{F}}$ 分别是初态重子、末态介子和重子的质量。 $E_{\mathcal{F}}$ 是末态重子的能量。

振幅 \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 分别是所谓的 S 波 (宇称 $\mathbf{P} = -$) 和 P 波 ($\mathbf{P} = +$) 振幅。它们与 A_v 和 A_c 的关系由下式给出

$$\mathcal{S} = A_v \sqrt{\frac{(m_{\mathcal{B}} + m_{\mathcal{F}})^2 - m_{\mathcal{M}}^2}{16\pi m_{\mathcal{B}}^2}}, \quad \mathcal{P} = A_c \sqrt{\frac{(m_{\mathcal{B}} - m_{\mathcal{F}})^2 - m_{\mathcal{M}}^2}{16\pi m_{\mathcal{B}}^2}}. \quad (2-4)$$

反 b-重子的衰变振幅 $\bar{\mathcal{A}}$ 一般写作

$$\bar{\mathcal{A}} = -\bar{\mathcal{S}} + \bar{\mathcal{P}}\sigma \cdot \vec{p}_c. \quad (2-5)$$

在 CP 守恒的极限下, $\bar{\mathcal{S}} = \mathcal{S}$ 和 $\bar{\mathcal{P}} = \mathcal{P}$ 。

在标准模型中, 对于 $\Delta S = 0 (q = d)$ 和 $\Delta S = -1 (q = s)$ 两种情况, \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 里有树图和企鹅图的贡献。振幅 \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 以及对应的反粒子的衰变振幅可按照下式分解为树图振幅 T_i 和企鹅图振幅 P_i

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(q) &= V_{ub}V_{uq}^*T(q)_0 + V_{tb}V_{tq}^*P(q)_0, \\ \mathcal{P}(q) &= V_{ub}V_{uq}^*T(q)_1 + V_{tb}V_{tq}^*P(q)_1, \\ \bar{\mathcal{S}}(q) &= V_{ub}^*V_{uq}T(q)_0 + V_{tb}^*V_{tq}P(q)_0, \\ \bar{\mathcal{P}}(q) &= V_{ub}^*V_{uq}T(q)_1 + V_{tb}^*V_{tq}P(q)_1, \end{aligned} \quad (2-6)$$

其中指标 0, 1 分别表示 \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 的振幅。

衰变宽度写作

$$\Gamma = 2p_c(|\mathcal{S}|^2 + |\mathcal{P}|^2), \quad (2-7)$$

如果有了关于衰变极化的信息，则在衰变角分布中还有其他实验可观测量。在初态 b-重子的静止系中，角分布可表示为^[24, 25]

$$\frac{4\pi}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Omega} = 1 + \alpha \vec{s}_B \cdot \vec{n} + \vec{s}_F \cdot [(\alpha + \vec{s}_B \cdot \vec{n})\vec{n} + \beta \vec{s}_B \times \vec{n} + \gamma(\vec{n} \times (\vec{s}_B \times \vec{n}))], \quad (2-8)$$

其中 \vec{s}_B, \vec{s}_F 分别是初态 b-重子和末态八重态重子的自旋， $\vec{n} = \vec{p}_c/|p_c|$ 是末态重子 F 的运动方向。把参数 α, β 和 γ 表示为 \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 的函数为

$$\alpha = \frac{2\text{Re}(\mathcal{S}^*\mathcal{P})}{|\mathcal{S}|^2 + |\mathcal{P}|^2}, \quad \beta = \frac{2\text{Im}(\mathcal{S}^*\mathcal{P})}{|\mathcal{S}|^2 + |\mathcal{P}|^2}, \quad \gamma = \frac{|\mathcal{S}|^2 - |\mathcal{P}|^2}{|\mathcal{S}|^2 + |\mathcal{P}|^2} \quad (2-9)$$

由于 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ ，因此只有两个参数是独立的。在这个约束下，我们可以得到

$$\beta = (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \sin \phi, \quad \gamma = (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \cos \phi, \quad \phi = \tan^{-1}(\beta/\gamma) \quad (2-10)$$

实验上要获得 α ，需要测量初态重子或末态重子的极化。在 LHCb 实验中初态粒子的极化可能难以得到，但末态重子的极化可以通过观察末态重子的衰变来测量^[26]。要获得 β 和 γ ，需要同时有初态和末态重子的极化信息。在之后的讨论中，我们只讨论与有机会被测量的 α 相关的性质。

对于 CP 破坏的研究，可以定义与极化参数相关的新的物理量，这些量在 CP 守恒极限下为零。为此，我们研究粒子和反粒子的极化差异作为新的 CP 破坏可观测量

$$\Delta_\alpha(q) = \Gamma(q)\alpha(q) + \bar{\Gamma}(q)\bar{\alpha}(q). \quad (2-11)$$

将 Δ_α 用振幅 \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 表示，我们有

$$\begin{aligned} \Delta_\alpha &= 4p_c(\text{Re}(\mathcal{S}^*\mathcal{P}) - \text{Re}(\bar{\mathcal{S}}^*\bar{\mathcal{P}})), \\ &= p_c \text{Im}(V_{ub}V_{uq}^*V_{tb}^*V_{tq})[\text{Im}(T(q)_0^*P(q)_1) - \text{Im}(P(q)_0^*T(q)_1)]. \end{aligned} \quad (2-12)$$

在味道 $SU(3)$ 极限下，与 U 旋 (d 和 s 夸克交换) 相关的衰变模式有相同的树图和企鹅图振幅，也就是 $T(d)_j = T(s)_j$ 和 $P(d)_j = P(s)_j$ 。使用著名的 CKM 矩阵关系， $\text{Im}(V_{ub}V_{ud}^*V_{tb}^*V_{td}) = -\text{Im}(V_{ub}V_{us}^*V_{tb}^*V_{ts})$ ，我们因此得到

$$\Delta_\alpha(d) = -\Delta_\alpha(s). \quad (2-13)$$

对于加权的极化不对称 $\mathcal{A}_\alpha = (\Gamma\alpha + \bar{\Gamma}\bar{\alpha})/(\Gamma + \bar{\Gamma})$ ，我们有

$$\frac{\mathcal{A}_\alpha(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}}{\mathcal{A}_\alpha(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}} = -\frac{Br(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}}{Br(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}} \cdot \frac{\tau_{\mathcal{B}_a}}{\tau_{\mathcal{B}_b}}, \quad (2-14)$$

其中 $\tau_{\mathcal{B}_{a,b}}$ 表示 **b**-重子 $\mathcal{B}_{a,b}$ 的寿命， Br 表示衰变分支比。超子衰变中类似的 CP 破坏可观测量 $(\Gamma\alpha + \bar{\Gamma}\bar{\alpha})/(\Gamma\alpha - \bar{\Gamma}\bar{\alpha})$ 已经被讨论了^[24, 25]。在上面 \mathcal{A}_α 的定义中，简单的分母 $\Gamma + \bar{\Gamma}$ 允许在不同衰变道中，类似上面的简单关系能够保持。

与参考文献^[9] 中衰变率不对称的一个 U 旋关系相比较

$$\frac{A_{CP}(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}}{A_{CP}(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}} = -\frac{Br(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}}{Br(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}} \cdot \frac{\tau_{\mathcal{B}_a}}{\tau_{\mathcal{B}_b}}, \quad (2-15)$$

其中 $A_{CP}(q) = \Delta(q)/(\Gamma(q) + \bar{\Gamma}(q))$ ，而

$$\begin{aligned} \Delta(q) &= \Gamma(q) - \bar{\Gamma}(q) = 2p_c (|\mathcal{S}|^2 + |\mathcal{P}|^2 - (|\bar{\mathcal{S}}|^2 + |\bar{\mathcal{P}}|^2)), \\ &= -8p_c \text{Im}(V_{ub}V_{uq}^*V_{tb}^*V_{tq}) \text{Im}[T(q)_0 P(q)_0^* + T(q)_1 P(q)_1^*], \end{aligned} \quad (2-16)$$

另外在 $SU(3)$ 极限下，对于 U 旋相关的态有关系

$$\Delta(d) = -\Delta(s). \quad (2-17)$$

很明显，公式(2-14)和公式(2-15)中的关系检验了衰变振幅中 CP 破坏性质的不同方面。衰变率不对称 A_{CP} 可用于探测由具有相同宇称的树图振幅和企鹅图振幅之间的干涉引起的 CP 破坏，而极化不对称 \mathcal{A}_α 可用于探测由具有相反宇称的树图振幅和企鹅图振幅之间的干涉引起的 CP 破坏。与衰变率不对称相关的关系已经被讨论了。与极化不对称相关的关系是新的，也是本节的重点。

为了测试上述关系，我们需要确保存在如上所述与 U 旋相关的过程。我们接下来表明，反三重态和六重态 **b**-重子的衰变中确实存在这样的关系。

2.1.2 b-重子无粲两体衰变中的振幅关系

我们现在研究 low-lying **b**-重子无粲两体衰变的振幅。low-lying $\frac{1}{2}^+$ **b**-重子由 b 夸克和两个轻夸克组成。这里的轻夸克 q 是 u 、 d 或 s 夸克之一。在味道 $SU(3)$ 对称下， b 夸克是一个单态而轻夸克 q 是基本表示 3 的成员。然后 **b**-重子在味道 $SU(3)$ 群中有表示 $1 \times 3 \times 3 = \bar{3} + 6$ ，也就是说，在 $SU(3)$ 味空间中，**b**-重子包含一个反三重态和一个六重态^[27]。反三重态 **b**-重子 \mathcal{B} 和六重态 **b**-重子 \mathcal{C} 将由下式

表示

$$(\mathcal{B}_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_b^0 & \Xi_b^0 \\ -\Lambda_b^0 & 0 & \Xi_b^- \\ -\Xi_b^0 & -\Xi_b^- & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{C}_{ij} = \begin{pmatrix} \Sigma_b^+ & \frac{\Sigma_b^0}{\sqrt{2}} & \frac{\Xi_b'^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Sigma_b^0}{\sqrt{2}} & \Sigma_b^- & \frac{\Xi_b'^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Xi_b'^0}{\sqrt{2}} & \frac{\Xi_b'^-}{\sqrt{2}} & \Omega_b^- \end{pmatrix}. \quad (2-18)$$

它们的夸克组分如下^[27]

$$\begin{aligned} \Lambda_b^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)b, & \Xi_b^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(us - su)b, & \Xi_b^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(ds - sd)b, \\ \Sigma_b^+ &= uub, & \Sigma_b^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)b, & \Sigma_b^- &= ddb, \\ \Xi_b'^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(us + su)b, & \Xi_b'^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd)b, & \Omega_b^- &= ssb. \end{aligned} \quad (2-19)$$

\mathcal{B} 衰变末态中的无粲态分别是 $\frac{1}{2}^+$ 重子八重态 \mathcal{F} 和赝标介子八重态 \mathcal{M}

$$\begin{aligned} (\mathcal{M}_{ij}) &= \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}, \\ (\mathcal{F}_{ij}) &= \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2\Lambda^0}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2-20)$$

在强子水平，衰变振幅一般可写作

$$\mathcal{A} = \langle \mathcal{F}\mathcal{M} | H_{eff}(q) | \mathcal{B} \rangle = V_{ub}V_{uq}^* T(q) + V_{tb}V_{tq}^* P(q). \quad (2-21)$$

我们现在根据味道 $SU(3)$ 对称性，使用公式(2-1) 和公式(2-2)中有效哈密顿量详细的 $SU(3)$ 张量性质来整理衰变振幅。为了得到 b -重子的 $SU(3)$ 不变衰变振幅，首先使用哈密顿量来湮灭 \mathcal{B} 中的 b 夸克，然后以适当的方式与末态 \mathcal{F} 和 \mathcal{M} 收缩 $SU(3)$ 指标。就 $SU(3)$ 性质而言， \mathcal{S} 和 \mathcal{P} 振幅将有各种 $SU(3)$ 不可约振幅。

利用 (2.1.1) 节中的有效哈密顿量和衰变振幅的计算方法，以 \mathcal{S} 中的反三重态

树图振幅 $T_t(q)_0$ 和六重态树图振幅 $T_s(q)_0$ 作为示例, 我们有^[9]

$$\begin{aligned}
T_t(q)_0 = & a_t(\bar{3})\langle \mathcal{F}_l^k \mathcal{M}_k^l | H(\bar{3})^i | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + b_t(\bar{3})_1 \langle \mathcal{F}_j^k \mathcal{M}_k^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\
& + b_t(\bar{3})_2 \langle \mathcal{F}_k^i \mathcal{M}_j^k | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + a_t(6)_1 \langle \mathcal{F}_l^k \mathcal{M}_j^l | H(6)_k^{ij} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\
& + a_t(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^l \mathcal{M}_l^k | H(6)_k^{ij} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + b_t(6)_1 \langle \mathcal{F}_k^l \mathcal{M}_j^i | H(6)_l^{jk} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\
& + b_t(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_k^l | H(6)_l^{jk} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + a_t(\bar{15})_1 \langle \mathcal{F}_l^k \mathcal{M}_j^l | H(\bar{15})_k^{ij} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\
& + a_t(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^l \mathcal{M}_l^k | H(\bar{15})_k^{ij} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + b_t(\bar{15})_1 \langle \mathcal{F}_k^l \mathcal{M}_j^i | H(\bar{15})_l^{jk} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\
& + b_t(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_k^l | H(\bar{15})_l^{jk} | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \quad (2-22) \\
& + c_t(\bar{3})\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^{i''} | \mathcal{B}_{j'j''} \rangle \epsilon_{ii'i''} + d_t(\bar{3})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + d_t(\bar{3})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_t(\bar{3})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + e_t(\bar{3})_2 \langle \mathcal{F}_{j'}^i \mathcal{M}_j^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + c_t(6)\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{jj'} | \mathcal{B}_{i''k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + d_t(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j} | \mathcal{B}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} + d_t(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j} | \mathcal{B}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + e_t(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j'} | \mathcal{B}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_t(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j'} | \mathcal{B}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + f_t(6)\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^k | H(6)_k^{i''} | \mathcal{B}_{j'j''} \rangle \epsilon_{ii'i''} + g_t(6)\langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_{j'}^i | H(6)_k^{i''} | \mathcal{B}_{j'j''} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + m_t(6)\langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_k^j | H(6)_l^{i''} | \mathcal{B}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} + n_t(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_l^j | H(6)_k^{i''} | \mathcal{B}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + n_t(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^k \mathcal{M}_l^j | H(6)_k^{i''} | \mathcal{B}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} + c_t(\bar{15})\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{jj'} | \mathcal{B}_{i''k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + d_t(\bar{15})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j} | \mathcal{B}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} + d_t(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j} | \mathcal{B}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + e_t(\bar{15})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j'} | \mathcal{B}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_t(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j'} | \mathcal{B}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''}
\end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned}
T_s(q)_0 = & a_s(\bar{3})\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^{i''} | \mathcal{C}_{jj''} \rangle \epsilon_{ii'i''} + b_s(\bar{3})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + b_s(\bar{3})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + c_s(\bar{3})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + c_s(\bar{3})_2 \langle \mathcal{F}_{j'}^i \mathcal{M}_j^{i'} | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + a_s(6)\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{jj'} | \mathcal{C}_{i''k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + b_s(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j} | \mathcal{C}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} + b_s(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j} | \mathcal{C}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + c_s(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j'} | \mathcal{C}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} + c_s(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(6)_k^{i''j'} | \mathcal{C}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + d_s(6)\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^k | H(6)_k^{i''} | \mathcal{C}_{jj''} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_s(6)\langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_{j'}^i | H(6)_k^{i''} | \mathcal{C}_{jj''} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + f_s(6)\langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_k^j | H(6)_l^{i''} | \mathcal{C}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} + g_s(6)_1 \langle \mathcal{M}_j^k \mathcal{F}_l^j | H(6)_k^{i''} | \mathcal{C}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} \quad (2-23) \\
& + g_s(6)_2 \langle \mathcal{F}_j^k \mathcal{M}_l^j | H(6)_k^{i''} | \mathcal{C}_{i''l} \rangle \epsilon_{ii'i''} + a_s(\bar{15})\langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{jj'} | \mathcal{C}_{i''k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + b_s(\bar{15})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j} | \mathcal{C}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} + b_s(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j} | \mathcal{C}_{j'k} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\
& + c_s(\bar{15})_1 \langle \mathcal{M}_j^i \mathcal{F}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j'} | \mathcal{C}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} + c_s(\bar{15})_2 \langle \mathcal{F}_j^i \mathcal{M}_{j'}^{i'} | H(\bar{15})_k^{i''j'} | \mathcal{C}_{jk} \rangle \epsilon_{ii'i''} .
\end{aligned}$$

企鹅图振幅 P 具有相同的结构，可以通过在上面的表达式用 P 替换 T 来获得。还可以类似地构造 P 波振幅。

展开上述振幅，可以获得每一个衰变道的衰变振幅。由于 η_8 和 η_1 之间的混合，末态包含 η_8 的衰变模式不如末态包含 π 和 K 的衰变模式那样干净，也就更难研究。我们不再会考虑涉及 η_8 的衰变过程。我们发现对于反三重态 b -重子的衰变， U 旋相关的振幅 ($\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = -1$) 满足以下关系

$$\begin{aligned}
T_t(\Xi_b^- \rightarrow K^- n) &= T_t(\Xi_b^- \rightarrow \pi^- \Xi^0), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^0 \Xi^0), \\
T_t(\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi^-) &= T_t(\Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma^-), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^0 \Xi^0) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n), \\
T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma^+) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^- p), & T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- p) &= -T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^- \Sigma^+), \\
T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-), & T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Sigma^-) &= -T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi^-), \\
T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^- p) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma^+), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-).
\end{aligned} \tag{2-24}$$

而对于六重态 b -重子的衰变， U 旋相关的振幅 ($\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = -1$) 满足以下关系

$$\begin{aligned}
T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow n\pi^+) &= -T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow \Xi^0 K^+), & T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow \Sigma^+ K^0) &= -T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow p\bar{K}^0), \\
T_s(\Sigma_b^- \rightarrow n\pi^-) &= -T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi^0 K^-), & T_s(\Sigma_b^- \rightarrow \Sigma^- K^0) &= -T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi^- \bar{K}^0), \\
T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi^0 \pi^-) &= -T_s(\Sigma_b^- \rightarrow nK^-), & T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0) &= -T_s(\Sigma_b^- \rightarrow \Xi^- K^0), \\
T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- K^+) &= -T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Xi^- \pi^+), & T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow p\pi^-) &= -T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Sigma^+ K^-), \\
T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Xi^- K^+) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- \pi^+), & T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Sigma^- \pi^+) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Xi^- K^+), \\
T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow pK^-) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^+ \pi^-), & T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Sigma^+ \pi^-) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow pK^-), \\
T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow \Xi^0 K^0) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow n\bar{K}^0), & T_s(\Xi_b^{\prime 0} \rightarrow n\bar{K}^0) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Xi^0 K^0), \\
T_s(\Xi_b^{\prime -} \rightarrow nK^-) &= -T_s(\Xi_b^{\prime -} \rightarrow \Xi^0 \pi^-), & T_s(\Xi_b^{\prime -} \rightarrow \Xi^- K^0) &= -T_s(\Xi_b^{\prime -} \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0).
\end{aligned} \tag{2-25}$$

2.1.3 b -重子无粲两体衰变的实验展望

对于公式(2-46)和(2-47)中的每对衰变过程，存在形如公式(2-14)和(2-15)给出的关系式。其中一些可以在 **LHCb** 上进行检验。实验上很难测量中性态 P ，它能量很高不会在探测器中衰变。因此很难用末态中有高能中性粒子的衰变模式来进行检验，而来自 b -重子衰变的 P 粒子就是这种情况。来自轻八重态介子二次衰变的 P 粒子具有较低的能量，因此更容易被研究。同样的，对于与极化不对称相

关的关系式，需要测量初态或末态重子的极化。在 LHCb 上，由于质子束未被极化，因此难以测量初态重子的极化。极化信息可以通过末态重子的二次衰变来提取，因此，末态重子不衰变的衰变道不能用于测试与极化不对称相关的关系式。

最近与反三重态 b-重子衰变的 CP 破坏不对称相关的关系式已经被研究过了。可以用于检验关系式

$$\frac{A_{CP}(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}}{A_{CP}(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}} = -\frac{Br(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}}{Br(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}} \cdot \frac{\tau_{\mathcal{B}_a}}{\tau_{\mathcal{B}_b}}, \quad (2-26)$$

的衰变对有

$$\begin{aligned} & (\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi^-, \Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma^-), \\ & (\Xi_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma^+, \Lambda_b^0 \rightarrow K^- p), \quad (\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- p, \Xi_b^0 \rightarrow K^- \Sigma^+), \\ & (\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-, \Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-), \quad (\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Sigma^-, \Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi^-), \\ & (\Xi_b^0 \rightarrow K^- p, \Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma^+), \quad (\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-, \Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-). \end{aligned} \quad (2-27)$$

在上文中，我们没有列出末态有中子的那些衰变道，因为来自 b-重子衰变的中子具有很高能量而可能难以被测量。

对于极化不对称的测量，末态的重子应衰变成其他粒子以提供极化信息。在上文中，其中三个过程的末态有稳定的质子，因此，这些衰变模式不能用于检验极化不对称相关的关系。只有以下四对

$$\begin{aligned} & (\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi^-, \Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma^-), \quad (\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-, \Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-), \\ & (\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Sigma^-, \Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi^-), \quad (\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi^-, \Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma^-). \end{aligned} \quad (2-28)$$

可能有助于检验极化不对称相关的关系，

$$\frac{\mathcal{A}_\alpha(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}}{\mathcal{A}_\alpha(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}} = -\frac{Br(\mathcal{B}_b \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=-1}}{Br(\mathcal{B}_a \rightarrow \mathcal{MF})_{\Delta S=0}} \cdot \frac{\tau_{\mathcal{B}_a}}{\tau_{\mathcal{B}_b}}. \quad (2-29)$$

要测量上述衰变对中的两个极化不对称，需要测量 Ξ^- 和 Σ^- 的极化。由于 Ξ^- 主要衰变到 $\Lambda\pi^-$ ，因此 Ξ^- 的极化可以相对容易地确定。在低能量时， Σ^- 的极化可以通过 $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$ 衰变来确定。在 LHCb 实验环境里，中子在实验室系中可能具有高能量，而难以被测量。我们需要剔除含有低能量 Σ^- 的事例，但这可能会减少事例总数。 Σ^- 还有一个衰变分支比较小 $[(5.73 \pm 0.27) \times 10^{-5}]$ 的衰变道 $\Lambda e^- \bar{\nu}_e$ ，这可能会提供一些额外的信息，但末态中仍然存在中性中微子。因此，在比较好的精度下检验整个关系式是非常具有挑战性的。

衰变 $\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi^-$ 和 $\Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma^-$ 中的初始粒子是相同的, 因而不需要粒子的寿命信息, 这使得上述相应的等式比上面的其他衰变对的等式更简单。这可能是通过实验对涉及反三重态 b -重子的过程进行分析的最佳模式。

对于六重态, 可以使用下面的衰变对来检验公式(2-28)中的那种衰变率不对称关系式

$$\begin{aligned} & (\Sigma_b^+ \rightarrow \Sigma^+ K^0, \Sigma_b^+ \rightarrow p \bar{K}^0), \quad (\Sigma_b^- \rightarrow \Sigma^- K^0, \Omega_b^- \rightarrow \Xi^- \bar{K}^0), \\ & (\Omega_b^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0, \Sigma_b^- \rightarrow \Xi^- K^0), \quad (\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- K^+, \Xi_b'^0 \rightarrow \Xi^- \pi^+), \\ & (\Sigma_b^0 \rightarrow p \pi^-, \Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma^+ K^-), \quad (\Xi_b'^0 \rightarrow \Xi^- K^+, \Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- \pi^+), \\ & (\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma^- \pi^+, \Sigma_b^0 \rightarrow \Xi^- K^+), \quad (\Xi_b'^0 \rightarrow p K^-, \Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^+ \pi^-), \\ & (\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma^+ \pi^-, \Sigma_b^0 \rightarrow p K^-), \quad (\Xi_b'^- \rightarrow \Xi^- K^0, \Xi_b'^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0). \end{aligned} \quad (2-30)$$

对于极化不对称关系的检验, 一样也必须剔除末态有稳定质子的那些衰变道。因此, 以下是检验极化不对称关系的较好的衰变对,

$$\begin{aligned} & (\Sigma_b^- \rightarrow \Sigma^- K^0, \Omega_b^- \rightarrow \Xi^- \bar{K}^0), \quad (\Omega_b^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0, \Sigma_b^- \rightarrow \Xi^- K^0), \\ & (\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- K^+, \Xi_b'^0 \rightarrow \Xi^- \pi^+), \quad (\Xi_b'^0 \rightarrow \Xi^- K^+, \Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma^- \pi^+), \\ & (\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma^- \pi^+, \Sigma_b^0 \rightarrow \Xi^- K^+), \quad (\Xi_b'^- \rightarrow \Xi^- K^0, \Xi_b'^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0). \end{aligned} \quad (2-31)$$

对于六重态, 因为上式的最后一对中的初始粒子是相同的, ($\Xi_b'^- \rightarrow \Xi^- K^0$, $\Xi_b'^- \rightarrow \Sigma^- \bar{K}^0$), 它是用于分析的最好的衰变对。同样, 由于难以测量 Σ^- 的极化, 因此检验极化不对称性关系到比较好的精度是非常具有挑战性的。

为了实际测试这里讨论的关系, 可以期望 CP 破坏和极化不对称相当大。对于某些衰变的理论估计已经得到了^[6, 7]。例如, $\Lambda_b \rightarrow p \pi^-, p K^-$ 的衰变率不对称是在百分之几的量级^[6, 7], 这对于检验这里研究的关系来说是足够大的。

已知味道 $SU(3)$ 破坏效应在某种程度上是存在的。在 K 介子和超子衰变中, 味道 $SU(3)$ 破坏效应大约为 20% 至 30% 量级。可以预期, b -重子衰变中的味道 $SU(3)$ 破坏效应处于相似的水平, 因此所研究的关系在该水平也应该保持。但是, 在衰变对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ 和 $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$ 里, 类似于公式(2-15)的 CP 破坏不对称关系似乎保持在更好的水平。如果定义味道 $SU(3)$ 破坏效应的度量 $r_c = -[A_{CP}(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^+ \pi^-)/A_{CP}(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+)]/[Br(\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) \tau_{\bar{B}_s^0}/Br(\bar{B}_s^0 \rightarrow K^+ \pi^-) \tau_{\bar{B}^0}]$ 。在味道 $SU(3)$ 极限下, $r_c = 1$ 。实验上 $r_c = 0.96 \pm 0.19$ ^[1, 9, 21, 22]。中心值距离 1 约 5%。在 1σ 置信水平下的误差大约是 20%。这表明味道 $SU(3)$ 在含有 b 夸克的系统中可能比在 K 介子和超子的系统中保持得更好。我们需要理解这是一个意外还是味道 $SU(3)$ 对称性的确在 b -重子衰变中保持得更好。因此, 通过实验来检验这里所讨

论的关系是非常重要的。得到的实验数据将为理解 b-强子衰变的动力学提供重要信息。

所以我们热切地敦促我们的实验同行进行这里所讨论的相关检验，实验结果在考虑到味道 $SU(3)$ 破坏效应后与我们的关系式的显著偏离将是新物理存在的信号。

2.2 用双夸克模型预测隐粲五夸克态的性质

b-重子的衰变得到的另外一个有趣的结果是 LHCb 合作组近年发现的两个新共振态^[28]，它们可被解释为从 $\Lambda_b \rightarrow \mathcal{P} + K$ 衰变得到的两个不同的五夸克态 \mathcal{P} ，接着衰变过程 $\mathcal{P} \rightarrow J/\psi + p$ 。这引起了很多理论上的研究^[29-42]。这两个五夸克态的夸克组分是 $\bar{c}cuud$ 。虽然这些共振态包含粲夸克，但它们是隐粲五夸克态，因为 c 和 \bar{c} 夸克一起出现，净粲量子数为零。它们最优拟合的量子数 J^P 及质量是

$$J^P = 3/2^- \text{ 质量为 } 4380 \text{ MeV, 以及 } J^P = 5/2^+ \text{ 质量为 } 4450 \text{ MeV.} \quad (2-32)$$

实验上，这两个共振态的量子数 $3/2^-$ 和 $5/2^+$ 没有被排除。

这些共振态 $P_c(4380)$ 和 $P_c(4450)$ 的存在需要进一步确认，因为一些其他的共振态也会产生类似效果^[35, 38, 40]。如果这些共振态是真正的五夸克态，我们需要确认它们是两个强子的分子态或复合强子系统^[29-32, 34, 37, 41]，还是一个紧密束缚在一起的五夸克系统 $[\bar{c}cqq'q'']$ ，还是以其他形式束缚在一起的夸克^[36, 39, 42]。有趣的是， S 波态下的 $\Sigma_c \bar{D}^*$ 的质量非常接近 $P_c(4450)$ 。实际上在实验发现五夸克态之前这种分子态已经被研究过了^[29]。使用 $\Sigma_c \bar{D}^*$ 和 $\Sigma_c^* \bar{D}^*$ 束缚态可以获得 $P_c(4380)$ 和 $P_c(4450)$ 态^[30]。这让人们猜测五夸克态可能是分子态。另一方面，有人认为来自 LHCb 的两个五夸克态是以 $[q'q'']$ 和 $[cq]$ 双夸克，以及 \bar{c} 夸克组成的五个夸克的系统^[36]，也就是五夸克态的双夸克模型。双夸克模型还得到了四夸克态研究的支持^[36]。目前，由于数据有限，我们不能区分五夸克态是分子态，还是更紧密束缚在一起的五夸克态，甚至是这些状态的混合。双夸克模型具有简单的分析结构。我们也发现它具有很强的预测能力。

2.2.1 五夸克态的双夸克模型

在双夸克模型中，LHCb 发现的两个五夸克态是由双夸克 $[q'q'']$ 和 $[cq]$ ，以及夸克 \bar{c} 组成的五夸克系统^[36]。

$$\mathcal{P} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \{ \bar{c}_\alpha [cq]_{\beta, s=0,1} [q'q'']_{\gamma, s=0,1}, L \} \quad (2-33)$$

其中希腊字母是色指标， s 代表自旋。

在味道 $SU(3)$ 对称下，双夸克 $[q'q'']$ 按照反三重态 $\bar{3}$ 和六重态 6 变换，双夸克 $[cq]$ 按照三重态 3 变换。因此，五夸克态可以有 $3 \times \bar{3} = 1 + 8$ 和 $3 \times 6 = 8 + 10$ 多重态。我们用 \mathcal{P}_A 和 \mathcal{P}_S 分别表示五夸克态 $\bar{3}$ 和 6 。假设两个五夸克态有量子数 $J^P = 3/2^-$ 和 $J^P = 5/2^+$ ，这两个场是八重态中的分量，而八重态由有如下自旋的双夸克组成，这很好地符合了实验图像

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(3/2^-) &= \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \{ \bar{c}_\alpha [cq]_{\beta, s=1} [q'q'']_{\gamma, s=1}, L=0 \} \\ \mathcal{P}_A(5/2^+) &= \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \{ \bar{c}_\alpha [cq]_{\beta, s=1} [q'q'']_{\gamma, s=0}, L=1 \}\end{aligned}\quad (2-34)$$

我们将八重态中五夸克态分量表示为

$$(\mathcal{P}_i^j(J^P)) = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_8^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda_8^0}{\sqrt{6}} & \Sigma_8^+ & p_8 \\ \Sigma_8^- & -\frac{\Sigma_8^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda_8^0}{\sqrt{6}} & n_8 \\ \Xi_8^- & \Xi_8^0 & -\frac{2\Lambda_8^0}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}. \quad (2-35)$$

对于 $J^P = 3/2^-$ ，还应该有一个十重态 \mathcal{P}_{ijk} （下标完全对称）。其五夸克态分量是

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{111} &= \Delta_{10}^{++}, & \mathcal{P}_{112} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta_{10}^+, & \mathcal{P}_{122} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta_{10}^0, & \mathcal{P}_{222} &= \Delta_{10}^-, \\ \mathcal{P}_{113} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Sigma_{10}^+, & \mathcal{P}_{123} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \Sigma_{10}^0, & \mathcal{P}_{223} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Sigma_{10}^-, \\ \mathcal{P}_{133} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Xi_{10}^0, & \mathcal{P}_{233} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Xi_{10}^-, \\ \mathcal{P}_{333} &= \Omega_{10}^-.\end{aligned}\quad (2-36)$$

两个观察到的五夸克态分别被鉴别为 $p_8(3/2^-)$ 和 $p_8(5/2^+)$ 。很明显，还会有其他五夸克态成员。类似于衰变道 $p_8(3/2^-, 5/2^+) \rightarrow J/\psi + p$ ，八重态和十重态中的五夸克态也将能够衰变成 J/ψ 分别加上 **low-lying** 的八重态和十重态中的重子。对于 $J^P = 5/2^+$ ，应该有一个单态五夸克态 \mathcal{S} 。然而，没有 **low-lying** 的重子单态， \mathcal{S} 将无法衰变为 J/ψ 加上普通的 **low-lying** 重子，但可能衰变到普通的重子和形成一个 $SU(3)$ 单态的多个介子。在 $SU(3)$ 极限下，五夸克态的质量是简并的，但由于 s 夸克的质量远大于 u 和 d 夸克的质量，它们的质量可能又会有所不同。在双夸克模型中，对一些五夸克态的质量差异的估计已经得到了^[42]。发现上面确定的这些额外的五夸克态是验证五夸克态的双夸克模型的方法之一，这可以在 **LHCb** 上实行。

2.2.2 五夸克态弱衰变

我们现在讨论 **b**-重子弱衰变成一个八重态或一个十重态中的五夸克态，加上一个轻的赝标介子八重态的模式。在标准模型中引起 $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{M} + \mathcal{P}$ 衰变的领头阶有效哈密顿量具有宇称守恒和宇称破坏的部分

$$H_{eff}(q) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} [V_{cb}V_{cq}^*(c_1O_1 + c_2O_2)], \quad (2-37)$$

其中 q 可以是 d 或 s 。 V_{ij} 是 CKM 矩阵元。系数 $c_{1,2}$ 是 Wilson 系数，已由几个小组研究过^[43]。算符 O_i 由下式给出

$$O_1 = (\bar{q}_i c_j)_{V-A} (\bar{c}_i b_j)_{V-A}, \quad O_2 = (\bar{q} c)_{V-A} (\bar{c} b)_{V-A}, \quad (2-38)$$

其中 $(\bar{a}b)_{V\pm A} = \bar{a}\gamma_\mu(1 \pm \gamma_5)b$ 。这里，我们忽略了企鹅图的贡献，因为它们远小于上面给出的树图贡献。

算符 $O_{1,2}$ 在味道 $SU(3)$ 对称性下按照 $\bar{3}$ 变换。我们将其表示为 $H(\bar{3})$ 。矩阵 $H(\bar{3})$ 的非零项由下面给出，

$$\begin{aligned} H(\bar{3})^2 &= 1, \quad \text{对于 } \Delta S = 0, \quad q = d, \\ H(\bar{3})^3 &= 1, \quad \text{对于 } \Delta S = -1, q = s. \end{aligned} \quad (2-39)$$

对于 $q = s$ ，衰变振幅与 V_{cs} 成比例，我们将其称为卡比博允许的相互作用。对于 $q = d$ ，衰变振幅与 V_{cd} 成正比，这是卡比博压低的相互作用。

low-lying $\frac{1}{2}^+$ **b**-重子由 b 夸克和两个轻夸克组成。这里的轻夸克 q 是 u 、 d 或 s 夸克之一。在味道 $SU(3)$ 对称下， b 夸克是一个单态而轻夸克 q 是基本表示 3 的一个成员。这样 **b**-重子在味道 $SU(3)$ 对称下的表示为 $1 \times 3 \times 3 = \bar{3} + 6$ ，也就是说，**b**-重子在 $SU(3)$ 味道空间中包含一个反三重态和一个六重态^[27]。**b**-重子的反三重态 \mathcal{B} 和六重态 \mathcal{C} 将由下式表示

$$(\mathcal{B}_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_b^0 & \Xi_b^0 \\ -\Lambda_b^0 & 0 & \Xi_b^- \\ -\Xi_b^0 & -\Xi_b^- & 0 \end{pmatrix}, \quad (\mathcal{C}_{ij}) = \begin{pmatrix} \Sigma_b^+ & \frac{\Sigma_b^0}{\sqrt{2}} & \frac{\Xi_b'^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Sigma_b^0}{\sqrt{2}} & \Sigma_b^- & \frac{\Xi_b'^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Xi_b'^0}{\sqrt{2}} & \frac{\Xi_b'^-}{\sqrt{2}} & \Omega_b^- \end{pmatrix}. \quad (2-40)$$

赝标介子八重态由 \mathcal{M} 表示，它们是

$$(\mathcal{M}_i^j) = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}. \quad (2-41)$$

在强子级别，衰变振幅可以一般地写为

$$\mathcal{A} = \langle \mathcal{P}\mathcal{M} | H_{eff}(q) | \mathcal{B} \text{ or } \mathcal{C} \rangle = V_{cb} V_{cq}^* T(q). \quad (2-42)$$

为了获得 b -重子的 $SU(3)$ 不变衰变振幅，首先使用哈密顿量湮灭 \mathcal{B} (或 \mathcal{C}) 中的 b 夸克，然后以一个恰当的方式将 $SU(3)$ 的指标与末态 \mathcal{P} 和 \mathcal{M} 的指标收缩。以反三重态树图振幅 $T_t(q)$ 和六重态树图振幅 $T_s(q)$ 为例，遵循参考文献^[9, 44] 中 b -重子无粲两体衰变的计算程序，我们有

$$\begin{aligned} T_{t8}(q) = & a_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_l^k \mathcal{M}_k^i | H(\bar{3})^i | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} + b_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_j^k \mathcal{M}_k^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\ & + c_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_k^i \mathcal{M}_j^k | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i'i''} \rangle \epsilon^{ii'i''} \\ & + d_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_{j'}^{i'} \mathcal{M}_j^i | H(\bar{3})^{i''} | \mathcal{B}_{jj'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_{j'}^{i'} \mathcal{M}_j^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\ & + f_t(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_j^{i'} \mathcal{M}_{j'}^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{B}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''}. \end{aligned} \quad (2-43)$$

以及

$$\begin{aligned} T_{s8}(q) = & d_s(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_{j'}^{i'} \mathcal{M}_j^i | H(\bar{3})^{i''} | \mathcal{C}_{jj'} \rangle \epsilon_{ii'i''} + e_s(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_{j'}^{i'} \mathcal{M}_j^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''} \\ & + f_s(\bar{3}) \langle \mathcal{P}_j^{i'} \mathcal{M}_{j'}^i | H(\bar{3})^j | \mathcal{C}_{i''j'} \rangle \epsilon_{ii'i''}. \end{aligned} \quad (2-44)$$

包含十重态五夸克态的 $SU(3)$ 不变衰变振幅可写为

$$\begin{aligned} T_{t10}(q) &= a_{t10} \langle \mathcal{P}_{kjl} \mathcal{M}_i^k | H(\bar{3})^l | \mathcal{B}_{ij} \rangle, \\ T_{s10}(q) &= a_{s10} \langle \mathcal{P}_{kjl} \mathcal{M}_i^k | H(\bar{3})^l | \mathcal{C}_{ij} \rangle + b_{s10} \langle \mathcal{P}_{kji} \mathcal{M}_l^k | H(\bar{3})^l | \mathcal{C}_{ij} \rangle. \end{aligned} \quad (2-45)$$

对于 \mathcal{B} 重子衰变到 \mathcal{P} ，考虑到 $SU(3)$ 的特性，有六个可能的项。主要贡献来自系数为 $c_t(\bar{3})$ ， $d_t(\bar{3})$ ， $e_t(\bar{3})$ 和 $f_t(\bar{3})$ 的项。在图2-1中，我们展示了对应于这些项的费曼图。在这些费曼图中，夸克 q_i ， $q_{i'}$ 和 $q_{i''}$ 被完全反对称张量 $\epsilon^{ii'i''}$ 或 $\epsilon_{ii'i''}$ 收缩。此性质在确定是否允许反三重态或六重态双夸克形成方面起着重要作用。系数为 $a_t(\bar{3})$ 和 $b_t(\bar{3})$ 的两项是允许的，但实际上，对这两项来说， \mathcal{P} 态实际上是一个更高阶的态，它具有相同的 $SU(3)$ 量子数，但具有更多的夸克组分，如图2-2所示。因此，我们期望系数 $a_t(\bar{3})$ 和 $b_t(\bar{3})$ 小于 $c_t(\bar{3})$ ， $d_t(\bar{3})$ ， $e_t(\bar{3})$ 和 $f_t(\bar{3})$ 。我们将在后面的讨论中包括所有这些系数。我们强调，是否包括 $a_t(\bar{3})$ 和 $b_t(\bar{3})$ 将不会影响这些性质。

对于六重态 \mathcal{C} 重子衰变到 \mathcal{P} ，只有三个可能的项，也就是系数为 $d_s(\bar{3})$ ， $e_s(\bar{3})$ 和 $f_s(\bar{3})$ 的项。相应的费曼图如图2-1中的子图 b, c 和 d 所示。因为 \mathcal{C} 中的两个轻夸克是对称的，所以与 \mathcal{B} 衰变中系数为 $a_t(\bar{3})$ ， $b_t(\bar{3})$ 和 $c_t(\bar{3})$ 的项相似的项都为零。

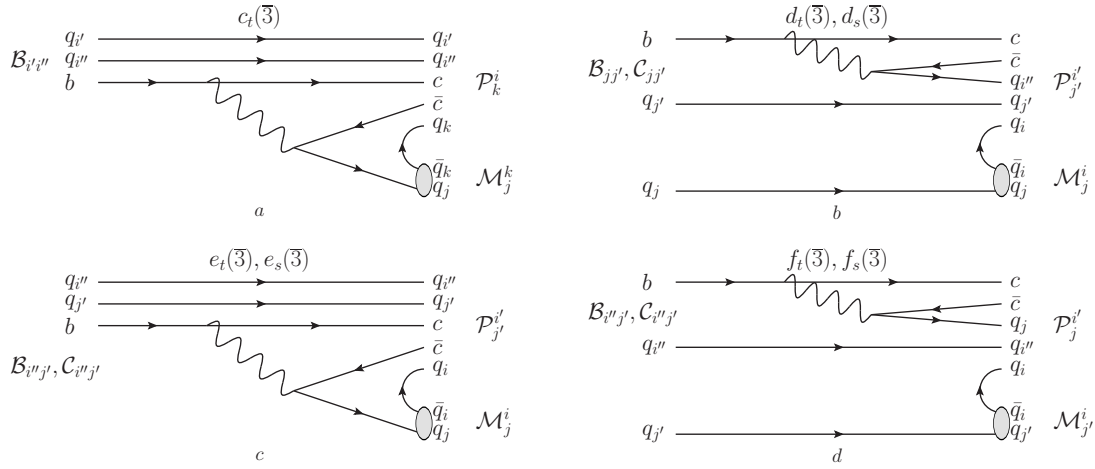


图 2-1 图 a 对应于系数为 $c_t(\bar{3})$ 的项, $\bar{3}$ 双夸克只能由 $(q_{i'}q_{i''})$ 夸克对组成, 五夸克态由 $c\bar{c}q_kq_{i'}q_{i''}$ 组成。图 b 对应于系数为 $d_t(\bar{3})$ 和 $d_s(\bar{3})$ 的项, 可能的 $\bar{3}$ 双夸克可以由 $(q_iq_{i''})$, $(q_iq_{j'})$ 和 $(q_{i''}q_{j'})$ 夸克对组成, 可能的六重态双夸克可以由 $(q_{i''}q_{j'})$ 和 $(q_iq_{j'})$ 夸克对组成, 五夸克态由 $c\bar{c}q_iq_{i''}q_{j'}$ 组成。图 c 对应于系数为 $e_t(\bar{3})$ 和 $e_s(\bar{3})$ 的项, 可能的 $\bar{3}$ 双夸克可以由 $(q_iq_{i''})$, $(q_iq_{j'})$ 和 $(q_{i''}q_{j'})$ 夸克对组成, 可能的六重态双夸克可以由 $(q_iq_{j'})$ 和 $(q_{i''}q_{j'})$ 夸克对组成, 五夸克态由 $c\bar{c}q_iq_{i''}q_{j'}$ 组成。图 d 对应于系数为 $f_t(\bar{3})$ 和 $f_s(\bar{3})$ 的项, 可能的 $\bar{3}$ 双夸克可以由 $(q_iq_{i''})$, (q_iq_j) 和 $(q_{i''}q_j)$ 夸克对组成, 可能的六重态双夸克可以由 (q_iq_j) 和 $(q_{i''}q_j)$ 夸克对组成, 五夸克态由 $c\bar{c}q_iq_{i''}q_j$ 组成。

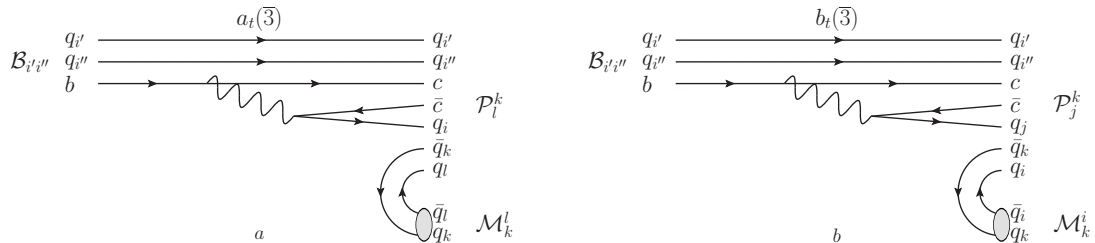


图 2-2 在上图中, $q_{i'}q_{i''}$ 夸克是在 $\bar{3}$ 味道量子态。图 a 对应于系数为 $a_t(\bar{3})$ 的项, 可能的双夸克可由 $(q_iq_{i'})$, $(q_iq_{i''})$ 和 $(q_{i'}q_{i''})$ 夸克对组成。 P_i^k 可以看作由 $c\bar{c}q_iq_{i'}q_{i''}$ 与八重态 (\bar{q}_kq_l) 束缚在一起的单态五夸克态。图 b 对应于系数为 $b_t(\bar{3})$ 的项, 可能的 $\bar{3}$ 双夸克可以由 $(q_iq_{i'})$, $(q_iq_{i''})$ 和 $(q_{i'}q_{i''})$ 夸克对组成。 P_j^k 可以看作由 $c\bar{c}q_{i'}q_{i''}q_i$ 与八重态 (\bar{q}_kq_j) 束缚在一起的五夸克态组成。在图 a 和图 b 中, 与 LHCb 上发现的五夸克态有相同量子数的 P 态是高阶态。预期对应的系数 $a_t(\bar{3})$ 和 $b_t(\bar{3})$ 小于 $c_t(\bar{3})$ 。

对于 B 和 C 重子衰变为十重态, 最终的轻夸克需要处于完全对称的状态, 这种可能性较小。在图 2-3 中, 我们展示了允许的项相应的费曼图。

在上文中, 我们省略了洛伦兹指标和旋量形式, 只集中在 $SU(3)$ 味指标上。结

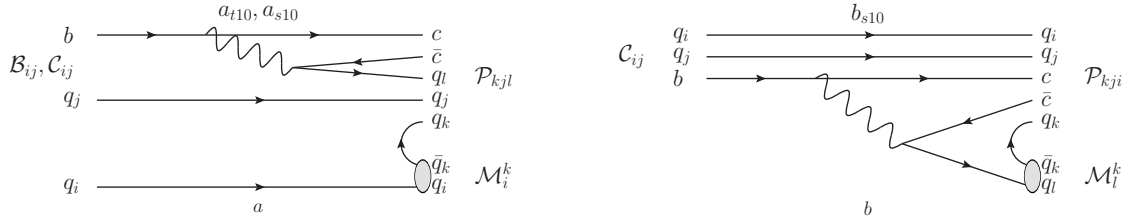


图 2-3 图 a 对应于系数为 a_{t10} 和 a_{s10} 的项，可能的六重态双夸克可以由 $(q_j q_k)$, $(q_j q_l)$ 和 $(q_k q_l)$ 夸克对组成。图 b 对应于系数为 b_{s10} 的项，可能的六重态双夸克可以由 $(q_i q_j)$, $(q_i q_k)$ 和 $(q_j q_k)$ 夸克对组成。

果适用于 $3/2^-$ 以及 $5/2^+$ 多重态。展开上述振幅，我们可以得到每一个衰变振幅。完整的展开在附录 (A.1) 和 (A.2) 中给出。由这些结果，我们可以看到关于 **b**-重子弱衰变到一个五夸克态和一个轻赅标介子的许多性质。我们在下面展示一些有意思的性质。

2.2.3 五夸克态双夸克模型的实验检验

我们首先讨论 **b**-重子衰变成八重态中的五夸克态。LHCb 上发现的两个五夸克态属于这一类。没有详细的动力学模型，人们无法计算各种 $SU(3)$ 振幅的大小，但味道 $SU(3)$ 对称性可以把不同的衰变模式关联起来，这些关联可以通过实验进行检验。由于 $J^P = 3/2^-$ 和 $J^P = 5/2^+$ 属于不同的八重态，因此与这两个五夸克态相关的衰变振幅之间没有关联。但是在具有相同量子数 J^P 的每个多重态内，存在可以通过实验检验的关系。

我们发现对于反三重态， U 旋相关的振幅 ($\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = -1$) 满足以下关系

$$\begin{aligned}
 T_t(\Xi_b^- \rightarrow K^- n_8) &= T_t(\Xi_b^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^0 \Xi_8^0), \\
 T_t(\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi_8^-) &= T_t(\Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma_8^-), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^0 \Xi_8^0) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8), \\
 T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma_8^+) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^- p_8), & T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- p_8) &= -T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^- \Sigma_8^+), \\
 T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-), & T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow K^+ \Sigma_8^-) &= -T_t(\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi_8^-), \\
 T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^- p_8) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma_8^+), & T_t(\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-) &= -T_t(\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-).
 \end{aligned}
 \tag{2-46}$$

而对于六重态, U 旋相关的振幅满足

$$\begin{aligned}
T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow n_8 \pi^+) &= -T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow \Xi_8^0 K^+), & T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow \Sigma_8^+ K^0) &= -T_s(\Sigma_b^+ \rightarrow p_8 \bar{K}^0), \\
T_s(\Sigma_b^- \rightarrow n_8 \pi^-) &= -T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi_8^0 K^-), & T_s(\Sigma_b^- \rightarrow \Sigma_8^- K^0) &= -T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi_8^- \bar{K}^0), \\
T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Xi_8^0 \pi^-) &= -T_s(\Sigma_b^- \rightarrow n_8 K^-), & T_s(\Omega_b^- \rightarrow \Sigma_8^- \bar{K}^0) &= -T_s(\Sigma_b^- \rightarrow \Xi_8^- K^0), \\
T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma_8^- K^+) &= -T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Xi_8^- \pi^+), & T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow p_8 \pi^-) &= -T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma_8^+ K^-), \\
T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Xi_8^- K^+) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma_8^- \pi^+), & T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma_8^- \pi^+) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Xi_8^- K^+), \\
T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow p_8 K^-) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Sigma_8^+ \pi^-), & T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Sigma_8^+ \pi^-) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow p_8 K^-), \\
T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow \Xi_8^0 K^0) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow n_8 \bar{K}^0), & T_s(\Xi_b'^0 \rightarrow n_8 \bar{K}^0) &= -T_s(\Sigma_b^0 \rightarrow \Xi_8^0 K^0), \\
T_s(\Xi_b'^- \rightarrow n_8 K^-) &= -T_s(\Xi_b'^- \rightarrow \Xi_8^0 \pi^-), & T_s(\Xi_b'^- \rightarrow \Xi_8^- K^0) &= -T_s(\Xi_b'^- \rightarrow \Sigma_8^- \bar{K}^0).
\end{aligned} \tag{2-47}$$

当为每个衰变模式分配了指定夸克时, 可以从图2-1和2-2中直接读出上述关系。为了说明, 我们用 a). \mathcal{B} 的一对衰变道 $\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-$ 和 $\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-$, 以及 b). \mathcal{C} 的一对衰变道 $\Omega_b^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0$ 和 $\Sigma_b^- \rightarrow K^- n_8$ 作为示例提供一些细节。从附录 (A.1) 中的表里, 我们发现对于 a) 中的衰变道, 有来自 $a_t(\bar{3})$ 和 $d_t(\bar{3})$ 项的贡献。我们集中对应于 $d_t(\bar{3})$ 的费曼图。对于 b) 中的衰变道, 只有 $e_s(\bar{3})$ 的贡献。指定夸克组分, 我们有

$$\begin{aligned}
a) \quad & \text{对于 } \Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-, \quad (q_{j'}, q_j, q_i, q_{i''}) = (s, u, s, d), \\
& \text{对于 } \Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-, \quad (q_{j'}, q_j, q_i, q_{i''}) = (d, u, d, s). \\
b) \quad & \text{对于 } \Omega_b^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0, \quad (q_{j'}, q_j, q_i, q_{i''}) = (s, d, u, s), \\
& \text{对于 } \Sigma_b^- \rightarrow K^- n_8, \quad (q_{j'}, q_j, q_i, q_{i''}) = (d, s, u, d). \tag{2-48}
\end{aligned}$$

注意, 对于每一对衰变道, 只需要将所有 s 夸克与 d 夸克交换, 就可以从其中一个得到另外一个。如果 U 旋是良好的对称性, 则等式 (2-46) 和 (2-47) 中定义的振幅在强度上是相等的。等式 (2-46) 和 (2-47) 中每对振幅的负号来自于 \mathcal{B} 和 \mathcal{C} 衰变的每个费曼图都与 $\epsilon^{ii''}$ 和 $\epsilon_{ii''}$ 收缩的事实。对于 a) 中的 Ξ_b^0 和 Λ_b^0 衰变, $(i = 3, i' = 1, i'' = 2)$ 和 $(i = 2, i' = 1, i'' = 3)$ 。对于 b) 中的 Ω_b^- 和 Σ_b^- 衰变, $(i = 1, i' = 2, i'' = 3)$ 和 $(i = 1, i' = 3, i'' = 2)$ 。 i, i' 和 i'' 的特定值解释了这些关系中的负号。

上述关系在包含企鹅图的小贡献时也适用^[9, 44]。这些关系对量子数为 $J^P = 3/2^-$ 和 $J^P = 5/2^+$ 的八重态都适用。由于 η_8 和 η_1 之间的混合, 末态包含 η_8 的衰

变模式不如末态包含 π 和 K 的衰变模式那样干净所以不容易研究。上面我们还没有列出涉及 η_8 的过程。

上面的每一对衰变道的关系导致了以下关系式

$$A(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{MP}, \Delta S = 0) = V_{cb}V_{cd}^*T, \quad A(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{MP}, \Delta S = -1) = V_{cb}V_{cs}^*T, \quad (2-49)$$

和

$$\frac{\Gamma(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{MP}, \Delta S = 0)}{\Gamma(\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{MP}, \Delta S = -1)} = \frac{|V_{cd}|^2}{|V_{cs}|^2} \approx 4.5\%. \quad (2-50)$$

当发现更多的五夸克态以及有更多数据可用时，上述关系式可以被检验。为了研究卡比博压低的衰变模式，需要额外 20 倍的数据。

对于 b -重子衰变为十重态五夸克态，让我们集中于经历可见弱衰变的 b -重子上，即 Λ_b^0 , Ξ_b^0 , Ξ_b^- 和 Ω_b^- 衰变。完整的列表在附录 (A.2) 中给出。 b -重子 Λ_b^0 , Ξ_b^0 和 Ξ_b^- 属于反三重态 \mathcal{B} 。展开等式 (2-45) 中的第一个方程，对于 $\Delta S = 0$ 的振幅我们有

$$\begin{aligned} \Lambda_b^0 : & \quad a_{t10}(\pi^+\Delta_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}}K^+\Sigma_{10}^- + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi^0\Delta_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\pi^-\Delta_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{6}}K^0\Sigma_{10}^0) \\ \Xi_b^0 : & \quad a_{t10}(\frac{1}{2\sqrt{3}}\pi^0\Sigma_{10}^0 + \frac{1}{2}\eta_8\Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi^+\Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}}K^+\Xi_{10}^- - \frac{1}{\sqrt{3}}K^-\Delta_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{K}^0\Delta_{10}^0), \\ \Xi_b^- : & \quad a_{t10}(\frac{1}{\sqrt{6}}\pi^-\Sigma_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{6}}\pi^0\Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_8\Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}}K^0\Xi_{10}^- - \frac{1}{\sqrt{3}}K^-\Delta_{10}^0 - \bar{K}^0\Delta_{10}^-), \end{aligned} \quad (2-51)$$

对于 $\Delta S = -1$ 的振幅，我们有

$$\begin{aligned} \Lambda_b^0 : & \quad a_{t10}(\frac{1}{\sqrt{3}}\pi^0\Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi^+\Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}}K^+\Xi_{10}^- - \frac{1}{\sqrt{3}}\pi^-\Sigma_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{3}}K^0\Xi_{10}^0), \\ \Xi_b^0 : & \quad a_{t10}(\frac{1}{\sqrt{6}}\pi^0\Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_8\Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi^+\Xi_{10}^- + K^+\Omega_{10}^- - \frac{1}{\sqrt{3}}K^-\Sigma_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{6}}\bar{K}^0\Sigma_{10}^0), \\ \Xi_b^- : & \quad a_{t10}(\frac{1}{\sqrt{3}}\pi^-\Xi_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{6}}\pi^0\Xi_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_8\Xi_{10}^- + K^0\Omega_{10}^- - \frac{1}{\sqrt{6}}K^-\Sigma_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{K}^0\Sigma_{10}^-). \end{aligned} \quad (2-52)$$

由于只有一个未知的不变振幅 a_{t10} ，所有 $\Delta S = -1$ 的衰变都是相互关联的。这也适用于 $\Delta S = 0$ 的衰变。 $\Delta S = -1$ 和 $\Delta S = 0$ 的衰变之间也存在关系。例如，将 $\Lambda_b^0 \rightarrow \mathcal{P} + \mathcal{M}$ 的衰变宽度用 $\Gamma_{\mathcal{PM}}^{\Lambda_b^0}$ 来表示，我们有

$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi^+\Delta_{10}^-}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{K^+\Sigma_{10}^-}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{\pi^0\Delta_{10}^0}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{\pi^-\Delta_{10}^+}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{K^0\Sigma_{10}^0}^{\Lambda_b^0} &= 1 : \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}, \\ \Gamma_{\pi^0\Sigma_{10}^0}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{\pi^+\Sigma_{10}^-}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{K^+\Xi_{10}^-}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{\pi^-\Sigma_{10}^+}^{\Lambda_b^0} : \Gamma_{K^0\Xi_{10}^0}^{\Lambda_b^0} &= \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}, \end{aligned} \quad (2-53)$$

以及

$$\frac{\Gamma_{K^+\Sigma_{10}^-}^{\Lambda_b^0}}{\Gamma_{\pi^+\Sigma_{10}^-}^{\Lambda_b^0}} = \frac{|V_{cd}|^2}{|V_{cs}|^2}. \quad (2-54)$$

对于 Ξ_{10}^0 衰变，我们可以得到类似的结果。

利用来自 LHCb 的更多数据，可以检验这些关系并为五夸克态的双夸克模型提供重要信息。

b-重子 Ω_b^- 是六重态 C 的成员。展开等式 (2-45) 中的第二个方程，我们得到对于 $\Delta S = 0$ 的衰变的振幅

$$\begin{aligned} \Omega_b^- : \quad & a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} K^- \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^- - \frac{\sqrt{2}}{3} \eta_8 \Xi_{10}^0 \right) \\ & + b_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \pi^- \Xi_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Xi_{10}^- + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Xi_{10}^- + K^0 \Omega_{10}^- \right), \end{aligned} \quad (2-55)$$

以及对于 $\Delta S = -1$ 的衰变的振幅

$$\Omega_b^- : \quad (a_{s10} + b_{s10}) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} K^- \Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Xi_{10}^- - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \eta_8 \Omega_{10}^- \right). \quad (2-56)$$

由于有两个不变振幅， a_s 和 b_s ，对于 $\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = -1$ 衰变模式，振幅之间没有简单的关系，但在每一个衰变模式内，都有简单而直接且可以被检验的关系。我们有

$$\begin{aligned} \Gamma_{K^- \Sigma_{10}^0}^{\Omega_b^-} : \Gamma_{\bar{K}^0 \Sigma_{10}^-}^{\Omega_b^-} &= \frac{1}{6} : \frac{1}{3}, \\ \Gamma_{\pi^- \Xi_{10}^0}^{\Omega_b^-} : \Gamma_{\pi^0 \Xi_{10}^-}^{\Omega_b^-} : \Gamma_{K^0 \Omega_{10}^-}^{\Omega_b^-} &= \frac{1}{3} : \frac{1}{6} : 1, \\ \Gamma_{K^- \Xi_{10}^0}^{\Omega_b^-} : \Gamma_{\bar{K}^0 \Xi_{10}^-}^{\Omega_b^-} &= \frac{1}{3} : \frac{1}{3}. \end{aligned} \quad (2-57)$$

2.3 本章小结

总之，在本章中，首先我们研究了在 LHCb 实验上发现的 b-重子的无粲两体衰变过程，提出 U 旋相关的衰变道对应的 CP 破坏不对称性之间存在的比例关系，可用于检验引起 CP 破坏的 CKM 矩阵以及味道 $SU(3)$ 对称性，以作为对 b-介子无粲两体衰变研究的补充。未来 LHCb 等实验的数据可以对这些关系进行最终的检验。另外，我们研究了双夸克模型的一些特性，用于解释在 LHCb 中发现的 $3/2^-$ 和 $5/2^+$ 五夸克态。在双夸克模型中，这两个五夸克态是在味道 $SU(3)$ 群中的八重态里。还有一个额外的十重态五夸克态和一个单态五夸克态。找到这些多

重态中的五夸克态可以为该模型提供关键证据。 b -重子到轻介子和五夸克态的弱衰变可以有卡比博允许和卡比博压低的衰变道。我们发现在 $SU(3)$ 极限下, 对于 U 旋相关的衰变模式, 卡比博压低和卡比博允许的衰变道对应的衰变率之间的比值由 $|V_{cd}|^2/|V_{cs}|^2$ 给出。对于 b -重子弱衰变, 还有其他可检验的关系。这些关系可以用作对五夸克态的双夸克模型的检验。

我们强调, 未来实验对 b -重子以上衰变模式的精确测量可以有效地检验我们所得到的关系式, 实验测量在考虑味道 $SU(3)$ 破坏效应后与标准模型的预言的显著偏离将预示着新物理的存在。

参考文献

- [1] Olive K A, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin. Phys., 2014, C38: 090001.
- [2] Cabibbo N. Unitary Symmetry and Leptonic Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 531-533.
- [3] Kobayashi M, Maskawa T. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction[J]. Prog. Theor. Phys., 1973, 49: 652-657.
- [4] Aaltonen T, et al. Observation of New Charmless Decays of Bottom Hadrons[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 103: 031801.
- [5] Aaltonen T A, et al. Measurements of Direct CP -Violating Asymmetries in Charmless Decays of Bottom Baryons[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113(24): 242001.
- [6] Lu C D, Wang Y M, Zou H, et al. Anatomy of the pQCD Approach to the Baryonic Decays $\Lambda_b \rightarrow p \pi, p K$ [J]. Phys. Rev., 2009, D80: 034011.
- [7] Hsiao Y K, Geng C Q. Direct CP violation in Λ_b decays[J]. Phys. Rev., 2015, D91(11): 116007.
- [8] Gronau M, Rosner J L. Flavor SU(3) and Λ_b decays[J]. Phys. Rev., 2014, D89(3): 037501.
- [9] He X G, Li G N. Predictive CP violating relations for charmless two-body decays of beauty baryons $\Xi_b^{-,0}$ and Λ_b^0 with flavor SU(3) symmetry[J]. Phys. Lett., 2015, B750: 82-88.
- [10] Zeppenfeld D. SU(3) Relations for B Meson Decays[J]. Z. Phys., 1981, C8: 77.
- [11] Savage M J, Wise M B. SU(3) Predictions for Nonleptonic B Meson Decays[J]. Phys. Rev., 1989, D39: 3346.
- [12] Deshpande N G, He X G. CP asymmetry relations between anti-b0 $\rightarrow \pi \pi$ and anti-b0 $\rightarrow \pi K$ rates[J]. Phys. Rev. Lett., 1995, 75: 1703-1706.
- [13] He X G. SU(3) analysis of annihilation contributions and CP violating relations in B $\rightarrow P P$ decays[J]. Eur. Phys. J., 1999, C9: 443-448.
- [14] Fleischer R. New strategies to extract Beta and gamma from B(d) $\rightarrow \pi^+ \pi^-$ and B(S) $\rightarrow K^+ K^-$ [J]. Phys. Lett., 1999, B459: 306-320.
- [15] Gronau M. U spin symmetry in charmless B decays[J]. Phys. Lett., 2000, B492: 297-302.

- [16] Deshpande N G, He X G, Shi J Q. SU(3) flavor symmetry and CP violating rate differences for charmless $B \rightarrow P V$ decays[J]. Phys. Rev., 2000, D62: 034018.
- [17] Gronau M, Rosner J L. The Role of $B_s \rightarrow K\pi$ in determining the weak phase γ [J]. Phys. Lett., 2000, B482: 71-76.
- [18] Dariescu M A, Deshpande N G, He X G, et al. CP violating rate difference relations for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ in broken SU(3)[J]. Phys. Lett., 2003, B557: 60-68.
- [19] Beneke M. Estimate of SU(3) flavor symmetry breaking in anti-B(s) $\rightarrow K^+ K^-$ versus anti-B(d) $\rightarrow \pi^+ \pi^-$ decay[J]. EConf, 2003, C0304052: FO001.
- [20] Ali A, Kramer G, Li Y, et al. Charmless non-leptonic B_s decays to PP , PV and VV final states in the pQCD approach[J]. Phys. Rev., 2007, D76: 074018.
- [21] He X G, Li S F, Lin H H. CP Violation in $B_s^0 \rightarrow K^- \pi^+$, $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ Decays and Tests for SU(3) Flavor Symmetry Predictions[J]. JHEP, 2013, 08: 065.
- [22] Gronau M. U-spin breaking in CP asymmetries in B decays[J]. Phys. Lett., 2013, B727: 136-140.
- [23] Aaij R, et al. First observation of CP violation in the decays of B_s^0 mesons[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110(22): 221601.
- [24] Donoghue J F, Pakvasa S. Signals of CP Nonconservation in Hyperon Decay[J]. Phys. Rev. Lett., 1985, 55: 162.
- [25] Donoghue J F, He X G, Pakvasa S. Hyperon Decays and CP Nonconservation[J]. Phys. Rev., 1986, D34: 833.
- [26] Donoghue J F, Holstein B R, Valencia G. Survey of Present and Future Tests of CP Violation[J]. Int. J. Mod. Phys., 1987, A2: 319.
- [27] Roberts W, Pervin M. Heavy baryons in a quark model[J]. Int. J. Mod. Phys., 2008, A23: 2817-2860.
- [28] Aaij R, et al. Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ Decays[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115: 072001.
- [29] Karliner M, Rosner J L. New Exotic Meson and Baryon Resonances from Doubly-Heavy Hadronic Molecules[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(12): 122001.
- [30] Chen R, Liu X, Li X Q, et al. Identifying exotic hidden-charm pentaquarks[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(13): 132002.

- [31] Chen H X, Chen W, Liu X, et al. Towards exotic hidden-charm pentaquarks in QCD[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(17): 172001.
- [32] Roca L, Nieves J, Oset E. LHCb pentaquark as a $\bar{D}^*\Sigma_c - \bar{D}^*\Sigma_c^*$ molecular state[J]. Phys. Rev., 2015, D92(9): 094003.
- [33] Feijoo A, Magas V K, Ramos A, et al. $\Lambda_b \rightarrow J/\psi K \Xi$ decay and the higher order chiral terms of the meson baryon interaction[J]. Phys. Rev., 2015, D92(7): 076015.
- [34] Mironov A, Morozov A. Is the pentaquark doublet a hadronic molecule?[J]. JETP Lett., 2015, 102(5): 271-273.
- [35] Guo F K, Meißner U G, Wang W, et al. How to reveal the exotic nature of the $P_c(4450)$ [J]. Phys. Rev., 2015, D92(7): 071502.
- [36] Maiani L, Polosa A D, Riquer V. The New Pentaquarks in the Diquark Model[J]. Phys. Lett., 2015, B749: 289-291.
- [37] He J. $\bar{D}\Sigma_c^*$ and $\bar{D}^*\Sigma_c$ interactions and the LHCb hidden-charmed pentaquarks[J]. Phys. Lett., 2016, B753: 547-551.
- [38] Liu X H, Wang Q, Zhao Q. Understanding the newly observed heavy pentaquark candidates[J]. Phys. Lett., 2016, B757: 231-236.
- [39] Lebed R F. The Pentaquark Candidates in the Dynamical Diquark Picture[J]. Phys. Lett., 2015, B749: 454-457.
- [40] Mikhasenko M. A triangle singularity and the LHCb pentaquarks[J]., 2015.
- [41] Meißner U G, Oller J A. Testing the $\chi_{c1} p$ composite nature of the $P_c(4450)$ [J]. Phys. Lett., 2015, B751: 59-62.
- [42] Anisovich V V, Matveev M A, Nyiri J, et al. Pentaquarks and resonances in the pJ/ψ spectrum[J]., 2015.
- [43] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev. Mod. Phys., 1996, 68: 1125-1144.
- [44] He M, He X G, Li G N. CP-Violating Polarization Asymmetry in Charmless Two-Body Decays of Beauty Baryons[J]. Phys. Rev., 2015, D92(3): 036010.

第三章 最小味破坏假设下的味道破坏希格斯耦合

在本章中我们将详细讨论希格斯粒子介导的 FCNC 新物理相互作用。我们采用有效场论 (EFT) 的方法, 其中希格斯 FCNC 相互作用由量纲为六的算子描述^[1]。在这种方法中, 一些 FCNC 耦合受到来自味物理的严格限制。为了自然地获得这种小耦合, 我们专注于最小味道破坏 (MFV)^[2-4] 假设。在推导出希格斯 FCNC 耦合的直接和间接限制后, 我们将详细讨论在各种过程中搜索这些 FCNC 相互作用的前景。

本章第一节, 我们简要概述了在一般情况下和 MFV 假设下的 EFT 中的树图阶希格斯 FCNC 耦合。第二节, 我们讨论了它们对各种味物理过程的影响。第三节, 我们提供了详细的数值结果和讨论。我们的结论在第四节中给出。

3.1 希格斯的味道改变中性流耦合

希格斯 FCNC Yukawa 耦合出现在许多标准模型的扩展中, 例如多希格斯双重态模型。在这项工作中, 我们不会对这些 FCNC 耦合进行详细的模型研究, 而是采用 EFT 方法使用已知数据来获得对它们模型独立的约束。我们将在下面提供用于分析 EFT 方法中的希格斯 FCNC 耦合和 MFV 假设中特殊形式的框架。

3.1.1 一般情况下的希格斯的味道改变中性流耦合

在标准模型中, 希格斯粒子与夸克的 Yukawa 相互作用由以下拉格朗日用相互作用基来描述,

$$-\mathcal{L}_Y = \bar{Q}_L H Y_d d_R + \bar{Q}_L \tilde{H} Y_u u_R + \text{h.c.}, \quad (3-1)$$

其中 Q_L 表示左手夸克双重态, d_R 表示右手下型夸克, u_R 表示右手上型夸克, H 表示希格斯双重态, 以及 $\tilde{H} \equiv i\sigma_2 H^*$ 。Yukawa 耦合矩阵 $Y_{u,d}$ 是味道空间中的 3×3 复矩阵。

在标准模型中, 希格斯双重态产生非零真空期望值 $\langle H \rangle = v/\sqrt{2}$, 它将电弱对称性破缺到 $U(1)_{\text{em}}$, 带电希格斯场 H^\pm 和中性希格斯场的虚部分别被 W^\pm 和 Z 玻色子“吃掉”并留下中性的物理希格斯场 h 。在夸克质量本征态基矢上, 上面的拉格朗日量给出了一种味道守恒的形式为 $m_f \bar{f} f (1 + h/v)$ 的希格斯-费米子耦合。

当考虑超出标准模型时, 上述简单的味道守恒耦合将会被修改。考虑 EFT 方法中的超出标准模型效应, 这些希格斯 Yukawa 相互作用可以在树图阶受到量纲为六的算符的影响。写下这些算符有几种不同的基矢可供选择。我们将使用 Warsaw 基矢^[5] 进行研究。其中只有三个算符在最低阶与我们的分析相关。他们是

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_{dH} &= (H^\dagger H)(\bar{Q}_L H C_{dH} d_R), \\ \mathcal{O}_{uH} &= (H^\dagger H)(\bar{Q}_L \tilde{H} C_{uH} u_R), \\ \mathcal{O}_{\ell H} &= (H^\dagger H)(\bar{L}_L H C_{\ell H} e_R),\end{aligned}\tag{3-2}$$

其中双重态、单态 Q_L , u_R , d_R 和耦合 $C_{uH, dH, \ell H}$ 是在味道空间中, 并且它们的味道指标被省略了。另外众所周知的是, 这些算符可以出现在许多超出标准模型情形中, 例如额外维^[6, 7]、复合希格斯^[8, 9]、带有矢量型夸克的模型^[10]、双希格斯两重态模型^[11, 12] 以及其他扩展的希格斯模型^[13]。在真正的 EFT 方法中, 低能味道转化的分析, 例如 $B_s - \bar{B}_s$ 混合, 不仅应该包括等式 (3-2) 中列出的运算符, 还应该包括其他可以在树图阶影响这些味道转化的量纲为六的算符。在 Warsaw 基矢下, 这些额外的算符包括四费米子算符, 如 $(\bar{Q}_L \gamma_\mu Q_L)(\bar{Q}_L \gamma^\mu Q_L)$, 偶极算符, 如 $(\bar{Q}_L \sigma^{\mu\nu} d_R) H B_{\mu\nu}$, 以及包含 $(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)$ 的算符, 例如 $(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H)(\bar{Q}_L \gamma^\mu Q_L)$ 。值得注意的是, 所有这些算符在树图阶对希格斯 FCNC Yukawa 耦合都不会有贡献。因此, 在本文中, 我们不考虑这些算符, 并且它们对低能 FCNC 过程的影响与希格斯 FCNC Yukawa 耦合的贡献相比可以忽略不计。我们在 3.3 节中的数值结果仅在此假设下有效。我们参考^[14] 和^[15, 16] 分别对 B 介子 FCNC 过程和 $\mu \rightarrow e$ 转化过程进行一般的 EFT 分析。

超出标准模型对低能味道转化的贡献由等式 3-2 中修改的希格斯 Yukawa 耦合的影响主导的假设, 在 EFT 分析中具有局限性。例如, 在 II 型 2HDM 中, 树图阶匹配给出有效拉格朗日量 $\Delta\mathcal{L}_{\text{eff}} = (1/\Lambda^2)[2Z_6(\eta_f/\tan\beta)H^\dagger H \bar{f}_R Y_f f_L H + (\eta_f/\tan\beta)^2(\bar{f}_L Y_f f_R)(\bar{f}_L Y_f f_R)]$ 。这里, Z_6 是标量势中 $|H_1|^2(H_1^\dagger H_2)$ 项的系数, Λ 表示 m_A , m_{H^\pm} 和 m_{H^0} , $\eta_u = 1$ 和 $\eta_d = -\tan^2\beta$ 的质量标度^[11]。因此, 在包含四个下型费米子的过程中, 例如 $\bar{s}s\bar{d}d$, 修改的 Yukawa 耦合效应主导四费米子算符效应的条件是 $Z_6 v^2/m_h^2 \gg \tan\beta$, 这需要大的 Z_6 或小的 $\tan\beta$ 。然而, 这些参数空间被电弱精确测量以及当前 LHC 上的希格斯数据和味物理的综合约束所排除。复合希格斯模型中的情况有所不同。在参考文献^[17] 中的复合希格斯情形中, Naive Dimension Analysis 给出, 希格斯、 Z 玻色子和重矢量粒子交换中的低能 $\Delta F = 2$ 的 FCNC 四费米子算符的 Wilson 系数有 power counting $C_{\text{Higgs}} : C_Z : C_{\text{HV}} \sim (y_*^2/m_h^2)(y_*^2 v^2/\Lambda^2)^2 : (g_*^2/m_Z^2)(g_*^2 v^2/\Lambda^2)^2 : (g_*^2/\Lambda^2)$ 。这里 y_* 和

g_* 分别表示复合希格斯与其他强态的典型耦合以及强子的重共振态的典型耦合。在参数区域 $y_*^6(v^4/m_h^2\Lambda^2) \gg g_*^2$ 中, 来自希格斯交换的贡献占主导地位。

在对称性破缺 $H^\dagger H \rightarrow 1/2v^2$ 之后, 上面的算符可以对维数为四的 \mathcal{L}_{SM} 中的费米子质量项有贡献。 h 与费米子的 Yukawa 耦合由下式给出

$$\mathcal{L}_Y^f = -\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{f}_L\bar{Y}_f f_R v - \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{f}_L\left(\bar{Y}_f - \frac{v^2}{\Lambda^2}C_{fH}\right)f_R h + \text{h.c.}, \quad (3-3)$$

有定义

$$\bar{Y}_f = Y_f - \frac{1}{2}\frac{v^2}{\Lambda^2}C_{fH}, \quad (3-4)$$

其中 Λ 表示某个新物理能量标度。

在质量本征态中, \bar{Y}_f 变为对角化的, 但希格斯 Yukawa 相互作用 $(1/\sqrt{2})(\bar{Y}_f - (v^2/\Lambda^2)C_{fH})$ 通常不是对角化的^[18] 并会诱导 FCNC 相互作用。我们把它们写成

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{f}(Y_L P_L + Y_R P_R)fh, \quad (3-5)$$

其中 f 表示 (u, c, t) , (d, s, b) 或 (e, μ, τ) 。 Y_L 和 Y_R 是 3×3 味道空间中的复矩阵, 并通过关系 $Y_L = Y_R^\dagger$ 相互关联。在标准模型中, $Y_R^u = Y_f$ 被对角化, 且有对角线元素 $\lambda_u^i = \sqrt{2}m_i/v$ 和真空期望值 $v = 246 \text{ GeV}$ 。现在 \bar{Y}_u 扮演 Y_u 的角色。 d 和 ℓ 的情况类似。在这里, 我们使用了量纲为六的算符来展示如何参数化希格斯玻色子与费米子耦合的一般形式。这应该适用于更一般的情况。

在文献中, 希格斯 Yukawa 相互作用的以下基矢也被广泛使用

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{f}(Y + i\gamma_5\bar{Y})fh. \quad (3-6)$$

在这里, Y 和 \bar{Y} 是 3×3 的厄密矩阵。这个形式与等式 (3-5) 通过 $Y_{R,L} = Y \pm i\bar{Y}$ 关联起来。值得注意的是, 实数的 $Y_{L,R}^{ij}$ 并不意味着实数的 Y_{ij} 或 \bar{Y}_{ij} , 反之亦然。

3.1.2 最小味道破坏假设下的希格斯的味道改变中性流耦合

在标准模型中, 等式 (3-1) 中 Yukawa 相互作用违反了全局味对称性

$$G_{\text{QF}} = SU(3)_{Q_L} \otimes SU(3)_{u_R} \otimes SU(3)_{d_R}. \quad (3-7)$$

这种味对称性可以通过在形式上将 Yukawa 矩阵写成辅助场来恢复, 这些场有如下变换性质

$$Y_u \sim (3, \bar{3}, 1) \quad \text{和} \quad Y_d \sim (3, 1, \bar{3}). \quad (3-8)$$

然后, 两个在 $SU(3)_{Q_L} \otimes SU(3)_{u_R} \otimes SU(3)_{d_R}$ 群中按照 $(1+8, 1, 1)$ 变换的基本构建辅助场 $\mathbf{A} \equiv Y_u Y_u^\dagger$ 和 $\mathbf{B} \equiv Y_d Y_d^\dagger$, 对于 FCNC Yukawa 耦合的参数化非常重要。

等式 (3-3) 中的系数 $C_{uH,dH}$ 通常独立于树图阶定义的 Yukawa 耦合 $Y_{u,d}$ 。为了让我们以后的分析有更明确的框架, 我们将在 MFV 假设下进行研究。这个假设意味着^[4], 所有 CP 和味道破坏来源都来自 $Y_{u,d}$, 以及有效拉格朗日量在味对称群 G_{QF} 下是不变的。因此, $C_{uH,dH}$ 可以由以下形式给出, 以便在 G_{QF} 群下具有正确的变换性质,

$$C_{dH} = f_d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) Y_d \quad \text{和} \quad C_{uH} = f_u(\mathbf{A}, \mathbf{B}) Y_u. \quad (3-9)$$

函数 $f_{u,d}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 可以展开成无穷形式 $f_{u,d}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \equiv \xi_{ijk\dots}^{u,d} \mathbf{A}^i \mathbf{B}^j \mathbf{A}^k \dots$, 其中 $\xi_{ijk\dots}^{u,d}$ 是实的, 因为除了已经包含在 $Y_{u,d}$ 中的 CP 破坏源, 不应该引入新的 CP 破坏来源。使用 Cayley-Hamilton 定理, 一般地 $f(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 可以重求和为 17 项^[19, 20],

$$\begin{aligned} f(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = & \kappa_1 \mathbf{1} + \kappa_2 \mathbf{A} + \kappa_5 \mathbf{B}^2 + \kappa_6 \mathbf{A} \mathbf{B} + \kappa_8 \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{A} + \kappa_{11} \mathbf{A} \mathbf{B}^2 + \kappa_{13} \mathbf{A}^2 \mathbf{B}^2 \\ & + \kappa_{15} \mathbf{B}^2 \mathbf{A} \mathbf{B} + \kappa_{16} \mathbf{A} \mathbf{B}^2 \mathbf{A}^2 + \kappa_3 \mathbf{B} + \kappa_4 \mathbf{A}^2 + \kappa_7 \mathbf{B} \mathbf{A} \\ & + \kappa_{10} \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{B} + \kappa_9 \mathbf{B} \mathbf{A}^2 + \kappa_{14} \mathbf{B}^2 \mathbf{A}^2 + \kappa_{12} \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{A}^2 + \kappa_{17} \mathbf{B}^2 \mathbf{A}^2 \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (3-10)$$

由于重求和, 系数 κ_i 可以从 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的组合中获得一些贡献, 并且通常变成复数。但是, 容易发现 $\text{Im} \kappa_i \propto |\text{Tr}(\mathbf{A}^2 \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{B}^2)| \ll 1$, 因此在我们的数值分析中这些微小的虚部可以被忽略^[19-23]。由于辅助场 \mathbf{B} 受到小的下型夸克 Yukawa 耦合的强烈压低, 因此包含 \mathbf{B} 的项被忽略了, 我们得到^[24]

$$f_u(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \approx \epsilon_0^u \mathbf{1} + \epsilon_1^u \mathbf{A} + \epsilon_2^u \mathbf{A}^2 \quad f_d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \approx \epsilon_0^d \mathbf{1} + \epsilon_1^d \mathbf{A} + \epsilon_2^d \mathbf{A}^2. \quad (3-11)$$

系数 $\epsilon_{0,1,2}^u$ 和 $\epsilon_{0,1,2}^d$ 是自由复参数, 但它们的虚部可忽略不计^[19-23]。

对于下型夸克, 在电弱对称破缺后, 包含量纲为六的算符 \mathcal{O}_{dH} 的 Yukawa 相互作用写作

$$\mathcal{L}_Y^d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L \bar{Y}_d d_R v - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L \left(\bar{Y}_d - \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{dH} \right) d_R h + \text{h.c.} \quad (3-12)$$

定义

$$\bar{Y}_f = Y_f - \frac{1}{2} \frac{v^2}{\Lambda^2} C_{fH}. \quad (3-13)$$

使用等式 (3-9) 中的 MFV 假设和等式 (3-11) 中的近似

$$C_{dH} = [\epsilon_0^d \mathbf{1} + \epsilon_1^d Y_u Y_u^\dagger + \epsilon_2^d (Y_u Y_u^\dagger)^2] Y_d. \quad (3-14)$$

和等式 (3-13) 的定义

$$C_{dH} = [\epsilon_0^d \mathbf{1} + \epsilon_1^d \bar{Y}_u \bar{Y}_u^\dagger + \epsilon_2^d (\bar{Y}_u \bar{Y}_u^\dagger)^2] \bar{Y}_d + \mathcal{O}(v^2/\Lambda^2). \quad (3-15)$$

最后，我们获得了下型夸克在质量本征态中的 Yukawa 相互作用

$$\mathcal{L}_Y^d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L [(1 - \hat{\epsilon}_0^d) \lambda_d - \hat{\epsilon}_1^d V^\dagger \lambda_u^2 V \lambda_d - \hat{\epsilon}_2^d V^\dagger \lambda_u^4 V \lambda_d] d_R h + \text{h.c.}, \quad (3-16)$$

定义 $\hat{\epsilon}_i^d = (v^2/\Lambda^2) \epsilon_i^d$ 。由于对角矩阵 λ_u 中的大的等级差， $\hat{\epsilon}_1^d$ 和 $\hat{\epsilon}_2^d$ 项具有几乎相同的结构。因此，我们将在数值分析中使用以下近似值

$$\mathcal{L}_Y^d = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L [(1 - \hat{\epsilon}_0^d) \lambda_d - \hat{\epsilon}_1^d V^\dagger \lambda_u^2 V \lambda_d] d_R h + \text{h.c.}, \quad (3-17)$$

这相当于重新定义 $(\hat{\epsilon}_1^d + \lambda_t^2 \hat{\epsilon}_2^d) \rightarrow \hat{\epsilon}_1^d$ 。我们已经检查过由此近似引起的数值差异可以忽略不计。

类似地，我们得到了在 MFV 假设下上型夸克的 Yukawa 相互作用

$$\mathcal{L}_Y^u = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L [(1 - \hat{\epsilon}_0^u) \lambda_u - \hat{\epsilon}_1^u \lambda_u^3 - \hat{\epsilon}_2^u \lambda_u^5] u_R h + \text{h.c.}, \quad (3-18)$$

定义 $\hat{\epsilon}_i^u = (v^2/\Lambda^2) \epsilon_i^u$ 。由于对角矩阵 λ_u 中的大的等级差以及 $\lambda_t \approx 1$ ，我们取近似 $\hat{\epsilon}_0^u \lambda_u + \hat{\epsilon}_1^u \lambda_u^3 + \hat{\epsilon}_2^u \lambda_u^5 \approx (\hat{\epsilon}_0^u + \hat{\epsilon}_1^u + \hat{\epsilon}_2^u) \lambda_u$ 。最后，在重新定义 $(\hat{\epsilon}_0^u + \hat{\epsilon}_1^u + \hat{\epsilon}_2^u) \rightarrow \hat{\epsilon}_0^u$ 之后，我们得到如下上型夸克的拉格朗日量

$$\mathcal{L}_Y^u = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L (1 - \hat{\epsilon}_0^u) \lambda_u u_R h + \text{h.c.}. \quad (3-19)$$

我们已经检查过由此近似引起的数值差异可以忽略不计。在 MFV 假设中，上型夸克的 FCNC 小到可以忽略不计。

对于轻子，MFV 的定义取决于中微子获得质量的潜在机制，并且不是唯一的^[25-28]。在这里，我们采用参考文献^[24]中的方法，该方法基于 I 型跷跷板机制。然后，类似于夸克中的基本构建辅助场 \mathbf{A} ，轻子情况的辅助场在质量本征态中写成

$$\mathbf{A}_\ell = \frac{2\mathcal{M}}{v^2} U \hat{m}_\nu^{1/2} O O^\dagger \hat{m}_\nu^{1/2} U^\dagger, \quad (3-20)$$

其中 U 表示 Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata(PMNS) 矩阵, \hat{m}_ν 是中微子质量对角矩阵 $\text{diag}(m_1, m_2, m_3)$ 以及 \mathcal{M} 是右手中微子质量。矩阵 O 通常是复正交的, 满足 $OO^T = \mathbf{1}$ ^[29]。然后, 在忽略了小的 \mathbf{B}_ℓ 项之后, 带电轻子的 Yukawa 相互作用写作

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{\ell}_L [(1 - \hat{\epsilon}_0^\ell)\lambda_\ell - \hat{\epsilon}_1^\ell \mathbf{A}_\ell \lambda_\ell - \hat{\epsilon}_2^\ell \mathbf{A}_\ell^2 \lambda_\ell] \ell_R h, \quad (3-21)$$

有定义 $\hat{\epsilon}_i^\ell = (v^2/\Lambda^2)\epsilon_i^\ell$ 。

总之, MFV 框架中的 Yukawa 耦合可以在等式 (3-5) 的基础上写出

$$\begin{aligned} Y_R^d &= (1 - \hat{\epsilon}_0^d)\lambda_d - \hat{\epsilon}_1^d V^\dagger \lambda_u^2 V \lambda_d, \\ Y_R^u &= (1 - \hat{\epsilon}_0^u)\lambda_u, \\ Y_R^\ell &= (1 - \hat{\epsilon}_0^\ell)\lambda_\ell - \hat{\epsilon}_1^\ell \mathbf{A}_\ell \lambda_\ell - \hat{\epsilon}_2^\ell \mathbf{A}_\ell^2 \lambda_\ell. \end{aligned} \quad (3-22)$$

在 MFV 框架中, 所有上述 Yukawa 矩阵都是厄密的。

3.2 希格斯的味道改变中性流耦合的相关反应过程

在本节中, 我们将考虑能够限制希格斯与费米子 FCNC 耦合的过程。我们发现最相关的过程是 $B_s - \bar{B}_s$, $B_d - \bar{B}_d$ 和 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合, $B_{s,d} \rightarrow \ell_1 \ell_2$ 衰变, 轻子衰变 $l_i \rightarrow l_j \gamma$ 和原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化, 以及希格斯在大型强子对撞机中的产生和衰变, 本节将对此进行详细研究。

3.2.1 中性 B 和 K 介子混合

包含希格斯 FCNC 贡献后, $B_s - \bar{B}_s$ 混合的有效哈密顿量可以写成^[30]

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} m_W^2 (V_{tb} V_{ts}^*)^2 \sum_i C_i \mathcal{O}_i + \text{h.c.}, \quad (3-23)$$

与我们的研究相关的算符是

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_1^{\text{VLL}} &= (\bar{s}^\alpha \gamma_\mu P_L b^\alpha) (\bar{s}^\beta \gamma^\mu P_L b^\beta), & \mathcal{O}_1^{\text{SLL}} &= (\bar{s}^\alpha P_L b^\alpha) (\bar{s}^\beta P_L b^\beta), \\ \mathcal{O}_2^{\text{LR}} &= (\bar{s}^\alpha P_L b^\alpha) (\bar{s}^\beta P_R b^\beta), & \mathcal{O}_1^{\text{SRR}} &= (\bar{s}^\alpha P_R b^\alpha) (\bar{s}^\beta P_R b^\beta), \end{aligned} \quad (3-24)$$

α 和 β 是色指标。 V_{ij} 表示 CKM 矩阵的元素。标准模型只对 $\mathcal{O}_1^{\text{VLL}}$ 算符有贡献, 其 Wilson 系数 C_1^{VLL} 可以在参考文献^[31] 中找到。其他算符可以通过树图阶希格斯

FCNC 交换生成，其 Wilson 系数写作^[18]

$$\begin{aligned} C_1^{\text{SLL, NP}} &= -\frac{1}{2}\tilde{\kappa}(Y_L^{sb})^2, & C_2^{\text{LR, NP}} &= -\tilde{\kappa}Y_L^{sb}Y_R^{sb}, \\ C_1^{\text{SRR, NP}} &= -\frac{1}{2}\tilde{\kappa}(Y_R^{sb})^2, & \tilde{\kappa} &= \frac{8\pi^2}{G_F^2} \frac{1}{m_h^2 m_W^2} \frac{1}{(V_{tb}V_{ts}^*)^2}. \end{aligned} \quad (3-25)$$

$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2}$ 对 $B_s - \bar{B}_s$ 混合转变矩阵元素的贡献由^[30] 给出，

$$M_{12}^s = \langle B_s | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2} | \bar{B}_s \rangle = \frac{G_F^2}{16\pi^2} m_W^2 (V_{tb}V_{ts}^*)^2 \sum C_i \langle B_s | \mathcal{O}_i | \bar{B}_s \rangle, \quad (3-26)$$

其中最近的强子矩阵元 $\langle \mathcal{O}_i \rangle$ 的格点计算可以在参考文献^[32, 33] 中找到。然后质量差异和 CP 破坏相位写作

$$\Delta m_s = 2|M_{12}^s|, \quad \text{和} \quad \phi_s = \arg M_{12}^s. \quad (3-27)$$

在复的 Yukawa 耦合的情况下， ϕ_s 可以偏离标准模型的预测，即 $\phi_s = \phi_s^{\text{SM}} + \phi_s^{\text{NP}}$ 。非零 ϕ_s^{NP} 会影响 $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ 衰变中的 CP 破坏^[34]，以及 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 衰变中的 $\mathcal{A}_{\Delta\Gamma}$ ，如等式 (3-36) 所示。在等式 (3-6) 的基矢下，可以看出质量差 Δm_s 仅取决于 Y_{sb}^2 和 \bar{Y}_{sb}^2 ，不依赖于 $Y_{sb}\bar{Y}_{sb}$ 。另外，我们按照参考文献^[30] 进行新物理算符 $\mathcal{O}_1^{\text{SLL}}$ 、 $\mathcal{O}_1^{\text{SRR}}$ 和 $\mathcal{O}_2^{\text{LR}}$ 的重整化群演化。发现包括新物理算符的重整化群效应将新物理贡献提高了大约 2 倍。

3.2.2 $B_s \rightarrow \ell_1\ell_2$ 衰变

在本小节中，我们将 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 衰变作为一个例子来概括 $B_s \rightarrow \ell_1\ell_2$ 过程的理论框架。在希格斯 FCNC 效应中， $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 衰变的有效哈密顿量写作^[31]

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_e}{\pi s_W^2} V_{tb}V_{ts}^* (C_A \mathcal{O}_A + C_S \mathcal{O}_S + C_P \mathcal{O}_P + C'_S \mathcal{O}'_S + C'_P \mathcal{O}'_P) + \text{h.c.}, \quad (3-28)$$

其中 α_e 是精细结构常量， $s_W^2 \equiv \sin^2 \theta_W$ ， θ_W 是弱混合角。算符 $\mathcal{O}_i^{(\prime)}$ 定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_A &= (\bar{q}\gamma_\mu P_L b)(\bar{\mu}\gamma^\mu \gamma_5 \mu), & \mathcal{O}_S &= m_b(\bar{q}P_R b)(\bar{\mu}\mu), & \mathcal{O}_P &= m_b(\bar{q}P_R b)(\bar{\mu}\gamma_5 \mu), \\ \mathcal{O}'_S &= m_b(\bar{q}P_L b)(\bar{\mu}\mu), & \mathcal{O}'_P &= m_b(\bar{q}P_L b)(\bar{\mu}\gamma_5 \mu). \end{aligned} \quad (3-29)$$

在我们使用的框架中，Wilson 系数 C_A 仅包含标准模型的贡献，它直到 NLO QCD 修正的详细表达式可以在参考文献^[35-37] 中找到。最近，NLO EW^[38] 修正和 NNLO QCD^[39] 修正已经完成，数值由^[40] 得到

$$C_A^{\text{SM}}(\mu_b) = -0.4690 \left(\frac{m_t^{\text{P}}}{173.1 \text{ GeV}} \right)^{1.53} \left(\frac{\alpha_s(m_Z)}{0.1184} \right)^{-0.09}, \quad (3-30)$$

其中 m_t^P 表示顶夸克 pole 质量。在标准模型中, Wilson 系数 C_S^{SM} 和 C_P^{SM} 可以由希格斯企鹅图诱导, 但是被强烈压低。他们的表达式可以在参考文献中找到^[41, 42]。作为一个非常好的近似, 我们可以取 $C_S^{\text{SM}} = C_S^{\prime\text{SM}} = C_P^{\text{SM}} = C_P^{\prime\text{SM}} = 0$ 。

利用有效拉格朗日量等式 (3-5) 中希格斯介导的 FCNC 相互作用, 标量和赝标量 Wilson 系数写作

$$\begin{aligned} C_S^{\text{NP}} &= \frac{1}{2}\kappa Y_R^{sb}(Y_R^{\mu\mu} + Y_L^{\mu\mu}), & C_P^{\text{NP}} &= \frac{1}{2}\kappa Y_R^{sb}(Y_R^{\mu\mu} - Y_L^{\mu\mu}), \\ C_S^{\prime\text{NP}} &= \frac{1}{2}\kappa Y_L^{sb}(Y_R^{\mu\mu} + Y_L^{\mu\mu}), & C_P^{\prime\text{NP}} &= \frac{1}{2}\kappa Y_L^{sb}(Y_R^{\mu\mu} - Y_L^{\mu\mu}), \end{aligned} \quad (3-31)$$

共同因子

$$\kappa = \frac{\pi^2}{2G_F^2} \frac{1}{V_{tb}V_{ts}^*} \frac{1}{m_b m_h^2 m_W^2}. \quad (3-32)$$

从有效哈密顿量等式 (3-28), $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 的分支比写作^[41, 42]

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{\tau_{B_s} G_F^4 m_W^4}{8\pi^5} |V_{tb}V_{ts}^*|^2 f_{B_s}^2 m_{B_s} m_\mu^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_s}^2} (|P|^2 + |S|^2)}, \quad (3-33)$$

其中 m_{B_s} 、 τ_{B_s} 和 f_{B_s} 分别表示 B_s 介子的质量、寿命和衰变常数。振幅 P 和 S 定义为

$$\begin{aligned} P &\equiv C_A + \frac{m_{B_s}^2}{2m_\mu} \left(\frac{m_b}{m_b + m_s} \right) (C_P - C_P'), \\ S &\equiv \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_s}^2} \frac{m_{B_s}^2}{2m_\mu} \left(\frac{m_b}{m_b + m_s} \right)} (C_S - C_S'). \end{aligned} \quad (3-34)$$

使用这些表达式和等式 (3-6) 中的基矢, 可以看出 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 的分支比仅取决于 $\bar{Y}_{sb}Y_{\mu\mu}$ 和 $\bar{Y}_{sb}\bar{Y}_{\mu\mu}$ 。

由于 B_s - \bar{B}_s 振荡, $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 过程测量的分支比应该包含时间积分^[43]:

$$\bar{\mathcal{B}}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-) = \left(\frac{1 + \mathcal{A}_{\Delta\Gamma} y_s}{1 - y_s^2} \right) \mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-), \quad (3-35)$$

以及^[44]

$$y_s = \frac{\Gamma_s^L - \Gamma_s^H}{\Gamma_s^L + \Gamma_s^H} = \frac{\Delta\Gamma_s}{2\Gamma_s} \quad \text{和} \quad \mathcal{A}_{\Delta\Gamma} = \frac{|P|^2 \cos(2\varphi_P - \phi_s^{\text{NP}}) - |S|^2 \cos(2\varphi_S - \phi_s^{\text{NP}})}{|P|^2 + |S|^2}, \quad (3-36)$$

这里, Γ_s^L (Γ_s^H) 表示轻 (重) B_s 质量本征态的衰变宽度。 φ_P 和 φ_S 分别是与 P 和 S 相关的相位。 CP 相位 ϕ_s^{NP} 来自 B_s - \bar{B}_s 混合, 并已在等式 (3-27) 中定义。在标准模型中, $\mathcal{A}_{\Delta\Gamma}^{\text{SM}} = 1$ 。

3.2.3 纯轻衰变 $l_i \rightarrow l_j \gamma$

考虑到希格斯 FCNC 相互作用, $l_i \rightarrow l_j \gamma$ 衰变的有效拉格朗日量由^[1] 给出

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = c_L \mathcal{O}_L + c_R \mathcal{O}_R + \text{h.c.}, \quad (3-37)$$

其中算符

$$\mathcal{O}_{L,R} = \frac{e}{8\pi^2} m_i (\bar{l}_j \sigma^{\mu\nu} P_{L,R} l_i) F_{\mu\nu}, \quad (3-38)$$

其中 m_i 表示轻子 l_i 的质量, $F_{\mu\nu}$ 表示光子场强张量。然后, $l_i \rightarrow l_j \gamma$ 的衰变率由^[1] 给出

$$\Gamma(l_i \rightarrow l_j \gamma) = \frac{\alpha_e m_i^5}{64\pi^4} (|c_L|^2 + |c_R|^2). \quad (3-39)$$

Wilson 系数 c_L 和 c_R 受到来自单圈企鹅图的贡献。他们的解析表达式为^[1]

$$c_L^{1\text{-loop}} = \sum_{f=e,\mu,\tau} F(m_i, m_f, m_j, 0, Y), \quad c_R^{1\text{-loop}} = \sum_{f=e,\mu,\tau} F(m_i, m_f, m_j, 0, Y^\dagger), \quad (3-40)$$

其中圈积分函数

$$F(m_i, m_f, m_j, q^2, Y) = \frac{1}{8m_i} \int_0^1 dx dy dz \delta(1-x-y-z) \frac{xzm_j Y_R^{jf} Y_L^{fi} + yzm_i Y_L^{jf} Y_R^{fi} + (x+y)m_f Y_L^{jf} Y_L^{fi}}{zm_h^2 - xzm_j^2 - yzm_i^2 + (x+y)m_f^2 - xyq^2}. \quad (3-41)$$

在双圈阶, Barr-Zee 类型图也有可比的贡献。在这里, 我们使用参考文献^[1] 中的数值结果。

$$c_L^{2\text{-loop}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}m_h^2} \frac{m_\tau}{m_i} Y_L^{ji} (-0.058Y_R^{tt} + 0.11),$$

$$c_R^{2\text{-loop}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}m_h^2} \frac{m_\tau}{m_i} Y_R^{ji} (-0.058Y_L^{tt} + 0.11), \quad (3-42)$$

它们是从完整的双圈解析计算中得到的^[45]。这里, 我们假设 Y_L^{tt} 和 Y_R^{tt} 是实的。

3.2.4 原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化

希格斯 FCNC 相互作用可能会在原子核中诱导 $\mu \rightarrow e$ 的转化。相关的有效拉格朗日量写作^[1]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & c_L \frac{e}{8\pi^2} m_\mu (\bar{e} \sigma^{\mu\nu} P_L \mu) F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \sum_q \left[g_{LS}^q (\bar{e} P_R \mu) (\bar{q} q) + g_{LV}^q (\bar{e} \gamma^\mu P_L \mu) (\bar{q} \gamma_\mu q) \right] \\ & + (L \leftrightarrow R), \end{aligned} \quad (3-43)$$

其中求和包括了所有味道的夸克 $q \in \{u, d, s, c, b, t\}$ 。Wilson 系数 $c_{L,R}$ 与等式 (3-37) 中 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的 Wilson 系数相同。标量算符由树图阶希格斯交换生成，其 Wilson 系数由下式给出

$$g_{LS}^q = -\frac{1}{m_h^2} Y_R^{e\mu} \text{Re}(Y_R^{qq}), \quad g_{RS}^q = -\frac{1}{m_h^2} Y_L^{e\mu} \text{Re}(Y_R^{qq}). \quad (3-44)$$

对于矢量运算符，主要贡献来自单圈企鹅图，相应的 Wilson 系数写作^[1]

$$g_{LV}^q = -\frac{\alpha_e Q_q}{2\pi q^2} \sum_{f=e,\mu,\tau} [G(m_\mu, m_f, m_e, q^2, Y) - G(m_\mu, m_f, m_e, 0, Y)], \quad (3-45)$$

其中圈积分函数

$$\begin{aligned} G(m_i, m_f, m_j, q^2, Y) = & \frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left\{ +Y_R^{jf} Y_L^{fi} \log \Delta - \frac{1}{\Delta} (m_i m_j z^2 Y_L^{jf} Y_R^{fi}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\Delta} [m_f m_j z Y_L^{jf} Y_L^{fi} + m_f m_i z Y_R^{jf} Y_R^{fi} + (q^2 xy + m_f^2) Y_R^{jf} Y_L^{fi}] \right\}, \end{aligned} \quad (3-46)$$

其中 $\Delta \equiv z m_h^2 - x z m_j^2 - y z m_i^2 + (x+y) m_f^2 - x y q^2$ 和 $z \equiv 1 - x - y$ 。在这里， Q_q 是夸克 q 的电荷。 q^2 表示动量交换的平方并取值 $-m_\mu^2$ ，这对应于无限重原子核的极限。耦合 g_{RV}^q 可以从 g_{LV}^q 通过替换 $Y \rightarrow Y^\dagger$ 得到。

使用这些 Wilson 系数，原子核 N 中 $\mu \rightarrow e$ 转化率可以写成^[46]

$$\Gamma(\mu N \rightarrow e N) = \left| -\frac{e}{16\pi^2} c_R D + \tilde{g}_{LS}^{(p)} S^{(p)} + \tilde{g}_{LS}^{(n)} S^{(n)} + \tilde{g}_{LV}^{(p)} V^{(p)} \right|^2 + (L \leftrightarrow R). \quad (3-47)$$

这里， $\tilde{g}_{L/RS,L/RV}^{(n,p)}$ 表示与质子和中子的耦合，可以从夸克级别的耦合得到

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{LS,RS}^{(p)} &= \sum_q g_{LS,RS}^q \frac{m_p}{m_q} f^{(q,p)}, & \tilde{g}_{LV,RV}^{(p)} &= g_{LV,RV}^q / Q_q, \\ \tilde{g}_{LS,RS}^{(n)} &= \sum_q g_{LS,RS}^q \frac{m_n}{m_q} f^{(q,n)}, \end{aligned} \quad (3-48)$$

其中求和包括了所有味道的夸克 $q \in \{u, d, s, c, b, t\}$, 核子矩阵元素 $f^{(q,p)} \equiv \langle p | m_q \bar{q} q | p \rangle / m_p$ 的数值由^[47, 48] 给出

$$\begin{aligned} f^{(u,p)} = f^{(d,n)} = 0.024, \quad f^{(c,p)} = f^{(b,p)} = f^{(t,p)} &= \frac{2}{27} \left(1 - \sum_{q=u,d,s} f^{(q,p)} \right), \\ f^{(d,p)} = f^{(u,n)} = 0.033, \quad f^{(c,n)} = f^{(b,n)} = f^{(t,n)} &= \frac{2}{27} \left(1 - \sum_{q=u,d,s} f^{(q,n)} \right), \\ f^{(s,p)} = f^{(s,n)} = 0.25. \end{aligned} \quad (3-49)$$

系数 D 、 $V^{(p)}$ 、 $S^{(p)}$ 和 $S^{(n)}$ 表示缪子、电子和原子核波函数的重叠积分。对于金和铝原子核, 它们的值为^[46]

$$(D, V^{(p)}, S^{(p)}, S^{(n)}) = \begin{cases} 0.1890, 0.0974, 0.0614, 0.0918, & \text{for Au,} \\ 0.0362, 0.0161, 0.0155, 0.0167, & \text{for Al,} \end{cases} \quad (3-50)$$

其中单位为 $m_\mu^{5/2}$ 。

最后, 我们得到 $\mu \rightarrow e$ 转化的分支比

$$\mathcal{B}(\mu N \rightarrow e N) = \frac{\Gamma(\mu N \rightarrow e N)}{\Gamma_{\text{capt. } N}}, \quad (3-51)$$

其中 $\Gamma_{\text{capt. } N}$ 表示缪子俘获率, 数值上 $\Gamma_{\text{capt. Au}} = 1.307 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ 和 $\Gamma_{\text{capt. Al}} = 7.054 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ^[49]。

3.3 反应过程的数值分析

在本节中, 我们将继续展示我们对希格斯 FCNC 耦合的数值分析, 一般情况的分析和在 MFV 框架中的分析分别在 (3.1.1) 节和 (3.1.2) 节中给出。表 (3-1) 展示了相关的输入参数, 表 (3-2) 总结了标准模型预测和前面各节讨论的各种过程目前的实验数据。

为了约束希格斯 FCNC 耦合, 我们使用与参考文献^[18, 50] 相同的方式实行实验约束; 即, 对于参数空间中的每个点, 如果相应的理论预测和实验数据之间的差异小于 1.96σ (1.65σ), 这里的误差 σ 是通过理论和实验误差的平方和再开方来计算的, 这一点被视为在 95%(90%) 的置信水平上被允许。由于主要的理论不确定性来自强子输入参数, 这些参数对于标准模型和希格斯 FCNC 贡献都是共同的, 因此我们假设相对的理论不确定性在整个参数空间上是恒定的。如在 (3.1.1) 节中所讨论的, 本节中的数值结果仅在对低能味转化的超出标准模型影响由等式(3-2)中列出的有效算符主导的假设下有效。

输入参数	值	单位	参考文献
$\alpha_s^{(5)}(m_Z)$	0.1181 ± 0.0011		[51]
m_t^P	173.1 ± 0.9	GeV	[51]
$ V_{cb} $ (半轻)	$41.00 \pm 0.33 \pm 0.74$	10^{-3}	[52]
$ V_{ub} $ (半轻)	$3.98 \pm 0.08 \pm 0.22$	10^{-3}	[52]
$ V_{us} f_+^{K \rightarrow \pi}(0)$	0.2165 ± 0.0004		[52]
γ	$72.1_{-5.8}^{+5.4}$	[°]	[52]
$f_+^{K \rightarrow \pi}(0)$	$0.9681 \pm 0.0014 \pm 0.0022$		[52]
$\sin^2 \theta_{12}$	$0.307_{-0.012}^{+0.013}$		[53]
$\sin^2 \theta_{23}$	$0.538_{-0.069}^{+0.033} (0.554_{-0.033}^{+0.023})$		[53]
$\sin^2 \theta_{13}$	$0.02206_{-0.00075}^{+0.00075} (0.02227_{-0.00074}^{+0.00074})$		[53]
δ_{CP}	$234_{-31}^{+43} (278_{-29}^{+26})$	[°]	[53]
Δm_{21}^2	$7.40_{-0.20}^{+0.21}$	10^{-5} eV^2	[53]
$\Delta m_{3\ell}^2$	$+2.494_{-0.031}^{+0.033} (-2.465_{-0.031}^{+0.032})$	10^{-3} eV^2	[53]
f_{B_s}	228.4 ± 3.7	MeV	[54]
f_{B_d}	192.0 ± 4.3	MeV	[54]
f_K	155.7 ± 0.7	MeV	[54]
$f_{B_s} \sqrt{\hat{B}_s}$	274 ± 8	MeV	[54]
$f_{B_d} \sqrt{\hat{B}_d}$	225 ± 9	MeV	[54]
\hat{B}_K	0.7625 ± 0.0097		[54]
$1/\Gamma_s^H$	1.609 ± 0.010	ps	[55]
$\Delta\Gamma_s/\Gamma_s$	0.128 ± 0.009		[55]

表 3-1 数值分析中使用的输入参数。中微子振荡参数(括号中的值)对应于轻中微子质量的正序(反序)。

3.3.1 一般情况下的希格斯的味道改变中性流耦合分析

在我们之前的论文^[18]中,已经详细研究了方程式(3-5)中的希格斯轻子味道破坏相互作用。在这里,我们专注于耦合 $Y_{L,R}^{e\mu}$ 和 $Y_{L,R}^{e\tau}$ 。这两个耦合可能分别导致 $h \rightarrow e\mu$ 和 $h \rightarrow e\tau$ 衰变。当前的希格斯数据在 95% 的置信水平上给出以下限制

$$\sqrt{|Y_L^{e\mu}|^2 + |Y_R^{e\mu}|^2} < 7.2 \times 10^{-4}, \quad \sqrt{|Y_L^{e\tau}|^2 + |Y_R^{e\tau}|^2} < 3.0 \times 10^{-3}, \quad (3-52)$$

获得这些限制时,已包括 $Y_{L,R}^{e\mu}$ 和 $Y_{L,R}^{e\tau}$ 对希格斯总衰变宽度的贡献。

FCNC 耦合 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 被 $B_s - \bar{B}_s$ 所约束。在实的 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 情况下,从 Δm_s

可观测量	标准模型预测值	实验测量值	参考文献
$\mathcal{B}(h \rightarrow e\mu)$	-	$< 3.5 \times 10^{-4}$	[56]
$\mathcal{B}(h \rightarrow e\tau)$	-	$< 6.1 \times 10^{-3}$	[57]
$\mathcal{B}(h \rightarrow \mu\tau)$	-	$< 2.5 \times 10^{-3}$	[57]
$\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$	-	$< 4.2 \times 10^{-13}$	[58]
$\mathcal{B}(\tau \rightarrow e\gamma)$	-	$< 3.3 \times 10^{-8}$	[51]
$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$	-	$< 4.4 \times 10^{-8}$	[51]
$\mathcal{B}(\mu \rightarrow eee)$	-	$< 1.0 \times 10^{-12}$	[51]
$\mathcal{B}(\tau \rightarrow eee)$	-	$< 2.7 \times 10^{-8}$	[51]
$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\mu\mu)$	-	$< 2.1 \times 10^{-8}$	[51]
$\mathcal{B}(\mu Au \rightarrow eAu)$	-	$< 7.0 \times 10^{-13}$	[59]
$\overline{\mathcal{B}}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-)[10^{-9}]$	3.43 ± 0.19	3.1 ± 0.7	[55]
$\Delta m_d[\text{ps}^{-1}]$	$0.607_{-0.075}^{+0.075}$	0.5064 ± 0.0019	[55]
$\Delta m_s[\text{ps}^{-1}]$	$19.196_{-1.341}^{+1.377}$	17.757 ± 0.021	[55]
$\phi_s[\text{rad}]$	$-0.042_{-0.003}^{+0.003}$	-0.021 ± 0.031	[55]
$\Delta m_K[10^{-3}\text{ps}^{-1}]$	4.68 ± 1.88	5.293 ± 0.009	[51]
$ \varepsilon_K [10^{-3}]$	$2.33_{-0.29}^{+0.27}$	2.228 ± 0.011	[51]

表 3-2 数值分析中使用的可观测量的标准模型预测值和实验测量值。希格斯轻子味道破坏衰变的上限是对应于置信水平为 95% 的值，而其他轻子味道破坏过程对应于置信水平为 90% 的值。

得到的允许区域展示在图 3-1 中。这里有两个允许的区域。原点附近的一个对应于希格斯 FCNC 效应与标准模型贡献强烈抵消的情况。在另一个区域，希格斯介导的 FCNC 相互作用远超标准模型贡献。这两个参数的另一个限制来自 $h \rightarrow sb$ 衰变。虽然目前这个过程的衰变宽度没有上限，我们将考虑 95% 置信水平的限制 $\mathcal{B}(h \rightarrow \text{new}) < 34\%$ ，这是从 LHC Run I 数据的全局拟合得到的，并且适用于对末态为不是由 LHC 直接测量的标准模型粒子的衰变的修改^[60]。但是，这个约束要弱于 $B_s - \bar{B}_s$ 混合的约束，如图 3-1 所示。此外，假设类似标准模型的 $h\mu\mu$ 耦合， $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-)$ 也对 \bar{Y}_{sb} 提供一定的约束。这种约束与 $B_s - \bar{B}_s$ 混合得到的约束相当，在图 3-1 可以看出。在复的 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 的情况下，情况变得非常不同。由于 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 对 Δm_s 的贡献可以相互抵消， $B_s - \bar{B}_s$ 混合不能给 $|Y_{sb}|$ 和 $|\bar{Y}_{sb}|$ 提供上限。在这种情况下，在类似标准模型的 $h\mu\mu$ 耦合假设下，上限由 $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-)$ 给出，并且弱于实耦合情况的限制。最后，复的耦合 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 的联合约束在 95% 的置

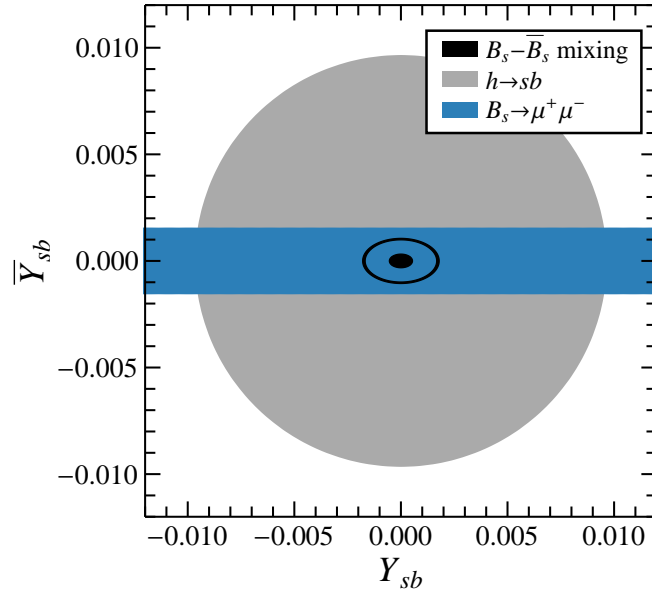


图 3-1 (Y_{sb}, \bar{Y}_{sb}) 在 95% 的置信水平上允许的区域, 其中假设 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 耦合为实数。黑色区域对应于 $B_s - \bar{B}_s$ 混合允许的参数空间。蓝色区域对应于 $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ 允许的参数空间, 其中假设 $(Y_{\mu\mu}, \bar{Y}_{\mu\mu}) = (Y_{\mu\mu}^{\text{SM}}, 0)$ 。暗色区域对应于 $\Gamma(h \rightarrow sb) < 1.4 \text{ MeV}$ 。

信水平上给出以下预测

$$\Gamma(h \rightarrow sb) < 0.17 \text{ MeV}, \quad (3-53)$$

对于 $B_s \rightarrow l_1 l_2$ 衰变, 使用 (3.2) 节中的解析表达式, 我们可以获得以下数值表达式

$$\frac{\mathcal{B}(B_s \rightarrow l_1 l_2)}{\mathcal{B}(h \rightarrow l_1 l_2)} \approx 2.1 |\bar{Y}_{sb}|^2, \quad (3-54)$$

其中我们假设标准模型希格斯总衰变宽度为 $\Gamma_h^{\text{SM}} \approx 4.07 \text{ MeV}^{[61]}$ 。在复的 Yukawa 耦合的情况下, 上面讨论的 Y_{sb} 和 \bar{Y}_{sb} 的联合限制和 LHC 对 $h \rightarrow l_i l_j$ 的限制在 95% 的置信水平上给出以下上限

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(B_s \rightarrow e\mu) < 2.1 \times 10^{-9}, \quad \mathcal{B}(B_s \rightarrow e\tau) < 3.7 \times 10^{-8}, \\ \mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu\tau) < 1.5 \times 10^{-8}, \end{aligned} \quad (3-55)$$

对于 $B_s \rightarrow e\mu$ 衰变的分支比, 我们预测的上限是当前 LHCb 给出的约束 $\mathcal{B}(B_s \rightarrow e\mu) < 6.3 \times 10^{-9}$ 的三分之一^[62]。

希格斯 FCNC 耦合也可以影响轻子味道破坏过程, 例如 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变。然而, 它们的主要贡献出现在圈图阶, 并涉及几个 Yukawa 耦合。这些过程不能给一个或

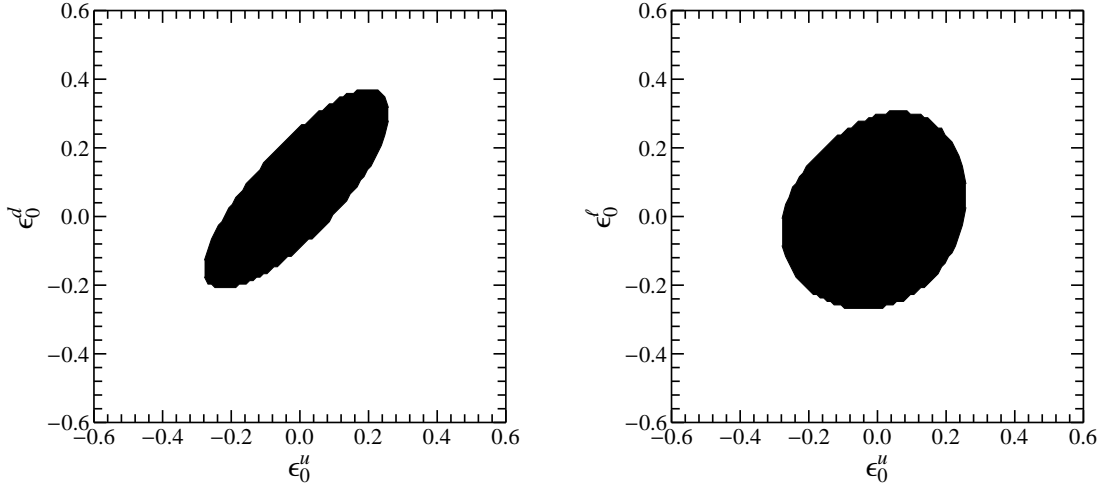


图 3-2 LHC 希格斯数据在 90% 置信水平上给出的 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l)$ 允许的区域，绘制在 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d)$ (左) 和 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^l)$ (右) 面板。

两个特定的 Yukawa 耦合提供与模型无关的限制，除非在希格斯 FCNC 耦合 $Y_{L,R}^{i,j}$ 中假设一些特殊的等级差，比如参考文献^[1] 给出的。

3.3.2 最小味道破坏框架下的分析

MFV 框架中的希格斯 FCNC 耦合已在 (3.1.2) 节中详细讨论过。在下面的数值分析中，不失一般性，我们采用新物理能标 $\Lambda = v$ ，这样 $\hat{\epsilon}_{0,1,2}^{u,d,\ell} = \epsilon_{0,1,2}^{u,d,\ell} v$ ¹，而右手的中微子的质量 $\mathcal{M} = 10^{15}$ GeV。对于轻子中的 MFV，我们考虑一种最简单的可能性，即等式 (3-20) 中的正交矩阵 O 是实的。由于轻中微子的质量序尚未被确定，因此我们的分析中包括正序 (NO)， $m_1 < m_2 < m_3$ ，以及反序 (IO)， $m_3 < m_1 < m_2$ 。在 NO(IO) 情况下，我们取 $m_{1(3)} = 0$ 。最后，MFV 框架中的希格斯 Yukawa 耦合由以下 6 个实参数确定

$$(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_1^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l), \quad (3-56)$$

分别对应于上型夸克、下型夸克和轻子。在下文中，我们将详细讨论对这些参数的约束。

参数 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l)$ 分别控制希格斯与上型夸克、下型夸克和轻子的味道守恒耦合。它们受到大型强子对撞机上希格斯产生和衰变过程的限制。我们用 Lilith 程序包^[63] 对这三个参数进行全局拟合，用于分析 LHC Run I^[60] 和 Tevatron^[64] 测量的希格斯数据。尽管味道改变的参数 ϵ_1^d 和 $\epsilon_{1,2}^l$ 也会影响希格斯信号强度，但它

¹ 换句话说，本小节中的参数 $\epsilon_{0,1,2}^{u,d,\ell}$ 实际上是 $\hat{\epsilon}_{0,1,2}^{u,d,\ell}$ 。

们受到其他过程的约束更加强烈，如后面所讨论。因此，在全局拟合中可以忽略它们的贡献。在 90% 的置信水平上， $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^\ell)$ 所允许的区域展示在图 3-2 中。我们的全局拟合表明，MFV 框架中的味道守恒耦合允许与标准模型值有 $\mathcal{O}(30\%)$ 的偏离。

下型夸克的味道改变耦合由参数 ϵ_1^d 决定。这种耦合的约束来自 $B_s - \bar{B}_s, B_d - \bar{B}_d$ 和 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合。由于 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合中的强子不确定性相对较大^[65, 66]，我们采用^[66] 中的保守方案；即， Δm_K 中的希格斯 FCNC 效应允许在 Δm_K^{exp} 的 50% 范围内变化， $|\epsilon_K|$ 允许在 20% 的对称范围内变化。由于当前 B 和 K 混合的实验数据与标准模型预测非常一致，我们获得了对 MFV 参数在 95% 置信水平上的强烈限制

$$|\epsilon_1^d| < 0.59, \quad (3-57)$$

这个界限由 $B_s - \bar{B}_s$ 混合中的 Δm_s 主导。在等式 (3-17) 中，由于 MFV 框架中的 Yukawa 耦合 $Y_{L,R}^{sd}$ 受到 s 或 d 夸克质量的抑制， $K^0 - \bar{K}^0$ 混合不能提供强的约束。使用此限制，我们获得了在 95% 置信水平上，对各种希格斯 FCNC 衰变上限的预测

$$\begin{aligned} \Gamma(h \rightarrow sd) &< 7.4 \times 10^{-11} \text{ MeV}, \\ \Gamma(h \rightarrow sb) &< 2.0 \times 10^{-3} \text{ MeV}, \\ \Gamma(h \rightarrow db) &< 9.4 \times 10^{-5} \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (3-58)$$

这些衰变道遭遇极大的 QCD 背景，这使得在 LHC，甚至在 ILC 上测量这些衰变非常具有挑战性。质心能量为 500 GeV，积分亮度为 4000 fb^{-1} 的 ILC 可以为 $\mathcal{B}(h \rightarrow bj)$ 提供 0.5% 的发现灵敏度，这里 j 代表一个轻夸克^[67]，但它仍然比上面列出的这些上限大一个数量级。

参数 $(\epsilon_1^\ell, \epsilon_2^\ell)$ 控制带电轻子的味道改变耦合。它们应该受到轻子味道破坏过程的限制。然而，如在 (3.2) 节中讨论的那样，夸克 Yukawa 耦合也出现在一些轻子过程中，例如，顶夸克 Yukawa 耦合贡献到 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的双圈图和所有夸克 Yukawa 耦合在树图阶贡献到原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化。通常，轻子味道破坏过程中的所有相关参数是 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^\ell, \epsilon_1^\ell, \epsilon_2^\ell)$ 。我们不考虑 MFV 参数 ϵ_1^d ，因为它的影响在轻子味道破坏过程中被强烈压低。在得出这些参数的限制并研究它们的影响时，将夸克 Yukawa 耦合的影响分开是有用的。因此，我们在讨论轻子味道破坏过程时考虑以

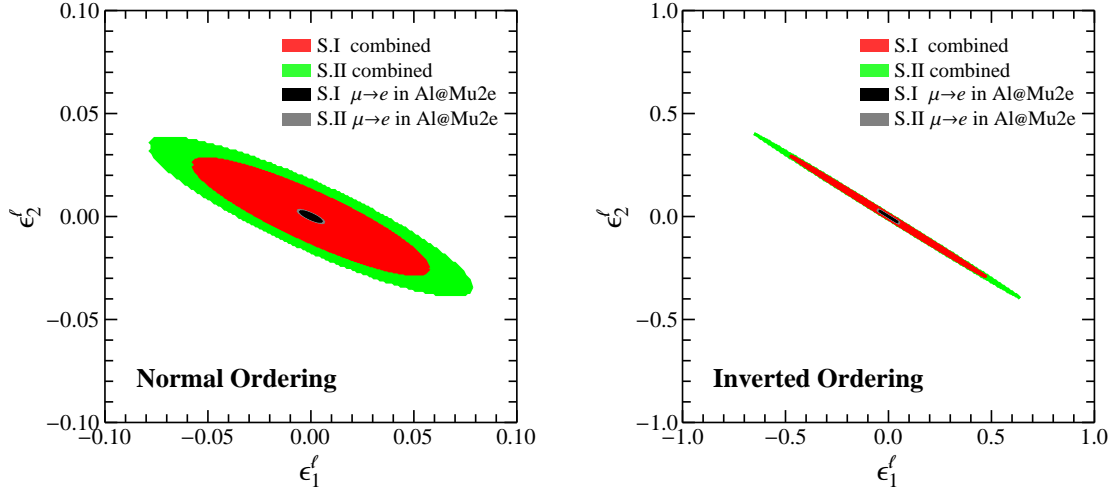


图 3-3 在置信水平为 90% 时, 对 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 的联合限制, NO、IO 分别绘制在 $(\epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 平面的左、右图中, 由 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变主导。红色和绿色区域分别是情形 I 和 II 中允许的参数空间。小的黑色和暗色区域代表未来 Mu2e 实验里铝核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化的灵敏度。

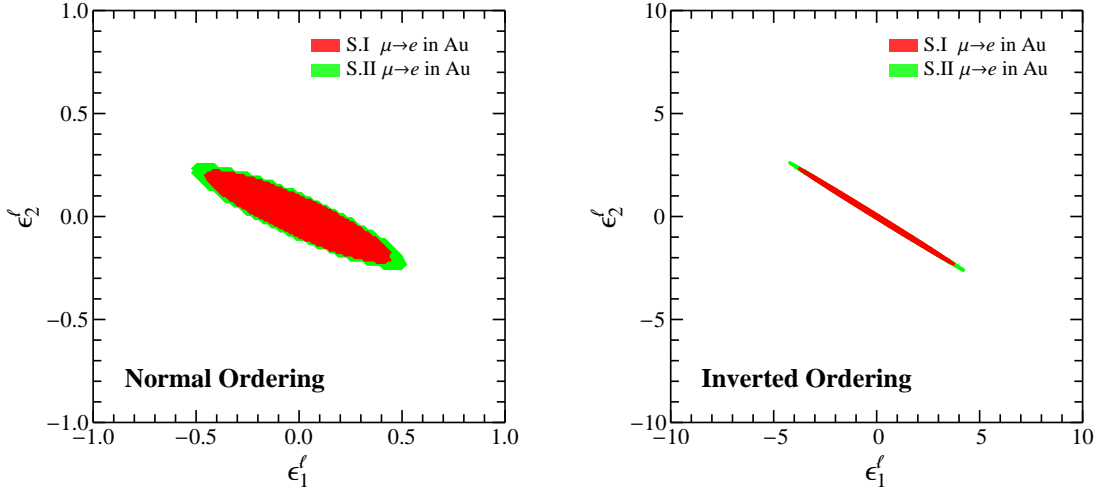
下两种情形。

$$\begin{aligned} \text{I: } & -0.5 < \epsilon_{0,1,2}^l < +0.5, & \text{II: } & -1.0 < \epsilon_{0,1,2}^l < +1.0, \\ & \epsilon_0^u = \epsilon_0^d = 0, & & -1.0 < \epsilon_0^{u,d} < +1.0, \end{aligned} \quad (3-59)$$

情形 I 对应于味道守恒夸克 Yukawa 耦合类似标准模型的情况, 而场景 II 是最一般的情况。

为了限制 MFV 参数, 我们考虑各种轻子味道破坏过程, 包括 $h \rightarrow l_i l_j$, $l_i \rightarrow l_j l_k \bar{l}_l$, $l_i \rightarrow l_j \gamma$, 原子核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化, 轻子电偶极矩和反常磁矩。还包括先前从希格斯数据获得的对 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l)$ 的限制。在结合所有这些约束之后, 在 NO 和 IO 情况下为情形 I 和 II 得到了 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 允许的参数空间, 它们绘制在图 3-3 中的 $(\epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 平面。所有参数的相关性绘制在附录 A 的图 B-1 中, 从中可以看到味道守恒耦合 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l)$ 和味道改变耦合 $(\epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 之间的相关性很弱。我们发现对 MFV 参数的最强限制来自 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变的分支比。我们详细的数值分析表明, 在允许的参数空间中, $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变由等式 (3-42) 中的双圈贡献 $c_R^{2\text{-loop}}$ 主导, 这个双圈贡献与耦合常数 $Y_R^{e\mu}$ 和 Y_L^{tt} 成比例。由于 IO 情形中 PMNS 矩阵的值, 来自 ϵ_1^l 和 ϵ_2^l 的贡献可以在 Yukawa 耦合 $Y_R^{e\mu}$ 中极大地相互抵消。它使得 IO 情形中 ϵ_1^l 和 ϵ_2^l 允许的范围比 NO 情况下允许的范围宽得多, 但具有更大的微调空间。

为了比较, 图 3-4 中展示了由 $\mu \rightarrow e$ 转化得到的限制, 它比由 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变得到的弱得多。未来的 Mu2e 实验与目前的 SINDRUM II 实验的结果相比, $\mu \rightarrow e$ 转化分支比的灵敏度预计将提高 4 个数量级, 也就是达到在 90% 的置信水平上的

图 3-4 与图 3-3 相同，但仅包含金核中 $\mu \rightarrow e$ 转化的限制。

7×10^{-17} (铝核)^[68]。Mu2e 实验未来的灵敏度允许的参数空间如图 3-3 所示。可以看出，Mu2e 实验的预期限制比从目前 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变测量得到的限制要强得多。在不久的将来，经过三年的运行，MEG II 实验测量 $\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 的灵敏度可以达到置信水平为 90% 的 6×10^{-14} ^[69]。然而，这对 MFV 参数相应的限制远弱于 Mu2e 实验中预期的限制。

由于实验对轻子味道破坏过程，如 $\mu \rightarrow e\gamma$ 和原子核中 $\mu \rightarrow e$ 转化的灵敏度将在不久的将来大大提高，因此我们将 $\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 和 $\mathcal{B}(\mu \text{Al} \rightarrow e \text{Al})$ 的相关性绘制在图 3-5 中，它们是从图 3-3 中允许的参数空间得到的。可以看出，NO 和 IO 情况下的相关性几乎相同。要理解这一点，我们应该注意到，在允许的参数空间中希格斯 FCNC 对这两个过程的影响主要是由 $c_R^{2\text{-loop}}$ 和 g_{LS}^q 贡献的，NO 和 IO 情况都是如此。在情形 I 中，根据它们在等式 (3-42) 和 (3-45) 中的定义，它们与 Yukawa 耦合 $Y_R^{e\mu}$ 成正比，使得两个过程的分支比与 $|Y_R^{e\mu}|^2$ 成正比。因此，虽然 $Y_R^{e\mu}$ 在 NO 和 IO 情况下不同地依赖于 $(\epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ ，但 $\mathcal{B}(\mu \text{Al} \rightarrow e \text{Al})$ 和 $\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 的相关性非常强并且不依赖于轻中微子质量的顺序，如图 3-5 中的窄红色区域所示。在情形 II 中，贡献项 $c_R^{2\text{-loop}}$ 和 g_{LS}^q 也分别与 Y_L^{tt} 和 Y_R^{qq} 成正比。在 MFV 框架中，味道守恒耦合 Y_L^{tt} 和 Y_R^{qq} 主要依赖于参数 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d)$ ，且它们的依赖性在 NO 和 IO 情况下是相同的。这些味道守恒耦合使 $\mathcal{B}(\mu \text{Al} \rightarrow e \text{Al})$ 和 $\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 之间的相关性比情形 I 中的弱得多，NO 和 IO 情况都是如此，如图 3-5 中的宽绿色区域所示。考虑到未来 LHC 数据将大大提高对味道守恒耦合的限制，预计情形 II 中的相关性将变得更强，并接近情形 I 中的相关性。

对于反常磁矩 a_μ ，当前实验数据显示出与标准模型预测有约 3σ 的偏差^[51, 70]。

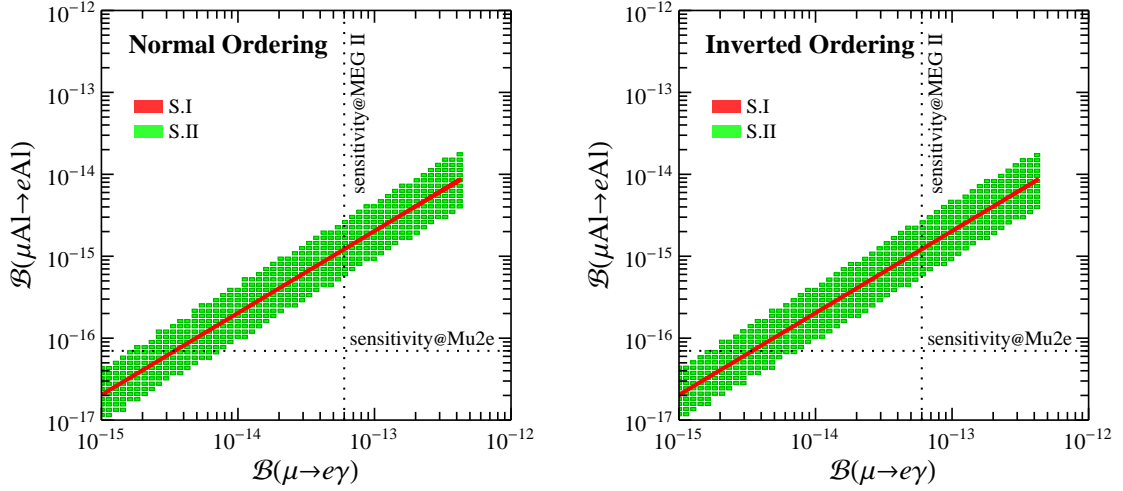


图 3-5 $\mathcal{B}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 和 $\mathcal{B}(\mu\text{Au} \rightarrow e\text{Au})$ 之间的相关性，左、右分别对应于 NO、IO 情况。红色和绿色区域分别对应情形 I 和情形 II。

		$\Gamma(h \rightarrow e\mu)$	$\Gamma(h \rightarrow e\tau)$	$\Gamma(h \rightarrow \mu\tau)$	$\mathcal{B}(B_s \rightarrow e\mu)$	$\mathcal{B}(B_s \rightarrow e\tau)$	$\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu\tau)$
NO	S.I	1.2×10^{-8}	1.3×10^{-5}	9.0×10^{-5}	2.4×10^{-16}	2.6×10^{-13}	1.8×10^{-12}
NO	S.II	2.2×10^{-8}	2.4×10^{-5}	1.7×10^{-4}	4.6×10^{-16}	5.0×10^{-13}	3.5×10^{-12}
IO	S.I	1.2×10^{-8}	4.7×10^{-6}	7.1×10^{-5}	2.4×10^{-16}	9.6×10^{-14}	1.4×10^{-12}
IO	S.II	2.2×10^{-8}	8.7×10^{-6}	1.3×10^{-4}	4.5×10^{-16}	1.8×10^{-13}	2.6×10^{-12}

表 3-3 在 90% 的置信水平下， $\Gamma(h \rightarrow l_i l_j)$ [MeV] 和 $\mathcal{B}(B_s \rightarrow l_i l_j)$ 的上限。

在 MFV 框架中，对这种异常的解释需要大的轻子味道破坏参数 ϵ_1^ℓ 和 ϵ_2^ℓ ，这被 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变排除在外。

使用前面章节中获得的联合限制，可以获得情形 I 和 II 以及 NO 和 IO 情况下各种轻子味道破坏 B_s 和希格斯衰变的上限，这些结果在表 (3-3) 中列出。对于 $h \rightarrow \mu\tau$ 衰变，在 MFV 框架下，它的上限比当前的 LHC 得到的上限低约两个数量级，这使得在 LHC 中寻找该通道非常具有挑战性。对于其他轻子味道破坏衰变，由于其分支比的上限低于当前 LHC 得到的上限几个数量级，因此很难在 LHC 测量它们。对于 NO 和 IO 情况下的 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 衰变，我们发现其分支比偏离标准模型的预测不能超过 1%。

3.4 本章小结

受到最近 LHC 对轻子味道破坏衰变 $B_s \rightarrow l_i l_j$ 和 $h \rightarrow l_i l_j$ 寻找的激发，我们用 EFT 方法研究了树图阶希格斯 FCNC 相互作用。在有和没有 MFV 假设情况下，

我们研究了希格斯 FCNC 对 $B_s - \bar{B}_s$, $B_d - \bar{B}_d$ 和 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合, 轻子 FCNC 过程 $l_i \rightarrow l_j \gamma$, $l_i \rightarrow l_j l_k \bar{l}_l$, 原子核中 $\mu \rightarrow e$ 转化过程, LHC 希格斯数据中的可观测量的影响, 并得出对希格斯 FCNC 耦合的限制。

在一般情况下, 两个轻子味道破坏衰变过程 $B_s \rightarrow l_1 l_2$ 和 $h \rightarrow l_1 l_2$ 通过以下表达式相互关联

$$\frac{\mathcal{B}(B_s \rightarrow l_1 l_2)}{\mathcal{B}(h \rightarrow l_1 l_2)} \approx 2.1 |\bar{Y}_{sb}|^2, \quad (3-60)$$

假设希格斯总衰变宽度取标准模型值。我们从 $B_s - \bar{B}_s$ 混合和 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 得出对 \bar{Y}_{sb} 的限制后, 得到了对各种希格斯和 B_s 的 FCNC 衰变在 95% 的置信水平上的预测, 例如

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow e \mu) < 2.1 \times 10^{-9}, \quad \mathcal{B}(h \rightarrow sb) < 4.1 \times 10^{-2}, \quad (3-61)$$

其中假设希格斯总衰变宽度取标准模型值。

在 MFV 假设中, 我们导出对自由参数 ($\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_1^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l$) 的强限制。我们发现对 ($\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l$) 的限制由 LHC 希格斯数据主导, 对 ϵ_1^d 的限制由 $B_s - \bar{B}_s$ 主导, 对 ($\epsilon_1^l, \epsilon_2^l$) 的限制由 $\mu \rightarrow e \gamma$ 主导。使用这些限制, 我们获得了各种 FCNC 过程的上限, 例如在 95% 的置信水平上

$$\mathcal{B}(h \rightarrow sb) < 4.9 \times 10^{-4}, \quad (3-62)$$

对于轻中微子质量的正序 (反序), 在 90% 的置信水平上

$$\mathcal{B}(h \rightarrow \mu \tau) < 4.2 (3.2) \times 10^{-5}, \quad \mathcal{B}(B_s \rightarrow e \mu) < 4.6 (4.5) \times 10^{-16}, \quad (3-63)$$

其中假设希格斯总衰变宽度取标准模型值。对于 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 衰变, 其分支比偏离标准模型预测不能超过 1%。对于各种 $B_s \rightarrow l_1 l_2$ 和 $h \rightarrow l_1 l_2$ 衰变, 由于其分支比的上限远低于当前的 LHC 的限制, 因此在 LHC 上对这些轻子味道破坏过程的寻找非常具有挑战性。然而, 随着未来 MEG II 和 Mu2e 实验的测量结果的改进, 在 $\mu \rightarrow e \gamma$ 衰变和铝核中的 $\mu \rightarrow e$ 转化过程中寻找轻子味道破坏希格斯耦合非常有前景。在 MFV 中, 这两个过程的分支比彼此强烈相关。我们对各种过程的限制和相关性可用于从未来 LHC 和低能实验的测量中获得有关希格斯 FCNC 耦合非常有价值的信息。

参考文献

- [1] Harnik R, Kopp J, Zupan J. Flavor Violating Higgs Decays[J]. JHEP, 2013, 03: 026.
- [2] Chivukula R S, Georgi H. Composite Technicolor Standard Model[J]. Phys. Lett., 1987, B188: 99-104.
- [3] Buras A J, Gambino P, Gorbahn M, et al. Universal unitarity triangle and physics beyond the standard model[J]. Phys. Lett., 2001, B500: 161-167.
- [4] D'Ambrosio G, Giudice G F, Isidori G, et al. Minimal flavor violation: An Effective field theory approach[J]. Nucl. Phys., 2002, B645: 155-187.
- [5] Grzadkowski B, Iskrzynski M, Misiak M, et al. Dimension-Six Terms in the Standard Model Lagrangian[J]. JHEP, 2010, 10: 085.
- [6] Fitzpatrick A L, Perez G, Randall L. Flavor anarchy in a Randall-Sundrum model with 5D minimal flavor violation and a low Kaluza-Klein scale[J]. Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 171604.
- [7] Azatov A, Toharia M, Zhu L. Higgs Mediated FCNC's in Warped Extra Dimensions[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 035016.
- [8] Redi M, Weiler A. Flavor and CP Invariant Composite Higgs Models[J]. JHEP, 2011, 11: 108.
- [9] Bellazzini B, Csáki C, Serra J. Composite Higgses[J]. Eur. Phys. J., 2014, C74(5): 2766.
- [10] Del Aguila F, Perez-Victoria M, Santiago J. Observable contributions of new exotic quarks to quark mixing[J]. JHEP, 2000, 09: 011.
- [11] Bélusca-Maito H, Falkowski A, Fontes D, et al. Higgs EFT for 2HDM and beyond[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(3): 176.
- [12] Davidson S. $\mu \rightarrow e\gamma$ in the 2HDM: an exercise in EFT[J]. Eur. Phys. J., 2016, C76(5): 258.
- [13] Dawson S, Murphy C W. Standard Model EFT and Extended Scalar Sectors[J]. Phys. Rev., 2017, D96(1): 015041.
- [14] Aebischer J, Crivellin A, Fael M, et al. Matching of gauge invariant dimension-six operators for $b \rightarrow s$ and $b \rightarrow c$ transitions[J]. JHEP, 2016, 05: 037.

- [15] Raidal M, Santamaria A. Muon electron conversion in nuclei versus $\mu \rightarrow e\gamma$: An Effective field theory point of view[J]. Phys. Lett., 1998, B421: 250-258.
- [16] Crivellin A, Davidson S, Pruna G M, et al. Renormalisation-group improved analysis of $\mu \rightarrow e$ processes in a systematic effective-field-theory approach[J]. JHEP, 2017, 05: 117.
- [17] Agashe K, Contino R. Composite Higgs-Mediated FCNC[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 075016.
- [18] Chiang C W, He X G, Ye F, et al. Constraints and Implications on Higgs FCNC Couplings from Precision Measurement of $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ Decay[J]. Phys. Rev., 2017, D96(3): 035032.
- [19] Colangelo G, Nikolidakis E, Smith C. Supersymmetric models with minimal flavour violation and their running[J]. Eur. Phys. J., 2009, C59: 75-98.
- [20] Mercolli L, Smith C. EDM constraints on flavored CP-violating phases[J]. Nucl. Phys., 2009, B817: 1-24.
- [21] He X G, Lee C J, Li S F, et al. Fermion EDMs with Minimal Flavor Violation[J]. JHEP, 2014, 08: 019.
- [22] He X G, Lee C J, Li S F, et al. Large electron electric dipole moment in minimal flavor violation framework with Majorana neutrinos[J]. Phys. Rev., 2014, D89(9): 091901.
- [23] He X G, Lee C J, Tandean J, et al. Seesaw Models with Minimal Flavor Violation[J]. Phys. Rev., 2015, D91(7): 076008.
- [24] Chiang C W, He X G, Tandean J, et al. $R_{K^{(*)}}$ and related $b \rightarrow s\ell\bar{\ell}$ anomalies in minimal flavor violation framework with Z' boson[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 115022.
- [25] Cirigliano V, Grinstein B, Isidori G, et al. Minimal flavor violation in the lepton sector[J]. Nucl. Phys., 2005, B728: 121-134.
- [26] Cirigliano V, Grinstein B. Phenomenology of minimal lepton flavor violation[J]. Nucl. Phys., 2006, B752: 18-39.
- [27] Alonso R, Isidori G, Merlo L, et al. Minimal flavour violation extensions of the seesaw[J]. JHEP, 2011, 06: 037.

- [28] Dinh D N, Merlo L, Petcov S T, et al. Revisiting Minimal Lepton Flavour Violation in the Light of Leptonic CP Violation[J]. JHEP, 2017, 07: 089.
- [29] Casas J A, Ibarra A. Oscillating neutrinos and $\mu \rightarrow e, \gamma$ [J]. Nucl. Phys., 2001, B618: 171-204.
- [30] Buras A J, Jager S, Urban J. Master formulae for $\Delta F = 2$ NLO QCD factors in the standard model and beyond[J]. Nucl. Phys., 2001, B605: 600-624.
- [31] Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Rev. Mod. Phys., 1996, 68: 1125-1144.
- [32] Carrasco N, et al. B-physics from $N_f = 2$ tmQCD: the Standard Model and beyond[J]. JHEP, 2014, 03: 016.
- [33] Bazavov A, et al. $B_{(s)}^0$ -mixing matrix elements from lattice QCD for the Standard Model and beyond[J]. Phys. Rev., 2016, D93(11): 113016.
- [34] Artuso M, Borissov G, Lenz A. CP violation in the B_s^0 system[J]. Rev. Mod. Phys., 2016, 88(4): 045002.
- [35] Buchalla G, Buras A J. QCD corrections to rare K and B decays for arbitrary top quark mass[J]. Nucl. Phys., 1993, B400: 225-239.
- [36] Misiak M, Urban J. QCD corrections to FCNC decays mediated by Z penguins and W boxes[J]. Phys. Lett., 1999, B451: 161-169.
- [37] Buchalla G, Buras A J. The rare decays $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$, $B \rightarrow X \nu \bar{\nu}$ and $B \rightarrow l^+ l^-$: An Update[J]. Nucl. Phys., 1999, B548: 309-327.
- [38] Bobeth C, Gorbahn M, Stamou E. Electroweak Corrections to $B_{s,d} \rightarrow l^+ l^-$ [J]. Phys. Rev., 2014, D89(3): 034023.
- [39] Hermann T, Misiak M, Steinhauser M. Three-loop QCD corrections to $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ [J]. JHEP, 2013, 12: 097.
- [40] Bobeth C, Gorbahn M, Hermann T, et al. $B_{s,d} \rightarrow l^+ l^-$ in the Standard Model with Reduced Theoretical Uncertainty[J]. Phys. Rev. Lett., 2014, 112: 101801.
- [41] Li X Q, Lu J, Pich A. $B_{s,d}^0 \rightarrow l^+ l^-$ Decays in the Aligned Two-Higgs-Doublet Model[J]. JHEP, 2014, 06: 022.
- [42] Cheng X D, Yang Y D, Yuan X B. Revisiting $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ in the two-Higgs doublet models with Z_2 symmetry[J]. Eur. Phys. J., 2016, C76(3): 151.

- [43] De Bruyn K, Fleischer R, Knegjens R, et al. Probing New Physics via the $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ Effective Lifetime[J]. Phys. Rev. Lett., 2012, 109: 041801.
- [44] Buras A J, Fleischer R, Girschbach J, et al. Probing New Physics with the $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ Time-Dependent Rate[J]. JHEP, 2013, 07: 77.
- [45] Chang D, Hou W S, Keung W Y. Two loop contributions of flavor changing neutral Higgs bosons to $\mu \rightarrow e \gamma$ [J]. Phys. Rev., 1993, D48: 217-224.
- [46] Kitano R, Koike M, Okada Y. Detailed calculation of lepton flavor violating muon electron conversion rate for various nuclei[J]. Phys. Rev., 2002, D66: 096002.
- [47] Ellis J R, Olive K A, Savage C. Hadronic Uncertainties in the Elastic Scattering of Supersymmetric Dark Matter[J]. Phys. Rev., 2008, D77: 065026.
- [48] Young R D, Thomas A W. Recent results on nucleon sigma terms in lattice QCD[J]. Nucl. Phys., 2010, A844: 266C-271C.
- [49] Suzuki T, Measday D F, Roalsvig J P. Total Nuclear Capture Rates for Negative Muons[J]. Phys. Rev., 1987, C35: 2212.
- [50] Jung M, Li X Q, Pich A. Exclusive radiative B-meson decays within the aligned two-Higgs-doublet model[J]. JHEP, 2012, 10: 063.
- [51] Tanabashi M, et al. Review of Particle Physics[J]. Phys. Rev., 2018, D98(3): 030001.
- [52] Charles J, Hocker A, Lacker H, et al. CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories[J]. Eur. Phys. J., 2005, C41(1): 1-131.
- [53] Esteban I, Gonzalez-Garcia M C, Maltoni M, et al. Updated fit to three neutrino mixing: exploring the accelerator-reactor complementarity[J]. JHEP, 2017, 01: 087.
- [54] Aoki S, et al. Review of lattice results concerning low-energy particle physics[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(2): 112.
- [55] Amhis Y, et al. Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of summer 2016[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(12): 895.
- [56] Khachatryan V, et al. Search for lepton flavour violating decays of the Higgs boson to $e\tau$ and $e\mu$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Phys. Lett., 2016, B763: 472-500.

- [57] Sirunyan A M, et al. Search for lepton flavour violating decays of the Higgs boson to $\mu\tau$ and $e\tau$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV[J]. Submitted to: JHEP, 2017.
- [58] Baldini A M, et al. Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ with the full dataset of the MEG experiment[J]. Eur. Phys. J., 2016, C76(8): 434.
- [59] Bertl W H, et al. A Search for muon to electron conversion in muonic gold[J]. Eur. Phys. J., 2006, C47: 337-346.
- [60] Aad G, et al. Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV[J]. JHEP, 2016, 08: 045.
- [61] Andersen J R, et al. Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 3. Higgs Properties[J]., 2013.
- [62] Aaij R, et al. Search for the lepton-flavour violating decays $B_{(s)}^0 \rightarrow e^\pm\mu^\mp$ [J]. JHEP, 2018, 03: 078.
- [63] Bernon J, Dumont B. Lilith: a tool for constraining new physics from Higgs measurements[J]. Eur. Phys. J., 2015, C75(9): 440.
- [64] Aaltonen T, et al. Higgs Boson Studies at the Tevatron[J]. Phys. Rev., 2013, D88(5): 052014.
- [65] Buras A J, Girschbach J. Towards the Identification of New Physics through Quark Flavour Violating Processes[J]. Rept. Prog. Phys., 2014, 77: 086201.
- [66] Bertolini S, Maiezza A, Nesti F. Present and Future K and B Meson Mixing Constraints on TeV Scale Left-Right Symmetry[J]. Phys. Rev., 2014, D89(9): 095028.
- [67] Barducci D, Helmboldt A J. Quark flavour-violating Higgs decays at the ILC[J]. JHEP, 2017, 12: 105.
- [68] Abusalma F, et al. Expression of Interest for Evolution of the Mu2e Experiment[J]., 2018.
- [69] Baldini A M, et al. The design of the MEG II experiment[J]., 2018.
- [70] Lindner M, Platscher M, Queiroz F S. A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation[J]. Phys. Rept., 2018, 731: 1-82.

第四章 寻找暗光子

暗光子作为标准模型世界和暗物质世界的相互作用传播子，是我们了解和探索暗物质世界的关键入口。我们对运动学混合的暗光子模型做了详细的研究，得到了寻找有质量和无质量暗光子的可能性。

本章第一节介绍暗光子模型，在有质量和无质量情况下，得到了暗光子与标准模型粒子的耦合强度。第二节讨论了有质量的暗光子在未来正负电子对撞机上的产生和衰变过程，分析了用于寻找暗光子的反应道。最后分别通过理论分析和蒙特卡罗模拟的方法得到了在对撞机上寻找暗光子的灵敏度，并讨论了在对撞机上实行的可能性，最后与现有的实验结果进行了比较。第三节研究了无质量情况下暗光子的物理效应与基矢选择的无关性，分析了无质量的暗光子导致的新的可观测量。

4.1 暗光子模型

我们在绪论中简单介绍了运动学混合的暗光子模型，在本节中，我们将详细研究这种模型，并对有质量和无质量的暗光子两种情况分别讨论。

4.1.1 消除混合项与对角化质量矩阵

来自额外的 $U(1)_{A'}$ 规范群的暗光子场 A'_0 可以通过混合项 $F'_{0,\mu\nu} B_0^{\mu\nu}$ 间接地与标准模型进行相互作用。这里 $F'_{0,\mu\nu} = \partial_\mu A'_{0\nu} - \partial_\nu A'_{0\mu}$ ， $B_{0,\mu\nu} = \partial_\mu B_{0\nu} - \partial_\nu B_{0\mu}$ ，以及 A'_0 和 B_0 分别是 $U(1)_{A'}$ 和 $U(1)_Y$ 规范群对应的规范场。值得注意的是，这个混合项应该是自然存在的，因为没有对称性来阻止它出现在相关的拉格朗日量中，即使是要求可重整化性。使用规范运动学混合，涉及这两个 $U(1)$ 规范场的可重整化项可由下式给出^[1,2]

$$L_{\text{kinetic}} = -\frac{1}{4} B_0^{\mu\nu} B_{0,\mu\nu} - \frac{1}{2} \sigma F'_{0,\mu\nu} B_0^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F'_{0,\mu\nu} F_0^{\prime\mu\nu}. \quad (4-1)$$

规范群 $U(1)_Y$ 对应的规范场 B_0 是光子场 A_0 和 Z_0 玻色子场的线性组合， $B_0 = c_W A_0 - s_W Z_0$ ，其中 $c_W = \cos \theta_W$ 和 $s_W = \sin \theta_W$ ， θ_W 是弱相互作用温伯格角。

为了得到以上拉格朗日量的正则形式，也就是消除交叉项，我们需要重新定

义这些场。让重新定义后的场为 \tilde{A} , \tilde{Z} 和 \tilde{A}' , 我们有^[1, 2]

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ Z_0 \\ A'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{c_W \sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} \\ 0 & 1 & \frac{s_W \sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{A}' \end{pmatrix}. \quad (4-2)$$

\tilde{A} , \tilde{Z} 和 \tilde{A}' 粒子与标准模型流和暗作用流的相互作用由下式给出

$$J_{em}^\mu (\tilde{A}_\mu - \frac{c_W \sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} \tilde{A}'_\mu) + J_Z^\mu (\tilde{Z}_\mu + \frac{s_W \sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}} \tilde{A}'_\mu) + \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}} J_D^\mu \tilde{A}'_\mu, \quad (4-3)$$

其中 J_{em}^μ 、 J_Z^μ 和 J_D^μ 分别是标准模型电磁流、 Z 玻色子相互作用流和暗物质世界的暗作用流。

在电弱对称性破坏后, Z_0 玻色子获得非零质量 m_Z 。暗光子可能是有质量或无质量的。有两种流行的产生暗光子质量的方式, 从而产生不同的现象学。其中一个希格斯机制, 其中 $U(1)_{A'}$ 对称性被一个带有 $U(1)_{A'}$ 荷的标准模型单态的真空期望值打破。在这种情况下, 希格斯双重态和希格斯单态的混合提供了在对撞机上通过希格斯衰变寻找暗光子的可能性^[3]。另一个是 Stueckelberg 机制^[4, 5], 其中引入了一个类轴子标量, 以允许 A' 获得质量而不破坏 $U(1)_{A'}$ 。参考文献^[6] 中讨论了这种机制对 $B-L$ 对称性的一个有趣的应用。这里以希格斯机制作为例子, 如果用一个带有非平凡 $U(1)_{A'}$ 量子数 $s_{A'}$ 的标准模型单态 S 来打破对称性, A'_0 玻色子将从拉格朗日量的 $(D_\mu S)^\dagger (D^\mu S)$ 项获得一个质量 $m_{A'} = g_{A'} s_{A'} v_s / \sqrt{2}$ 。这里 $g_{A'}$ 是 $U(1)_{A'}$ 的规范耦合常数, $v_s / \sqrt{2}$ 是 S 场的真空期望值 $\langle S \rangle$ 。在 \tilde{Z} 和 \tilde{A}' 构成的基矢上, 他们通过以下矩阵混合在一起

$$\begin{pmatrix} m_Z^2 & \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1-\sigma^2}} m_Z^2 \\ \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1-\sigma^2}} m_Z^2 & \frac{1}{1-\sigma^2} m_{A'}^2 + \frac{s_W^2 \sigma^2}{1-\sigma^2} m_Z^2 \end{pmatrix}. \quad (4-4)$$

以上质量矩阵可以通过一个正交变换进行对角化

$$\begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{A}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma s_W m_Z^2}{M \sqrt{1-\sigma^2}} & \frac{m_Z^2 - \lambda_1}{M} \\ 0 & \frac{\lambda_1 - m_Z^2}{M} & \frac{\sigma s_W m_Z^2}{M \sqrt{1-\sigma^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ Z \\ A' \end{pmatrix}, \quad (4-5)$$

其中归一化因子 M 是

$$M = \sqrt{(\lambda_1 - m_Z^2)^2 + \frac{\sigma^2 s_W^2}{1-\sigma^2} m_Z^4}, \quad (4-6)$$

以及特征值 $\lambda_{1,2}$ 由以下两式给出

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(m_Z^2 + \frac{1}{1-\sigma^2} m_{A'}^2 + \frac{\sigma^2 s_W^2}{1-\sigma^2} m_Z^2 \pm \Delta \right), \quad \lambda_1 \geq \lambda_2, \quad (4-7)$$

$$\Delta \equiv \sqrt{\left(m_Z^2 - \frac{1}{1-\sigma^2} m_{A'}^2 - \frac{\sigma^2 s_W^2}{1-\sigma^2} m_Z^2 \right)^2 + \frac{4\sigma^2 s_W^2}{1-\sigma^2} m_Z^4}. \quad (4-8)$$

对于 $0 \leq m_{A'} < m_Z$ 的情况，暗光子 A' 的物理质量 $m_{A'}^{\text{phys}}$ 和 Z 玻色子物理质量 m_Z^{phys} 分别对应于 λ_2 和 λ_1 ；而对于 $m_{A'} > m_Z$ ，它们分别对应于 λ_1 和 λ_2 ；对于 $m_{A'} = m_Z$ 的情况，由于变换矩阵在此处的不连续性，它们怎样对应于 λ_1 和 λ_2 难以被确定，我们将在下文中继续讨论这一问题。与方程式 (4-3) 相比，物理的暗光子与标准模型流的相互作用将被进一步修改。在本文的余下部分，我们将使用这个简单的暗光子质量生成模型，并研究其产生的效应。

基矢 $(A_0, Z_0, A'_0)^T$ 和质量本征态 $(A, Z, A')^T$ 之间的最终变换可表达为

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ Z_0 \\ A'_0 \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} A \\ Z \\ A' \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix}, \quad (4-9)$$

则相互作用项将从公式(4-3)修改为

$$\begin{aligned} & J_{em}^\mu (V_{11} A_\mu + V_{12} Z_\mu + V_{13} A'_\mu) + J_Z^\mu (V_{21} A_\mu + V_{22} Z_\mu + V_{23} A'_\mu) \\ & + J_D^\mu (V_{31} A_\mu + V_{32} Z_\mu + V_{33} A'_\mu). \end{aligned} \quad (4-10)$$

对应于 $0 \leq m_{A'} < m_Z$ ($m_{A'} > m_Z$) 的变换矩阵 $V \equiv V_-(V_+)$ 可由下式给出

$$V_- = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-c_W \sigma (\lambda_1 - m_Z^2)}{\mathbf{M} \sqrt{1-\sigma^2}} & \frac{-\sigma^2 s_W c_W m_Z^2}{\mathbf{M} (1-\sigma^2)} \\ 0 & \frac{s_W \sigma \lambda_1}{\mathbf{M} \sqrt{1-\sigma^2}} & \frac{1}{\mathbf{M}} \left(m_Z^2 - \lambda_1 + \frac{\sigma^2 s_W^2 m_Z^2}{1-\sigma^2} \right) \\ 0 & \frac{\lambda_1 - m_Z^2}{\mathbf{M} \sqrt{1-\sigma^2}} & \frac{\sigma s_W m_Z^2}{\mathbf{M} (1-\sigma^2)} \end{pmatrix}, \quad V_+ = V_- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4-11)$$

其中对于 $m_{A'} = 0$ 的情况，由于暗光子和光子的物理质量相等，且都为零， $m_{A'}^{\text{phys}} = m_A^{\text{phys}} = 0$ ，暗光子和光子存在简并，物理的暗光子和光子不能被唯一地确定下来，即矩阵 V 不能唯一的确定，需要引入新的参数。所以在下文中，我们将分别讨论有质量和无质量的暗光子。另外，由于对任意的 $\sigma \neq 0$ ，无论 $m_{A'}$ 取什么值， $m_{A'}^{\text{phys}} \neq m_Z^{\text{phys}}$ ，也就是只要有混合效应的存在，暗光子和 Z 玻色子就不会发生简并。

4.1.2 有质量暗光子情况下的相互作用项

在有质量暗光子的情况下，完整的相互作用由公式(4-10)给出，我们将使用 J_D^μ 不与标准模型粒子发生相互作用的模型，并假设暗光子衰变到暗物质世界的宽度为零，即可见衰变模型。因此 J_D^μ 在反应过程 $e^+e^- \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$ 中不产生贡献，所以在后面的讨论中它将被忽略。在不考虑暗作用流 J_D^μ 的情况下，我们有相互作用项

$$J_{em}^\mu(A_\mu + V_{12}Z_\mu + \epsilon A'_\mu) + J_Z^\mu(V_{22}Z_\mu + \tau A'_\mu), \quad (4-12)$$

其中 $\epsilon \equiv V_{13}$ 和 $\tau \equiv V_{23}$ 。

对于 $0 < m_{A'} < m_Z$ ，我们有

$$\begin{aligned} V_{12} &= \frac{-c_W\sigma(\lambda_1 - m_Z^2)}{\mathbf{M}\sqrt{1 - \sigma^2}}, & V_{22} &= \frac{s_W\sigma\lambda_1}{\mathbf{M}\sqrt{1 - \sigma^2}}, \\ \epsilon &= \frac{-\sigma^2 s_W c_W m_Z^2}{\mathbf{M}(1 - \sigma^2)}, & \tau &= \frac{1}{\mathbf{M}} \left(m_Z^2 - \lambda_1 + \frac{\sigma^2 s_W^2 m_Z^2}{1 - \sigma^2} \right), \end{aligned} \quad (4-13)$$

而对于 $m_{A'} > m_Z$ ，

$$\begin{aligned} V_{12} &= \frac{\sigma^2 s_W c_W m_Z^2}{\mathbf{M}(1 - \sigma^2)}, & V_{22} &= \frac{-1}{\mathbf{M}} \left(m_Z^2 - \lambda_1 + \frac{\sigma^2 s_W^2 m_Z^2}{1 - \sigma^2} \right), \\ \epsilon &= \frac{-\sigma c_W(\lambda_1 - m_Z^2)}{\mathbf{M}\sqrt{1 - \sigma^2}}, & \tau &= \frac{\sigma s_W \lambda_1}{\mathbf{M}\sqrt{1 - \sigma^2}}. \end{aligned} \quad (4-14)$$

我们发现如果 $|m_Z - m_{A'}| \gg s_W m_Z \sigma$ ，则有

$$\Delta = |m_Z^2 - m_{A'}^2| + \frac{(m_{A'}^4 + s_W^2 m_Z^4 - c_W^2 m_Z^2 m_{A'}^2)\sigma^2}{|m_Z^2 - m_{A'}^2|} + \mathcal{O}(\sigma^3), \quad (4-15)$$

以及变换矩阵 V_\pm 可由以下的统一形式给出

$$V_+ = V_- = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -c_W\sigma \\ 0 & 1 & \frac{s_W\sigma m_{A'}^2}{m_{A'}^2 - m_Z^2} \\ 0 & -\frac{s_W\sigma m_Z^2}{m_{A'}^2 - m_Z^2} & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\sigma^2), \quad (4-16)$$

也就是

$$V_{12} = 0, \quad V_{22} = 1, \quad \epsilon = -c_W\sigma, \quad \tau = \frac{s_W\sigma m_{A'}^2}{m_{A'}^2 - m_Z^2}. \quad (4-17)$$

显然我们发现 V_{12} 和 $V_{22} - 1$ 都是 σ 的高阶无穷小, 我们取 $V_{12} = 0$ 以及 $V_{22} = 1$, 而 ϵ 和 τ 线性的依赖于 σ , 在这种情况下我们可以将 τ 表达为 ϵ 的函数

$$\tau = -\frac{s_W m_{A'}^2 \epsilon}{c_W (m_{A'}^2 - m_Z^2)}. \quad (4-18)$$

我们发现如果 $m_{A'} \ll m_Z$, τ 是非常小的, 因此对于小质量的暗光子寻找, 它的效应通常是被忽略的。对于 $m_{A'}$ 非常靠近 m_Z , 它变得显著的大因而应该被考虑到。

如果 $|m_{A'} - m_Z| \ll s_W \sigma m_Z$, 公式 (4-15) 中的近似不再有效, 这种情况下我们应该首先选取极限 $m_{A'} \rightarrow m_Z$ 然后在将它展开为 σ 的级数形式。到 σ 的第一阶, 我们有

$$V_- = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{c_W \sigma}{\sqrt{2}} & -\frac{c_W \sigma}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(3s_W^2 - 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W} & -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(3s_W^2 - 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(s_W^2 + 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W} & \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{(s_W^2 + 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\sigma^2), \quad V_+ = V_- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-19)$$

以及耦合常数是

$$\epsilon = -\frac{c_W \sigma}{\sqrt{2}}, \quad \tau = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(3s_W^2 - 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W}, \quad \text{对于 } m_{A'} < m_Z, \quad (4-20)$$

$$\epsilon = -\frac{c_W \sigma}{\sqrt{2}}, \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(3s_W^2 - 1)\sigma}{4\sqrt{2}s_W}, \quad \text{对于 } m_{A'} > m_Z. \quad (4-21)$$

从上面我们看到 A_0^μ 和 Z_0^μ 之间的混合几乎是最大的。对于 $m_{A'}$ 在 m_Z 处, τ 存在不连续的行为。这在参考文献^[7] 中也被指出了。

物理上, 在 $m_{A'} = m_Z$ 和 σ 接近零时, 混合参数应为零。此时, 混合参数应该取 $m_{A'} = m_Z$ 处的左极限和右极限的平均值。然后可以获得对于 $m_{A'} = m_Z$ 和 $\sigma = 0$ 情况下的正确限制。

对于我们感兴趣的区间 $\sigma \sim 10^{-3} - 10^{-2}$, 我们得到 $s_W \sigma m_Z \sim 0.043 - 0.43 \text{ GeV}$ 。下一节中我们研究的探测器模拟显示, 在未来的正负电子对撞机上通过 $e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ 寻找暗光子, 质量窗口截断 $\Delta m_{\mu^+ \mu^-} < 0.5 \text{ GeV} \sim 1.5 \text{ GeV}$ 是合适的。因此, 在 (4.2.4) 节中, 我们可以假设 $|m_Z - m_{A'}| \gg s_W m_Z \sigma$ 。

需要强调的一个重点是 $m_{A'}$ 和 m_Z 不是 A'_0 和 Z_0 的物理质量, 而是它们的质量参数。从公式 (4-7), Z 和 A' 的质量可以分别表示为

$$\begin{aligned} (m_Z^{\text{phys.}})^2 &= m_Z^2 + \frac{m_Z^4 s_W^2 \sigma^2}{m_Z^2 - m_{A'}^2} + \mathcal{O}(\sigma^3), \\ (m_{A'}^{\text{phys.}})^2 &= m_{A'}^2 + \frac{(c_W^2 m_Z^2 - m_{A'}^2) m_{A'}^2 \sigma^2}{m_Z^2 - m_{A'}^2} + \mathcal{O}(\sigma^3), \end{aligned} \quad (4-22)$$

对于 $\sigma \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ ，相对质量偏差最多为 0.3%。在后面的讨论中，我们将分别使用 m_Z 和 $m_{A'}$ 作为物理 Z 玻色子和暗光子的质量。

4.1.3 无质量暗光子情况下的相互作用项

在无质量暗光子的情况下，对公式(4-11)中的 V_- 取 $m_{A'} = 0$ ，我们得到从最初的基矢 $(A_0, Z_0, A'_0)^T$ 到质量本征态 $(\hat{A}, \hat{Z}, \hat{X})^T$ 的变换

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ Z_0 \\ A'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & \frac{-\sigma c_W}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1-\sigma^2}} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{Z} \\ \hat{X} \end{pmatrix}. \quad (4-23)$$

为了与有质量暗光子区分开，我们使用符号 X 代表无质量暗光子。如上文所述，由于此时暗光子和光子存在简并，物理的暗光子和光子不能被唯一地确定下来，需要引入新的参数来描述最一般的质量本征态 $(\bar{A}, \bar{Z}, \bar{X})^T$

$$\begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\beta & s_\beta \\ -s_\beta & c_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{X} \end{pmatrix}, \quad \hat{Z} = \bar{Z}, \quad (4-24)$$

其中 $c_\beta \equiv \cos \beta$ 以及 $s_\beta \equiv \sin \beta$ 。联合公式(4-23)和(4-24)，我们得到最初基矢到一般的质量本征态的变换关系

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ Z_0 \\ A'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\beta + \frac{\sigma c_W s_\beta}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & \frac{-\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & s_\beta - \frac{\sigma c_W c_\beta}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1-\sigma^2}} & 0 \\ \frac{-s_\beta}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} & \frac{c_\beta}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{Z} \\ \bar{X} \end{pmatrix}. \quad (4-25)$$

对于 β 从 0 到 2π 的区间，可以涵盖所有可能的去除运动学混合以让 \bar{A} 、 \bar{Z} 和 \bar{X} 具有正则形式且为质量本征态的方法。对于 \bar{A} 、 \bar{Z} 和 \bar{X} 的相互作用，我们有以下最一般形式的拉格朗日量

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{L}} = & -\frac{1}{4}\bar{X}_{\mu\nu}\bar{X}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\bar{A}_{\mu\nu}\bar{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\bar{Z}_{\mu\nu}\bar{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_Z^2 \frac{1-\sigma^2 c_W^2}{1-\sigma^2} \bar{Z}_\mu \bar{Z}^\mu \\ & + \left((c_\beta + \frac{\sigma c_W}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} s_\beta) j_{em}^\mu - s_\beta \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} j_X^\mu \right) \bar{A}_\mu \\ & + \left(\frac{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1-\sigma^2}} j_Z^\mu - \frac{\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} j_{em}^\mu + \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1-\sigma^2}\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} j_X^\mu \right) \bar{Z}_\mu \\ & + \left(\frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} c_\beta j_X^\mu + (s_\beta - \frac{\sigma c_W}{\sqrt{1-\sigma^2 c_W^2}} c_\beta) j_{em}^\mu \right) \bar{X}_\mu. \end{aligned} \quad (4-26)$$

为了区分有质量暗光子的情况，我们用 j_X^μ 表示暗作用流。我们发现，当 $s_\beta = \sigma c_W$ ， $c_\beta = \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}$ 时，我们得到

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ Z_0 \\ A'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} & \frac{-\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1 - \sigma^2}} & 0 \\ \frac{-\sigma c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} & \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \check{A} \\ \check{Z} \\ \check{X} \end{pmatrix} \quad (4-27)$$

其中，我们发现 $V_{13} = 0$ 。公式(4-27)和(4-23)描述了两种常用的基矢选择。其中公式(4-27)代表暗光子不与电磁流发生相互作用^{[2, 8] 1}。公式(4-23)代表光子不与由一些带有 $U(1)_{A'}$ 荷的暗作用粒子产生的暗作用流 j_X^μ 发生相互作用，这种方法被广泛用于研究大质量暗光子或 Z' 粒子^[3, 12-15]。这两种情况的拉格朗日量可以分别写作

$$\begin{aligned} \check{\mathcal{L}} = & -\frac{1}{4} \check{X}_{\mu\nu} \check{X}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \check{A}_{\mu\nu} \check{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \check{Z}_{\mu\nu} \check{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 \frac{1 - \sigma^2 c_W^2}{1 - \sigma^2} \check{Z}_\mu \check{Z}^\mu \\ & + j_{em}^\mu \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \check{A}_\mu - \frac{\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \check{Z}_\mu \right) + j_Z^\mu \left(\frac{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1 - \sigma^2}} \check{Z}_\mu \right) \\ & + j_X^\mu \left(\frac{-\sigma c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \check{A}_\mu + \frac{\sigma s_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \check{Z}_\mu + \check{X}_\mu \right), \end{aligned} \quad (4-28)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}} = & -\frac{1}{4} \hat{X}_{\mu\nu} \hat{X}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \hat{A}_{\mu\nu} \hat{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \hat{Z}_{\mu\nu} \hat{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 \frac{1 - \sigma^2 c_W^2}{1 - \sigma^2} \hat{Z}_\mu \hat{Z}^\mu \\ & + j_{em}^\mu \left(\hat{A}_\mu - \frac{\sigma^2 s_W c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \hat{Z}_\mu - \frac{\sigma c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \hat{X}_\mu \right) \\ & + j_Z^\mu \left(\frac{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}}{\sqrt{1 - \sigma^2}} \hat{Z}_\mu \right) + j_X^\mu \left(\frac{\sigma s_W}{\sqrt{1 - \sigma^2} \sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \hat{Z}_\mu + \frac{1}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \hat{X}_\mu \right). \end{aligned} \quad (4-29)$$

我们可以看出，上面两种基矢的性质是非常明了的。在这两种基矢下， Z 玻色子质量偏移同为 $m_Z^2 \rightarrow m_Z^2(1 + z)$ ，其中 $z = \sigma^2 s_W^2 / (1 - \sigma^2)$ 。注意，在上述两种基矢中， Z 玻色子相互作用的形式相同。

上面的暗光子场分别是 \check{X} 和 \hat{X} 。有人认为，使用公式(4-28)，暗光子不会在树图阶与标准模型粒子相互作用^[8, 16-18]。但如果使用公式(4-29)，暗光子会在树图阶与标准模型粒子相互作用。这些声明是相互冲突的，这在于暗光子的定义不同。在后面的章节中，我们会研究无质量暗光子产生的物理效应，从而理解这些潜在的冲突。

¹在文献中，公式(4-27)不仅广泛应用于无质量的暗光子，而且还用于非常轻的暗光子^[9-11]，这种轻的暗光子有时也被称为“paraphoton”^[1, 2]。

4.2 在未来正负电子对撞机上寻找有质量的暗光子

4.2.1 暗光子的产生和衰变

我们首先研究有质量暗光子 A' 在正负电子对撞机上的产生和衰变过程。由于我们考虑 $m_{A'}$ 可以远大于 m_Z ，因此在树图级别，暗光子 A' 可以衰变为费米子对，以及 W^+W^- 和 Zh 。与费米子对， W^+W^- 和 Zh 的耦合由下式给出

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{fermions}} &= \left(e e Q_f \bar{f} \gamma^\mu f + \tau \frac{g}{2c_W} \bar{f} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f \right) A'_\mu, \\ \mathcal{L}_{\text{gauge}} &= -ie(\epsilon + \tau \cot \theta_W) \left[-\partial_\mu A'_\nu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) \right. \\ &\quad \left. + A'_\nu (-W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- + W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+ + W_\mu^+ \partial_\mu W_\nu^- - W_\mu^- \partial_\mu W_\nu^+) \right], \\ \mathcal{L}_{\text{higgs}} &= \frac{\tau g m_Z}{c_W} h A'_\mu Z^\mu,\end{aligned}\quad (4-30)$$

其中 $f = e, \mu, \tau, \nu_{e,\mu,\tau}, u, d, s, c, b, t$ ， Q_f 是费米子 f 的电荷， g 是 $SU(2)_L$ 群耦合常数， $g_V^f = T_3^f - 2s_W^2 Q_f$ 以及 $g_A^f = T_3^f$ 。其中费米子同位旋 $1/2$ 和 $-1/2$ 分别对应 $T_3 = 1/2, -1/2$ 。

对于暗光子在正负电子对撞机上的产生过程 $e^+e^- \rightarrow A'\gamma$ ，其反应截面由下式给出^[19]

$$\sigma_{A'\gamma} = -\frac{e^2(m_{A'}^4 + s^2)(1 - \ln \frac{s}{m_e^2})}{4\pi s^2(s - m_{A'}^2)} \left\{ e^2 \epsilon^2 + \frac{g^2 \tau^2 [(g_V^e)^2 + (g_A^e)^2]}{4c_W^2} - \frac{e g g_V^e \epsilon \tau}{c_W} \right\}, \quad (4-31)$$

其中 $g_V^e = -1/2 + 2s_W^2$ ， $g_A^e = -1/2$ ，以及 τ 依赖于 σ 和 $m_{A'}$ 。我们可以看到，通过保留电子质量，上式没有出现共线发散。

在图 4-1 中，我们给出了质心能量 \sqrt{s} 分别在 160 GeV、240 GeV 和 350 GeV 以及 $\sigma = 10^{-2}$ 下的 $e^+e^- \rightarrow A'\gamma$ 的反应截面。为了保持 $m_{A'} = m_Z$ 情况下的反应截面的有限性，我们使用 ϵ 和 τ 的完整形式。然而，正如我们已经讨论过的，公式 (4-17) 中的形式是非常好的近似。对于 $m_{A'}$ 在 m_Z 附近，横截面显示一个峰值，这是因为耦合 τ 与 $m_{A'}^2/(m_{A'}^2 - m_Z^2)$ 成正比。此外，由于 $m_{A'}$ 大于 m_Z 时， $\sigma_{A'\gamma} \sim (m_{A'}^4 + s^2)/[s^2(s - m_{A'}^2)]$ ，这个反应截面随 $m_{A'}$ 增大而增大。但是，如果 $m_{A'}$ 非常接近正负电子对撞机的质心能量 \sqrt{s} ，光子的能量会很小。为了检测到孤立的光子，应该要求光子有最小能量。此外，如果 $|s - m_{A'}^2| \lesssim \Gamma_{A'} m_{A'}$ ($\Gamma_{A'}$ 是 A' 的总衰变宽度)，则需要考虑 $2 \rightarrow 3$ 的信号过程，包括 A' 作为完整传播子的衰变。在我们的例子中，需要光子能量 $E_\gamma > 10$ GeV。因此 $s - m_{A'}^2$ 比 $\Gamma_{A'} m_{A'}$ 大得多，在我们的研究中，分开考虑暗光子的产生和衰变总是有效的。

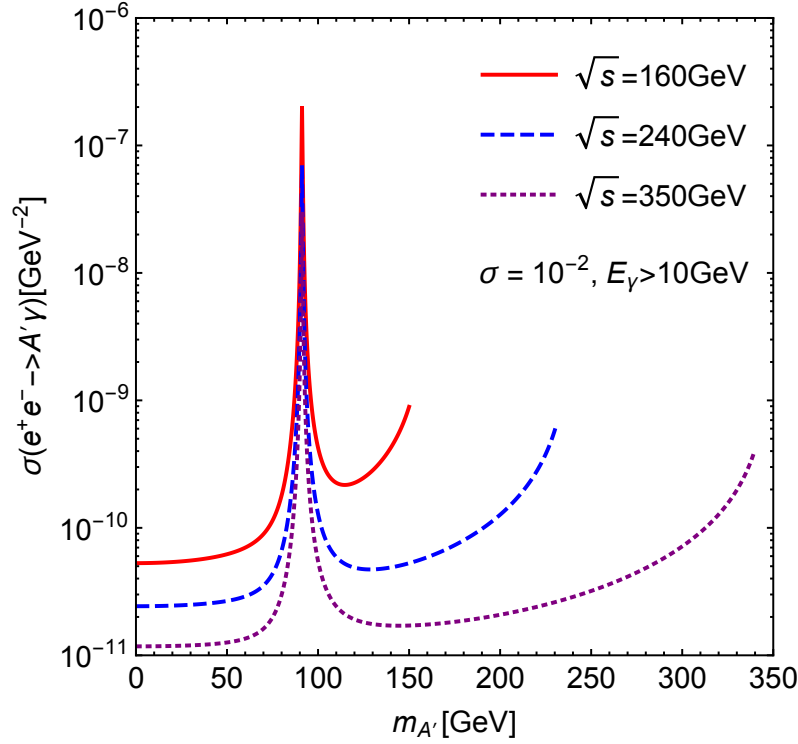


图 4-1 质心能量 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$, 240 GeV 和 350 GeV 以及 $\sigma = 10^{-2}$, $E_\gamma > 10 \text{ GeV}$ 情况下, $e^+e^- \rightarrow A'\gamma$ 的散射截面。

考虑暗光子 A' 仅仅衰变到标准模型粒子, 它的各个衰变道的宽度为^[20, 21]¹

$$\begin{aligned}\Gamma(A' \rightarrow f\bar{f}) &= \frac{g^2 m_{A'}}{12\pi c_W^2} N_c^f \left\{ \epsilon^2 Q_f^2 c_W^2 s_W^2 + \epsilon \tau Q_f c_W s_W g_V^f + \frac{1}{4} \tau^2 [(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2] \right\}, \\ \Gamma(A' \rightarrow Zh) &= \frac{g^2 \tau^2 m_{A'}}{192\pi c_W^2} \lambda^{1/2}(1, x_Z, x_h) \left\{ \lambda(1, x_Z, x_h) + 12x_Z \right\}, \\ \Gamma(A' \rightarrow W^+W^-) &= \frac{g^2 s_W^2 (\epsilon + \tau \cot \theta_W)^2 m_{A'}}{192\pi} x_W^{-2} (1 - 4x_W)^{3/2} (1 + 20x_W + 12x_W^2),\end{aligned}\tag{4-32}$$

其中对于夸克 $N_c^f = 3$, 对于轻子 $N_c^f = 1$, $x_{W,Z,h} = (m_{W,Z,h}/m_{A'})^2$ 以及 $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$ 。在公式 (4-32) 中的第一行, 暗光子到轻子对的树图衰变宽度在高于 $b\bar{b}$ 道 $\Upsilon(nS)$ 下, 也就是 $m_{A'} \gtrsim 12 \text{ GeV}$, 是一个很好的近似。衰变宽度 $\Gamma(A' \rightarrow f\bar{f})$ 在 $m_{A'} \gtrsim 12 \text{ GeV}$ 时的高阶修正是很小的, 比如对 $m_{A'} = 60 \text{ GeV}$ ^[3], QCD 三圈修正是在 1.5%, 因此在本文无需考虑这些高阶修正。

图 4-2 中展示了 A' 的总衰变宽度和 $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ 的衰变分支比。与反应截

¹这里也存在三玻色子衰变道 $A' \rightarrow W^+W^-\gamma$ 和 $A' \rightarrow W^+W^-Z$, 它们起源于运动学混合之前的标准模型四阶规范耦合。然而, 三玻色子衰变道的衰变宽度贡献小于 $\mathcal{O}(1\%)$, 因此我们在这篇文章里忽略了它们。

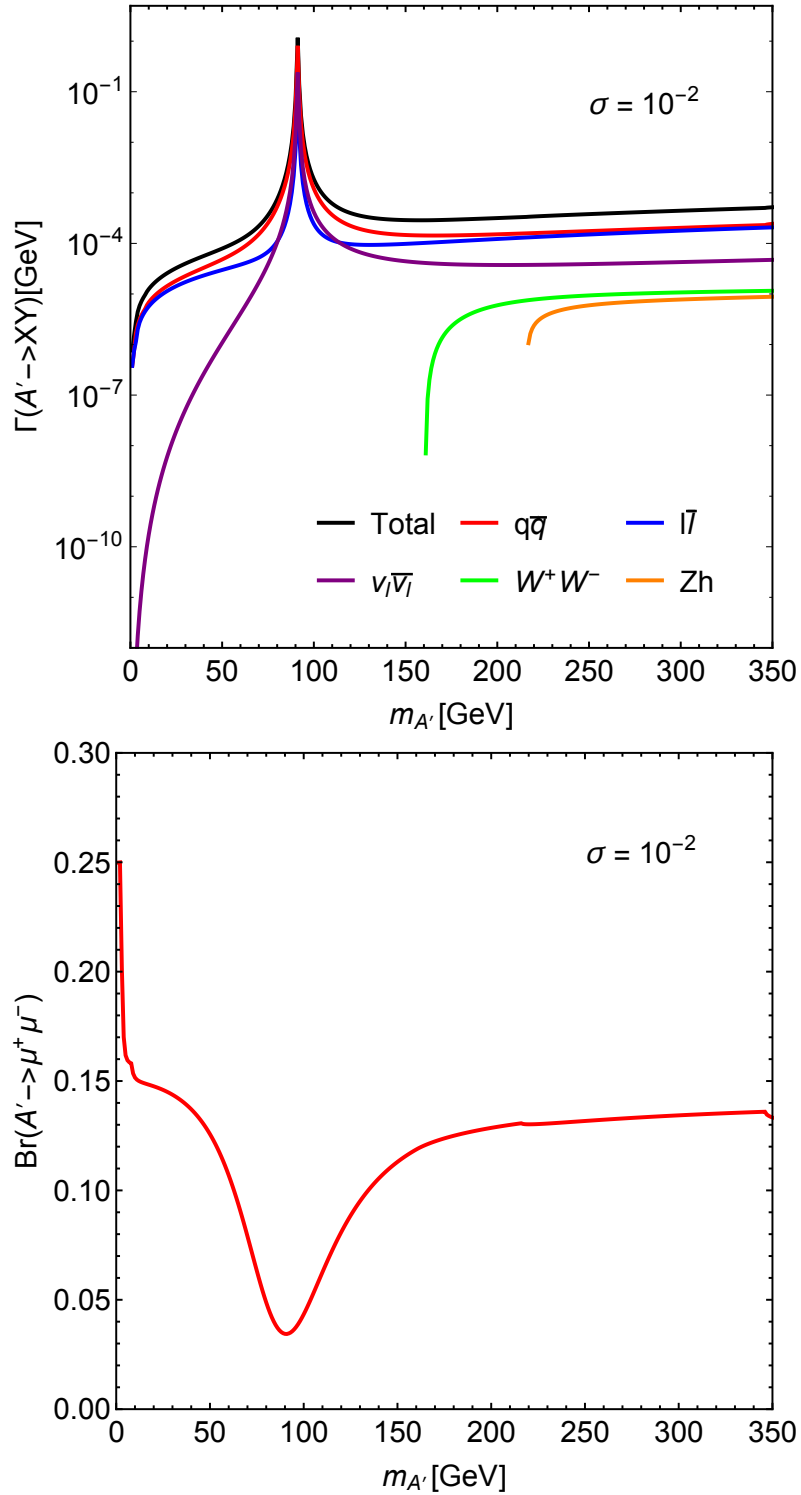


图 4-2 A' 的总衰变宽度和分衰变宽度 (上图) 和 $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ 的衰变分支比 (下图), 其中 $\sigma = 10^{-2}$ 。

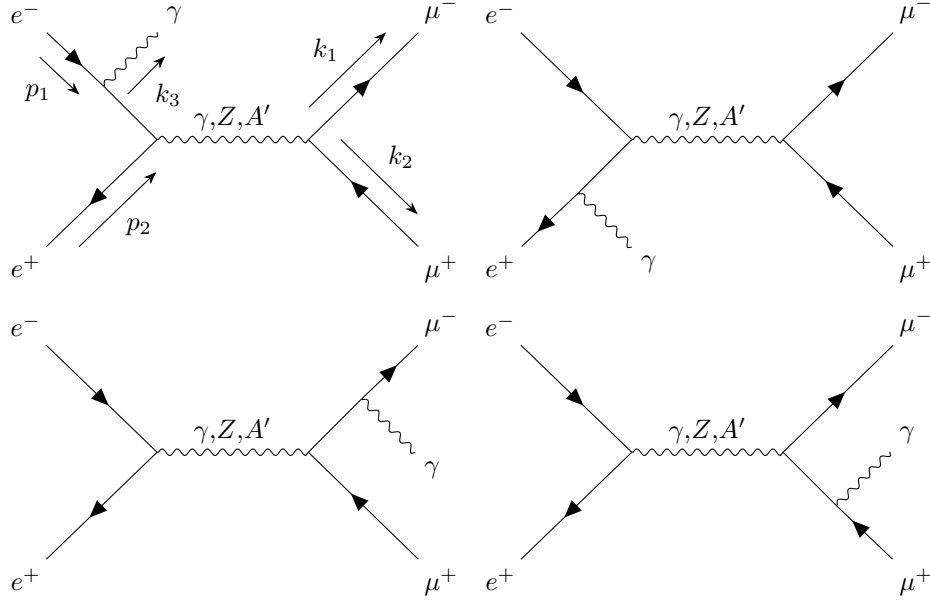
面的情况类似，我们使用了 ϵ 和 τ 的完整形式，因此分支比率略微取决于 σ 。在上图中， A' 到费米子的所有分支衰变宽度都在 m_Z 附近出现一个峰，这是因为 $\tau \sim m_{A'}^2/(m_{A'}^2 - m_Z^2)$ ，并在 $m_{A'} \gtrsim 120 \text{ GeV}$ 时线性地依赖于 $m_{A'}$ ，这里来自公式 (4-32) 第一行中的第二和第三项的贡献可以忽略不计。一旦它们在动力学上被允许，暗光子就可以衰减到 W^+W^- 和 Zh 。由于相空间的抑制效应，衰变宽度 $\Gamma(A' \rightarrow Zh)$ 和 $\Gamma(A' \rightarrow W^+W^-)$ 是总宽度的百分之几。此外，暗光子与 W^+W^- 的耦合与 $\epsilon + \tau \cot \theta_W = c_W \sigma m_Z^2/(m_{A'}^2 - m_Z^2)$ 成正比，对于较大的 $m_{A'}$ 反而变小。在下图中，由于耦合 τ 的贡献， $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ 的衰变分支比在 m_Z 附近出现一个低谷。对于 $m_{A'} \gtrsim 150 \text{ GeV}$ 时， τ 变得很小，且分宽度 $\Gamma(A' \rightarrow \mu^+\mu^-)$ 和总宽度对 $m_{A'}$ 的依赖抵消了，使得这个分支比变得平缓。

4.2.2 $e^+e^- \rightarrow \gamma(\gamma, Z, A') \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$ 过程

根据上文的分析，在未来正负电子对撞机上寻找暗光子的最直接的包含信号和背景过程是 $e^+e^- \rightarrow \gamma(\gamma, Z, A') \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$ ，其费曼图如图 4-3 所示。来自中间态为 A' 的贡献被因子 ϵ^4 压低，与中间态为 γ, Z 的贡献相比可以忽略不计^[19, 22]。但是，由于末态 $\mu^+\mu^-$ 对的不变质量不固定，因此该值可以达到 A' 的质量点。在 A' 的质量点，反应截面 $\sigma_{\gamma A'}^{m_{\mu\mu}}(e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-)$ 可以是非常大的，甚至大于标准模型反应截面 $\sigma_{\gamma(\gamma, Z)}^{m_{\mu\mu}}(e^+e^- \rightarrow \gamma(\gamma, Z) \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-)$ 。其中 $\mu^+\mu^-$ 对的不变质量 $s_3 = (k_1 + k_2)^2 = m_{\mu\mu}^2$ 接近 $m_{A'}^2$ ，即 $m_{\mu\mu}$ 在范围 $m_{A'} - \sigma_{\mu\mu} \sim m_{A'} + \sigma_{\mu\mu}$ 内， $\sigma_{\mu\mu}$ 远小于 $m_{A'}$ 。下标 (γ, Z) 表示来自中间态为 γ 和 Z 的贡献。在足够小的 $\sigma_{\mu\mu}$ 对应的区域，实验测量可以提供有关暗光子相互作用的信息。在下文中，我们将解释如何做到这一点。

为此我们定义如下两个可观测量

$$\begin{aligned}\sigma_{\gamma A'}^{m_{\mu\mu}} &= \int_{(m_{A'} - \sigma_{\mu\mu})^2}^{(m_{A'} + \sigma_{\mu\mu})^2} (d\sigma_{\gamma A'}/ds_3) ds_3 \\ \sigma_{\gamma(\gamma, Z)}^{m_{\mu\mu}} &= \int_{(m_{A'} - \sigma_{\mu\mu})^2}^{(m_{A'} + \sigma_{\mu\mu})^2} (d\sigma_{\gamma(\gamma, Z)}/ds_3) ds_3.\end{aligned}\quad (4-33)$$

图 4-3 $e^-e^+ \rightarrow \gamma\mu^-\mu^+$ 过程的费曼图。

计算图 4-3 中中间态为 γ , Z 和 A' 的费曼图, 我们得到

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\gamma(\gamma,Z)}}{ds_3} &= \frac{4\alpha_{em}^3(s^2 + s_3^2)}{3s^3s_3(s - s_3)} (s(\ln(s/m_e^2) - 1) + s_3(\ln(s_3/m_\mu^2) - 1)) \\
&+ \frac{\alpha_{em}^3(8\sin^4\theta_W - 4\sin^2\theta_W + 1)^2}{48\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \frac{s^2 + s_3^2}{s^2(s - s_3)} \\
&\times \left(\frac{s_3(\ln(s/m_e^2) - 1)}{(s_3 - m_Z^2)^2} + \frac{s(\ln(s_3/m_\mu^2) - 1)}{(s - m_Z^2)^2} \right) \\
&- \frac{\alpha_{em}^3(1 - 4\sin^2\theta_W)^2}{16\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \frac{s + s_3}{s^2(s - s_3)} \frac{ss_3}{(s - m_Z^2)(s_3 - m_Z^2)} \\
&+ \frac{\alpha_{em}^3(1 - 4\sin^2\theta_W)^2}{6\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \frac{s^2 + s_3^2}{s^2(s - s_3)} \left(\frac{\ln(s/m_e^2) - 1}{s_3 - m_Z^2} + \frac{\ln(s_3/m_\mu^2) - 1}{s - m_Z^2} \right) \\
&- \frac{\alpha_{em}^3}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \frac{s + s_3}{s^2(s - s_3)} \left(\frac{s_3}{s_3 - m_Z^2} + \frac{s}{s - m_Z^2} \right), \quad (4-34)
\end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\gamma A'}}{ds_3} &\approx \left[\frac{4\epsilon^4}{3} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W + 8\sin^4\theta_W)^2\tau^4}{48\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W)^2\epsilon^2\tau^2}{6\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \right] \\
&\quad \times \frac{\alpha_{em}^3 s_3 (s^2 + s_3^2) (\ln(s/m_e^2) - 1)}{s^2 (s - s_3) [(s_3 - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2]} \\
&\approx \left[\frac{4\epsilon^4}{3} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W + 8\sin^4\theta_W)^2\tau^4}{48\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W)^2\epsilon^2\tau^2}{6\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \right] \\
&\quad \times \frac{\alpha_{em}^3 s_3 (s^2 + s_3^2)}{s^2 (s - s_3)} \frac{\pi}{\Gamma_{A'} m_{A'}} \delta(s_3 - m_{A'}^2) (\ln(s/m_e^2) - 1), \quad (4-35)
\end{aligned}$$

其中 α_{em} 是精细结构常数, 以及 $s = (p_1 + p_2)^2$ 。 A' 信号与标准模型背景之间的干涉项公式见附录C。对于 $d\sigma_{\gamma A'}/ds_3$, 我们只保留了在窄宽度近似下正比于 $\delta(s_3 - m_{A'}^2)$ 的主要贡献项。其中 $\Gamma_{A'}$ 是暗光子的衰变宽度。在计算衰变宽度时, 对于较低的 A' 质量, 应该小心只对质量低于阈值的末态求和。

在不考虑实验的效率的情况下, 将散射截面与积分亮度 I 相乘, 分别得到标准模型贡献的事例数 $N_{\gamma(\gamma, Z)}$ 和暗光子贡献的事例数 $N_{\gamma A'}$ 为

$$N_{\gamma(\gamma, Z)} = \sigma_{\gamma(\gamma, Z)}^{m_{\mu\mu}} I, \quad N_{\gamma A'} = \sigma_{\gamma A'}^{m_{\mu\mu}} I. \quad (4-36)$$

利用可以获得的事例数的信息, 可以分析给定实验的灵敏度, 然后获得对 ϵ^2 的限制, 这个限制是暗光子质量 $m_{A'}$ 的函数。

4.2.3 在未来正负电子对撞机上寻找暗光子的灵敏度: 理论分析

首先, 我们将对 m_Z 远远大于 $m_{A'}$ 的区域感兴趣, 以避免在 Z 玻色子质量附近区域中, Z 衰变背景过多地污染 A' 信号。在这种情况下, 混合项在 ϵ 的最低阶, 与 $(\epsilon/c_W)(m_{A'}^2 s_W / (m_Z^2 - m_{A'}^2))$ 成正比^[23]。在质量本征态基矢中, 关于光子、 Z 玻色子和暗光子与标准模型流相互作用的有效拉格朗日量在 ϵ 的第一阶将被修改为以下形式

$$L_{int} = J_{em}^\mu A_\mu + J_Z^\mu Z_\mu + \epsilon J_{em}^\mu A'_\mu + \tau J_Z^\mu A'_\mu, \quad (4-37)$$

其中对于小的 $m_{A'}$, $\tau = (\epsilon/c_W)(m_{A'}^2 s_W / (m_Z^2 - m_{A'}^2))$, A' 与 J_Z^μ 的相互作用可以忽略不计。但是, 当 $m_{A'}$ 变大时, 即 τ/ϵ 并不远小于 1, 对应的相互作用可能会很重要, 而应该包含在分析中。

在正负电子对撞机上, 对混合参数 ϵ 的灵敏度依赖于人们如何控制对 $\mu^+\mu^-$ 的不变质量的测量, 也就是能多么准确地控制 $\sigma_{\mu\mu}$ 。 $\sigma_{\mu\mu}$ 的准确性严重取决于给定实

验的能量分辨率的好坏。提议的 CEPC^[24] 和 FCC-ee^[25] 对于希格斯粒子的质量和衰变宽度测量具有比几至十 MeV 更好的灵敏度。可以预期它们的灵敏度 $\sigma_{\mu\mu}$ 可以达到几到十 MeV。对于低于 60 GeV^[26] 的缪子对的不变质量, 研究发现 LHCb 上的 $\sigma_{\mu\mu}/m_{\mu\mu}$ 的灵敏度优于 1%。我们将采用保守的, 与 LHCb^[26, 27] 相似的灵敏度, 在我们的数值分析中, 我们采用 $\sigma_{\mu\mu} = 0.5\%m_{A'}$ 。在寻找暗光子的研究中, 如参考文献^[27], 对于标准模型贡献, 仅考虑了中间态为 γ 的贡献。当包含中间态为 Z 的贡献时, 灵敏度的具体值将被更改。统计灵敏度取决于人们如何测量标准模型贡献的背景事例。我们将 $\sqrt{N_{\gamma(\gamma, Z)}}$ 作为标准模型背景的统计灵敏度。然后我们获得信号 S 与背景误差 $\sqrt{N_{\gamma(\gamma, Z)}}$ 的比值 $\chi = N_{\gamma A'}/\sqrt{N_{\gamma(\gamma, Z)}}$, 将它作为对 ϵ^2 和 $m_{A'}$ 限制大小的指标。因此, 考虑到统计误差, 灵敏度指标 χ 正比于 $1/\sqrt{\sigma_{\mu\mu}}$ 。可能还存在来自其他过程的背景, 还有系统误差, 这需要在完全了解探测器的情况下进行更复杂的分析。这里我们只考虑上面讨论的统计误差。我们基于计划的基准亮度来获得事例数, 其中 CEPC^[24] 在质心能量为 240 GeV 下的基准亮度: $2 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 和 FCC-ee^[25] 在质心能量为 160 GeV、240 GeV 和 350 GeV 能量下的基准亮度分别为: $1.5 \times 10^{36} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 、 $3.5 \times 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 和 $8.4 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 。反应截面、每年的事例数和混合参数 ϵ 的灵敏度的结果如图 4-4、4-5、4-6、4-7 和 4-8 所示。在图 4-6、4-7 和 4-8 中, 我们还绘制了其他实验提供的灵敏度 (从参考文献^[27] 中得到)。

与 CEPC 和 FCC-ee 相关的各种对撞能量对应的反应截面如图 4-4 所示。在 CEPC 和 FCC-ee 涵盖的整个能量区域内, 标准模型贡献的横截面高于 $5 \times 10^{-40} \text{cm}^2$ 。标准模型背景有两个贡献, 中间态为 γ 和 Z 的贡献。在我们考虑的参数空间中, 中间态为 γ 的贡献占主导地位。在上面讨论的参数空间中, 数值上我们发现中间态为 Z 的贡献小于中间态为 γ 的贡献的 10%。如果对撞机在 Z 玻色子质量点运行, 则中间态为 Z 的贡献变得很重要。此外, 当暗光子质量接近 Z 玻色子质量时, 暗光子的贡献也变得重要。由于这些原因, 我们限制了暗光子质量远离 Z 玻色子的质量, 并且还选择对撞机上远离 Z 玻色子质量的对撞能量。暗光子和标准模型贡献之间的干涉项也将产生 ϵ^2 项。我们已经使用附录 (C) 中的公式检查了干涉项可能如何影响信号, 发现它只贡献了大约几倍于 10^{-5} 的比例, 可以忽略不计。

将图 4-4 所示不同对撞能量下的反应截面乘以每台对撞机在对应能量下的一年的积分亮度, 得到图 4-5 所示运行一年的事例数。我们看到即使是事例数最少的情况, 也就是 CEPC, 每年的标准模型贡献可以超过 1000 个。这提供了足够多的事例用于分析, 具有一定的准确性。

对于给定的置信度 χ ， ϵ^2 的灵敏度作为暗光子质量 $m_{A'}$ 的函数如图 4-6、4-7 和 4-8 所示。在各种不同的 χ 值下，对于不同的对撞机和运行时间，我们将 ϵ^2 绘制为 $m_{A'}$ 的函数。

对于 CEPC，当 $m_{A'}$ 在 10 GeV 到 60 GeV 的范围内，在 3σ 置信度下，运行一年的灵敏度可以达到 9×10^{-6} 。如果只要 1σ 的置信度， ϵ^2 的灵敏度可以达到 3×10^{-6} 。使用十年的运行时间，灵敏度的大小可以降低 $\sqrt{10}$ 的倍数。这些限制优于大型强子对撞机的 ATLAS 和 CMS 实验可以达到的灵敏度^[27]。对于 $m_{A'}$ 在 1 GeV 到 10 GeV 的范围内， ϵ^2 的灵敏度可以更好，因为暗光子的衰变宽度 $\Gamma_{A'}$ 更小。但是，使用例如 Belle II 实验上的其他过程，可以提供更好的限制^[27]。对于 $m_{A'}$ 在 10 GeV 到 20 GeV 范围内，LHCb 可能会给出比 CEPC 稍微好一点的限制^[27]。

对于 FCC-ee，由于在对撞能量 $\sqrt{s} = 240$ GeV 下的亮度高于 CEPC，因此灵敏度可以更好。在对撞能量 $\sqrt{s} = 160$ GeV 下运行一年，在 3σ 置信度下， ϵ^2 的灵敏度可以达到 0.7×10^{-6} 。 1σ 置信度下，灵敏度可以达到 2.4×10^{-7} 。对于在对撞能量 $\sqrt{s} = 240$ GeV 下运行一年，在 3σ 置信度下， ϵ^2 的灵敏度可以达到 2.2×10^{-6} 。 1σ 置信度下，灵敏度可以达到 7.2×10^{-7} 。对于在对撞能量 $\sqrt{s} = 350$ GeV 运行一年，在 3σ 置信度下， ϵ^2 的灵敏度可以达到 6.5×10^{-6} 。 1σ 置信度下，灵敏度可以达到 2×10^{-6} 。

上面我们使用树图振幅进行了计算，还可能存在辐射圈图修正。由于修正是电磁性质的，因此可以用微扰论计算它们的贡献。在一圈图下，修正与 α_{em}/π 成比例，并且预计会很小。使用参考文献^[28]中获得的结果，我们发现，在 $m_A = 5$ GeV 情况下，单圈修正与树图贡献的比例小于 5×10^{-5} 。因此我们得出结论，树图结果应该为寻找暗光子效应提供良好的指导。

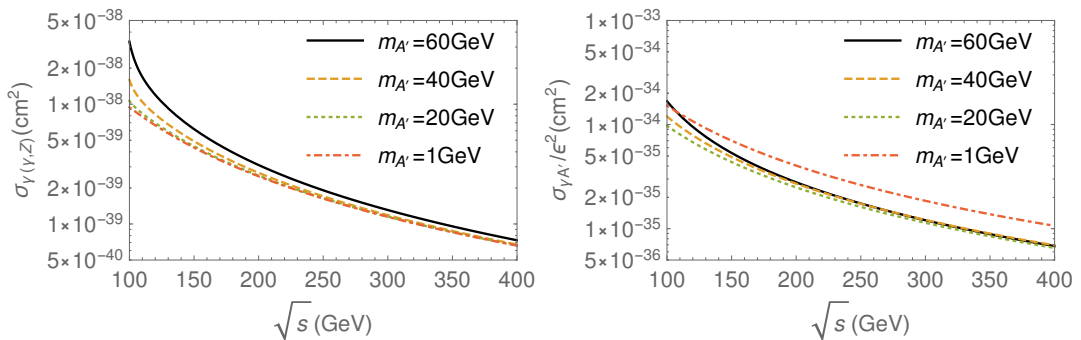


图 4-4 散射截面 $\sigma_{\gamma(\gamma,Z)}^{m_{\mu\mu}}$ 和 $\sigma_{\gamma A'}^{m_{\mu\mu}}/\epsilon^2$ 随质心能量 \sqrt{s} 的变化情况。其中 $m_{A'} = 1, 20, 40$ 和 60 GeV。 $\sigma_{\gamma(\gamma,Z)}^{m_{\mu\mu}}$ 对 $m_{A'}$ 的依赖性是由于积分区间依赖于 $m_{A'}$ 。

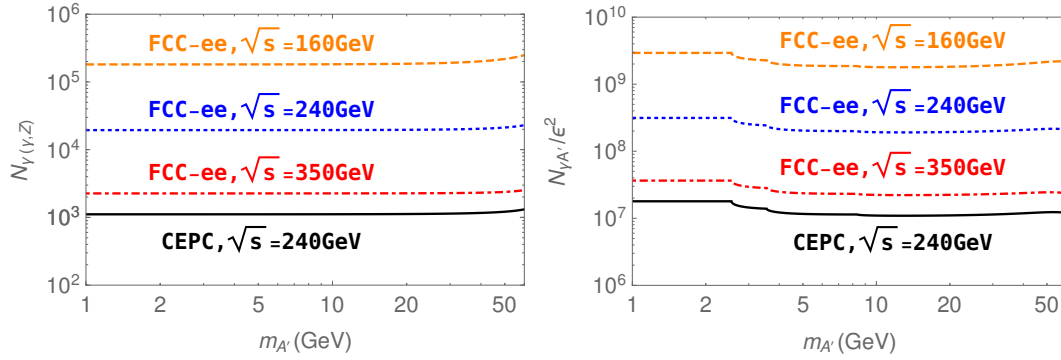


图 4-5 事例数 $N_{\gamma(\gamma,Z)}$ 和 $N_{\gamma A'}/\epsilon^2$ 随 $m_{A'}$ 的变化情况, 包含 CEPC ($\sqrt{s} = 240$ GeV) 和 FCC-ee ($\sqrt{s} = 160, 240, 350$ GeV) 运行一年的情况。

4.2.4 在未来正负电子对撞机上寻找暗光子的灵敏度: 对撞机模拟

在这一节中, 我们将通过数值模拟未来正负电子对撞机上的 $e^+e^- \rightarrow \gamma A'$, $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ 过程来研究寻找暗光子的灵敏度, 这些对撞机的质心能量包括 $\sqrt{s} = 160$ GeV, 240 GeV 和 350 GeV。这些对撞机, 包括 CEPC^[29], FCC-ee^[30, 31] 和 ILC^[32-34] 的计划以及更新后的积分亮度总结在表 (4-1) 里了。在 $\sqrt{s} = 160$ GeV, FCC-ee 运行一年的积分亮度可达 10 ab^{-1} ^[31], 比 ILC 一年的积分亮度要高。在 $\sqrt{s} = 240 \sim 250$ GeV, CEPC 和 FCC-ee 分别运行 10 年^[29] 和 3 年^[31], 积分亮度可以 5 ab^{-1} , 在 ILC 上总的积分亮度只能累积到 1.5 ab^{-1} 。在 $\sqrt{s} = 350$ GeV, FCC-ee 运行 4 ~ 5 年的积分亮度计划达到 1.5 ab^{-1} ^[31], 比 ILC 上的积分亮度要高。因此我们将集中研究在 CEPC 运行在 $\sqrt{s} = 240$ GeV 能量点以及 FCC-ee 运行在 $\sqrt{s} = 160$ GeV 和 350 GeV 能量点。

对于 $e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma \mu^+\mu^-$ 过程, 最主要的标准模型背景信号来自 $e^+e^- \rightarrow \gamma(Z, \gamma)$ 随后 Z 玻色子和光子 γ 衰变到正负缪子对 $\mu^+\mu^-$ 。信号和背景过程的总散射截面和微分散射截面的解析表达式已经得到了^[13]。在这个研究工作中, 我们对不同的未来正负电子对撞机进行了更加符合实际的事例选择以及相应的数值计算。对于事例产生, 我们使用了 MG5_aMC_v2_4_3^[35]²。接下来的基本截断实行

¹我们检查了包含离壳暗光子的两体到三体的过程以及信号与背景过程的干涉项, 发现它们是足够小而可以被忽略的。

²初态辐射 (ISR) 以及韧致辐射效应在本文中未做考虑

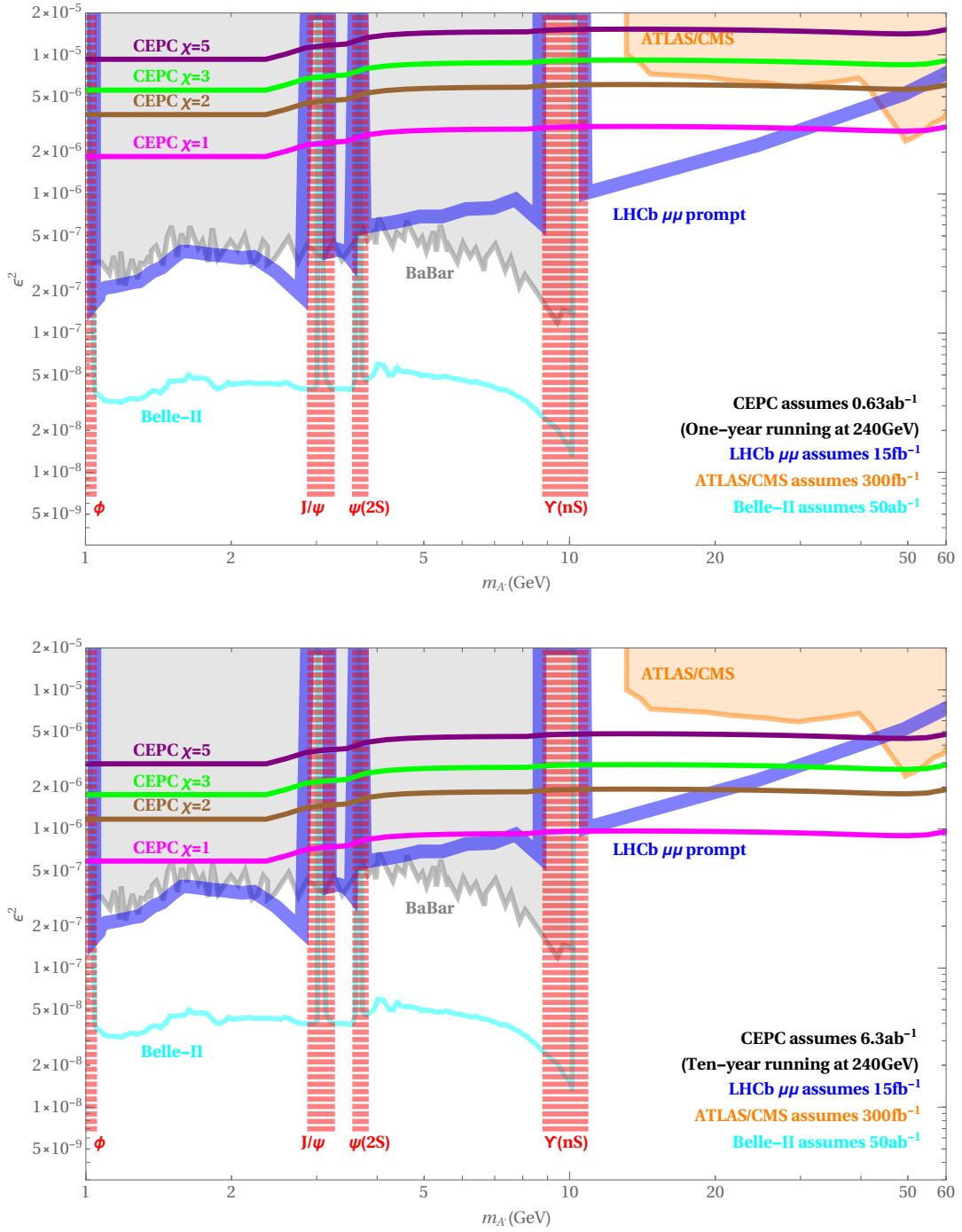


图4-6 对 CEPC，在一个确定的 χ 值下， ϵ^2 的灵敏度随暗光子质量 $m_{A'}$ 的变化情况。上图为运行一年的结果，下图为运行十年的结果。以前实验的灵敏度以及计划中的其他实验的灵敏度是从参考文献^[27]中得到。

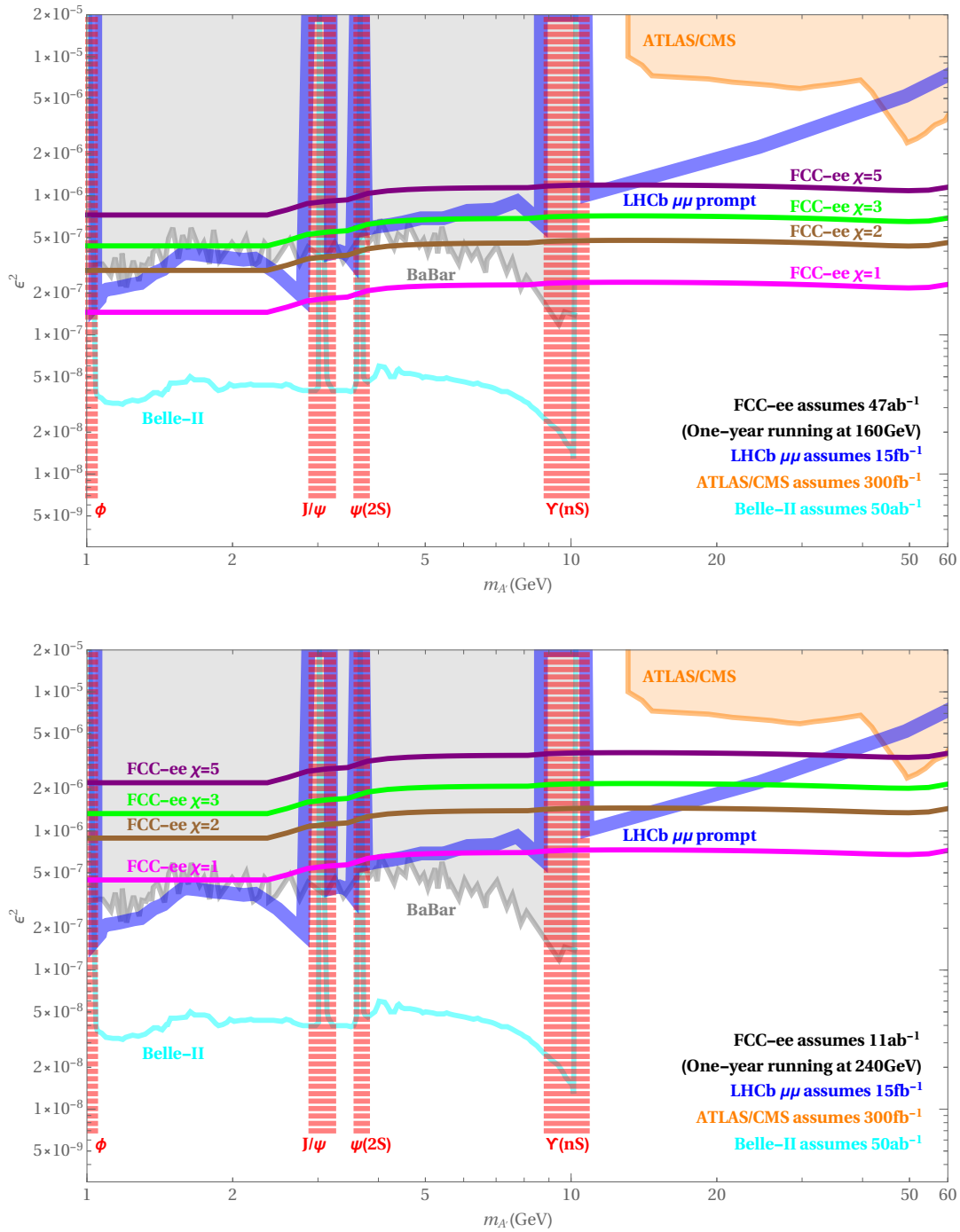


图 4-7 对 FCC-ee, 在一个确定的 χ 值下, ϵ^2 的灵敏度随暗光子质量 m_A 的变化情况。图片从上到下分别是在 $\sqrt{s} = 160$ GeV、240 GeV 能量下运行一年的结果。以前实验的灵敏度以及计划中的其他实验的灵敏度是从参考文献^[27]中得到。

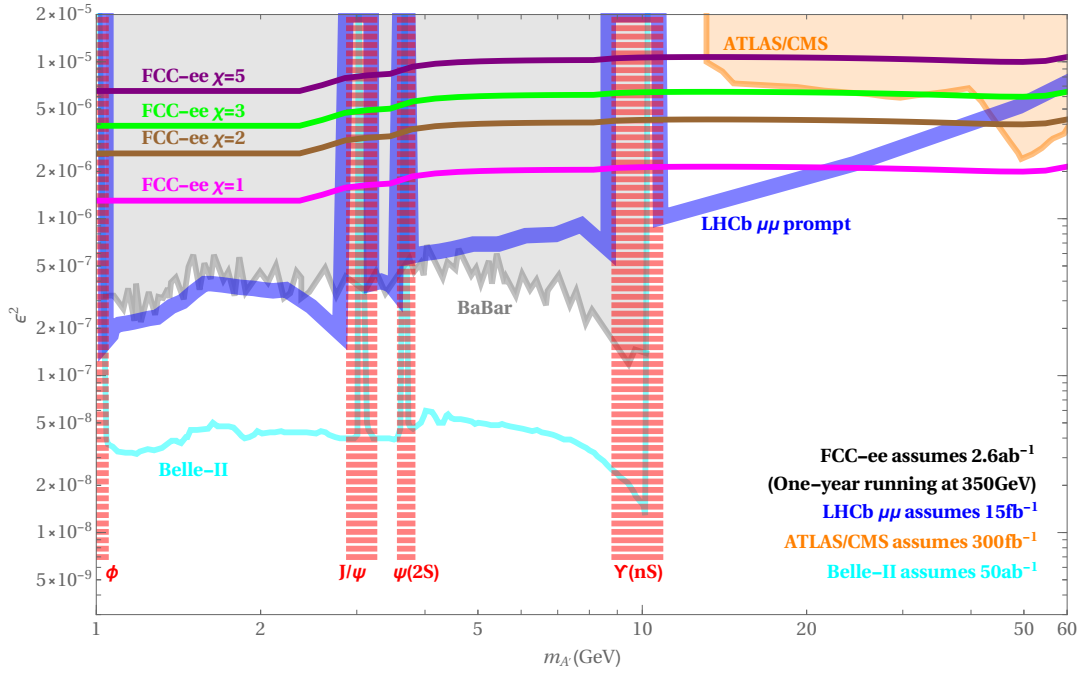


图 4-8 对 FCC-ee, 在一个确定的 χ 值下, ϵ^2 的灵敏度随暗光子质量 $m_{A'}$ 的变化情况。图中是在 $\sqrt{s} = 350$ GeV 能量下运行一年的结果。以前实验的灵敏度以及计划中的其他实验的灵敏度是从参考文献^[27]中得到。

表 4-1 CEPC^[29], FCC-ee^[30, 31] 以及 ILC^[32-34] 计划或更新的积分亮度。

Integrated luminosity (ab^{-1})	CEPC	FCC-ee	ILC
$\sqrt{s} = 160$ GeV	-	10	0.5
$\sqrt{s} = 240 \sim 250$ GeV	5	5	1.5
$\sqrt{s} = 350$ GeV	-	1.5	0.2

于部分子阶段:

$$|\eta_{\mu^\pm, \gamma}| < 3, \quad E_\gamma > 2 \text{ GeV}, \quad \Delta R_{ij} > 0.2, \quad \Delta m_{\mu^+ \mu^-} < 10 \text{ GeV}, \quad (4-38)$$

其中 $\Delta R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}$ 而 $i, j = \mu^\pm, \gamma$ 和 $\Delta m_{\mu^+ \mu^-} \equiv |m_{\mu^+ \mu^-} - m_{A'}|$ 。部分子阶段的事例接着连接到 Pythia6^[36] 进行部分子簇射和强子化。探测器效应通过 Delphes-3.4.1^[37] 来模拟, CEPC 和 FCC-ee 探测器内建的参数文件分别是 delphes_card_CEPC.tcl 和 delphes_card_ILD.tcl。探测器对缪子动量的分辨率和电磁量能器能量 (ECAL) 的分辨率的参数化对于 CEPC 和 FCC-ee

分别是

$$\begin{aligned} & - \frac{\Delta p_T}{p_T} = 0.1\% \oplus \frac{p_T}{10^5 \text{ GeV}} \text{ 当 } |\eta| < 1.0, \text{ 乘以 } 10 \text{ 倍当 } 1.0 < |\eta| < 3.0; \\ & - \frac{\Delta E}{E} = \frac{0.20}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus 0.5\%, \text{ 当 } |\eta| < 3.0. \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} & - \frac{\Delta p_T}{p_T} = 0.1\% \oplus \frac{p_T}{10^5 \text{ GeV}} \text{ 当 } |\eta| < 1.0, \text{ 乘以 } 10 \text{ 倍当 } 1.0 < |\eta| < 2.4; \\ & - \frac{\Delta E}{E} = \frac{0.15}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus 1\%, \text{ 当 } |\eta| < 3.0. \end{aligned}$$

为了鉴定出末态的粒子，我们使用了如下的预先选择标准

- 对于 CEPC，一对正负缪子通过 $E_{\mu^\pm} > 2 \text{ GeV}^{[38]}$ ， $|\eta_{\mu^\pm}| < 2.5^{[29, 39]}$ 来选择，其中的缪子鉴定性能比一般的直线对撞机的探测器的性能要好，比如直线对撞机的探测器的选择标准为 $p_{T\mu^\pm} > 10 \text{ GeV}^{[40]}$ ， $|\eta_{\mu^\pm}| < 2.5^{[41]}$ ，这也是本文中 FCC-ee 的模拟所用的标准；
- 满足 $p_T^\gamma \geq 10 \text{ GeV}^{[40, 41]}$ 和 $|\eta_\gamma| < 2.5^{[29]}$ 的确定的单个光子被选择。
- $\Delta R_{ij} > 0.4$ 其中 $i, j = \mu^\pm, \gamma$ 。

在通过这些预先选标准后，正负缪子对 $\mu^+\mu^-$ 的不变质量分布如图 4-9 所示，其中我们选择了暗光子质量 $m_{A'}$ 的三个基准值，它们是 $m_{A'} = 30 \text{ GeV}$ ， 70 GeV ， 300 GeV ，以及在质心能量 $\sqrt{s} = 350 \text{ GeV}$ 的 FCC-ee 上选取了 $\epsilon/c_W = 10^{-2}$ 和 10^{-3} （在质心能量 $\sqrt{s} = 240 \text{ GeV}$ 的 CEPC 和质心能量 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$ 的 FCC-ee 上有类似的结果）。正负缪子对的不变质量分布受到缪子动量分辨率和暗光子总宽度的影响，其中暗光子总宽度又正比于 ϵ^2 。图 4-9 显示对于 $\epsilon/c_W \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ ，暗光子的总宽度对缪子对不变质量分布的影响是可以忽略的。因此在我们的对撞机模拟研究中，可以灵活地选取 $\epsilon/c_W = 10^{-2}$ ¹。

暗光子的能量可以表达为

$$E_{A'} = \frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_{A'}^2}{s}\right), \quad (4-39)$$

其中 \sqrt{s} 是对撞机的质心能量。因此对于更大的暗光子质量 $m_{A'}$ 或者是质心能量 \sqrt{s} 从 160 GeV 增加到 350 GeV ，缪子对的不变质量分布变得更宽了。

基于动力学分布，我们进一步进行了选择截断：

$$\Delta m_{\mu^+\mu^-} < 0.5 \sim 1.5 \text{ GeV}, \quad E_T^{\text{miss}} < 5 \text{ GeV}, \quad (4-40)$$

¹实际上，在 $m_{A'} \simeq m_Z$ 的非常小的区域内，暗光子的总衰变宽度变得很大，因此信号的截断效率依赖于 ϵ 的取值

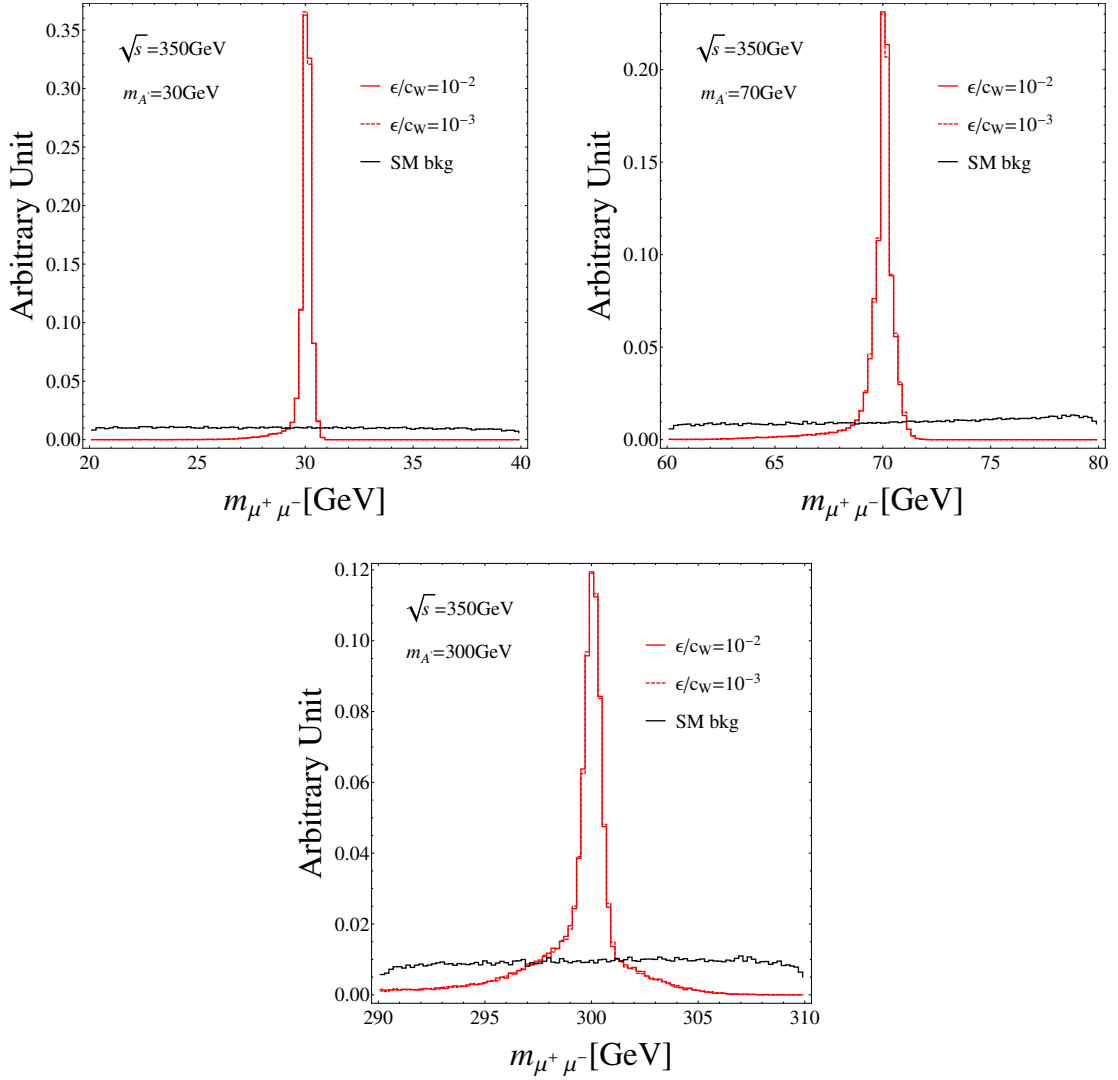


图 4-9 归一化的缪子对不变质量 $m_{\mu^+\mu^-}$ 的分布，分别对于 $m_{A'} = 30$ GeV, 70 GeV, 300 GeV 以及 $\epsilon/c_W = 10^{-2}$ 和 $\epsilon/c_W = 10^{-3}$ 且质心能量在 $\sqrt{s} = 350$ GeV。分布对总宽度不敏感，也就是对 $\epsilon/c_W \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ 内的 ϵ 不敏感。

其中截断 $\Delta m_{\mu^+\mu^-}$ 列在表格 4-2 中。丢失横向动量 (E_T^{miss}) 的截断是被用于移除标准模型背景事例，如 $\tau^+\tau^-\gamma$ 和 $W^+W^-\gamma$ ，这些背景有更大的丢失横向能量 E_T^{miss} ¹。

在另一方面，在参考文献^[7]中，如下的选择截断被使用了

$$\Delta m_{\ell^+\ell^-} \equiv |m_{\ell^+\ell^-} - m_{A'}| < 5 \text{ GeV}, \quad |E_\gamma - \frac{s - m_{A'}^2}{2\sqrt{s}}| < 2.5 \text{ GeV}. \quad (4-41)$$

我们发现在我们的质量窗口截断 $\Delta m_{\mu^+\mu^-} < 0.5 \sim 1.5$ GeV 使用之后，以上的光

¹也有从 $e^+e^- \rightarrow h\gamma, h \rightarrow \mu^+\mu^-$ 产生的标准模型背景事例。我们检查过这些背景是很小而被忽略的

子能量谱的截断将不再有效。在参考文献^[42]中, $e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ 的总散射截面和微分散射截面被表述为 $e^+e^- \rightarrow A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的总散射截面和微分散射截面与发射光子的几率函数的卷积形式^[43]。对于信号抽取, 一个估计的质量分辨率 $\Delta m_{\mu^+ \mu^-} = m_{A'}^2 / (10^5 \text{ GeV})$ 在参考文献^[42]中被使用了, 这是基于对缪子动量分辨率的要求 $\Delta(1/p_T) = 2 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-1}$ 。这个估计在我们看来是太过于乐观, 特别是对于低很动量 p_T 的缪子来说。

表 4-2 缪子对不变质量分辨率 $\Delta m_{\mu^+ \mu^-}$ 对暗光子质量 $m_{A'}$ 以及质心能量的依赖关系。FCC-ee (160 GeV) 和 FCC-ee (350 GeV) 分别表示质心能量分别为 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$ 和 350 GeV 的 FCC-ee。CEPC (240 GeV) 表示质心能量为 $\sqrt{s} = 240 \text{ GeV}$ 的 CEPC。表格中所有数值的单位都是 GeV。

$m_{A'}$	FCC-ee (160 GeV)	CEPC (240 GeV)	FCC-ee (350 GeV)
[20, 40]	0.5	0.5	0.5
[50, 60]	0.5	1.0	1.0
[70, 94]	1.0	1.0	1.0
≥ 95	1.5	1.5	1.5

信号显著度可由以下量给出

$$\frac{S}{\sqrt{B}} = \left(\frac{S}{\sqrt{B}}\right)_0 \frac{\epsilon^2}{10^{-4}} \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{1 \text{ ab}^{-1}}}, \quad (4-42)$$

其中信号显著度 $(S/\sqrt{B})_0$ 的基准值是由 $\epsilon^2 = 10^{-4}$ 和 $\mathcal{L} = 1 \text{ ab}^{-1}$ 得到的。

图 4-10 展示的是在正负电子对撞机 FCC-ee (160 GeV), CEPC (240 GeV) 以及 FCC-ee (350 GeV) 上有相同的积分亮度 $\mathcal{L} = 1 \text{ ab}^{-1}$, 且信号显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 和 $S/\sqrt{B} = 5$ 情况下, 能够得到的 ϵ 的灵敏度。我们发现与 CEPC (240 GeV) 和 FCC-ee (350 GeV) 相比, 对撞机 FCC-ee (160 GeV) 在 $20 \text{ GeV} < m_{A'} < 140 \text{ GeV}$ 区间有最好的灵敏度, 并且对于 $m_{A'} \gtrsim 120 \text{ GeV}$, 灵敏度随暗光子的质量 $m_{A'}$ 增加而提高。这主要是因为 $e^+e^- \rightarrow A'\gamma$ 过程的散射截面在 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$ 时是最大的, 以及从图 4-1 中可以看出, $e^+e^- \rightarrow A'\gamma$ 过程在质心能量 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$, 240 GeV 和 350 GeV 时的散射截面都随暗光子质量增加而增加。注意灵敏度仅仅在 $m_{A'} \lesssim \sqrt{s} - 20 \text{ GeV}$ 区间得到, 超出这个区间的信号事例很难通过截断选择 $p_T^2 \geq 10 \text{ GeV}$ 。

正如前面所讨论的, LHC 上的 Drell-Yan 过程可以为质量在 10 GeV 以上的暗光子提供限制。对于暗光子质量 $10 \text{ GeV} < m_{A'} < 80 \text{ GeV}$, 通过改写 CMS 7 TeV

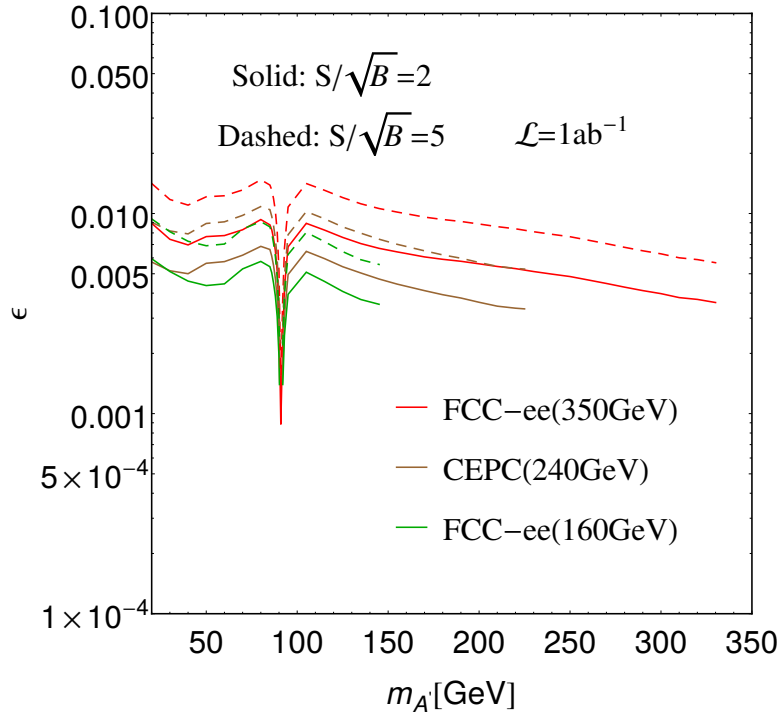


图 4-10 对 ϵ 的灵敏度，由具有相同积分亮度 $\mathcal{L} = 1 \text{ ab}^{-1}$ 的对撞机 FCC-ee (160 GeV)，CEPC (240 GeV) 和 FCC-ee (350 GeV) 得到。

测量^[44]，投影到积分亮度 $\mathcal{L} = 20 \text{ fb}^{-1}$ 的 8 TeV LHC，以及质心能量 $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ 和积分亮度 $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ 的高亮度 LHC(HL-LHC) 上，已经探讨了对 ϵ 的灵敏度^[45]。在 $m_{A'} \gtrsim 180 \text{ GeV}$ 时，对 ϵ 的限制^[23] 是使用积分亮度为 $\mathcal{L} = 20 \text{ fb}^{-1}$ 的 ATLAS 8 TeV^[46] 的测量得出的（发表的版本是^[47]）。然后将结果投影到 HL-LHC 上^[3]。在这项工作中，我们改写了在高质量区域 (150 GeV \sim 350 GeV)，亮度为 $\mathcal{L} = 36.1 \text{ fb}^{-1}$ ^[48] 的 LHC 13 TeV 测量值并将其投影到积分亮度为 300 fb^{-1} 和 3 ab^{-1} 的灵敏度。具体来说，我们在 MG5_aMC_v2_4_3 上产生了领头阶 (LO) 的 $pp \rightarrow A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程，其中 $\epsilon/c_W = 10^{-2}$ ，获得了 $pp \rightarrow A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的散射截面 $\sigma_{\text{LO}}(A')\text{Br}(\mu^+ \mu^-)$ ，其中暗光子质量 $m_{A'}$ 在 150 GeV \sim 350 GeV 区间内。然后领头阶的散射截面乘上一个次领头阶 (NLO) 的 QCD K 因子， $K_{\text{NLO}} \simeq 1.2$ ^[49]。实验上的 95% 的置信水平的散射截面的上限乘上积分亮度为 36.1 fb^{-1} 的 $pp \rightarrow A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程的分支比，即 $[\sigma(A')\text{Br}(\mu^+ \mu^-)]^{95\% \text{C.L.}}$ ，是从参考文献^[48] 直接得到的，并且这个值不依赖于 ϵ 。因此这个 95% 的置信水平的 ϵ 在积分亮度为 \mathcal{L} 时可写成

$$\epsilon^{95\% \text{C.L.}} = \left(\frac{[\sigma(A')\text{Br}(\mu^+ \mu^-)]^{95\% \text{C.L.}}}{K_{\text{NLO}} \sigma_{\text{LO}}(A')\text{Br}(\mu^+ \mu^-) / (10^{-4} c_W^2)} \sqrt{\frac{36.1 \text{ fb}^{-1}}{\mathcal{L}}} \right)^{1/2}. \quad (4-43)$$

除了在 Drell-Yan 过程中的直接寻找之外， Z_0 和 A'_0 之间的混合导致 Z 玻色

子的质量和它与标准模型费米子的耦合的偏移，这会受到电弱精确测量（EWPTs）的限制^[3, 50]。

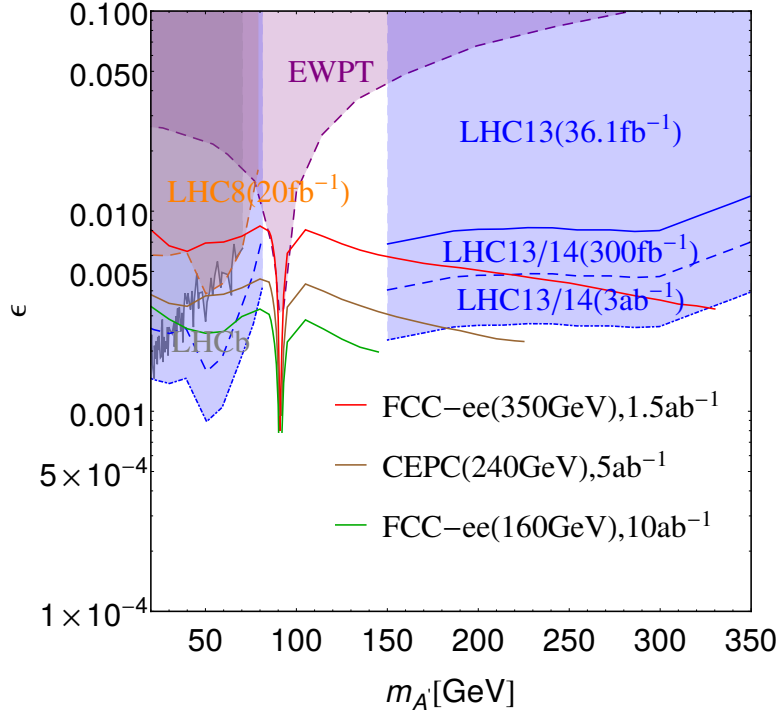


图 4-11 不同正负电子对撞机上得到的对 ϵ 的限制。图中显示的信号显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 的灵敏度，包含积分亮度为 $\mathcal{L} = 5 \text{ ab}^{-1}$ 的 CEPC 得到的结果（棕色曲线）、积分亮度为 $\mathcal{L} = 10 \text{ ab}^{-1}$ 质心能量为 $\sqrt{s} = 160 \text{ GeV}$ 的 FCC-ee（绿色曲线）、积分亮度为 1.5 ab^{-1} 质心能量为 350 GeV 的 FCC-ee（红色曲线）。图中 95% 置信水平的限制，包含由 EWPTs 得到的（紫色区域），积分亮度为 $\mathcal{L} = 20 \text{ fb}^{-1}$ 的 LHC 8 TeV Drell-Yan 过程得到（橙色区域），积分亮度为 $\mathcal{L} = 3 \text{ ab}^{-1}$ 的 LHC 14 TeV Drell-Yan 过程在 $10 \text{ GeV} < m_{A'} < 80 \text{ GeV}$ 质量范围得到（蓝色区域），都是从参考文献^[3] 得到（实际上，在改写 LHC 上的 Drell-Yan 过程结果时也应该包含 QCD K 因子，这样会得到更加严格的限制。），然后被调整到积分亮度为 $\mathcal{L} = 300 \text{ fb}^{-1}$ （蓝色虚线区域）。LHCb 的 prompt-like 寻找的 90% 置信水平的限制是从参考文献^[51] 得到。

$m_{A'} \gtrsim 150 \text{ GeV}$ 范围内 95% 置信水平的限制是由 13 TeV LHC 在积分亮度分别为 $\mathcal{L} = 36.1 \text{ fb}^{-1}$ （蓝色区域）， 300 fb^{-1} （蓝色虚线区域）， 3 ab^{-1} （蓝色点虚线区域）得到。

未来的正负电子对撞机给出的和 LHC 上 Drell-Yan 过程 $pp \rightarrow A' \rightarrow \ell^+ \ell^-$ 的直接寻找所给出的排除极限，LHCb 的寻找^[51] 和 EWPTs 的结果也在图 4-11 中暗光子质量在 $20 \text{ GeV} < m_{A'} \lesssim 340 \text{ GeV}$ 的区间内给出。对于暗光子质量低于 70 GeV ，LHCb 的寻找对混合参数 ϵ 给出了严格的限制，达到 $\epsilon \lesssim 2 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3}$ 。对撞机 FCC-ee (160 GeV) 和 CEPC (240 GeV) 可以在 $m_{A'} \gtrsim 50 \text{ GeV}$ 区间得到更好的灵敏度。对于暗光子质量在区间 $80 \text{ GeV} \lesssim m_{A'} \lesssim 150 \text{ GeV}$ ，LHC 通过 Drell-Yan 过

程的直接寻找对 ϵ 还没有任何的限制, 而来自 EWPTs 的限制在 $m_{A'} \gtrsim 100$ GeV 区间是比较弱的。在未来的正负电子对撞机上寻找暗光子的排除极限可以被显著的提高, 在积分亮度为 $\mathcal{L} = 10 \text{ ab}^{-1}$ 的 FCC-ee (160 GeV) 上, 这个极限甚至可以达到 2×10^{-3} 。对于稍大质量的暗光子 $150 \text{ GeV} \lesssim m_{A'} \lesssim 300 \text{ GeV}$, 目前 LHC 直接寻找给出的是 $\epsilon \lesssim 8.3 \times 10^{-3}$, 投影到积分亮度为 $\mathcal{L} = 300 \text{ fb}^{-1}$ 和 3 ab^{-1} 上, 所能达到的限制分别为 $\epsilon \lesssim 4.8 \times 10^{-3}$ 和 $\epsilon \lesssim 2.7 \times 10^{-3}$ 。对于暗光子质量在 $m_{A'} \gtrsim 220$ GeV 区间, 积分亮度为 1.5 ab^{-1} 的 FCC-ee (350 GeV) 得到的灵敏度比积分亮度为 300 fb^{-1} 的 13 TeV LHC 所能得到的灵敏度要好。积分亮度为 5 ab^{-1} 的 CEPC (240 GeV) 得到的灵敏度甚至比积分亮度为 3 ab^{-1} 的 13 TeV LHC 所能得到的灵敏度要好。对于暗光子质量大于 300 GeV, 对 ϵ 的灵敏度也许能在具有更高质心能量的正负电子对撞机上被进一步提高。

在结束这一节之前, 我们想要讨论从暗光子的一些其他衰变道所能得到的灵敏度, 比如在 e^+e^- , $\tau^+\tau^-$, $q\bar{q}$, W^+W^- 和 Zh 衰变道。假设喷柱能量分辨率为 CEPC pre-CDR^[29] 给出的值 $\Delta E/E = 0.3/\sqrt{E/\text{GeV}}$, 对于几个暗光子质量的基准值, 我们模拟了 $e^+e^- \rightarrow \gamma A'$ 过程紧接着这些衰变道, 其中 CEPC 和 FCC-ee 的对撞机参数分别由 `delphes_card_CEPC.tcl` 和 `delphes_card_ILD.tcl` 给出。对应于信号显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 的混合参数 ϵ 的值总结在表格 4-3、4-4 和 4-5 里。底夸克标记效率, 粲夸克误标记率以及轻夸克误标记率保守假设分别等于 0.8、0.09 和 0.01^[29, 52]。陶子标记效率和喷柱被误识别成陶子的概率假设分别等于 0.6 和 0.02^[29, 53]。我们发现 $q\bar{q}$ 衰变道的灵敏度可以比得上甚至是更好于 $\mu^+\mu^-$ 衰变道, 而其他衰变道的灵敏度都比 $\mu^+\mu^-$ 衰变道的更差。

一旦给出混合参数 σ 和暗光子质量 $m'_{A'}$, 不同衰变道的灵敏度受衰变分支比和信号事例选择的影响。取决于 $m'_{A'}$, 对质量为 350 GeV 以下的暗光子, 暗光子衰变为 $q\bar{q}$ 的分支比约为 $\mu^+\mu^-$ 衰变道的 3 ~ 8 倍。虽然在 $\mu^+\mu^-$ 衰变道中不变质量截断是足够的, 但在 $q\bar{q}$ 衰变道中, 要达到同样要求的灵敏度, 仅仅不变质量截断是不够的。因此, 在我们的研究中, 我们进一步对 $q\bar{q}$ 衰变道中的光子能量进行了截断。因此, 它的灵敏度可以与 $\mu^+\mu^-$ 通道中的灵敏度相当或更好。对于 e^+e^- 和 $\tau^+\tau^-$ 衰变道, 暗光子的衰变分支比等于 $\mu^+\mu^-$ 衰变道的值 (忽略轻子质量)。但是, 由于 t -通道贡献, e^+e^- 衰变道中的标准模型背景要大得多。在我们的研究中, 我们发现 e^\pm 的横向动量上的截断可以有效地减少这种背景, 这使得 e^+e^- 衰变道中 ϵ 的灵敏度只比 $\mu^+\mu^-$ 衰变道的灵敏度弱大约 2 倍。另一方面, 由于末态的喷柱和丢失能量, 衰变道 $\tau^+\tau^-$ 的灵敏度更差, 而较小的分支比让 W^+W^- 和 Zh 衰变道得到的灵敏度更差。

我们强调 $q\bar{q}$ 衰变道的结果很大程度上取决于喷柱识别, 并受到未来正负电子对撞机的韧致辐射效应的影响, 这需要更好地了解探测器和更详细的模拟。因此, 在目前阶段, 本文中我们有理由将注意力集中在 A' 到 $\mu^+\mu^-$ 的衰变道中。

可能有其他可以产生超出标准模型 $e^+e^- \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$ 信号的情形, 例如 Z' 交换。上面讨论的对不同衰变通道的研究有助于将暗光子效应与其他情形区分开来。考虑到可能的修改后的耦合, 我们的结果可以很容易地应用到其他场景。

表 4-3 对暗光子质量分别为 $m_{A'} = 30 \text{ GeV}$, 115 GeV 和 200 GeV , 显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 时, 由积分亮度为 5 ab^{-1} 的 240 GeV CEPC 上不同衰变道得到的对 ϵ 的限制大小。记号"aE-b"代表 $a \times 10^{-b}$ 。

CEPC (240 GeV)	30 GeV	115 GeV	200 GeV
$\mu^+\mu^-\gamma$	3.93E-3	4.51E-3	2.55E-3
$e^+e^-\gamma$	7.66E-3	9.58E-3	6.42E-3
$\tau^+\tau^-\gamma$	2.39E-2	1.31E-2	6.28E-3
$q\bar{q}\gamma$	5.15E-3	3.97E-3	2.05E-3
$Zh\gamma$	—	—	—
$W^+W^-\gamma$	—	—	2.04E-2

表 4-4 对暗光子质量分别为 $m_{A'} = 30 \text{ GeV}$, 115 GeV , 230 GeV 和 320 GeV , 显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 时, 由积分亮度为 1.5 ab^{-1} 的 350 GeV FCC-ee 上不同衰变道得到的对 ϵ 的限制大小。记号"aE-b"代表 $a \times 10^{-b}$ 。

FCC-ee (350 GeV)	30 GeV	115 GeV	230 GeV	320 GeV
$\mu^+\mu^-\gamma$	7.62E-3	8.47E-3	5.26E-3	3.81E-3
$e^+e^-\gamma$	1.06E-2	1.62E-2	3.28E-2	7.74E-3
$\tau^+\tau^-\gamma$	3.40E-2	3.55E-2	1.22E-2	7.27E-3
$q\bar{q}\gamma$	9.40E-3	8.18E-3	3.92E-3	2.48E-3
$Zh\gamma$	—	—	3.90E-2	2.10E-2
$W^+W^-\gamma$	—	—	4.05E-2	2.21E-2

表 4-5 对暗光子质量分别为 $m_{A'} = 30 \text{ GeV}$, 70 GeV 和 115 GeV , 显著度为 $S/\sqrt{B} = 2$ 时, 由积分亮度为 10 ab^{-1} 的 160 GeV FCC-ee 上不同衰变道得到的对 ϵ 的限制大小。记号 "aE-b" 代表 $a \times 10^{-b}$ 。

FCC-ee (160 GeV)	30 GeV	70 GeV	115 GeV
$\mu^+\mu^-\gamma$	3.27E-3	3.37E-3	2.92E-3
$e^+e^-\gamma$	5.97E-3	8.29E-3	5.67E-3
$\tau^+\tau^-\gamma$	2.17E-2	1.49E-2	8.63E-3
$q\bar{q}\gamma$	3.83E-3	2.92E-3	2.27E-3
$Zh\gamma$	—	—	—
$W^+W^-\gamma$	—	—	—

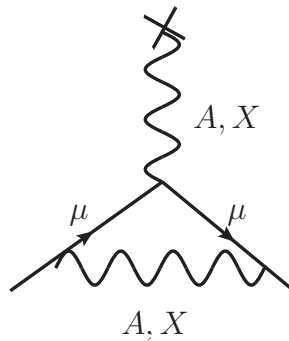


图 4-12 在一圈图水平对 $g - 2$ 产生贡献的费曼图。叉形顶点代表外源。

4.3 无质量暗光子：基矢无关性和新的可观测量

在本节中，我们主要讨论无质量的暗光子 X 可能产生的物理效应。无质量暗光子的现象学已经引起了广泛的关注^[8, 16-18, 54-57]。

4.3.1 无质量暗光子的物理效应

让我们首先研究电磁相互作用如何受无质量暗光子的运动学混合的影响，我们使用到近似阶，其中在圈图内部、初态或末态中除了暗光子之外没有其他的暗作用粒子。一个充满动机的可观测量是费米子的反常磁矩 $g - 2$ 。缪子反常磁矩 $a_\mu = (g - 2)_\mu/2$ ^[58] 的实验值与标准模型预测之间长期存在差异。人们已经做了很多理论上的努力来解释这种反常，参考文献^[59, 60] 是有质量暗光子的“解决方案”。

图 4-12 展示的是对缪子 $g - 2$ 产生贡献的一圈图。假设外部场是标准模型光

子 γ ，圈中的无质量暗光子场 X 的贡献可以通过一圈电磁修正乘上一个因子 R_X 来轻松获得，

$$a_{\mu,X}^{\gamma} = R_X \frac{\alpha}{2\pi}, \quad R_X = \left(s_{\beta} - \frac{\sigma c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} c_{\beta} \right)^2, \quad (4-44)$$

其中 $\alpha = e^2/4\pi$ 。用 $a_{\mu,X}^{\gamma}$ 解释 Δa_{μ} 似乎表示无质量暗光子的物理效应依赖于人为的旋转角度 β 。

然而，由于光子和暗光子场都是无质量的，因此它们对缪子 $g-2$ 的贡献都应该被包括。除了无质量的暗光子场 X 之外，还应考虑圈图中的光子场 A 。我们得到了总的贡献

$$a_{\mu,\text{total}}^{\gamma} = (R_X + R_A) \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{1}{1 - \sigma^2 c_W^2} \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi}, \quad (4-45)$$

其中

$$R_A = \left(c_{\beta} + \frac{\sigma c_W}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} s_{\beta} \right)^2 \quad (4-46)$$

以及 $\bar{\alpha} = e^2/4\pi = \alpha/(1 - \sigma^2 c_W^2)$ ，其中我们重新定义了电荷 $\bar{e} = e/\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}$ 。这相当于重新定义 $\bar{j}_{em}^{\mu} = (\bar{e}/e)j_{em}^{\mu}$ 。因此，运动学混合项的影响可以被吸收到电荷的重新定义中，而且独立于角度 β 。为方便起见，我们还将重新定义暗作用规范耦合 g_X 为 $\bar{g}_X = g_X/\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}$ 。此外，外部场由 A 和 X ，而不是标准模型光子 γ 来描述。暗光子的物理效应可以再次被吸收到电荷的重新定义中。

在上面我们已经看到电磁相互作用的可观测效果与缪子 $g-2$ 中的角度 β 无关，并且没有超出标准模型的效应出现。从公式 (4-26)， Z 玻色子相互作用已经独立于 β 。那么问题是，运动学混合引起的物理效应是否会出现仅涉及标准模型粒子和无质量暗光子的弱相互作用中。

在我们考虑的最小无质量暗光子模型中，没有修改 W 玻色子相互作用。因此，在涉及 W 玻色子的弱相互作用中不会出现新的效应。如 (4.1.1) 节部分所述， W^{\pm} 的质量和带电流 $j_W^{\pm\mu}$ 不受场的重新定义的影响，我们有 $\bar{m}_W^2 = m_W^2$ ，带电流 $\bar{j}_W^{\pm\mu} = j_W^{\pm\mu}$ 。但 Z 玻色子质量被修改为 $\bar{m}_Z^2 = m_Z^2(1 + z)$ 。因此，弱混合角的在壳定义相应地修改为^[61-63] $\bar{c}_W^2 \equiv \cos^2 \bar{\theta}_W = c_W^2/(1 + z)$ ，其中 $c_W^2 = m_W^2/m_Z^2$ 。我们有以下重新定义的相互作用流

$$\bar{j}_{em}^{\mu} = \bar{e} Q_f \bar{f} \gamma^{\mu} f, \quad \bar{j}_W^{\pm\mu} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{f}^u \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) f^d, \quad \bar{j}_Z^{\mu} = \frac{g_Z}{2} \bar{f} \gamma^{\mu} (\bar{g}_V^f - \bar{g}_A^f \gamma^5) f, \quad (4-47)$$

其中 f^u 和 f^d 分别表示左手费米子双重态的上下分量。 g 是 $SU(2)_L$ 规范耦合, $g_Z = 2(\sqrt{2}G_F\bar{m}_Z^2)^{1/2}$ 。 Z 玻色子的轴矢量耦合和矢量耦合由下式给出

$$\bar{g}_A^f = I_f^3, \quad \bar{g}_V^f = (I_f^3 - 2Q_f\bar{s}_f^2) \quad (4-48)$$

其中 $\bar{s}_f^2 = s_W^2[1 + \sigma^2 c_W^2/(1 - \sigma^2 c_W^2)] = \bar{s}_W^2$ 。这里 f 表示标准模型费米子, 其上、下分量的 $SU(2)_L$ 同位旋 I_f^3 分别为 $1/2$ 、 $-1/2$ 。

因此我们获得 ρ 参数

$$\rho = \frac{1}{1+T} = \frac{g_Z^2/\bar{m}_Z^2}{g^2/\bar{m}_W^2} = 1. \quad (4-49)$$

它被定义为低能中性流与带电流散射振幅的比值^[58, 64, 65]。

因为 m_Z^2 被修改为 $\bar{m}_Z^2 = m_Z^2(1+z)$, 这个变化似乎应该为 T 参数生成一个非零值, 因此 $\rho \neq 1$ 。但是, 在我们的例子中, 中性流也会被修改, 乘上一个因子 $\sqrt{1+z}$ 。当计算 ρ 时, 系数 $1+z$ 抵消了。

我们得出结论, 如果过程仅涉及标准模型粒子, 并且仅电磁相互作用和弱相互作用被探测到, 在计算中不包含暗作用流 (在树图或圈图水平), 如果暗光子完全无质量, 则不会有由非零 σ 引起的物理效应出现。

那么可以在哪里检测到运动学混合效应呢? 必须涉及与暗作用流相关的相互作用, 才能看到可能的物理效应。现在我们来讨论寻找在树图阶与暗物质世界相互作用的暗光子的情况。

通常, 如果存在暗作用流, 则无质量的暗光子可以充当探测暗作用粒子的入口。这在公式4-28中可以很容易地看出, 因为无质量的暗光子与标准模型退耦合, 但光子可以通过 **Minicharge**^[2] 耦合到暗作用流。因此, **Minicharge** 的存在是无质量暗光子的物理效应的特征。有很多直接寻找 **Minicharge** 的例子, 比如通过低能过程和高能过程^[66-75] 产生小电离能量损失或丢失能量的特征, 比如来自天体物理学的对 **Minicharge** 粒子的限制^[76]。获得的一些限制非常严格, 但这依赖于产生暗作用流 j_X^μ 的暗作用粒子的参数。

假设暗作用流是由形如 $\bar{j}_X^\mu = \bar{g}_X \bar{f}_X \gamma^\mu f_X$ 的暗狄拉克费米子 f_X 生成的, 且暗费米子带有微量电荷 $Q_X = -\sigma c_W \bar{g}_X$ 。从上述方法获得的限制通常应用于 $\epsilon \equiv |Q_X/\bar{e}|$ 作为 f_X 质量 m_{f_X} 的函数。(也可以获得对暗标量粒子产生的暗作用流的类似限制。) 对于 $10^{-4} \text{ GeV} \lesssim m_{f_X} \lesssim 0.1 \text{ GeV}$, 参数空间 $\epsilon \lesssim 10^{-5} - 10^{-3}$ 已经被 **SLAC beam-dump** 实验排除了^[66]。对于更大的 m_{f_X} , 对撞机实验给出了限制 $\epsilon \lesssim 0.2$ ^[71], 预计在高亮度 **LHC** 时会极大地提升到 $\epsilon \lesssim 10^{-3} - 10^{-2}$ ^[74]。**Minicharge** 粒子可以耦合到 Z 玻色子, 其耦合正比于 $-\epsilon \tan \theta_W$, 因此假设衰变 $Z \rightarrow f_X \bar{f}_X$, $m_{f_X} \lesssim 45 \text{ GeV}$ ^[71, 77], 可以得到限制 $\epsilon \lesssim 0.18$ ^[58]。

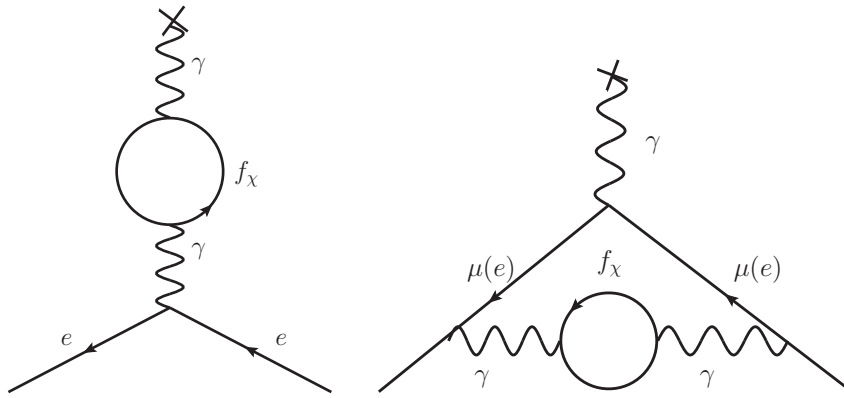


图 4-13 存在 Minicharge 的情况下，贡献于兰姆位移和轻子 $g-2$ 的真空极化图。叉形顶点表示外部源。

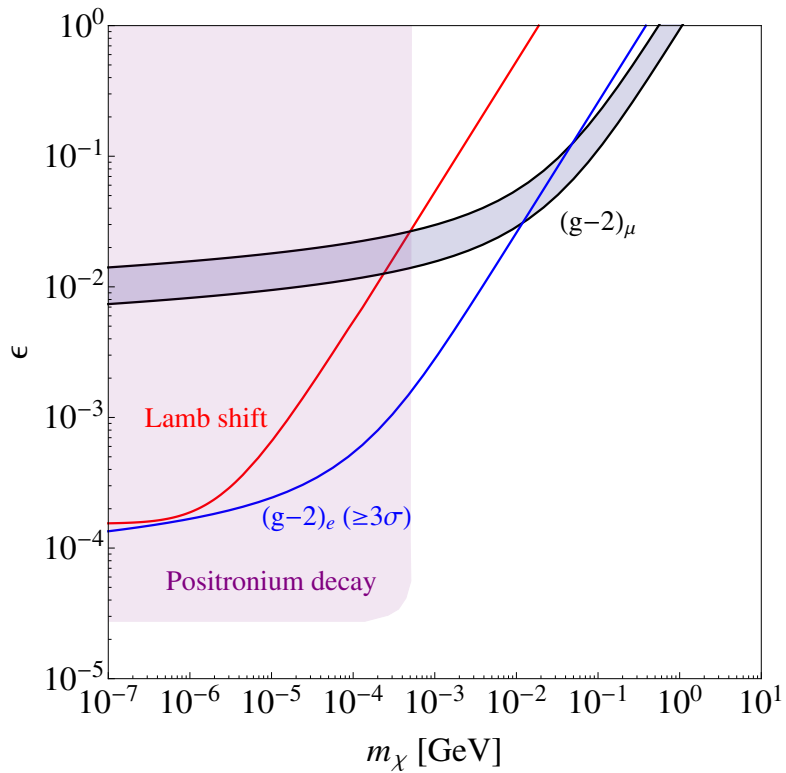


图 4-14 从兰姆位移、电子和缪子 $g-2$ 、电子偶素不可见衰变得到的对 ϵ 的限制作为 m_{f_χ} 的函数。灰色区域是缪子 $g-2$ 测量在 2 个标准差的置信度下所允许的，红色(蓝色)曲线以上的区域被兰姆位移(电子 $g-2$) 测量在 2 个(3 个)标准差的置信度下所排除。紫色区域被电子偶素的不可见衰变所排除^[68]。

暗光子和暗作用流也可以在圈图水平产生物理效应，从而影响一些最精确测量的量，例如通过修改光子传播子^[77, 78]影响兰姆位移和轻子 $g - 2$ 。图 4-13 显示了相应的真空极化图，其中圈图里有 **Minicharge** 粒子。在参考文献^[79]中，作者计算了狄拉克费米子 **Minicharge** 粒子对氢原子能级 $2S_{1/2}$ 和 $2P_{1/2}$ 之间的兰姆位移的贡献。表达为

$$\delta E = -\epsilon^2 \frac{4\bar{\alpha}^3 m_e}{3\pi} \alpha^{*2} I(\alpha^*), \quad (4-50)$$

$$I(\alpha^*) = \int_0^1 du \left(1 + \frac{u^2}{2}\right) \frac{u\sqrt{1-u^2}}{(\alpha^*u + 2)^4} \quad (4-51)$$

其中 $\alpha^* \equiv \bar{\alpha} m_e / m_{f_x}$ ， m_e 是电子的质量。

狄拉克费米子暗作用流对轻子 $g - 2$ 的贡献可以通过将 QED 质量依赖的修正改变能标到轻子 $g - 2$ 的第四阶^[80-82]来获得，也就是

$$a_{\mu/e}^{2\text{-loop}} = \epsilon^2 A_2\left(\frac{m_{f_x}}{m_{\mu/e}}\right), \quad A_2(x) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} \int_0^1 du \int_0^1 dv \frac{u^2(1-u)v^2(1-v^2/3)}{u^2(1-v^2) + 4x^2(1-u)}. \quad (4-52)$$

要求 $a_{\mu}^{2\text{-loop}}$ 满足 $\Delta a_{\mu} = a_{\mu}^{\text{exp}} - a_{\mu}^{\text{SM}} = 268(63)(43) \times 10^{-11}$ ^[58] 以及 δE 在 2 个标准差的置信度下小于实验精度 0.02 MHz ^[79, 83]，以及 $a_e^{2\text{-loop}}$ 在 3 个标准差的置信度下满足 $\Delta a_e = a_e^{\text{exp}} - a_e^{\text{SM}} = -87 \pm 36 \times 10^{-14}$ ^[84-86]。我们得到了对 ϵ 的限制作为 m_{f_x} 的函数，如图 4-14 所示。灰色区域是缪子 $g - 2$ 测量在 2 个标准差的置信度下所允许的，红色(蓝色)曲线以上的区域被兰姆位移(电子 $g - 2$) 测量在 2 个(3 个)标准差的置信度下所排除。紫色区域被电子偶素的不可见衰变所排除^[68]。我们发现，电子 $g - 2$ 的限制比兰姆位移的限制更强，在 m_{f_x} 的相同质量范围内获得的限制弱于 SLAC beam-dump 实验^[66]，电子偶素的不可见衰变^[68] 以及来自有效中微子种类数的间接限制^[76, 87]。

让我们最后讨论在不知道暗作用流 j_X^μ 细节的情况下探测暗光子效应的可能性。在希格斯玻色子衰变或质子-质子 (pp) 对撞的末态中涉及两个无质量规范玻色子的过程，如图 4-15 所示。为了获得最终结果，从 $h, pp \rightarrow AA, AX, XX$ 开始，并分析 A 和 X 如何在探测器中产生信号。如果 A 或者 X 被 j_{em}^μ 检测到，则将其识别为光子 (γ)。包括 A 和 X 的贡献，过程 $pp, h \rightarrow \gamma\gamma$ 的振幅正比于

$$e^4(2R_A \times R_X + R_A \times R_A + R_X \times R_X) = \left(\frac{e^2}{1 - \sigma^2 c_W^2}\right)^2. \quad (4-53)$$

总效果相当于重新定义 $\bar{e} = e/\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}$ ，和 $g - 2$ 情况一样，它是不能被观测到的并且与角度 β 无关。因此，在这一阶上双光子衰变率等于其标准模型值。

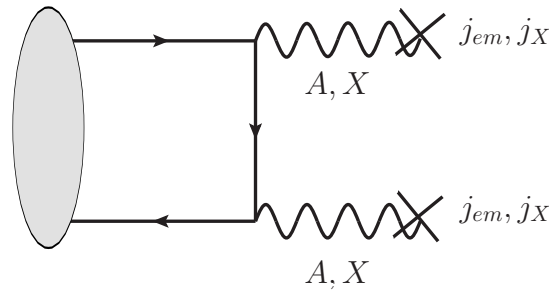


图 4-15 末态被 j_{em} 和 j_X 探测的过程 $h, pp \rightarrow AA, AX, XX$ 的费曼图。涉及末态规范玻色子交换的费曼图也包含在内。

另一方面，由 $j_{em}j_X$ 和 j_X^2 探测到的 $pp \rightarrow AA, AX, XX$ 过程的振幅依赖于 σ ，这是无法吸收进电荷重定义中的。很容易验证这个振幅是独立于基矢的。一旦暗作用粒子逃离探测器， j_X^2 就表现为丢失能量。

如果 A 或者 X 耦合到 j_X^2 导致离壳暗光子，则振幅取决于暗电荷 g_X 和暗作用粒子的质量。探测率受前面讨论过的 ϵ 限制。然而，我们想指出的是，丢失能量也可能来自于在壳的 A 或 X 逃离探测器，则探测率与暗作用流无关。在公式 4-29 中可以很容易地看出这一点，其中标准模型粒子是带有微小 $U(1)_X$ 荷的，因此 X 可以直接逃离探测器而不会在其中有任何响应。 $h, pp \rightarrow \gamma E_T$ 和 $h, pp \rightarrow E_T$ 的反应率分别为 $4\sigma^2 c_W^2$ 和 $\sigma^4 c_W^4$ 乘上双光子衰变率。这里 E_T 表示丢失横向能量。值得注意的是，在光子或暗光子在壳的情况下，反应率依赖于 $\sigma \propto \epsilon/g_X$ ，即使 ϵ 很小，这个反应率也可以相当大。

对于 $h \rightarrow \gamma E_T$ 的情况，可以通过未转换的光子类事例来选择光子的在壳性质。这是研究本文所讨论的运动学混合效应的有前景的例子。与使用 Minicharge 粒子的情况不同，我们考虑的情况与暗作用流的细节没有关联。来自在壳暗光子的 $h \rightarrow \gamma E_T$ 的特征是很明显的，即光子能量是希格斯玻色子质量的一半。在不同的背景下^[54] 估计了 $h \rightarrow \gamma E_T$ 的分支比的灵敏度，在积分亮度为 300 fb^{-1} 的高亮度 LHC 上，在 5 个标准差的置信度下可以达到 0.1%。这意味着在我们的情况下，可以在 2 个标准差的置信度下实现 $|\sigma| < 0.24$ 。

4.4 本章小结

综上，本章中，我们详细研究了运动学混合的暗光子模型，并先通过理论分析 $e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ 过程得到在正负电子对撞机上寻找有质量暗光子的可能性，再进一步利用对撞机模拟得到更接近实际的结果。我们发现对于从 20 GeV 到 330 GeV 的暗光子，在未来正负电子对撞机上， ϵ 的显著水平为 2σ 的排除限制是

$\epsilon \lesssim 10^{-3} - 10^{-2}$ 。一旦暗光子质量 $m_{A'} \gtrsim 50 \text{ GeV}$ ，CEPC (240 GeV) 和 FCC-ee (160 GeV) 比当前 LHCb 测量的限制更灵敏。对于暗光子质量 $m_{A'} \gtrsim 220 \text{ GeV}$ ，积分亮度为 1.5 ab^{-1} 的 FCC-ee (350 GeV) 得到的灵敏度比积分亮度为 300 fb^{-1} 的 13 TeV LHC 得到的要好，而在暗光子质量 $m_{A'} \gtrsim 180 \text{ GeV}$ 时， 5 ab^{-1} 的 CEPC (240 GeV) 得到的灵敏度甚至比积分亮度为 3 ab^{-1} 的 13 TeV LHC 得到的要更好。

接着我们研究了无质量暗光子可能引起的物理效应。我们证明，如果仅涉及标准模型粒子，这种混合不会在电磁相互作用和弱相互作用中留下痕迹。运动学混合的物理效应必然涉及暗作用流，其形式要么为丢失能量（小的电离能损失）或圈图中的暗作用流。在后一种情况下，我们研究了兰姆位移和轻子 $g - 2$ 的实验测量对 Minicharge 粒子的限制，其为 Minicharge 粒子质量的函数。在前一种情况下，我们指出，如果在壳无质量暗光子直接从探测器中逃离，那么现有的来自 Minicharge 粒子寻找的严格限制不适用，并且包含丢失能量的过程可以获得相当大的反应率。作为一个例子，我们估计，在 2 个标准差的置信度下，运动学混合参数 σ 在高亮度 LHC 上的 $h \rightarrow \gamma \cancel{E}_T$ 过程中可以被限制为 $|\sigma| < 0.24$ 。

参考文献

- [1] Okun L B. LIMITS OF ELECTRODYNAMICS: PARAPHOTONS?[J]. Sov. Phys. JETP, 1982, 56: 502.
- [2] Holdom B. Two U(1)'s and Epsilon Charge Shifts[J]. Phys. Lett., 1986, 166B: 196-198.
- [3] Curtin D, Essig R, Gori S, et al. Illuminating Dark Photons with High-Energy Colliders[J]. JHEP, 2015, 02: 157.
- [4] Kors B, Nath P. A Stueckelberg extension of the standard model[J]. Phys. Lett., 2004, B586: 366-372.
- [5] Stueckelberg E C G. Interaction energy in electrodynamics and in the field theory of nuclear forces[J]. Helv. Phys. Acta, 1938, 11: 225-244.
- [6] Heeck J. Unbroken B -L symmetry[J]. Phys. Lett., 2014, B739: 256-262.
- [7] Liu J, Wang X P, Yu F. A Tale of Two Portals: Testing Light, Hidden New Physics at Future e^+e^- Colliders[J]. JHEP, 2017, 06: 077.
- [8] Dobrescu B A. Massless gauge bosons other than the photon[J]. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 151802.
- [9] Ahlers M, Gies H, Jaeckel J, et al. Light from the hidden sector[J]. Phys. Rev., 2007, D76: 115005.
- [10] Redondo J. Helioscope Bounds on Hidden Sector Photons[J]. JCAP, 2008, 0807: 008.
- [11] Danilov M, Demidov S, Gorbunov D. Revised constraints on hidden photons produced in nuclear reactors[J]., 2018.
- [12] Foot R, He X G. Comment on Z Z-prime mixing in extended gauge theories[J]. Phys. Lett., 1991, B267: 509-512.
- [13] He M, He X G, Huang C K. Dark Photon Search at A Circular e^+e^- Collider[J]. Int. J. Mod. Phys., 2017, A32(23n24): 1750138.
- [14] He M, He X G, Huang C K, et al. Search for a heavy dark photon at future e^+e^- colliders[J]. JHEP, 2018, 03: 139.
- [15] Babu K S, Kolda C F, March-Russell J. Implications of generalized Z - Z-prime mixing[J]. Phys. Rev., 1998, D57: 6788-6792.

- [16] Fabbrichesi M, Gabrielli E, Mele B. Z Boson Decay into Light and Darkness[J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 120(17): 171803.
- [17] Fabbrichesi M, Gabrielli E, Mele B. Hunting down massless dark photons in kaon physics[J]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(3): 031801.
- [18] Gabrielli E, Heikinheimo M, Mele B, et al. Dark photons and resonant monophoton signatures in Higgs boson decays at the LHC[J]. Phys. Rev., 2014, D90(5): 055032.
- [19] Berends F A, Burgers G J H, van Neerven W L. QED Radiative Corrections to the Reaction $e^+e^- \rightarrow Z\gamma$ [J]. Phys. Lett., 1986, B177: 191-194.
- [20] Barger V, Langacker P, Lee H S. Six-lepton Z -prime resonance at the LHC[J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 103: 251802.
- [21] Altarelli G, Mele B, Ruiz-Altaba M. Searching for New Heavy Vector Bosons in $p\bar{p}$ Colliders[J]. Z. Phys., 1989, C45: 109.
- [22] Choi J, Kim H S, Kim S B, et al. Polarization Effects in $e^+e^- \rightarrow Z^0\gamma$ [J]. Phys. Rev., 1988, D38: 40.
- [23] Cline J M, Dupuis G, Liu Z, et al. The windows for kinetically mixed Z' -mediated dark matter and the galactic center gamma ray excess[J]. JHEP, 2014, 08: 131.
- [24] CEPC Conceptual Design Report: Volume 1 - Accelerator[J], 2018.
- [25] Abada A, et al. Future Circular Collider[J], 2019.
- [26] Aaij R, et al. LHCb Detector Performance[J]. Int. J. Mod. Phys., 2015, A30(07): 1530022.
- [27] Ilten P, Soreq Y, Thaler J, et al. Proposed Inclusive Dark Photon Search at LHCb[J]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116(25): 251803.
- [28] Campanario F, Czy H, Gluza J, et al. Complete QED NLO contributions to the reaction $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ and their implementation in the event generator PHOKHARA[J]. JHEP, 2014, 02: 114.
- [29] Ahmad M, et al. CEPC-SPPC Preliminary Conceptual Design Report. 1. Physics and Detector[J], 2015.
- [30] Bicer M, et al. First Look at the Physics Case of TLEP[J]. JHEP, 2014, 01: 164.

- [31] Blondel A, Janot P, Oide K, et al. FCC-ee parameter[J/OL]., 2017. https://indico.cern.ch/event/669194/attachments/1542823/2420244/FCC-ee_parameter_update_-_6_October_2017.pdf.
- [32] Baer H, Barklow T, Fujii K, et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 2: Physics[J]., 2013.
- [33] Barklow T, Brau J, Fujii K, et al. ILC Operating Scenarios[J]., 2015.
- [34] Fujii K, et al. Physics Case for the 250 GeV Stage of the International Linear Collider[J]., 2017.
- [35] Alwall J, Frederix R, Frixione S, et al. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations[J]. JHEP, 2014, 07: 079.
- [36] Sjostrand T, Mrenna S, Skands P Z. PYTHIA 6.4 Physics and Manual[J]. JHEP, 2006, 05: 026.
- [37] De Favereau J, Delaere C, Demin P, et al. DELPHES 3, A modular framework for fast simulation of a generic collider experiment[J]. JHEP, 2014, 02: 057.
- [38] Yu D, Ruan M, Boudry V, et al. Lepton identification at particle flow oriented detector for the future e^+e^- Higgs factories[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(9): 591.
- [39] Chen Z, Yang Y, Ruan M, et al. Cross Section and Higgs Mass Measurement with Higgsstrahlung at the CEPC[J]. Chin. Phys., 2017, C41(2): 023003.
- [40] Cerri O, de Gruttola M, Pierini M, et al. Study the effect of beam energy spread and detector resolution on the search for Higgs boson decays to invisible particles at a future e^+e^- circular collider[J]. Eur. Phys. J., 2017, C77(2): 116.
- [41] Abe T, et al. The International Large Detector: Letter of Intent[J]., 2010.
- [42] Karliner M, Low M, Rosner J L, et al. Radiative return capabilities of a high-energy, high-luminosity e^+e^- collider[J]. Phys. Rev., 2015, D92(3): 035010.
- [43] Chen M S, Zerwas P M. Equivalent-Particle Approximations in electron and Photon Processes of Higher Order QED[J]. Phys. Rev., 1975, D12: 187.
- [44] Chatrchyan S, et al. Measurement of the differential and double-differential Drell-Yan cross sections in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV[J]. JHEP, 2013, 12: 030.

- [45] Hoenig I, Samach G, Tucker-Smith D. Searching for dilepton resonances below the Z mass at the LHC[J]. Phys. Rev., 2014, D90(7): 075016.
- [46] Search for high-mass dilepton resonances in 20 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ with the ATLAS experiment[J], 2013.
- [47] Aad G, et al. Search for high-mass dilepton resonances in pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector[J]. Phys. Rev., 2014, D90(5): 052005.
- [48] Aaboud M, et al. Search for new high-mass phenomena in the dilepton final state using 36 fb^{-1} of proton-proton collision data at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector[J]. JHEP, 2017, 10: 182.
- [49] Fuks B, Ruiz R. A comprehensive framework for studying W' and Z' bosons at hadron colliders with automated jet veto resummation[J]. JHEP, 2017, 05: 032.
- [50] Hook A, Izaguirre E, Wacker J G. Model Independent Bounds on Kinetic Mixing[J]. Adv. High Energy Phys., 2011, 2011: 859762.
- [51] Aaij R, et al. Search for Dark Photons Produced in $13 \text{ TeV } pp$ Collisions[J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 120(6): 061801.
- [52] Liu J, Wang L T, Wang X P, et al. Exposing the dark sector with future Z factories[J]. Phys. Rev., 2018, D97(9): 095044.
- [53] Chakraborty I, Mondal S, Mukhopadhyaya B. Lepton flavor violating Higgs boson decay at e^+e^- colliders[J]. Phys. Rev., 2017, D96(11): 115020.
- [54] Biswas S, Gabrielli E, Heikinheimo M, et al. Dark-Photon searches via Higgs-boson production at the LHC[J]. Phys. Rev., 2016, D93(9): 093011.
- [55] Daido R, Takahashi F, Yokozaki N. Enhanced axion-photon coupling in GUT with hidden photon[J]. Phys. Lett., 2018, B780: 538-542.
- [56] Huang F P, Lee H S. Extension of the electrodynamics in the presence of the axion and dark photon[J], 2018.
- [57] Ackerman L, Buckley M R, Carroll S M, et al. Dark Matter and Dark Radiation[J]. Phys. Rev., 2009, D79: 023519.
- [58] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics (RPP)[J]. Phys. Rev., 2018, D98: 030001.

- [59] Baek S, Deshpande N G, He X G, et al. Muon anomalous $g-2$ and gauged $L(\mu)$ - $L(\tau)$ models[J]. Phys. Rev., 2001, D64: 055006.
- [60] Pospelov M. Secluded $U(1)$ below the weak scale[J]. Phys. Rev., 2009, D80: 095002.
- [61] Sirlin A. Radiative Corrections in the $SU(2)_L \times U(1)$ Theory: A Simple Renormalization Framework[J]. Phys. Rev., 1980, D22: 971-981.
- [62] Hollik W F L. Radiative Corrections in the Standard Model and their Role for Precision Tests of the Electroweak Theory[J]. Fortsch. Phys., 1990, 38: 165-260.
- [63] Bardin D Yu, et al. Electroweak working group report[C/OL]//Workshop Group on Precision Calculations for the Z Resonance (2nd meeting held Mar 31, 3rd meeting held Jun 13) Geneva, Switzerland, January 14, 1994. [S.l. : s.n.], 1997: 7-162. <http://doc.cern.ch/cernrep/1995/95-03/95-03.html>.
- [64] Langacker P. The standard model and beyond[M]. [S.l. : s.n.], 2010.
- [65] Barger V D, Phillips R J N. COLLIDER PHYSICS[M]. [S.l. : s.n.], 1987.
- [66] Prinz A A, et al. Search for millicharged particles at SLAC[J]. Phys. Rev. Lett., 1998, 81: 1175-1178.
- [67] Gninenko S N, Kirpichnikov D V, Krasnikov N V. Probing millicharged particles with NA64 experiment at CERN[J]., 2018.
- [68] Badertscher A, Crivelli P, Fetscher W, et al. An Improved Limit on Invisible Decays of Positronium[J]. Phys. Rev., 2007, D75: 032004.
- [69] Magill G, Plestid R, Pospelov M, et al. Millicharged particles in neutrino experiments[J]. Phys. Rev. Lett., 2019, 122(7): 071801.
- [70] Singh L, et al. Constraints on millicharged particles with low threshold germanium detectors at Kuo-Sheng Reactor Neutrino Laboratory[J]. Phys. Rev., 2019, D99(3): 032009.
- [71] Davidson S, Hannestad S, Raffelt G. Updated bounds on millicharged particles[J]. JHEP, 2000, 05: 003.
- [72] Chatrchyan S, et al. Search for fractionally charged particles in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV[J]. Phys. Rev., 2013, D87(9): 092008.

- [73] Aubert B, et al. Search for Invisible Decays of a Light Scalar in Radiative Transitions $v_{3S} \rightarrow \gamma$ A0[C/OL]//Proceedings, 34th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2008): Philadelphia, Pennsylvania, July 30-August 5, 2008. [S.l. : s.n.], 2008. <http://www-public.slac.stanford.edu/sciDoc/docMeta.aspx?slacPubNumber=slac-pub-13328>.
- [74] Haas A, Hill C S, Izaguirre E, et al. Looking for milli-charged particles with a new experiment at the LHC[J]. Phys. Lett., 2015, B746: 117-120.
- [75] Liu Z, Zhang Y. Probing millicharge at BESIII via monophoton searches[J]. Phys. Rev., 2019, D99(1): 015004.
- [76] Vogel H, Redondo J. Dark Radiation constraints on minicharged particles in models with a hidden photon[J]. JCAP, 2014, 1402: 029.
- [77] Davidson S, Campbell B, Bailey D C. Limits on particles of small electric charge[J]. Phys. Rev., 1991, D43: 2314-2321.
- [78] Dobroliubov M I, Ignatiev A Yu. MILLICHARGED PARTICLES[J]. Phys. Rev. Lett., 1990, 65: 679-682.
- [79] Gluck M, Rakshit S, Reya E. The Lamb shift contribution of very light milli-charged fermions[J]. Phys. Rev., 2007, D76: 091701.
- [80] Elend H H. On the anomalous magnetic moment of the muon[J]. Phys. Letts., 1966, 20: 682.
- [81] Passera M. The Standard model prediction of the muon anomalous magnetic moment[J]. J. Phys., 2005, G31: R75-R94.
- [82] Samuel M A, Li G w. Improved analytic theory of the muon anomalous magnetic moment[J]. Phys. Rev., 1991, D44: 3935.
- [83] Karshenboim S G. Precision physics of simple atoms: QED tests, nuclear structure and fundamental constants[J]. Phys. Rept., 2005, 422: 1-63.
- [84] Davoudiasl H, Marciano W J. A Tale of Two Anomalies[J]., 2018.
- [85] Parker R H, Yu C, Zhong W, et al. Measurement of the fine-structure constant as a test of the Standard Model[J]. Science, 2018, 360: 191.
- [86] Aoyama T, Kinoshita T, Nio M. Revised and Improved Value of the QED Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment[J]. Phys. Rev., 2018, D97(3): 036001.

- [87] Brust C, Kaplan D E, Walters M T. New Light Species and the CMB[J]. JHEP, 2013, 12: 058.

全文总结

到目前为止,描述粒子物理学的最成功的理论是标准模型,因为它给出了很多粒子物理学现象的精确解释,或者给出预言并得到检验。但是越来越多的实验测量值与标准模型的预测值出现了显著的偏离,这表明标准模型是不够完整的,而超越标准模型的新物理理论是非常必需的。本文从标准模型中的味物理出发,研究了 b -重子的稀有衰变,进一步引出味物理中与希格斯粒子相关的新物理相互作用,并仔细研究了连接暗物质世界和标准模型的入口之一,即暗光子。最后得到以下的结论和启示。

一、通过研究 b -重子无粲两体衰变,我们发现 U 旋相关的衰变道的衰变分支比与 CP 破坏不对称性的比值之间存在一定关系。这些新的关系可以用于检验标准模型中的 CP 破坏机制和 $SU(3)$ 味道对称性。然后,我们研究了 LHCb 合作组从 Λ_b 重子衰变过程中发现的两个五夸克态。我们发现在 b -重子弱衰变到一个五夸克态和一个轻的赝标介子的过程中,存在可以用来检验五夸克态的双夸克模型的关系式。我们发现,利用有效哈密顿量的对称性可以相对容易地得到上述关系式。实验上对这些关系式的检验可以揭示新物理的存在情况。

二、在最小味道破坏假设下,我们通过有效场论的方法研究了希格斯引导的味道改变中性流相互作用。在考虑 B 和 K 物理数据、各种轻子味道破坏过程以及 LHC 希格斯数据后,我们推导出对希格斯味道改变中性流耦合的严格约束,获得了涉及希格斯粒子的味道破坏过程中可观测量的允许范围。我们还发现,在未来低能实验上寻找希格斯味道改变中性流相互作用有非常好的前景,而在大型强子对撞机上测量这些过程则非常具有挑战性。

三、我们通过未来正负电子对撞机中的 $e^+e^- \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ 过程研究了寻找有质量暗光子的可能性,特别注意了暗光子质量与 Z 玻色子质量接近时可能出现的很大的混合效应。我们给出了对应的寻找暗光子的灵敏度,当暗光子质量在 $50 \sim 300$ GeV 区间时,这比 LHC 上现有的实验结果要好。在无质量暗光子的研究中,我们发现只通过观察拉格朗日量中的运动学项,无法区分物理的暗光子或光子。我们表明,当包括所有贡献时,所有物理过程都不依赖于使用哪个基矢,并且如果在计算中仅涉及标准模型粒子,则运动学混合效应不会出现在电磁相互作用和弱相互作用中。另一方面,运动学混合为探测超出标准模型的暗物质世界提供了一个入口。我们第一次通过电子和缪子 $g-2$ 、兰姆位移对运动学混合参数和 Minicharge 粒子的质量做出了限制。

最后，未来实验对上述 **b**-重子稀有衰变和 **b**-重子衰变到五夸克态的过程、各种希格斯玻色子相关的新物理过程的测量以及寻找暗光子的灵敏度的提高将会加深我们对标准模型的理解，有助于新物理理论的确立。

附录A b-重子衰变到五夸克态的 $SU(3)$ 振幅A.1 B 或 C 衰变到一个八重态五夸克态的 $SU(3)$ 振幅。表 A-1 Λ_b^0 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$a_t(\bar{3})$	$b_t(\bar{3})$	$c_t(\bar{3})$	$d_t(\bar{3})$	$e_t(\bar{3})$	$f_t(\bar{3})$
$\Delta S = 0$						
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^+\Sigma_8^-$	(0	2	0	1	0	-1)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^-p_8$	(0	0	2	1	1	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \eta_8 n_8$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	-4	2	-1	1	2)
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^0\Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	2	-4	-1	-2	-1)
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^0\Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	-2	0	-1	0	1)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^0 n_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	0	-2	-1	-1	0)
$\Delta S = -1$						
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^+\Xi_8^-$	(2	2	0	0	0	-1)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^+\Sigma_8^-$	(2	0	0	-1	0	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^-p_8$	(2	0	2	0	1	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^-\Sigma_8^+$	(2	0	0	-1	0	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow K^0\Xi_8^0$	(2	2	0	0	0	-1)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8$	(2	0	2	0	1	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^0\Sigma_8^0$	(2	0	0	-1	0	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \eta_8\Lambda_8^0$	$\frac{1}{3}$ (6	4	4	1	2	-2)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \eta_8\Sigma_8^0$	(0	0	0	0	0	0)
$\Lambda_b^0 \rightarrow \pi^0\Lambda_8^0$	(0	0	0	0	0	0)

表 A-2 Ξ_b^0 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$a_t(\bar{3})$	$b_t(\bar{3})$	$c_t(\bar{3})$	$d_t(\bar{3})$	$e_t(\bar{3})$	$f_t(\bar{3})$
$\Delta S = 0$						
$\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-$	(-2	0	0	1	0	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-$	(-2	-2	0	0	0	1)
$\Xi_b^0 \rightarrow K^- p_8$	(-2	0	0	1	0	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma_8^+$	(-2	0	-2	0	-1	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow K^0 \Xi_8^0$	(-2	0	-2	0	-1	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8$	(-2	-2	0	0	0	1)
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{6}(-12$	-2	-2	4	-1	1)
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(0$	2	2	2	1	-1)
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(0$	2	2	2	1	-1)
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2}(-4$	-2	-2	0	-1	1)
$\Delta S = -1$						
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi_8^-$	(0	-2	0	-1	0	1)
$\Xi_b^0 \rightarrow K^- \Sigma_8^+$	(0	0	-2	-1	-1	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Xi_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(0$	-2	4	1	2	1)
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(0$	4	-2	1	-1	-2)
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	0	2	1	1	0)
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Xi_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	2	0	1	0	-1)

表 A-3 Ξ_b^- 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$a_t(\bar{3})$	$b_t(\bar{3})$	$c_t(\bar{3})$	$d_t(\bar{3})$	$e_t(\bar{3})$	$f_t(\bar{3})$
$\Delta S = 0$						
$\Xi_b^- \rightarrow K^- n_8$	(0	2	0	1	0	-1)
$\Xi_b^- \rightarrow K^0 \Xi_8^-$	(0	0	2	1	1	0)
$\Xi_b^- \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	2	2	2	1	-1)
$\Xi_b^- \rightarrow \pi^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	2	2	2	1	-1)
$\Xi_b^- \rightarrow \pi^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	-2	2	0	1	1)
$\Xi_b^- \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	2	-2	0	-1	-1)
$\Delta S = -1$						
$\Xi_b^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0$	(0	2	0	1	0	-1)
$\Xi_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma_8^-$	(0	0	2	1	1	0)
$\Xi_b^- \rightarrow \eta_8 \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	2	-4	-1	-2	-1)
$\Xi_b^- \rightarrow K^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (0	-4	2	-1	1	2)
$\Xi_b^- \rightarrow K^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	0	2	1	1	0)
$\Xi_b^- \rightarrow \pi^0 \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	2	0	1	0	-1)

表 A-4 Ω_b^- 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Omega_b^- \rightarrow \eta_8 \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (-2	-1	0)
$\Omega_b^- \rightarrow K^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (2	0	1)
$\Omega_b^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0$	(0	1	0)
$\Omega_b^- \rightarrow \pi^0 \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	1	0)
$\Omega_b^- \rightarrow K^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (0	0	-1)
$\Omega_b^- \rightarrow \Sigma_8^- \bar{K}^0$	(0	0	-1)
$\Delta S = -1$			
$\Omega_b^- \rightarrow K^- \Xi_8^0$	(1	1	1)
$\Omega_b^- \rightarrow \bar{K}^0 \Xi_8^-$	(-1	-1	-1)

表A-5 Ξ_b^0 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Xi_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	0	$-1)$
$\Xi_b^0 \rightarrow K^- p_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	0	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma_8^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	1	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}(0$	-1	$1)$
$\Xi_b^0 \rightarrow K^0 \Xi_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	-1	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}(-2$	-1	$-3)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	0	$1)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}(2$	3	$1)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}(0$	1	$-1)$
$\Delta S = -1$			
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^+ \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	0	$-1)$
$\Xi_b^0 \rightarrow K^- \Sigma_8^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	1	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \eta_8 \Xi_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(1$	2	$3)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(-1$	-3	$-2)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2}(-1$	-1	$0)$
$\Xi_b^0 \rightarrow \pi^0 \Xi_8^0$	$\frac{1}{2}(1$	0	$1)$

表 A-6 $\Xi_b'^-$ 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Xi_b'^- \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(-2$	-1	$-3)$
$\Xi_b'^- \rightarrow K^- n_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	0	$-1)$
$\Xi_b'^- \rightarrow K^0 \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	1	$0)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \pi^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(2$	3	$1)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \pi^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2}(0$	-1	$-1)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{2}(0$	1	$1)$
$\Delta S = -1$			
$\Xi_b'^- \rightarrow \eta_8 \Xi_8^-$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(-1$	-2	$-3)$
$\Xi_b'^- \rightarrow K^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(1$	3	$2)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \pi^- \Xi_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$1)$
$\Xi_b'^- \rightarrow K^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2}(-1$	-1	$0)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \bar{K}^0 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	-1	$0)$
$\Xi_b'^- \rightarrow \pi^0 \Xi_8^-$	$\frac{1}{2}(1$	0	$1)$

表 A-7 Σ_b^+ 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Sigma_b^+ \rightarrow \eta_8 p_8$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-1$	1	$0)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow \pi^+ n_8$	$(0$	0	$1)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow K^0 \Sigma_8^+$	$(0$	-1	$0)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow K^+ \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(1$	0	$-1)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow K^+ \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$1)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow p_8 \pi^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	-1	$0)$
$\Delta S = -1$			
$\Sigma_b^+ \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^+$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(1$	2	$0)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow \pi^+ \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-1$	0	$-2)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow K^+ \Xi_8^0$	$(0$	0	$-1)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	0	$0)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow \bar{K}^0 p_8$	$(0$	1	$0)$
$\Sigma_b^+ \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$0)$

表 A-8 Σ_b^0 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Sigma_b^0 \rightarrow \eta_8 n_8$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(-1$	1	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^+ \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$1)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \pi^- p_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	-1	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}(1$	0	$-1)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^0 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{2}(1$	2	$1)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow n_8 \pi^0$	$\frac{1}{2}(-1$	-1	$-2)$
$\Delta S = -1$			
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^+ \Xi_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	0	$1)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \pi^+ \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1$	0	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^- p_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	-1	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \pi^- \Sigma_8^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1$	0	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \eta_8 \Lambda_8^0$	$(0$	0	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow K^0 \Xi_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	0	$-1)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(-1$	-2	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \bar{K}^0 n_8$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0$	1	$0)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \pi^0 \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(1$	0	$2)$
$\Sigma_b^0 \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^0$	$(0$	0	$0)$

表A-9 Σ_b^- 衰变的 $SU(3)$ 振幅。

Decay mode	$d_s(\bar{3})$	$e_s(\bar{3})$	$f_s(\bar{3})$
$\Delta S = 0$			
$\Sigma_b^- \rightarrow \pi^- n_8$	(-1	-1	-1)
$\Sigma_b^- \rightarrow K^0 \Sigma_8^-$	(1	1	1)
$\Delta S = -1$			
$\Sigma_b^- \rightarrow \eta_8 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (-1	-2	0)
$\Sigma_b^- \rightarrow K^- n_8$	(0	-1	0)
$\Sigma_b^- \rightarrow K^0 \Xi_8^-$	(0	0	1)
$\Sigma_b^- \rightarrow \pi^- \Lambda_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$ (1	0	2)
$\Sigma_b^- \rightarrow \pi^- \Sigma_8^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (-1	0	0)
$\Sigma_b^- \rightarrow \pi^0 \Sigma_8^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (1	0	0)

A.2 一个六重态 b-重子衰变到十重态五夸克态的 $SU(3)$ 振幅

对于 $\Delta S = 0$ 衰变模式的振幅，我们有

$$\begin{aligned}
\Sigma_b^+ : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Delta_{10}^+ + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Delta_{10}^+ + \frac{1}{\sqrt{3}} \pi^+ \Delta_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} K^+ \Sigma_{10}^0 \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\pi^- \Delta_{10}^{++} - \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Delta_{10}^+ + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Delta_{10}^+ + \frac{1}{\sqrt{3}} K^0 \Sigma_{10}^+ \right), \\
\Sigma_b^0 : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{3} \eta_8 \Delta_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^+ \Delta_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} K^+ \Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^- \Delta_{10}^+ + \frac{1}{2\sqrt{3}} K^0 \Sigma_{10}^0 \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \pi^- \Delta_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{3}} \pi^0 \Delta_{10}^0 + \frac{1}{3} \eta_8 \Delta_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} K^0 \Sigma_{10}^0 \right), \\
\Sigma_b^- : & \quad (a_{s10} + b_{s10}) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \pi^- \Delta_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 \Delta_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta_8 \Delta_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}} K^0 \Sigma_{10}^- \right), \\
\Xi_b'^0 : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} K^- \Delta_{10}^+ + \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{K}^0 \Delta_{10}^0 - \frac{1}{6\sqrt{2}} \eta_8 \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{2\sqrt{6}} \pi^0 \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^+ \Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} K^+ \Xi_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \pi^- \Sigma_{10}^+ - \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Sigma_{10}^0 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} K^0 \Xi_{10}^0 \right), \\
\Xi_b'^- : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} K^- \Delta_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{K}^0 \Delta_{10}^- + \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi^- \Sigma_{10}^0 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi^0 \Sigma_{10}^- - \frac{1}{6} \eta_8 \Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} K^0 \Xi_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \pi^- \Sigma_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{3}} \pi^0 \Sigma_{10}^- + \frac{1}{3} \eta_8 \Sigma_{10}^- + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} K^0 \Xi_{10}^- \right) \\
\Omega_b^- : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} K^- \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^- - \frac{\sqrt{2}}{3} \eta_8 \Xi_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \pi^- \Xi_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Xi_{10}^- + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Xi_{10}^- + K^0 \Omega_{10}^- \right), \tag{A-1}
\end{aligned}$$

对于 $\Delta S = -1$ 衰变模式的振幅，我们有

$$\begin{aligned}
\Sigma_b^+ : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Sigma_{10}^+ + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Sigma_{10}^+ + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^+ \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} K^+ \Xi_{10}^0 \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(K^- \Delta_{10}^{++} + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Delta_{10}^+ - \frac{\sqrt{2}}{3} \eta_8 \Sigma_{10}^+ \right), \\
\Sigma_b^0 : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \pi^- \Sigma_{10}^+ + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} K^0 \Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^+ \Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} K^+ \Xi_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} K^- \Delta_{10}^+ + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Delta_{10}^0 - \frac{\sqrt{2}}{3} \eta_8 \Sigma_{10}^0 \right), \\
\Sigma_b^- : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \pi^- \Sigma_{10}^0 - \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^0 \Sigma_{10}^- + \frac{1}{3\sqrt{2}} \eta_8 \Sigma_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{3}} K^0 \Xi_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} K^- \Delta_{10}^0 + \bar{K}^0 \Delta_{10}^- - \frac{\sqrt{2}}{3} \eta_8 \Sigma_{10}^- \right), \\
\Xi_b'^0 : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} K^- \Sigma_{10}^+ + \frac{1}{2\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi^0 \Xi_{10}^0 - \frac{1}{6} \eta_8 \Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^+ \Xi_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{2}} K^+ \Omega_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} K^- \Sigma_{10}^+ + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^0 - \frac{2}{3} \eta_8 \Xi_{10}^0 \right), \\
\Xi_b'^- : & \quad a_{s10} \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} K^- \Sigma_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^- - \frac{1}{6} \eta_8 \Xi_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^- \Xi_{10}^0 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \pi^0 \Xi_{10}^- + \frac{1}{\sqrt{2}} K^0 \Omega_{10}^- \right) \\
& \quad + b_{s10} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} K^- \Sigma_{10}^0 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Sigma_{10}^- - \frac{2}{3} \eta_8 \Xi_{10}^- \right), \\
\Omega_b^- : & \quad (a_{s10} + b_{s10}) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} K^- \Xi_{10}^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{K}^0 \Xi_{10}^- - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \eta_8 \Omega_{10}^- \right). \tag{A-2}
\end{aligned}$$

附录 B 情形 II 中允许的参数空间

在 (3.3) 节中, 情形 II 中 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 允许的参数空间已经得到了。 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d)$, $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^l)$, 和 $(\epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 平面的结果分别在图 3-2 和图 3-3 中。这里我们在图 B-1 中展示其他平面里的结果。

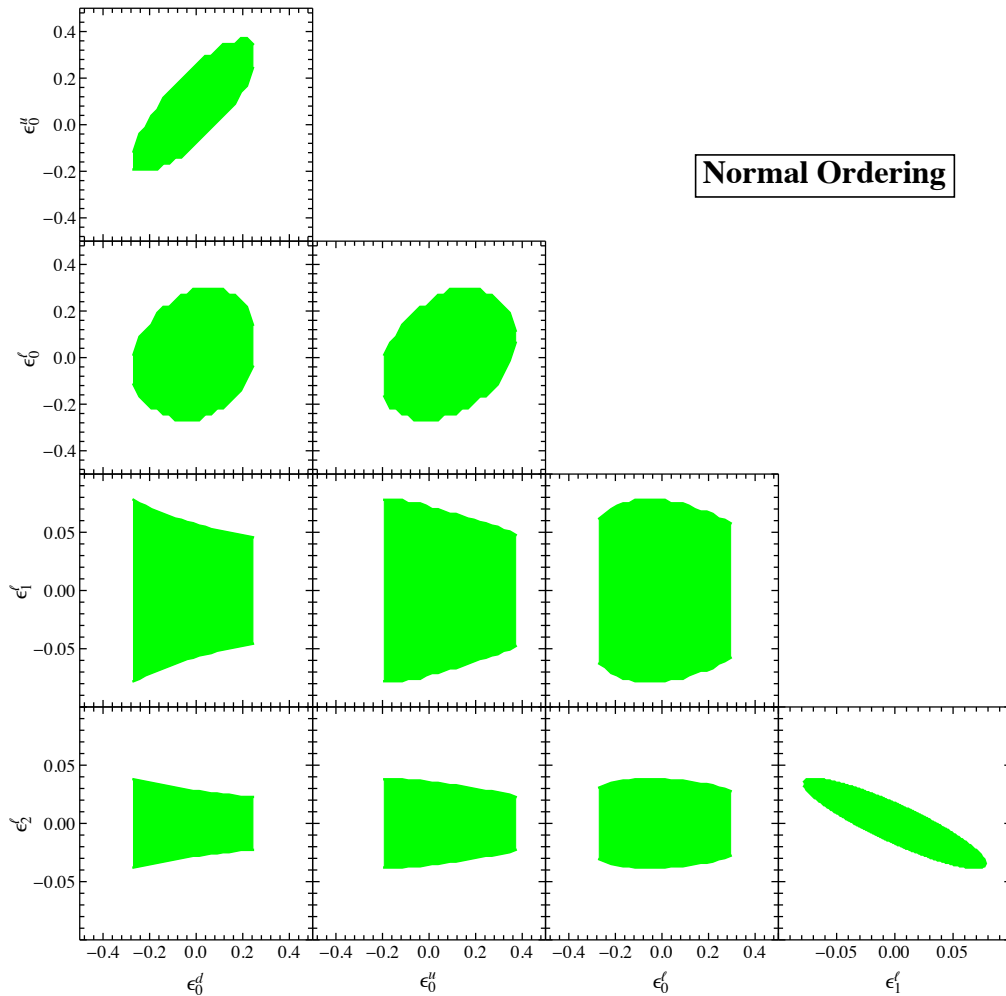


图 B-1 情形 II 中的 NO 情况下, 在 90% 置信水平上对 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 的限制。

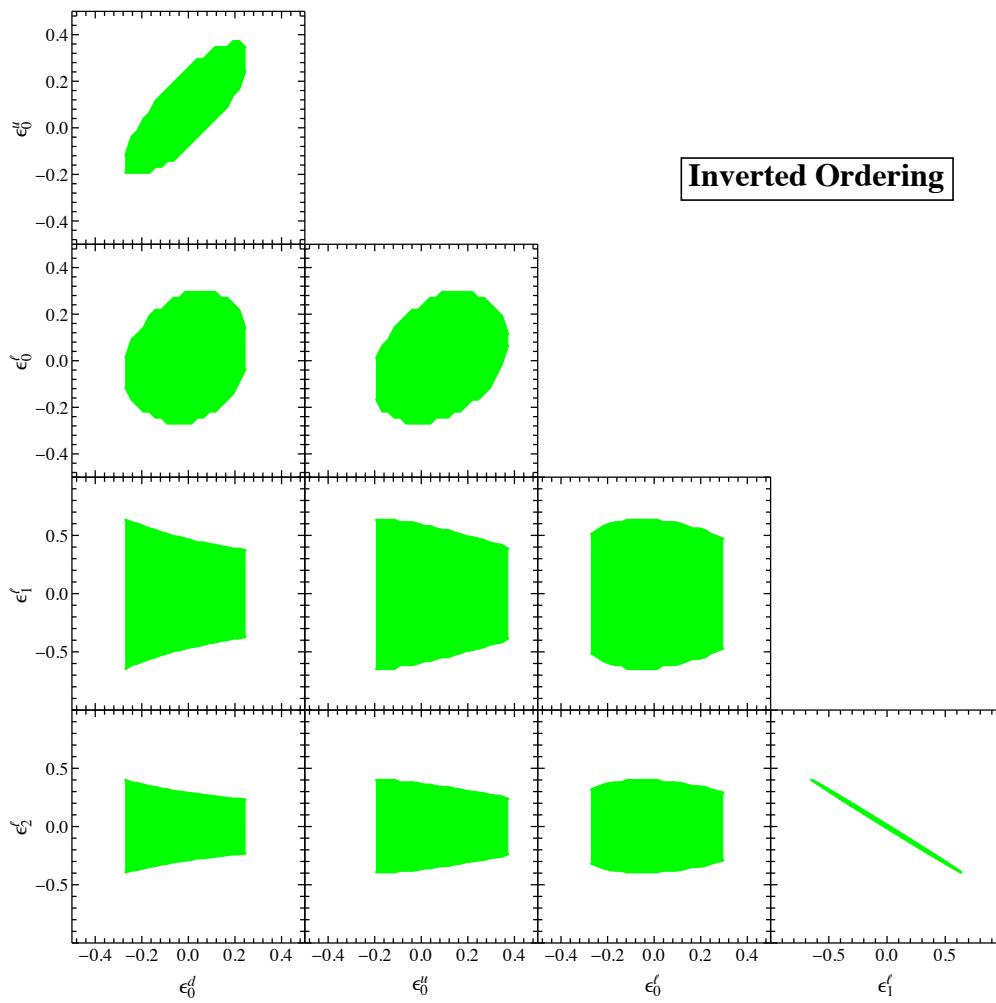


图 B-2 情形 II 中的 IO 情况下，在 90% 置信水平上对 $(\epsilon_0^u, \epsilon_0^d, \epsilon_0^l, \epsilon_1^l, \epsilon_2^l)$ 的限制。

附录 C 中间态为暗光子与中间态为标准模型粒子的过程之间的干涉项

干涉项

$$\frac{d\sigma_{int}}{ds_3} = \frac{d\sigma_{int,\gamma}}{ds_3} + \frac{d\sigma_{int,Z}}{ds_3},$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{int,\gamma}}{ds_3} = & \left[\frac{8\epsilon^2}{3} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W)^2\tau^2}{6\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \right] \frac{\alpha_{em}^3(s^2 + s_3^2)}{s^2(s - s_3)} \\ & \times \left[\frac{(s_3 - m_{A'}^2)(\ln(s/m_e^2) - 1)}{(s_3 - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2} + \frac{(s - m_{A'}^2)(\ln(s_3/m_\mu^2) - 1)}{(s - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2} \right] \\ & - \frac{1}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \frac{\alpha_{em}^3\tau^2(s + s_3)}{s^2(s - s_3)} \\ & \times \left[\frac{s_3(s_3 - m_{A'}^2)}{(s_3 - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2} + \frac{s(s - m_{A'}^2)}{(s - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{int,Z}}{ds_3} = & \left[\frac{(1 - 4\sin^2\theta_W)^2\epsilon^2}{6\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W + 8\sin^4\theta_W)^2\tau^2}{24\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \right] \frac{\alpha_{em}^3(s^2 + s_3^2)}{s^2(s - s_3)} \\ & \times \left[\frac{s_3(\ln(s/m_e^2) - 1)(s_3 - m_{A'}^2)}{[(s_3 - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2](s_3 - m_Z^2)} + \frac{s(\ln(s_3/m_\mu^2) - 1)(s - m_{A'}^2)}{[(s - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2](s - m_Z^2)} \right] \\ & - \left[\frac{\epsilon^2}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} + \frac{(1 - 4\sin^2\theta_W)^2\tau^2}{16\sin^4\theta_W\cos^4\theta_W} \right] \frac{\alpha_{em}^3 s_3(s + s_3)}{s(s - s_3)} \\ & \times \left[\frac{s_3 - m_{A'}^2}{[(s_3 - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2](s - m_Z^2)} + \frac{s - m_{A'}^2}{[(s - m_{A'}^2)^2 + \Gamma_{A'}^2 m_{A'}^2](s_3 - m_Z^2)} \right], \end{aligned}$$

其中 $d\sigma_{int,\gamma}/ds_3$ 是中间态为 γ 与暗光子的干涉项, $d\sigma_{int,Z}/ds_3$ 是中间态为 Z 与暗光子的干涉项。

致 谢

感谢导师，感谢老师，感谢同学，感谢父母，感谢学校，感谢国家。(待完善)

攻读学位期间发表的学术论文

- [1] JIAN-YONG CEN, **MIN HE**, XIAO-GANG HE, AND GANG LI. Scrutinizing a massless dark photon: basis independence and new observables. arXiv:1807.11363
- [2] JIN-JUN ZHANG, **MIN HE**, XIAO-GANG HE, AND XING-BO YUAN. Flavor Violating Higgs Couplings in Minimal Flavor Violation[J]. Journal of High Energy Physics (2019) 2019: 7.
- [3] **MIN HE**, XIAO-GANG HE, CHENG-KAI HUANG, AND GANG LI. Search for a heavy dark photon at future e^+e^- colliders[J]. Journal of High Energy Physics 2018, no. 3 (2018): 139.
- [4] **MIN HE**, XIAO-GANG HE, AND CHENG-KAI HUANG. Dark photon search at a circular e^+e^- collider[J]. Int. J. Mod. Phys. A 32, 1750138(2017).
- [5] **MIN HE**, XIAO-GANG HE, AND YONG TANG. A $\gamma\gamma$ collider for the 750 GeV resonant state[J]. Physics Letters B 759 (2016): 166-170.
- [6] **MIN HE**, XIAO-GANG HE, AND GUAN-NAN LI. CP-violating polarization asymmetry in charmless two-body decays of beauty baryons[J]. Physical Review D 92.3 (2015): 036010.
- [7] GUAN-NAN LI, XIAO-GANG HE, AND **MIN HE**. Some predictions of diquark model for hidden charm pentaquark discovered at the LHCb[J]. Journal of High Energy Physics 2015.12 (2015): 128.

攻读学位期间参与的项目

- [1] 自然科学基金项目“夸克和轻子的味物理研究”，11575111

简 历

基本情况

何敏，1993 年 05 月生于四川南充。

教育背景

2014 年 09 月至今，上海交通大学，博士研究生，物理学专业

2010 年 09 月至 2014 年 06 月，上海交通大学，本科，物理学专业

研究兴趣

粒子物理唯象学、夸克轻子味物理、 CP 破坏、超越标准模型新物理、暗物质、希格斯物理

联系方式

地址：上海市闵行区东川路 800 号，200240

E-mail: hemind@sjtu.edu.cn